

复合固体推进剂本构模型研究进展及发展趋势

徐一航^{1,2}, 李道奎^{1,2}, 周仕明^{1,2*}

(1. 国防科技大学 空天科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 空天任务智能规划与仿真湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073)

摘要:复合固体推进剂作为固体火箭发动机的重要能量来源,其力学性能一直是工程领域所关注的重点。聚焦推进剂力学性能表征中的宏观本构模型和细观力学模型,系统梳理了两类模型的发展脉络,明确了模型之间的差异,指出了各种模型的适用条件,分析了现阶段宏、细观力学模型在推进剂力学性能表征中的困难和挑战。以跨尺度力学模型为代表的力学模型的提出,将助力推进剂力学性能表征问题的解决。未来推进剂力学表征建模的关键是复杂条件下试验研究,重点是发展高精度与高性能的多尺度数值计算方法,以及将以人工智能技术为代表的驱动技术融入模型创新中。

关键词:复合固体推进剂;宏观本构模型;细观模型;黏弹性模型

中图分类号:V435 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2025)01-001-22



论文
拓展

Progress and development trend of composite solid propellant constitutive model research

XU Yihang^{1,2}, LI Daokui^{1,2}, ZHOU Shiming^{1,2*}

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Hunan Key Laboratory of Intelligent Planning and Simulation for Aerospace Missions, Changsha 410073, China)

Abstract: As an important energy source of solid rocket motors, the mechanical properties of composite solid propellants have always been the focus of attention in the engineering field. The macroscopic constitutive model and the fine-scale mechanical model in the characterisation of propellant mechanical properties was focused on. The development of the two types of models was systematically sorted out. The differences between the models were clarified. The applicable conditions of various models were pointed out. The difficulties and challenges of macro and fine mechanical models in the characterisation of propellant mechanical properties at the present stage were analysed. The proposal of mechanical models represented by cross-scale mechanical models will help to solve the problem of propellant mechanical property characterisation. The key in the future modelling of propellant mechanical characterization is the experimental research under complex conditions, focusing on the development of high precision and high performance multiscale numerical computation methods, as well as the integration of data-driven technology represented by artificial intelligence technology into model innovation.

Keywords: composite solid propellants; macroscopic constitutive model; mesoscopic model; viscoelasticity model

固体火箭发动机由于其结构简单、响应快速、推力大等特点被广泛运用至航空航天领域。但是随着固体火箭发动机向高填充发展以及发动机使用环境复杂程度的增加,固体火箭发动机结构完整性面临严峻挑战。而限制发动机结构完整性分析精度的关键是发动机推进剂材料典型的黏弹性力学行为易受温度、压力和应变率影响,极其复

杂,难以准确表征。对其研究主要通过试验与力学模型相结合的方式,如图1所示。随着观测设备的不断发展,推进剂的各类试验方式已形成标准,但是在力学性能表征方面模型与实际情况仍存在较大差距。因此,基于不同本构模型对其力学性能进行研究成为发动机结构完整性重点研究内容之一。

收稿日期:2024-05-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11872372);湖南省杰出青年基金资助项目(2021JJ10046);湖南省自然科学基金资助项目(2021JJ30770)

第一作者:徐一航(1994—),男,陕西宝鸡人,博士研究生,E-mail:1729243634@qq.com

*通信作者:周仕明(1981—),男,内蒙古赤峰人,副教授,博士,E-mail:shiming.zhou@nudt.edu.cn

引用格式:徐一航,李道奎,周仕明.复合固体推进剂本构模型研究进展及发展趋势[J].国防科技大学学报,2025,47(1):1-22.

Citation:XU Y H, LI D K, ZHOU S M. Progress and development trend of composite solid propellant constitutive model research[J].

Journal of National University of Defense Technology, 2025, 47(1): 1-22.

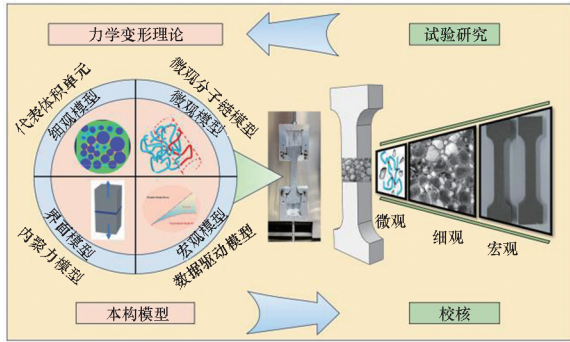


图 1 推进剂力学性能预示研究示意图

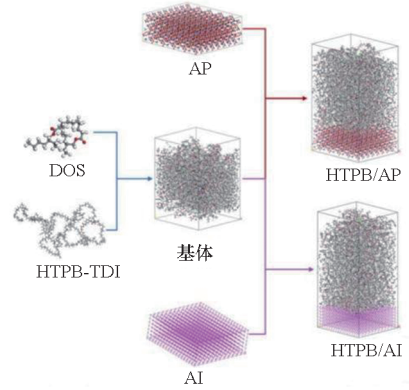
Fig. 1 Schematic diagram of the propellant mechanical property prediction study

固体推进剂可分为三种:复合固体推进剂、双基推进剂和改性双基推进剂。双基推进剂为硝酸纤维素和硝化甘油组成的均质混合物,比冲较低,多用于常规武器中。改性双基推进剂在双基推进剂的基础上加入氧化剂和金属燃料,以提高其性能,比冲较高但是也带来了高温下力学性能复杂的短板,实际应用中不如复合固体推进剂广泛。复合固体推进剂以高聚物为基体,是混有氧化剂和金属燃料等组分的多相混合物,由于其比冲高、稳定的燃烧性能和力学性能被广泛应用于固体火箭发动机中。

现有复合固体推进剂本构模型的研究层次可分为三类:宏观模型、细观模型以及微观模型,如图 2^[1]所示。微观模型着眼于分子、原子间的相互作用,通过研究微观分子或分子链在不同受载状态下的变化,建立分子链变形与推进剂宏观变形之间的映射关系,将推进剂微观结构变形与细、宏观力学行为联系起来,以达到对力学性能表征的效果。但是由于分子原子层面结构尺度太过微小,从第一性原理出发的“从头计算”不仅需要大量的时间成本,更需要高性能的算力,这导致数值计算代价昂贵。于是,现阶段对推进剂力学性能的研究主要集中在推进剂宏观与细观模型。宏观模型以推进剂试样级试验结果为主要研究对象,考虑材料加载的历史的效应,构造出符合推进剂力学性能曲线的应力-应变函数关系;而细观模型着眼于推进剂受载时组分间的作用关系,将细观尺度的损伤以函数的形式引入宏观本构模型中,对推进剂的非线性力学性能进行预示。

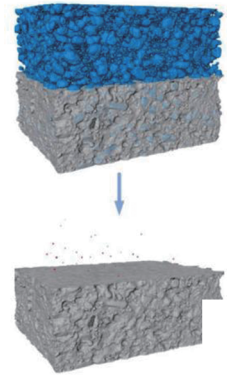
1 宏观模型研究进展

固体推进剂宏观本构模型所做基本假设为推进剂材料各向同性,其力学性能的变化由外部条



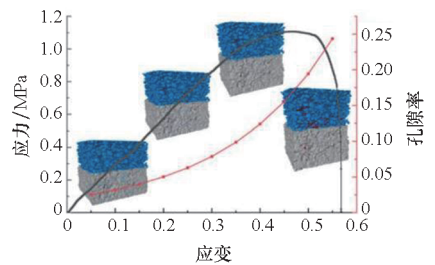
(a) 推进剂微观结构

(a) Propellant microstructure



(b) 推进剂细观结构

(b) Propellant mesoscopic structure



(c) 推进剂宏观力学性能

(c) Propellant macroscopic mechanical property

图 2 推进剂跨尺度结构研究示意图^[1]Fig. 2 Schematic diagram of the cross-scale structure study of the propellant^[1]

件所致。对其分析中不强调各组分间的相互作用,重点关注外部载荷变化时推进剂力学性能曲线的变化规律与力学性能曲线出现非线性的典型点,如“脱湿”点、断裂点等。而推进剂力学性能曲线体现出典型的黏弹性,即迟滞效应,具体表现为推进剂的输入与响应不同步。表现出此种现象的原因是推进剂分子间的黏性摩擦消耗了一部分能量,不同的加载方式导致消耗的能量有一定的差异,于是推进剂的力学性能与加载路径息息相关。早期研究中,研究人员通过卷积的方式,将此

种历史相关的非线性力学性能进行线性化,构建遗传积分分段描述推进剂此种非线性黏弹性力学性能。后期,随着非线性力学表征模型的发展,基于非线性模型的黏弹性本构模型蓬勃发展。

1.1 推进剂线黏弹性本构模型

基于金属材料中弹性表征的启发,针对推进剂此种黏弹性力学响应的表征最早衍生出了四种基础的组合方式^[2]:Maxwell 模型、标准线性固体本构模型、Kelvin 模型与 Burgers 本构模型,如图 3 所示。其中,弹性元件的应力响应与应变成正比,黏性元件的应力响应与应变率成正比。

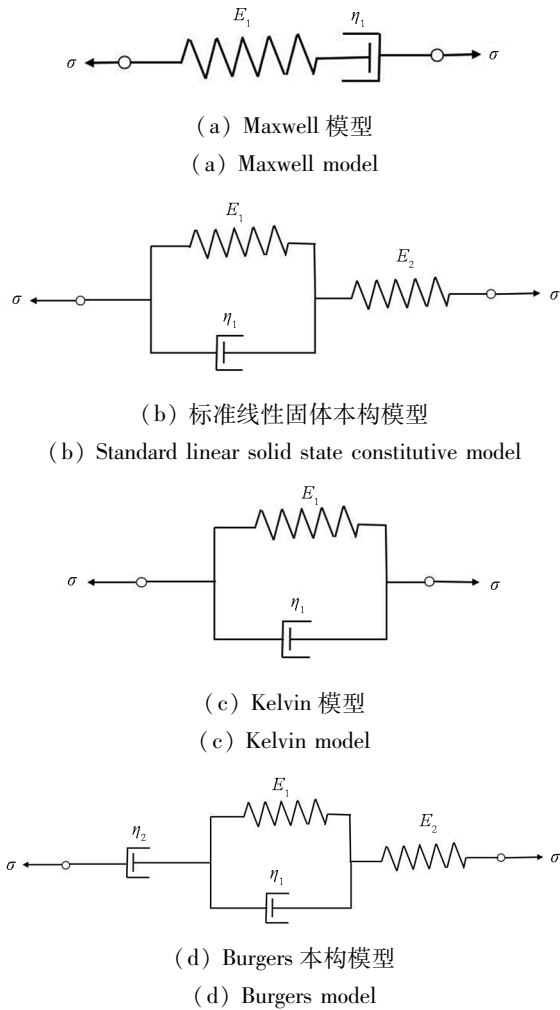


图 3 四种基础的线黏弹性本构模型

Fig. 3 Four basic linear viscoelastic constitutive models

四种模型也各有优缺点,Maxwell 模型与 Kelvin 模型由于形式简单,只能用于应力松弛或蠕变单种工况,而标准线性固体本构模型与 Burgers 本构模型较前两种模型适用性更广,但其所体现出的力学特性却仍不能较完善描述推进剂的非线性力学特性。因此在其基础上发展出了广义 Maxwell 模型,如图 4 所示。

基于广义 Maxwell 模型推进剂的松弛模量可

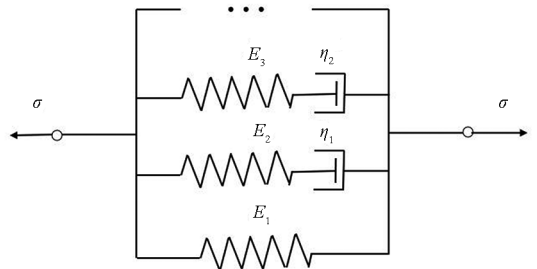


图 4 广义 Maxwell 模型

Fig. 4 Generalized Maxwell model

以表达为 Prony 级数的形式,如式(1)所示。

$$Y(t) = E_0 + \sum_{i=1}^N E_i \epsilon^{-t/\tau_i} \quad (1)$$

式中, Y 为松弛模量, E_0 为推进剂平衡模量, E_i 为每个 Maxwell 模型中的弹性单元的模量, ϵ 为应变, t 为松弛时间, τ_i 为每个 Maxwell 模型中黏性单元的特征时间。

线黏弹性本构模型采用 Boltzmann 叠加原理将推进剂的本构方程写为松弛型或蠕变型本构方程,如式(2)所示。由于高聚物在不同温度下,其松弛模量-时间双对数曲线有较强的相似性,故而将温度表达为时间的函数,建立了时温等效原理,使得本构模型描述黏弹性材料长时力学行为成为可能。

$$\sigma(t) = \epsilon_0 Y(t) + \int_{0^+}^t Y(t - \tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2)$$

式中, σ 为应力, ϵ_0 为松弛应变。

线黏弹性模型的主要参数是 Prony 级数和时温等效方程中的相关参数,其确定方式已有相关标准,其中 Prony 级数拟合算法多采用最小二乘法。工程应用方面,由于线黏弹性模型成熟的拟合方式和流程化的构建步骤,其已广泛应用于商业软件(如 Abaqus 等)中,因此发动机实际工况计算中本构模型多采用线黏弹性模型^[3]。由于线黏弹性本构模型无法适应推进剂在复杂条件下多变的力学性能,大量针对推进剂非线性本构模型的研究涌现出来。

1.2 推进剂非线性黏弹性本构模型

推进剂非线性黏弹性本构模型的构建方法可分为两种,一是通过含迟滞效应的元件进行组合构建本构模型;二是基于热力学通过能量法构建本构模型。但是两种方法并不完全对立,甚至可以说殊途同归。当热力学中内变量的演化形式与黏性单元的力学特性相一致时,两者所建立的本构模型将达到统一,如图 5 所示。于是,研究人员多针对不同外载荷对推进剂的影响,通过以上两种方法建立宏观模型,其大致可分为图 5 所示的六类本构模型。

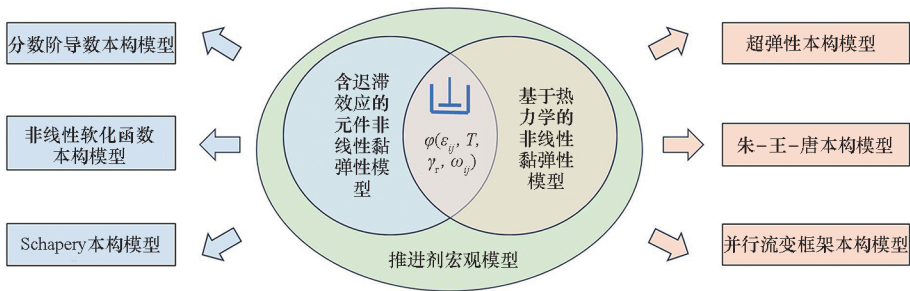


图 5 推进剂宏观模型的类别

Fig. 5 Categories of propellant macro models

1.2.1 分数阶导数本构模型

基于非线性迟滞元件的想法,研究人员通过将 Maxwell 模型中的牛顿黏壶替换为分数阶黏壶,导出了分数阶导数本构方程。20 世纪 30 年代, Gement^[4] 结合当时数学中的分数阶导数模型,建立非线性本构模型,研究黏弹性材料的黏性特征。此种分数阶导数本构模型形式简单,并且可以达到对黏弹性材料非线性力学性能较好描述的效果。在 1967 年, Slonimsky^[5] 通过在 Kelvin Voigt 模型中引入分数阶函数,对聚合物的松弛过程进行了描述。1983 年, Bagley 等^[6] 通过引入微观分子学的相关理论,将分数阶导数模型与分子理论进行对比,发现分子理论的结果与分数阶微积分的本构关系是等价的。这表明黏弹性材料的分数阶微积分模型与分子理论是一致的,得到了 1/2 阶的分数阶微分方程。Shestopal 等^[7] 在对蠕变屈曲的分析中加入了分数阶导数算子,得到了柱形黏弹性材料挠度随时间变化的表达式,并提出了蠕变屈曲的估算公式。Song 等^[8] 在经典的线黏弹性 Jeffreys 模型的基础上,提出了一种改进的 Jeffreys 模型。给出了相应的具有不同阶应力和应变率分数阶导数的五参数方程,并通过与试验数据的对比验证了模型的效果良好。孙海忠等^[9] 使用分数阶 Kelvin 模型同时对高分子材料的存储模量和损耗模量随频率变化的曲线进行了拟合,结果比较精确而且表达式形式简单、统一,在计算过程中需要调整的参数很少。王晴等^[10] 使用两个分数阶软体单元和线性弹簧的组合对岩石的非线性蠕变进行了仿真预示,发现分数阶导数模型可以很好地反映黏弹性材料的蠕变损伤行为特征。Fang 等^[11] 等证明了分数阶导数模型相比于 Prony 级数和 KWW (Kohrausch-Williams-Watts) 函数模型更适用于对推进剂静态和动态模量的预示。分数阶导数模型参数的确定是一个非线性问题,其参数的确定最主要的方式为采用不同类型优化算法^[12-15],主要有贝叶斯算

法^[14]、非线性牛顿迭代算法、粒子种群算法和遗传算法^[16]等。

工程应用方面,分数阶模型由于善于表现推进剂的黏弹特性往往用于蠕变和松弛响应的计算^[17],但是分数阶模型形式不确定,并且模型复杂度较高,未广泛应用于发动机计算中^[18-19]。近年来,分数阶导数模型由于其参数较多,参数物理意义不明确,并且往往还需非线性函数对本构模型进行修正,故而在推进剂方面应用较少。

1.2.2 非线性软化函数本构模型

由于分数阶导数模型对推进剂力学性能表征能力不足,于是,研究人员希望通过在线黏弹性模型基础上添加软化函数实现对其非线性力学方面的描述。1983 年, Swanson 等^[20] 提出在线黏弹性本构模型的基础上添加一个关于应变的软化函数 $g(\boldsymbol{\varepsilon})$,并未对其取值进行广泛讨论而是将其定义为 0~1 之间的一个常数;为了描述不同温度和应变率下推进剂力学性能,根据时温等效原理将时间函数 $\Phi(\tau)$ 引入本构模型中。借助此种思想,部分研究人员^[21-23] 对软化函数 $g(\boldsymbol{\varepsilon})$ 进行分段研究,强洪夫等^[24] 以第二应变张量不变量的变化对应变的软化函数 $g(\boldsymbol{\varepsilon})$ 进行分段,将 Swanson 理论扩展至三维,并且开发了其增量有限元形式。软化函数的变化需根据具体的试验载荷进行确定,例如温度载荷作用下常为对数函数或指数函数^[25],不同拉伸速率载荷下为多项式函数^[26-29]。针对不同形式的软化函数,参数识别的方法也多种多样,2~3 个参数情况下多采用最小二乘法进行参数识别,3 个参数以上多以全局优化算法辅以局部搜索算法获取最佳模型参数。由于软化函数的形式只能分段对推进剂的力学性能进行描述,针对单一工况较为适应,当推进剂在多因素影响条件下会造成软化函数形式复杂的问题。因此,在发动机力学响应计算中,往往在温度载荷分析时采用此种模型。于是,研究人员将推进剂的损伤耦合入应变演化中,以损伤内变量 $C(S)$ 构

建了一种伪应变的方式描述推进剂的非线性力学性能,如图6所示。

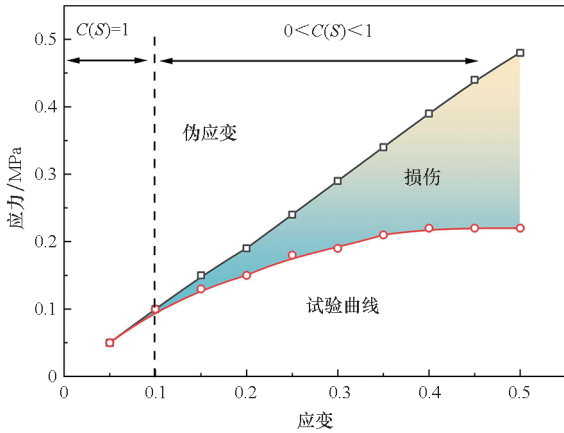


图6 基于伪应变的推进剂力学性能预示

Fig. 6 Illustration of pseudo-strain based prediction of propellant mechanical properties

1.2.3 Schapery 本构模型

虽然软化函数可以较好地表征推进剂在单工况下的力学性能,但是其泛化性能较差。究其原因,软化函数不具备物理意义,只能单纯由优化方法确定。于是,1990至1999年期间 Schapery 等^[30-32]基于不可逆热力学和损伤力学建立了以伪应变描述推进剂损伤的从一维至三维的非线性黏弹性本构模型,通过伪应变和伪应变能密度函数将推进剂内部微裂纹、微孔洞等的产生和发展与材料力学性能损伤进行联系,使得软化函数具有一定的物理意义。在小变形时, Schapery 本构模型退化为线黏弹性本构模型;而随应变的增大,材料出现损伤,伪应变与推进剂强度动力耦合反映推进剂的非线性力学性能。因此, Schapery 模型的一个重要方面就是其伪应变的变化形式即损伤函数的形式。Park 等^[30]、Ha 等^[31]将损伤函数扩展为多项式形式, Wang 等^[33]、许进升^[34]将损伤函数改写为双指数函数形式,孟红磊^[35]在对改性双基推进剂的研究中将损伤函数改写为幂函数形式,尽管双基推进剂与复合固体推进剂组成不同,但是其非线性损伤函数的构造方式为复合固体推进剂损伤函数的建立提供了启示。基于热力学的方法将损伤与应变动力耦合,实现唯象表示推进剂非线性力学性能,此种方法参数物理意义明确,但是其适用范围存在争议^[36], Schapery^[32]认为此种方法无须小变形假设,而 Voyiadjis 等^[37]认为此种推导建立在小变形假设条件下。由于模型的适用范围存在争议,工程实际应用中多在小变形条件下进行分

析,例如发动机长期贮存,固化降温等工况。

1.2.4 超弹性本构模型

由于 Schapery 本构模型使用范围存在疑问,并且推进剂在变形过程中的应变常达到 20% 以上,新型推进剂如硝酸酯增塑聚醚(nitrate ester plasticized polyether, NEPE)型推进剂应变可达 60%,以及推进剂类似填充橡胶的特性,研究人员开始关注超弹性本构模型在推进剂上的运用。

超弹性模型可分为两种:一种是以统计力学为基础的熵弹性模型,其将微观分子链熵构型的改变和分子链网络之间的交联,通过仿射或非仿射变形的方式映射至宏观模型中;另一种是以变形不变量作为中间量,采用应变能密度函数对变形不变量求导来获得应力与应变关系。1940年, Mooney^[38]通过观察简单剪切试验提出了以应变不变量为基础的自由能密度函数。Rivlin^[39]在 Mooney 的基础上得出了 Mooney-Rivlin 本构模型,如式(3)所示,但是其对于大变形情况下材料的预示精度会出现较大的误差。

$$\begin{cases} W_{\text{Rivlin}} = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j + \frac{\kappa}{2} (J - 1)^2 \\ C_{00} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中, W 是应变能密度函数, C_{ij} 是材料参数, I_1 是第一变形不变量, I_2 是第二变形不变量, κ 是体积模量, J 是变形的行列式。

将式(3)展开可以得到不同的本构模型,若只保留第一项,可以得到 Neo-Hookean 模型。若截取两项即 Mooney-Rivlin 模型。Yeoh 模型^[40]舍弃了对应力影响较小的第二应变张量不变量 I_2 。以上本构模型主要是通过应变不变量构建材料的应变能密度函数,但是材料在大变形时,三个主方向上的主伸长比千变万化,仅凭应变不变量不足以描述各种不同工况下的材料性能。Valanis 等^[41]提出应变能密度函数,可以表示为三个主伸长比的函数,即

$$W_{\text{Valanis-Landel}} = \omega(\lambda_1) + \omega(\lambda_2) + \omega(\lambda_3) \quad (4)$$

式中, λ_1 、 λ_2 和 λ_3 为三个主伸长比, ω 是主伸长比的函数。

在此基础上, Ogden^[42]提出了一个只依赖主伸长比 λ 的本构模型,其应变能密度函数如式(5)所示。由于此模型可以体现不同伸长比对推进剂力学性能的影响,故而常常被使用^[43-44]。

$$W_{\text{Ogden}} = \sum_n \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (5)$$

式中, λ_1 、 λ_2 和 λ_3 为三个主伸长比, μ_n 是材料的

剪切模量, α_n 是材料的参数。

在以上基于应变能密度所构建的本构模型上发展而来的变种模型还有很多, 并且广泛应用于推进剂的力学性能预示中。研究人员发现超弹性模型可以很好地反映推进剂在大变形条件下的力学行为, 由于超弹性模型由应变能密度函数推导而来, 并且与变形不变量有关, 可以较好反映单因素多水平条件下推进剂的力学性能。例如胡少青等^[45]使用基于 Yeoh 模型和与率相关的黏弹性模型联立构建的非线性本构模型对 HTPB 推进剂材料单轴拉伸和应力松弛试验进行了预示, 结果表明, 所建本构模型可以很好地反映材料的力学行为, 尤其是对不同速率试验数据预示时体现了模型的优越性。遼哈斗等^[46]采用 Ogden 模型实现了推进剂细观和宏观模型的建立。杨龙等^[27]在对 HTPB 推进剂材料的研究中引入超弹性本构模型, 对不同应变速率下推进剂进行单轴拉伸试验, 而后对其进行参数拟合, 结果显示, 本构模型可以对 30% 应变内、 $1.2 \times 10^{-4} \sim 80 \text{ s}^{-1}$ 应变率内的材料力学响应有较好的结果。Leu 等^[47]将弹性变形与塑性黏性变形分离, 分别使用不同的本构模型, 而后通过变形梯度张量统一, 建立了超弹-黏弹-塑性本构模型, 并且成功将其运用至有限元模型及边界元模型中。Hosseini-Farid 等^[48]通过将超弹性与非线性黏弹性元件并联对牛的脑组织建立了不同速率下的压缩本构模型, 通过本构模型计算结果与试验数据的对比发现, 超-黏弹性模型可以很好地对宽应变率范围内的黏弹性材料力学性能进行预示, 并且在有限元软件中十分易于实现, 为后期的快速预测黏弹性材料力学性能研究提供行之有效的方法。孙政伟等^[49]通过 Rivlin 超弹性本构模型与一个率相关的函数结合, 对 NEPE 推进剂的准静态和冲击载荷下的力学性能进行了预示, 效果较好。张君发^[50]通过超弹性与黏弹性模型相结合的方式对 NEPE 型推进剂在不同应变率和温度条件下的力学性能进行了预示, 令人兴奋的是, 超弹性模型优越的描述能力可以实现推进剂老化与未老化力学性能的描述。Yildirim 等^[51]将 Yeoh 模型运用至固体推进剂的老化变形中, 发现其能较好地体现推进剂的应力软化现象, 从而建立推进剂老化率相关压缩本构模型。

超弹性模型中参数与变形不变量有关, 参数的确定可采用单轴-双轴-多轴的确定方式, 确定参数的方法多采用最小二乘法^[52]。虽然超弹性模型在推进剂非线性力学性能预示中表现出超

出传统模型的潜力, 但是对推进剂此种黏弹性材料而言, 黏性力学性能是表现其速率、温度依赖的重要体现, 而超弹性模型若是不联合黏性模型, 则会导致表达式冗长, 模型的适应性变窄。由于超弹性模型自身难以表征黏弹性力学特征的局限性, 其单独在发动机中的应用也较少, 多配以黏性单元构成并行流变框架模型进行应用^[53]。

1.2.5 朱-王-唐本构模型

为了使宏观力学模型能更好地表征推进剂的黏弹性力学性能, 结合超弹性模型的广义 Maxwell 模型进入大众视野, 而我国对不同拉伸速率下推进剂力学性能预示最成熟的模型是朱-王-唐 (Zhu-Wang-Tang, ZWT) 本构模型。ZWT 本构模型是朱兆祥等^[54]从高分子材料的动态力学行为入手, 基于广义 Maxwell 模型提出的宽泛应变率条件下的非线性黏弹性本构模型, 其由三部分组成, 分别是高应变率网络、非线性网络 and 低应变率网络, 如图 7 所示。ZWT 本构模型因其参数意义明确, 本构模型形式简单, 参数拟合具有特定流程等特点受到复合材料界广泛欢迎, 在混凝土材料^[55-57]、有机玻璃^[58]、聚合物^[59]、火炸药^[60-62]等材料的力学性能描述中应用广泛。孙紫建等^[63]通过在 ZWT 本构模型中加入损伤变量, 描述了聚丙烯尼龙共混高聚物的非线性力学行为, 使得 ZWT 本构模型的使用应变范围增加到 25% 左右。冯震宙等^[64]通过在 LS-DYNA 软件中基于 ZWT 本构模型添加子程序对飞机的风挡材料进行数值计算, 并用于真实风挡的计算, 计算得到的数值结果与试验值比较吻合。Wang 等^[65]基于 ZWT 本构模型, 利用更新的 Kirchhoff 应力张量和应变张量推导了本构模型的增量形式。然后将该模型通过用户子程序在显式动态有限元程序 LS-DYNA 中进行实现, 模拟了有机玻璃 (polymethyl methacrylate, PMMA) 飞机风挡玻璃在高速飞鸟撞击下的动态行为。周风华等^[66]在对有机玻璃的研究中对 ZWT 本构模型加入损伤项, 对高应变率下的有机玻璃非线性力学行为进行了描述。王蓬勃^[67]通过对双基推进剂在准静态下压缩性能的测试, 发现了双基推进剂力学性能的高度相关性, 并根据 ZWT 本构模型对双基推进剂的力学行为进行了描述, 预示结果较线弹性模型有明显的提升, 但是当力学性能到达大应变时预示结果便不能很好地与试验数据拟合。

而 ZWT 本构模型在复合固体推进剂方面的应用则更加的广阔。张亮^[68]对 HTPB 推进剂的围压性能进行了研究, 在 ZWT 本构模型中加入损

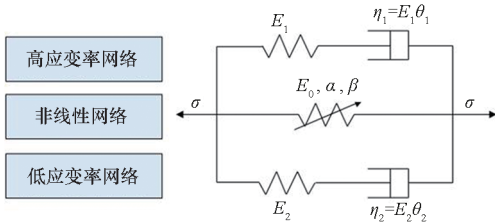


图 7 朱-王-唐本构模型

Fig. 7 Zhu-Wang-Tang constitutive model

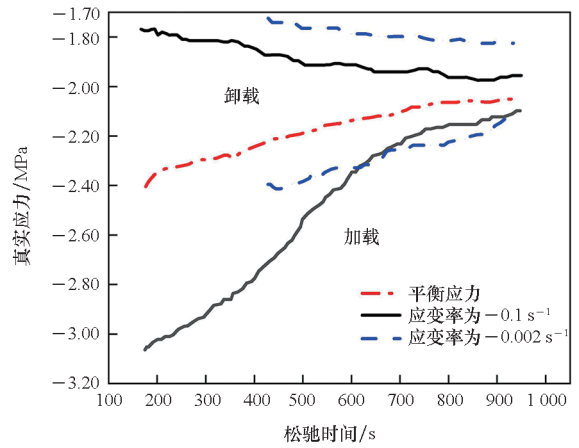
伤函数和围压因子,发现模型可以很好地预示推进剂的“脱湿”现象和围压现象,并且对推进剂曲线的双峰现象进行了解释。但是通过上述研究也发现,带损伤项的 ZWT 本构模型参数太多不便于实际工程使用,因此田博^[69]针对改性双基推进剂将 ZWT 本构模型低应变率模型中的黏性项剔除,只保留一个线弹性项,但是所得结果只能在推进剂 0~2% 应变范围内适用。从上述的研究中可见,ZWT 本构模型在对高聚物的率相关力学行为描述中具有较好的特性,并且在其中加入损伤项有利于对材料的真实力学行为进行描述。但是,单一地添加损伤项既会导致本构模型中参数的增多,也会导致所构建的本构模型只能针对特定的推进剂材料和工况,适用的范围可能较窄。

随着工程实际应用的发展,对复合固体推进剂的伸长率有较高的要求,例如固体火箭在点火加压时推进剂的伸长率可能会达到 20% 左右。综上所述,在小应变的范围即 0~10% 内,ZWT 非线性本构模型和分数阶导数模型可以较好地吻合试验数据,但是当推进剂变形在 10% 应变以上时,ZWT 非线性本构模型存在对推进剂非线性力学行为描述能力偏弱、误差较大的情况,而且本构模型中参数较多。所以开发新的本构模型对推进剂在大应变下力学性能进行预示就显得十分必要。

1.2.6 并行流变框架本构模型

并行流变框架模型借用元件组合法的构架,并将能量法融入其中。该思想最早由 Bergström^[70]提出,其通过压缩应力松弛试验发现,不同应变率下的橡胶材料在加载和卸载后都有着向一种平衡状态靠近的行为,如图 8^[70]所示。

故而将橡胶的这种非线性力学行为表达为平衡状态和黏弹状态应力之和,继而将平衡状态应力表示为基于应变能密度所构建的本构模型应力响应,随应变率变化的黏弹状态应力采用黏性流动模型进行描述。从预示结果来看,此种模型既体现出超弹性模型在大变形条件下的优势,又体

图 8 橡胶材料在不同应变率下的卸载试验^[70]Fig. 8 Unloading test of rubber material at different rates^[70]

现出推进剂依赖外载荷的黏弹性响应。

Wang 等^[28]依据并行流变框架的形式将压缩条件下的 HTPB 型推进剂力学性能分解为 Mooney-Rivlin 模型应力和基于软化函数遗传积分的应力之和,对不同温度和应变率下的 HTPB 型推进剂力学性能进行了预示分析。Yang 等^[71]为了描述不可压缩橡胶在高应变率下的大变形响应,采用并行流变框架构建了一种超-黏弹性本构方程,对比计算结果与试验数据发现该模型能较好地描述不可压缩的黏弹性材料在高应变率下的力学特性。同时还将本构模型用于模拟橡胶垫块受冲击时的三维动力响应,计算结果与试验数据比较情况表明模型的精度较高。赵华等^[72]建立了高分子聚氨酯材料的非线性本构模型,此模型包含两部分,其中黏性部分用 Prony 级数表示的线黏弹性材料模型,弹性部分采用五项 Mooney-Rivlin 应变能函数表示的超弹性模型,并将本构模型运用至压缩变形的数值分析中,结果表明本构模型的描述效果较好。王锐等^[73]利用超弹性模型与黏弹性模型相结合的方式对隔振橡胶的动力学行为进行了预示,其中超弹性本构模型参数主要采用静态实验获取,黏弹性模型参数通过动力学实验获取,预示结果与试验结果拟合度较高。周梦雨等^[74]通过对橡胶材料运用三阶 Ogden 超弹性和幂率硬化流动法则相结合的并行流变框架模型,与传统的显示动力学对比分析了轮胎在滚动过程中的温升变化,结果表明并行流变模型更能体现材料的黏弹性特征响应。Zhang 等^[75]将黏性网络拆分为高速率和低速率两个网络对 NEPE 型推进剂的力学性能进行描述。值得一提的是,并行流变框架模型由于综合了超

弹性和流变学相关模型,其模型参数较多(一般为 5 种参数以上),故而其模型参数确定算法一般需具有较好的全局性^[76]。对于具有特殊试验数据的模型构建,可以采用分步构建的方式。例如对于多步松弛的方式,可以将平衡响应与黏性响应进行分离,用平衡响应拟合超弹性模型参数,黏性响应拟合流变模型参数^[43]。

并行流变框架模型综合了超弹性模型可以准确预示推进剂大变形的优点和黏性流变模型可以准确预示推进剂黏性变形的特点,使其可以对发动机在不同工况下的力学性能有很好的预示能力。但是也要看到,并联的模型越多参数越多,标定过程越烦琐,在软件中二次开发的难度也将增加,故而在工程实际中的应用也不广泛。

1.3 复杂载荷作用下宏观模型的应用

多样的本构模型为推进剂的应用提供了指导,但是各本构模型在不同的应用场景下体现出不同的优缺点。针对推进剂的黏弹性特性,本节总结了率效应、温度效应和围压对本构模型的影响。

率效应对推进剂力学性能的影响主要体现在高速拉伸时推进剂强度、刚度和延性的提升^[77],低速率条件下推进剂韧性的增加^[78]。因此,推进剂高速拉伸时,ZWT 模型和分数阶导数模型通过增加本构模型中的参数,实现常规拉伸速率(0.01 s^{-1})至高拉伸条件(0.48 s^{-1})下推进剂力学性能的预示^[68-69]。当拉伸条件达到大应变时,基于超弹性的本构模型往往可以更精确地描述推进剂的非线性力学性能,例如 Mullins 效应等^[79]。而对于极速($>0.5 \text{ s}^{-1}$)冲击条件下,推进剂的本构模型不仅需要考虑速率对推进剂的影响,还需兼顾冲击导致推进剂生热造成局部升温进而影响推进剂力学性能的现象^[80]。于是,基于热力学模型将内变量的改变与温度和速率进行联系,构建宏观本构模型可以实现两种因素的耦合预示^[80-81]。低速率条件下推进剂基体分子链间的松弛和蠕变往往更加明显,此种流变性能与温度的关系更加密切,在本构模型中体现在基于并行流变框架模型中的流变函数,以应力或应变折减的方式体现推进剂的非线性损伤^[82]。

温度效应对推进剂力学性能的影响主要体现在低温和常温条件下的“双峰”现象^[68,77]以及高温条件下推进剂流动性的增加现象。针对低温条件下推进剂抗拉强度和模量的增大,宏观模型通过添加温度函数^[83]对现有模型进行修正,但是对

于双峰现象的预示仍不到位。常温条件下推进剂的力学性能规律性较强,表现出明显的非线性现象。因此,常温条件下宏观模型通过时温等效条件构建模量主曲线,再将模量的变化表达为 Maxwell 和广义 Maxwell 模型形式,事实证明,此种构建方式具有良好的精度。高温条件下推进剂呈现出更强的流动性,复合固体推进剂的相变温度因组分不同而不尽相同,故而高温条件下建立本构模型也具有较大的困难。现阶段宏观模型中主要将温度与固化度进行联系^[84],进而将剪切模量和体积模量表示为固化度的函数,将温度的影响引入热力学模型和广义 Maxwell 模型中。在热力学模型中可以通过超弹性模型实现大变形条件下推进剂力学性能的仿真,广义 Maxwell 模型通过流变相将塑性应变与弹性应变分离,以此达到预示效果。

围压是推进剂工作中常见的状态,此种条件会使推进剂的线性段增加,并且强度得到较大的提升。因此,宏观模型往往在现有模型的基础上添加一项围压应力^[68]。但是直接添加围压项并不能体现围压对损伤的抑制作用,于是围压项多与损伤函数联立使用,以此达到对推进剂力学性能的精确描述^[77]。

1.4 现阶段宏观模型存在的问题

综上所述,宏观模型从线黏弹性到非线性黏弹性,在力学性能预示方面已经有了长足的进步,各种模型层出不穷,各种模型使用的对象工况也不尽相同,以上的宏观模型特点总结见表 1。

针对复合固体推进剂此种黏弹性非线性力学性能材料,宏观模型主要以试件级试样为切入点,通过拉伸、松弛或蠕变等力学性能图像唯象地表征推进剂的力学性能。但是存在本构模型精度与参数个数冲突的问题,复杂载荷条件下由于宏观模型唯象的特点需要增加本构模型中参数的个数以达到所期望的精度。由此,会带来参数辨识过程中算法要求高、寻优策略复杂的问题。并且宏观模型唯象的特点会导致推进剂本构模型参数往往不具备物理意义,于是就会使得模型的泛化性能较差,不能适应各种复杂工况。

针对提高模型的泛化性能的问题,大量研究人员期望通过建立推进剂细观模型,明晰推进剂的损伤演化规律,而后结合宏观模型形式简单易于数值计算的特点,赋予宏观模型参数物理意义,明确参数的变化规律。

表 1 复合固体推进剂各种宏观本构模型特点

Tab.1 Characteristics of various macroscopic constitutive models for composite solid propellants

本构模型	主要思路	特点优势	存在问题
Maxwell 模型	元件组合	可体现推进剂的应力松弛现象	无法描述推进剂的蠕变现象和随工况变化情况
Kelvin 模型	元件组合	可体现推进剂的蠕变现象	无法描述推进剂的应力松弛现象和随工况变化情况
标准线性固体模型	元件组合	改善了 Kelvin 模型无法对应力松弛情况的描述	无法很好地描述推进剂力学性能随工况变化情况
Burgers 模型	元件组合	与标准线性固体模型结合可以更好地描述推进剂的迟滞效应	无法很好地描述推进剂力学性能随工况变化情况
Prony 级数线黏弹性模型	广义 Maxwell 模型	可以较好地描述推进剂的非线性力学性能,已有成熟的行业构建规范	短时冲击下会出现预示应力偏高,对于推进剂的率效应预示不明显
分数阶导数模型	广义元件组合	能较好预示推进剂的非线性力学性能	参数较多,参数物理意义不明确
Swanson 模型	软化函数	能较好预示推进剂的非线性力学性能	需要依据先验经验确定软化函数的分段点,对推进剂力学性能随工况变化情况无法做到有效描述
Schapery 模型	基于内变量	参数具有明确的物理意义,并且将偏量与体量变化分离有助于围压工况的分析,其增量形式有利于有限元求解	对推进剂力学性能随工况变化情况无法做到有效描述
朱-王-唐模型	非线性平衡响应与 Maxwell 模型并联	可以很好地体现出推进剂的率效应	本构模型中参数较多,对长时的推进剂力学性能预示不准确
基于应变能密度函数模型	以变形不变量为基础	可以很好地体现出推进剂的非线性力学性能	对于推进剂不同工况和迟滞效应预示不准确
并行流变框架模型	广义 Maxwell 模型	形式多样,能很好地体现出推进剂的非线性力学性能与率效应	需要较长的本构模型参数辨识时间

2 细观本构模型研究进展

复合固体推进剂为非均质材料,其内部存在多种相,可分为基体相、金属颗粒增强相与两者之间的界面相以及初始和损伤所导致的孔洞,如图 9 所示。

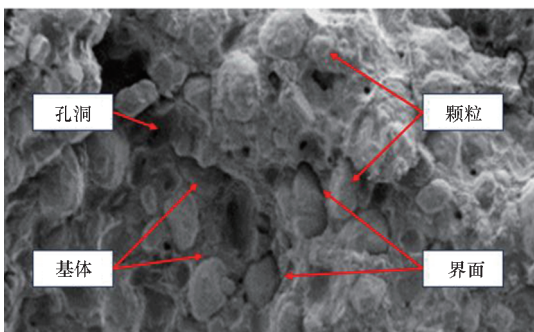


图 9 复合固体推进剂细观结构示意图

Fig.9 Microstructure schematic of composite solid propellant

推进剂结构的多样性导致推进剂在复杂载荷条件下的损伤形式也存在多种形式,如图 10 所示。例如高温下推进剂界面之间往往出现脱湿损伤,低温高围压加载条件下颗粒会先于基体和界面出现损伤。由于宏观力学性能测试方法无法观测到推进剂具体的损伤形式,模型无法体现出推进剂不同损伤变化所导致的力学性能变化。于是借助细观观测手段与建立细观模型分析推进剂损伤演化过程成为现阶段一种重要的研究方法。在研究的过程中,如何建立能准确表征推进剂细观结构的模型,如何通过细观模型表征推进剂的力学性能,如何通过细观模型反映损伤是细观模型研究中重点关注的三个方面。

2.1 细观模型建立

在进行推进剂细观损伤分析时,重要的一步是建立细观代表体积单元(representative volume

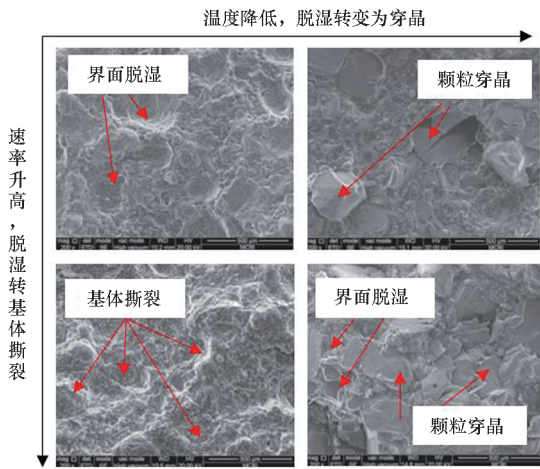


图 10 推进剂损伤演化示意图

Fig. 10 Schematic of propellant damage evolution

element, RVE), 代表性元件体积是指受试样品含有足够不均匀性的最小元件体积, 可在重复试验中统计代表材料^[85-87]。Bostanabad 等^[88]对材料细观结构重建和其力学性能表征方法进行了详细的综述, 并且认为材料的细观模型研究对其宏观力学性能表征具有很大的影响。现阶段如何确定一个合理并且准确的 RVE 模型是亟待解决的问题, 其中涉及的具体问题有 RVE 模型的大小、增强相的分布以及增强相的形态等。

代表体积单元的大小往往与研究对象的组成有关, 其最终目的是进行均匀化, 通过细观模型的计算反映材料的宏观力学性能。故而要求代表体积单元所包含的组分要能体现出推进剂的细观组成, 并且还要体现出推进剂宏观力学效应中的局部效应^[89-90]。于是研究人员从力学性能等效入手, 发现材料的力学性能随 RVE 尺寸增大而逐渐收敛^[91], 如图 11^[91]所示。

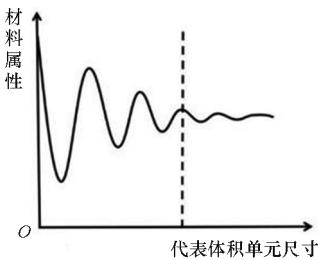


图 11 RVE 尺寸与力学性能之间的关系^[91]

Fig. 11 Relationship between RVE dimensions and mechanical properties^[91]

研究者从不同材料的不同力学性能入手, 得到了多种 RVE 尺寸的结论。例如: Krajcinovic 等^[92]建议, RVE 的三维尺寸对于金属材料应大致为 0.1 mm^3 , 对于聚合物应大致为 1 mm^3 , 对于

木材应大致为 10 mm^3 , 对于混凝土应大致为 100 mm^3 。而对推进剂此种颗粒增强复合材料而言, Van Vliet^[93]提出 RVE 的尺寸约等于最大夹杂物颗粒尺寸的 3~5 倍或 7~8 倍。Evesque 等^[94]在研究粒状材料时提出最小 RVE 一般包含 10 个颗粒。Bažant 等^[95]建议取代表体积的大小 $V = l^d$, 其中: n_d 是结构缩放的空间维度的数量 ($n_d = 1, 2, 3$); l 是材料的特征长度, 其为最大夹杂物尺寸的 2.7~3.0 倍。

仅从颗粒的尺寸出发, 往往不能全面体现材料的力学性能。因为不同材料的基体与增强相之间模量的差异会导致界面的力学性能在复杂载荷条件下千差万别。于是, Ostoja-Starzewski^[96]指出当颗粒和基体模量相差 10^2 和 10^4 时, 最小 RVE 尺寸约为单个颗粒的 10 倍和 50 倍, 以此建立的模型力学性能相对误差在 5% 以内。Gitman 等^[97]通过直击 (direct hit, DH) 稳定性的概念指出, 针对模量相差较大的 RVE, 最小晶胞的选择取决于 RVE 至少应为最大夹杂物尺寸的 2 倍。Drugan 等^[98]使用弹性复合材料得出了最小 RVE 尺寸的定量估计值, 表明最小 RVE 尺寸是增强材料直径的 2 倍。Wiącek 等^[99]对材料中的孔隙率进行研究, 指出含孔隙材料最小 REV 尺寸对应于颗粒平均直径的 15 倍。

同时, 采用一些新型的技术手段也成为研究 RVE 尺寸的一种重要方法, 如 Schwarze 等^[100]采用了一种动边界的智能采样方法, 分析了不同尺寸下材料的特性, 指出可以利用“点-面”式动态增长的方式用小 RVE 连接为参考尺寸的 RVE, 此方法可以大大节约时间成本。Amirmaleki 等^[101]建立不同尺寸的 RVE 模型评估材料的流体力学性能, 通过对计算结果精度和计算效果的双重评估得到了最优的 RVE 模型尺寸。

在评价 RVE 模型优劣方面的一个重要指标是所建立的 RVE 模型首先要保持几何和缺陷上与全尺寸材料具有等量的“信息”, 其次还要能反映全尺寸模型的力学性能。于是, Esmaili 等^[85]根据材料的单轴抗压强度和弹性模量估算了力学 REV 的大小。Miao 等^[102]通过两点相关函数结合位移边界条件和力边界条件下有限元计算的 RVE 模量, 得到了最优尺寸的 RVE 模型。Koohbor 等^[103]通过在选择的区域上对局部应变进行平均并与全局应变进行比较来确定所研究复合材料中的 RVE 尺寸。Ranganathan 等^[104]通过研究发现 RVE 尺度取决于观察窗口的尺度和 Zener 各向异性。Zener 各向异性越大, 需要更多

的晶粒才能达到 RVE。

RVE 单元中增强相形态各异,不规则的表面使得 RVE 所表现出的力学性能也多种多样,如何确定 RVE 模型中的颗粒形态也是推进剂微观研究中的一个重要方面。Argamosa 等^[105]综述了颗粒的表示方法,其中圆度是一个重要的

指标,并且指出了表征颗粒形态的常用方法。Pérez 等^[106]对球形、不同长细比的椭球、正方体和长方体增强相颗粒的脱湿强度进行了分析,如图 12^[106]所示,研究结果指出扁椭球体和立方体颗粒可以简化为球形填料,其强度不会出现较大变化。

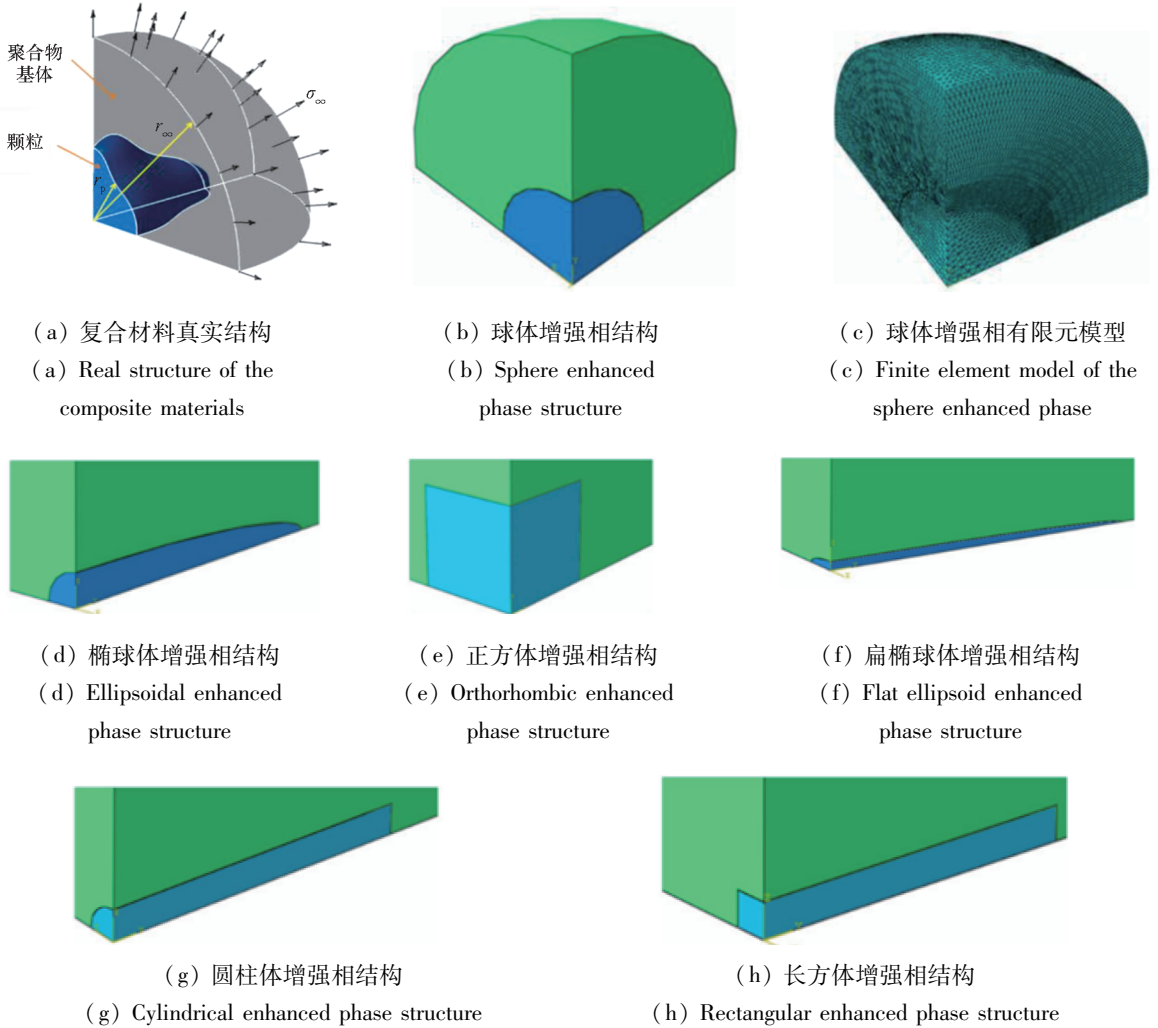


图 12 RVE 中增强相的简化模型^[106]

Fig. 12 Simplified model of the enhanced phase in the RVE^[106]

El Moumen 等^[107]研究了球形、椭球型和长条形三种颗粒形状对两相复合材料有效弹性性能和代表性体积元的影响,指出颗粒的形态与 RVE 单元的大小对材料的力学性能有耦合影响。Monetto 等^[108]在两点统计描述的基础上对微结构中的夹杂形态进行了研究,结果表明,与包含随机取向的球体或球形颗粒的复合材料相比,包含定向刚性球体的复合材料的最小体积单元尺寸必须大得多,并且 RVE 的尺寸至少为颗粒直径的 10 倍。

2.2 微观模型均匀化

RVE 模型的均匀化是连接推进剂微观和宏

观的一个重要桥梁方式,其概念如图 13^[88]所示,主要思想是将非均质材料在周期性边界条件作用下的力学性能“等效”为均质材料的力学性能。现阶段均匀化方法主要有两类,分别为解析法以及基于数值模拟的降阶分析法^[109]。

解析法最初起源于 1957 年 Eshelby 对椭球单夹杂嵌入无限大基体问题的研究,其通过假设将非均质夹杂所引起的扰动考虑为均质材料中的本征应变形式,成功实现了非均质材料的均匀化^[110]。但是 Eshelby 模型只考虑了单夹杂在无限大基体中的均匀化,即夹杂体积分数较低的情况,并且夹杂之间的相互影响也未考虑。1963

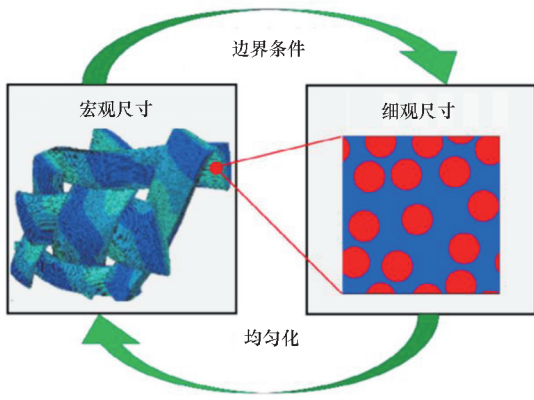


图 13 材料均匀化示意图^[88]

Fig. 13 Schematic diagram of material homogenisation^[88]

年, Hill^[111]指出 RVE 模型必须满足三个条件,称之为 Hill 均匀化条件或 Hill-Mandel 条件:①RVE 的尺寸必须足够大,以在精细尺度上包含足够数量的非均匀体,从而反映材料的总体模量和变形;②材料的宏观弹性参数与加载方法无关;③材料宏观应变能密度与 RVE 模型细观应变能密度的体积平均相等。1973 年,基于 Eshelby 模型, Mori 等提出将夹杂之间的相互影响考虑为基体对单夹杂的影响,建立了 Mori-Tanaka 模型。Mori-Tanaka 方法^[112]的运用中,将推进剂不同组分之间通过应变集中张量和 Eshelby 张量进行联系,其优点是简单易行,缺点是考虑基体和颗粒之间是“完美”界面,损伤只能通过宏观量(如模量)进行反映。Raju 等^[113]基于微观力学模型给出了 RVE 模型均匀化后力学性能的界限,在此基础上, Hashin 等^[114]基于变分原理对复合材料的弹性模量制定了更严格的界限。

虽然解析法可以快速通过 RVE 获得推进剂宏观的力学性能,但是存在精度较低、模型参数较多、复杂载荷条件下求解全场解困难的问题,于是基于仿真的数值计算模型开始逐渐进入研究人员视野。数值模型将 RVE 划分不同的单元或像素点,而后赋予不同区域各自的本构模型,通过位移连续和边界条件求解 RVE 的力学响应。其中最具代表性的方法是有限元法^[115-118](finite element method, FEM)和快速傅里叶变换(fast fourier transform, FFT)法^[119-121]。黄拳章等^[122]使用边界元法推导了推进剂材料的响应解,为研究基体与颗粒间的相互作用提供了一种数值计算方法。Vondřejc 等^[123]基于 FFT 的 Galerkin 方法,发展了一种周期性介质的均匀化方法。尽管数值方法可以取得较好的力学性能预示结果,但是模型大量的自由度导致计算的成本高昂,不能服

务于实际的工程应用中,于是采用降阶的数值模型,既保证模型计算的精度又节约模型的计算成本。其基本思想是引入数据科学中的算法,根据 RVE 区域中的数据,进行聚类分析,首先对单胞区域进行高精度的网格划分,然后计算每个网格的应变集中系数或者应力集中系数,并将应变或者应力集中系数作为聚类依据,最后选取聚类算法和聚类数量,对这些单元进行聚类^[124]。Bhattacharjee 等^[125]利用全局几何框架进行非线性降维,并通过神经网络将宏观加载参数与降维空间相联系,建立了一种降维的均质化模型,提供了一种多尺度计算的手段。Wulfinghoff 等^[126]基于 Hashin-Shtrikman 方法将非线性均质化问题转化为一个等效的线性问题,而后通过有限元方法对其进行了分析,得到了非线性问题的近似解,降低了计算复杂度。Fedotov^[127]使用总应变的局部化系数代替平均应变的局部化张量开发了一种混合模型,采用小范围的试验数据即可以对椭圆夹杂的非均质材料进行均匀化处理。

2.3 细观模型损伤

建立 RVE 模型的最终目的是对推进剂在加载过程中的力学性能进行准确的预示,基于上述建模方法和均匀化方法的研究,许多专家学者开展了推进剂在复杂载荷条件下的损伤萌发、裂纹演化以及最后的断裂研究。推进剂的损伤一般可以分为基体的撕裂、颗粒穿晶和界面的脱湿,其中脱湿一般被认为是推进剂非线性力学性能中最常见的损伤模式,如图 14 所示。Zhang 等^[128]对金属颗粒复合材料的研究中详细分析了界面脱湿对材料模量的影响,认为基体、颗粒的强度以及脱湿颗粒的数量会耦合影响材料的模量,而且必须考虑温度对界面脱湿的影响。Marfia 等^[129]将颗粒与基体的界面划分为子界面,每个子界面上的非弹性相对位移被近似为空间坐标的标量函数的线性组合,以线性组合的系数为内变量为媒介对界面的损伤进行分析,建立黏弹塑性本构模型。Meng 等^[130]通过 RVE 模型研究了颗粒脱湿对材料力学性能影响,所建模型不仅可以识别材料的界面强度,还可以根据界面的强度判别材料的失效发生时机。

现阶段在推进剂此种颗粒复合材料界面预示模型中使用最广泛的是内聚力模型。内聚力模型最早由 Barenblatt^[131-132]提出,用来解决界面的非线性断裂问题。推进剂界面在受载时,其位移-牵

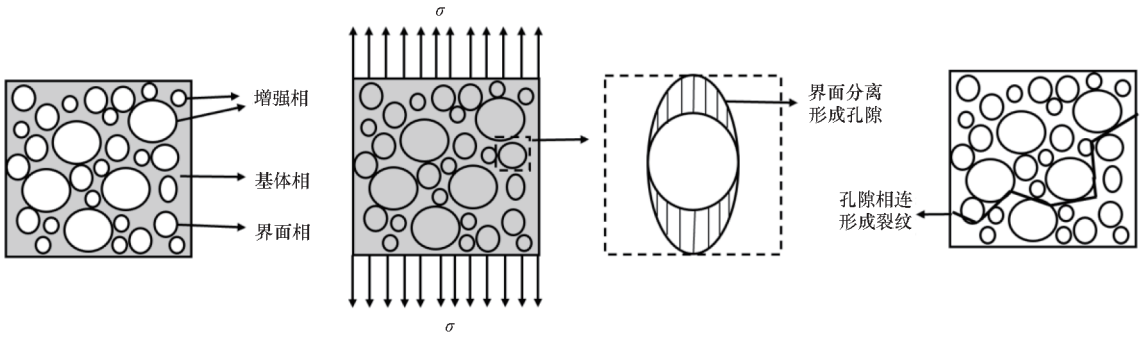


图 14 推进剂界面脱湿示意图

Fig. 14 Schematic diagram of de-wetting of the propellant interface

引力曲线呈现如图 15 所示趋势。因此,Geubelle 等^[133]在 1998 年建立了双线性内聚力模型。针对双线性本构模型与界面实际力学性能相差较大的现象,Alfano^[134]研究了双线性、线性抛物型、指数型和梯形四种不同的牵引-分离法则,在对以上四种模型分析后,得出梯形模型在计算中的精度较差,而指数型模型在数值逼近方面表现得最

优,综合计算代价与逼近精度,双线性模型是现阶段数值计算最优选择。但是双线性模型只能描述一维状态下推进剂的界面特性,而推进剂在承受法向载荷时也承受着切向的载荷,故而 Park 等^[135]在 2009 年提出了一种势函数的内聚力模型,通过对法向与切向引入不同的软化函数实现不同响应的同时更为精确的表征,模型如式(6)所示。

$$\begin{cases} T_n(\Delta_n, \Delta_t) = \frac{\Gamma_n}{\delta_{nf}} \left[m \left(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_{nf}} \right)^\alpha \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\Delta_n}{\delta_{nf}} \right)^{m-1} - \alpha \left(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_{nf}} \right)^{\alpha-1} \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\Delta_n}{\delta_{nf}} \right)^m \right] \\ \quad \left[\Gamma_t \left(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_{tf}} \right)^\beta \left(\frac{n}{\beta} + \frac{|\Delta_t|}{\delta_{tf}} \right)^n + \langle \phi_t - \phi_n \rangle \right] \\ T_t(\Delta_n, \Delta_t) = \frac{\Gamma_t}{\delta_{tf}} \left[n \left(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_{tf}} \right)^\beta \left(\frac{n}{\beta} + \frac{|\Delta_t|}{\delta_{tf}} \right)^{n-1} - \beta \left(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_{tf}} \right)^{\beta-1} \left(\frac{n}{\beta} + \frac{|\Delta_t|}{\delta_{tf}} \right)^n \right] \\ \quad \left[\Gamma_n \left(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_{nf}} \right)^\alpha \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\Delta_n}{\delta_{nf}} \right)^m + \langle \phi_n - \phi_t \rangle \right] \frac{\Delta_t}{|\Delta_t|} \end{cases} \quad (6)$$

其中 Γ_n, Γ_t 为能量常数,是关于界面法向与切向的界面能的函数; m, n 是内聚力模型的初始斜率; δ_{nf} 与 δ_{tf} 是法向和切向的临界位移; α, β 是两个无量纲参数。马晓琳^[136]设计了适用于推进剂的 PPR (Park-Paulino-Roesler) 模型试验,并成功开发了二维 PPR 模型。将 PPR 模型运用至推进剂的

界面脱湿计算中。Cui 等^[137-138]对 PPR 模型进行了大量的研究,重点关注推进剂中的裂纹扩展模拟,对不同宽纵比和不同拉伸比下的推进剂都有很好的预示能力。双线性内聚力模型与 PPR 内聚力模型对比如图 16 所示。

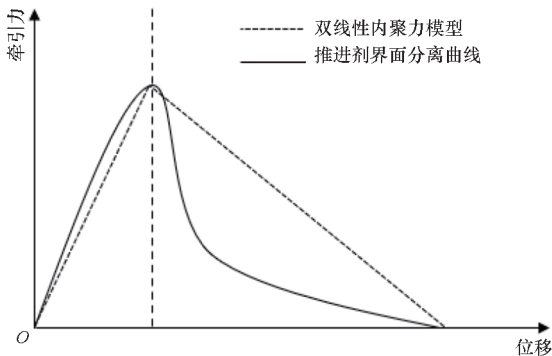


图 15 推进剂界面分离曲线与双线性内聚力模型
Fig. 15 Interfacial separation curve of propellants and bilinear cohesion model

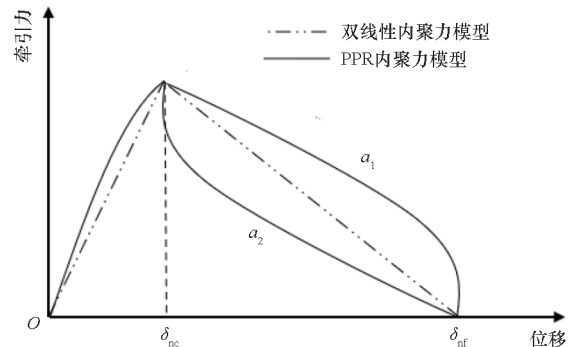


图 16 双线性内聚力模型与 PPR 内聚力模型对比
Fig. 16 Comparison between bilinear cohesion model and PPR cohesion model

在界面损伤力学性能的研究中,现阶段内聚

力模型是最能描述复合固体推进剂力学性能的本构模型,其优势在于模型简单,“0”厚度的特性能较好地模拟不同相之间界面分离的力学特性,易用于有限元计算分析。但现多数有限元分析采用二维内聚力单元或内聚力接触,较少采用三维有限元内聚力模型,这导致有限元分析多使用在规则试样的断裂分析或二维细观模型中,在实际的三维结构级有限元模型中应用较少。

由于推进剂在制造过程中存在初始缺陷所造成的孔洞,其会随着推进剂的不断承载而逐渐生长、连接,进而引发宏观裂纹。于是, Li 等^[139]对 RVE 模型中的孔洞形状和尺寸进行了研究,发现孔洞形状和尺寸与材料的屈服应力是一种相互作用的关系,并且球形孔洞在加载过程中很容易发展为椭球形孔洞。Wang 等^[140]通过随机连续算法建立了圆形和多边形颗粒充填 RVE 模型,通过数值计算发现孔隙率和界面缺陷率对复合固体推进剂的弹性模量和抗拉强度的影响均呈线性降低且在相同初始缺陷条件下,多边形颗粒充填模型的初始损伤值大于圆形充填颗粒模型。Canga 等^[141]将推进的响应分为弹性与黏弹性,并将空洞生长作为损伤演化的重要参量。麦提图尔荪等^[142]通过在熵弹性本构模型的基础上添加损伤函数,构建了以微空洞为变量的损伤函数,实现了对不同应变率、温度和围压条件下推进剂力学性能的预示。

推进剂中的各种损伤随着加载条件而变化,而推进剂的非线性力学性能变化形式主要受裂纹演化规律的影响。于是, Wang 等^[143]通过跟踪不同拉伸速率下的推进剂裂纹尖端扩展形态,发现裂纹尖端基本遵循“钝化-扩展-钝化”的规律,并且裂纹应力强度因子随拉伸速率增加而逐渐收敛。Lu 等^[144]通过对不同倾角的预制裂纹进行分析后得出,裂纹韧性与裂纹初始倾角无明显相关性,而与裂纹的演化路径相关。李强强等^[145]发现颗粒的添加会使基体分子链在颗粒上聚集,形成物理交联键,进一步约束分子链的变形和运动。同时,由于颗粒的聚集效应,颗粒会形成颗粒网络结构对基体产生包裹作用,约束该部分材料的变形。顾志旭等^[146-147]在 Abdel-Tawab 本构模型的基础上将推进剂内部损伤简化为微裂纹的启裂与扩展,建立了均匀化的等效模型,并且提出了有效应力的概念,将不等轴加载映射至等轴加载空间。

细观模型重点关注复杂载荷对推进剂损伤的影响,推进剂的损伤分为基体撕裂、颗粒穿晶以及界面脱湿三种主要类型。不同的载荷形式对不同

的损伤类型有着不同影响,进而影响着细观模型的建立方式。基体撕裂主要以 J 积分为判据的韧性断裂模型为主,将 J 积分表示为温度、速率和围压的函数,进而表示损伤在基体中扩展的现象^[148]。而对于颗粒由于初始缺陷所导致的裂纹演化主要以脆性断裂模型中应力强度因子为准,其中应力强度因子可以表示为外载荷的函数^[140,149]。界面损伤现阶段发展较为完善的是内聚力模型,其形式多样,参数物理意义较为明确,将其参数与载荷条件相联系可以较准确地预示复合固体推进剂的界面力学性能^[118,134,137-138]。

细观模型中参数较多,尤其是复杂载荷条件下的函数参数过多。一般拟合中多以复合固体推进剂基体和界面力学性能为主,基体常以超弹性模型为主,故而多采用全局优化算法(粒子群、遗传算法等)进行参数确定;界面常以内聚力模型为主,其参数的确定主要以推进剂粘接界面 I/II/III 型试验数据为基础,辅以最小二乘算法确定模型参数;颗粒一般认为其为弹性材料,具有脆断特性,初始缺陷的扩展一般根据断裂力学中的应力强度因子进行分析。

2.4 现阶段细观模型存在的问题

细观模型作为推进剂损伤机理分析的手段和方法,为宏观模型参数提供了合理物理解释,其在工程中多辅助宏观模型进行发动机力学响应的分析。细观模型直接作为本构模型应用于工程实际中时存在模型参数多、计算量大的问题,但是现阶段多尺度方法的发展使得细观模型与宏观模型结合得愈加紧密,也能更细致、更深入地表现发动机在复杂载荷条件下的力学响应。有关多尺度的论述在下一节展望的第 2、第 3 点有更深入的探讨。

综上所述,随着观测手段的不断进步,对推进剂的研究也逐渐由宏观走向细观,细观模型凭借其精细化的表征能力使得模型对材料的预示能力也有较大的跃升。但是现阶段细观模型也存在三个主要问题:一是模型精细度和力学性能预示能力之间的矛盾。虽然降阶法的运用可以减缓一些对算力的需求,但是面对复杂工况之间的耦合作用时,仍然会出现计算时间较长,以及材料在变形过程中因网格不匹配而导致的收敛性问题,大大耗费人力和时间成本。二是边界条件的施加方式需要更进一步的研究,现阶段多将细观模型的边界条件简单设置为 Dirichlet 或 Neumann 边界条件,但是不同的边界条件会导致细观模型预示的力学性能存在较大的差异,如何确定适合工况的周期性边界条件也是细观模型发展的一个重要的

方面。三是推进剂损伤演化的规律研究还有待深入。推进剂在不同工况作用下,其损伤形式多种多样,并且损伤演化的规律也不尽相同。例如,温度对推进剂损伤的影响,不能笼统地将其统一为脆性扩展或韧性扩展,如何清晰描述推进剂脆韧转化的过程,明晰推进剂的损伤演化机理是下一步研究的一个重要方面。

3 展望

本文通过对复合固体推进剂本构模型宏观、细观的综述,讨论了各种尺度下本构模型的特点和不足。宏观模型新阶段研究已较为完善,其理论框架已较为成熟,但存在多工况条件下力学性能表征模型复杂的问题。细观模型方面虽然已具备研究的基础,但是精细化建模以及损伤表征方面仍面临困境。基于现阶段存在的问题,对复合固体推进剂本构模型的发展趋势提出以下几点展望:

1) 复杂载荷条件下推进剂力学性能试验研究是本构模型表征的基础。现阶段往往采用单因素载荷试验数据构建本构模型,但是复杂载荷的耦合作用往往会使推进剂力学性能发生较大的变化,导致所构建的本构模型的泛化性能较差。例如推进剂宏观试验中多关注温度、速率及围压单独影响,但是研究明确指出高温蠕变和常温蠕变无论是破坏方式还是力学响应都有明显差异。又如高围压高拉伸速率与常压高速率拉伸力学响应不仅强度有较大变化,两者之间的刚度也相差较大。细观试验受制于硬件,往往无法实现复杂载荷耦合加载,例如扫描电镜(scanning electron microscope, SEM)观测所要求的真空环境导致温度和围压载荷施加困难,微米计算机断层扫描(computed tomography, CT)由于设备行程和样品较小(1 mm 圆柱),无法实现高速拉伸。细观试验中难以施加复杂载荷对明晰推进剂损伤萌发和演化机理提出了挑战。面对复杂载荷条件下的试验可从以下方面进行突破:一是采用统计学中的正交试验的方式,合理设置复杂载荷条件下的试验方案,分析多因素的耦合效应,明晰各种因素对推进剂力学性能的影响;二是将数值仿真与细观试验现象结合,利用试验现象定性分析机理,运用数值仿真定量明晰演化规律,虚实结合突破难点。

2) 微-细-宏观多尺度本构模型是未来本构模型发展的热点。本构模型力学性能精细化表征能力不足的问题,根本上是对推进剂力学性能变化机理的不清晰造成的。多数模型只能对特定载荷下的推进剂力学性能有较好的预示,而泛化

能力较差。后续研究中,首先可将推进剂微观模型引入细-宏观模型中,通过微观模型将分子的热运动、分子链的松弛与拉伸做一定的假设,构建推进剂组分的力学模型,再通过组分模型进行RVE模型分析,最后扩展至宏观试件级和结构级模型,力求更加真实反映推进剂不同载荷下的变化趋势。此种方法现已运用至纤维增强复合材料线性段力学性能预示、金属材料在复杂载荷条件下的塑性性能预示等,例如Daggumati等^[150]和Römelt等^[151]将多尺度方法运用于复合材料的损伤预测中,Espadas-Escalante等^[152]提出了多尺度模型在解决非线性问题方面的优势,但是在推进剂力学性能分析方面多尺度建模研究较少,是未来的发展方向。

3) 为了破解多尺度数值计算中算力不足的问题,以人工智能技术为代表的代理模型将成为推进剂本构模型构建中强有力的新范式。随着人工智能技术的快速发展,其所展现的强大数据整合分类能力和无须显示程序即可对特定目标进行学习的能力,致使越来越多的行业范式被创新出来。近年来,通过机器学习的方式,将海量的数据输入人工神经网络中,神经网络通过前馈和向后传播两种方式不断迭代各神经元的逻辑函数和连接各神经元的权重系数,最终得到满足要求的输出。推进剂成分、载荷、状态等量可以组成输入端,通过各种试验数据对神经网络的训练可以实现应力应变的输出,即本构模型的构建。此方法已在岩土、复合材料以及合金材料方面有了应用,并且以其高精度的输出备受青睐。故而在推进剂本构模型研究方面,可将各尺度的试验综合起来,以计算机科学中成熟的数据驱动技术构建多尺度本构模型^[153-155],提高计算精度的同时提升计算效率。

4) 模型泛化性能是表征复杂工况下推进剂力学性能的不懈追求,而元模型技术将会成为构建高效本构模型的新构架。元模型被称为“模型的模型”,其目标是跳出具体的模型形式构建一个统一的模型范式。现阶段,单一的本构模型往往真能针对特定的推进剂类型,面对多种类型推进剂力学性能预示,学界希望可以找到一种自适应建立本构模型的方法。元学习中如模型无关元学习(model-agnostic meta-learning, MAML)等算法针对少样本甚至零样本不仅可以实现模型参数的辨识,还可以实现对建模方法的学习,以少样本点的迭代即可以获得对推进剂力学性能有较好预示效果的本构模型参数。

参考文献 (References)

- [1] 李永强, 李高春, 林明亮. 基于原位拉伸的 HTPB 推进剂多尺度损伤演化分析[J]. 含能材料, 2024, 32(2): 124-132.
LI Y Q, LI G C, LIN M L. Multi-scale damage evolution analysis of HTPB propellant based on in situ stretching[J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2024, 32(2): 124-132. (in Chinese)
- [2] 李海阳, 申志彬. 固体力学原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016.
LI H Y, SHEN Z B. Principles of solid mechanics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016. (in Chinese)
- [3] 航空航天工业部四院四十六所. 复合固体推进剂单向拉伸应力松弛模量及主曲线测定方法: QJ 2487-93[S]. 北京: 中华人民共和国航天工业部, 1993.
Academy of Aerospace Solid Propulsion Technology. Method for determination of uniaxial tensile stress relaxation modulus and principal curve of composite solid propellant: QJ 2487-1993[S]. Beijing: Ministry of Aeronautics and Astronautics of the People's Republic of China, 1993. (in Chinese)
- [4] GEMANT A. A method of analyzing experimental results obtained from elasto-viscous bodies[J]. Physics, 1936, 7(8): 311-317.
- [5] SLONIMSKY G L. Laws of mechanical relaxation processes in polymers[J]. Journal of Polymer Science Part C: Polymer Symposia, 1967, 16(3): 1667-1672.
- [6] BAGLEY R L, TORVIK P J. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity[J]. Journal of Rheology, 1983, 27(3): 201-210.
- [7] SHESTOPAL V O, GOSS P C. The estimation of column creep buckling durability from the initial stages of creep[J]. Acta Mechanica, 1984, 52: 269-275.
- [8] SONG D Y, JIANG T Q. Study on the constitutive equation with fractional derivative for the viscoelastic fluids-modified Jeffreys model and its application[J]. Rheologica Acta, 1998, 37: 512-517.
- [9] 孙海忠, 张卫. 分数算子描述的粘(黏)弹性材料的本构关系研究[J]. 材料科学与工程学报, 2006, 24(6): 926-930.
SUN H Z, ZHANG W. Study on constitutive relation of viscoelastic material described by fractional operator[J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2006, 24(6): 926-930. (in Chinese)
- [10] 王晴, 仇晶晶, 朱其志, 等. 基于分数阶导数的岩石非线性蠕变损伤模型[J]. 河南科学, 2019, 37(3): 406-410.
WANG Q, QIU J J, ZHU Q Z, et al. Nonlinear creep damage model based on fractional derivative[J]. Henan Science, 2019, 37(3): 406-410. (in Chinese)
- [11] FANG C Q, SHEN X Y, HE K, et al. Application of fractional calculus methods to viscoelastic behaviours of solid propellants[J]. Philosophical Transactions Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2020, 378(2172): 20190291.
- [12] FAN W P, JIANG X Y, QI H T. Parameter estimation for the generalized fractional element network Zener model based on the Bayesian method[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2015, 427: 40-49.
- [13] CHI X Q, YU B, JIANG X Y. Parameter estimation for the time fractional heat conduction model based on experimental heat flux data[J]. Applied Mathematics Letters, 2020, 102: 106094.
- [14] 邓婧雯, 王新龙, 李沛锴, 等. 分数阶模型模拟混凝土徐变特性的多参数识别[J]. 应用力学学报, 2023, 40(5): 1180-1187.
DENG J W, WANG X L, LI P Q, et al. Fractional-order model simulation and multi-parameter identification for the creep behavior of concrete[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2023, 40(5): 1180-1187. (in Chinese)
- [15] 李杨, 彭来湖, 郑秋扬, 等. 基于分数阶模型的纱线蠕变性能模拟与预测[J]. 纺织学报, 2022, 43(11): 46-51.
LI Y, PENG L H, ZHENG Q Y, et al. Simulation and prediction of yarn creep performance based on fractional model[J]. Journal of Textile Research, 2022, 43(11): 46-51. (in Chinese)
- [16] 梁溯哲, 任全彬, 何高让, 等. 基于分数阶三参数模型的 HTPB 推进剂粘(黏)弹性力学响应分析[J]. 固体火箭技术, 2024, 47(2): 173-180.
LIANG Y Z, REN Q B, HE G R, et al. Viscoelastic mechanical response analysis of HTPB propellant based on fractional-order three-parameter model[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2024, 47(2): 173-180. (in Chinese)
- [17] DING P, XU R Q, ZHU Y H, et al. Fractional derivative modelling for rheological consolidation of multilayered soil under time-dependent loadings and continuous permeable boundary conditions[J]. Acta Geotechnica, 2022, 17(6): 2287-2304.
- [18] FANG C Q, SHEN X Y, HE K, et al. Application of fractional calculus methods to viscoelastic behaviours of solid propellants[J]. Philosophical Transactions Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2020, 378(2172): 20190291.
- [19] ZHANG W Q, ZHANG D P, LEI Y J, et al. Research on the low-frequency fatigue behavior of NEPE solid composite propellant based on fractional derivative constitutive model[J]. International Journal of Solids and Structures, 2024, 300: 112931.
- [20] SWANSON S R, CHRISTENSEN L W. A constitutive formulation for high-elongation propellants[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1983, 20(6): 559-566.
- [21] SIMO J C. On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model: formulation and computational aspects[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1987, 60(2): 153-173.
- [22] SCHAPERLY R A. Deformation and fracture characterization of inelastic composite materials using potentials[J]. Polymer Engineering & Science, 1987, 27(1): 63-76.

- [23] 易龙, 彭云. 基于VUMAT的固体推进剂材料本构模型二次开发[J]. 机械强度, 2013, 35(3): 391-394.
YI L, PENG Y. Developing of a constitutive model for solid propellant based on VUMAT [J]. Journal of Mechanical Strength, 2013, 35(3): 391-394. (in Chinese)
- [24] 强洪夫, 汪亮, 俞茂宏. 固体火箭发动机药柱大变形数值分析[J]. 宇航学报, 2000, 21(增刊1): 77-83.
QIANG H F, WANG L, YU M H. Numerical analysis of grain large deformation for solid rocket motor [J]. Journal of Astronautics, 2000, 21(Suppl 1): 77-83. (in Chinese)
- [25] GUO Q, ZAIRI F, GUO X L. A thermo-viscoelastic-damage constitutive model for cyclically loaded rubbers. Part I: model formulation and numerical examples [J]. International Journal of Plasticity, 2018, 101: 106-124.
- [26] 童心, 李龙, 马赛尔, 等. 冲击载荷下HTPB推进剂的热耗散[J]. 爆炸与冲击, 2018, 38(6): 1255-1261.
TONG X, LI L, MA S E, et al. Heat dissipation of HTPB propellant under impact loading [J]. Explosion and Shock Waves, 2018, 38(6): 1255-1261. (in Chinese)
- [27] 杨龙, 谢侃, 裴江峰, 等. HTPB推进剂拉伸力学行为的应变速率相关超弹本构模型 [J]. 推进技术, 2017, 38(3): 687-694.
YANG L, XIE K, PEI J F, et al. A strain-rate-dependent hyperelastic constitutive model for tensile mechanical behaviour of HTPB propellant [J]. Journal of Propulsion Technology, 2017, 38(3): 687-694. (in Chinese)
- [28] WANG Z J, QIANG H F, WANG T J, et al. A thermo-visco-hyperelastic constitutive model of HTPB propellant with damage at intermediate strain rates [J]. Mechanics of Time-Dependent Materials, 2018, 22(3): 291-314.
- [29] KILIC B, MADENCI E. An adaptive dynamic relaxation method for quasi-static simulations using the peridynamic theory [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2010, 53(3): 194-204.
- [30] PARK S W, KIM Y R, SCHAPERY R A. A viscoelastic continuum damage model and its application to uniaxial behavior of asphalt concrete [J]. Mechanics of Materials, 1996, 24(4): 241-255.
- [31] HA K, SCHAPERY R A. A three-dimensional viscoelastic constitutive model for particulate composites with growing damage and its experimental validation [J]. International Journal of Solids and Structures, 1998, 35(26/27): 3497-3517.
- [32] SCHAPERY R A. Nonlinear viscoelastic and viscoplastic constitutive equations with growing damage [J]. International Journal of Fracture, 1999, 97: 33-66.
- [33] WANG Z J, QIANG H F, WANG G, et al. Tensile mechanical properties and constitutive model for HTPB propellant at low temperature and high strain rate [J]. Journal of Applied Polymer Science, 2015, 132(24): 42104.
- [34] 许进升. 复合推进剂热粘(黏)弹性本构模型实验及数值仿真研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2013.
XU J S. Experimental and numerical simulation study on thermo-viscoelastic constitutive model of composite propellant [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013. (in Chinese)
- [35] 孟红磊. 改性双基推进剂装药结构完整性数值仿真方法研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2011.
MENG H L. Research on numerical simulation method of structural integrity analysis for modified double base propellant grain [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2011. (in Chinese)
- [36] 张泷. 基于内变量热力学的流变模型及岩体结构长期稳定性研究[D]. 北京: 清华大学, 2015.
ZHANG L. Research on rheological model based on thermodynamics with internal state variables and long-term stability of rock mass structures [D]. Beijing: Tsinghua University, 2015. (in Chinese)
- [37] VOYIADJIS G Z, SHOJAEI A, LI G Q. A generalized coupled viscoplastic-viscodamage-viscohealing theory for glassy polymers [J]. International Journal of Plasticity, 2012, 28(1): 21-45.
- [38] MOONEY M. A theory of large elastic deformation [J]. Journal of Applied Physics, 1940, 11(9): 582-592.
- [39] RIVLIN R S. Large elastic deformations of isotropic materials: IV. further developments of the general theory [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, 1948, 241(835): 379-397.
- [40] YEOH O H. Some forms of the strain energy function for rubber [J]. Rubber Chemistry and Technology, 1993, 66(5): 754-771.
- [41] VALANIS K C, LANDEL R F. The strain-energy function of a hyperelastic material in terms of the extension ratios [J]. Journal of Applied Physics, 1967, 38(7): 2997-3002.
- [42] OGDEN R W. Large deformation isotropic elasticity-on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids [C]// Proceedings of the Royal Society of London A Mathematical and Physical Sciences, 1972.
- [43] 封涛, 许进升, 范兴贵, 等. 考虑初始缺陷的HTPB推进剂粘(黏)超弹本构模型 [J]. 含能材料, 2018, 26(4): 316-322.
FENG T, XU J S, FAN X G, et al. Visco-hyperelastic constitutive model of HTPB propellant considering initial defects [J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2018, 26(4): 316-322. (in Chinese)
- [44] RAM MOHAN CH V, RAMANATHAN J, KUMAR S, et al. Characterisation of materials used in flex bearings of large solid rocket motors [J]. Defence Science Journal, 2011, 61(3): 264-269.
- [45] 胡少青, 鞠玉涛, 常武军, 等. NEPE固体推进剂粘(黏)-超弹性本构模型研究 [J]. 兵工学报, 2013, 34(2): 168-173.
HU S Q, JU Y T, CHANG W J, et al. A visco-hyperelastic constitutive behaviour of NEPE propellant [J]. Acta Armamentarii, 2013, 34(2): 168-173. (in Chinese)
- [46] 逮哈斗, 陈雷, 胡松启, 等. HTPB推进剂细观损伤及载荷传递行为数值模拟 [J]. 固体火箭技术, 2023, 46(6): 874-885.
LU H D, CHEN L, HU S Q, et al. Numerical simulation of meso-damage and load transfer behavior of HTPB

- propellant[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2023, 46(6): 874–885. (in Chinese)
- [47] LEU L J, MUKHERJEE S. Sensitivity analysis of hyperelastic-viscoplastic solids undergoing large deformations[J]. *Computational Mechanics*, 1994, 15(2): 101–116.
- [48] HOSSEINI-FARID M, RAMZANPOUR M, MCLEAN J, et al. Rate-dependent constitutive modeling of brain tissue[J]. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, 2020, 19(2): 621–632.
- [49] 孙政伟, 许进升, 周长省, 等. NEPE 推进剂低高应变率下改进的黏-超弹本构模型[J]. *爆炸与冲击*, 2021, 41(3): 031407.
SUN Z W, XU J S, ZHOU C S, et al. An improved visco-hyperelastic constitutive behaviour of NEPE propellant at low and high strain rates[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2021, 41(3): 031407. (in Chinese)
- [50] 张君发. 宽泛应变率下 NEPE 推进剂热粘(黏)超弹性本构模型研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2014.
ZHANG J F. Research on the thermo-visco-hyperelastic constitutive model of NEPE propellant over a large range of strain rates[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2014. (in Chinese)
- [51] YILDIRIM H C, ÖZÜPEK Ş. Structural assessment of a solid propellant rocket motor: effects of aging and damage [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2011, 15(8): 635–641.
- [52] XIAO R, MAI T T, URAYAMA K, et al. Micromechanical modeling of the multi-axial deformation behavior in double network hydrogels [J]. *International Journal of Plasticity*, 2021, 137: 102901.
- [53] 徐一航, 李道奎, 周仕明, 等. 基于并行流变框架 HTPB 推进剂本构模型研究 [J]. *推进技术*, 2022, 43(9): 210870.
XU Y H, LI D K, ZHOU S M, et al. HTPB propellant constitutive model based on parallel rheological framework[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(9): 210870. (in Chinese)
- [54] 朱兆祥, 徐大本, 王礼立. 环氧树脂在高应变率下的热粘(黏)弹性本构方程和时温等效性[J]. *宁波大学学报(理工版)*, 1988, 10(1): 58–68.
ZHU Z X, XU D B, WANG L L. Thermoviscoelastic constitutive equation and time-temperature equivalence of epoxy resin at high strain rates [J]. *Journal of Ningbo University(Natural Science & Engineering Edition)*, 1988, 10(1): 58–68. (in Chinese)
- [55] LAI J Z, SUN W. Dynamic behaviour and visco-elastic damage model of ultra-high performance cementitious composite [J]. *Cement and Concrete Research*, 2009, 39(11): 1044–1051.
- [56] 孟益平. 冲击载荷作用下混凝土的率型本构关系[J]. *安徽理工大学学报(自然科学版)*, 2007, 27(4): 15–18.
MENG Y P. Rate dependent constitutive relations of concrete under impact load[J]. *Journal of Anhui University of Science and Technology (Natural Science)*, 2007, 27(4): 15–18. (in Chinese)
- [57] 谢理想, 赵光明, 孟祥瑞. 软岩及混凝土材料损伤型黏弹性动态本构模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(4): 857–864.
XIE L X, ZHAO G M, MENG X R. Research on damage viscoelastic dynamic constitutive model of soft rock and concrete materials [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(4): 857–864. (in Chinese)
- [58] WANG F S, YUE Z F. Numerical simulation of damage and failure in aircraft windshield structure against bird strike [J]. *Materials & Design*, 2010, 31(2): 687–695.
- [59] 喻炳, 施绍裘. PP/PA 共混高聚物在冲击载荷下的热粘(黏)弹性力学响应[J]. *宁波大学学报(理工版)*, 2005, 18(2): 163–169.
YU B, SHI S Q. Thermoviscoelastic mechanical response of PP/PA blends at high strain rates [J]. *Journal of Ningbo University (Natural Science & Engineering Edition)*, 2005, 18(2): 163–169. (in Chinese)
- [60] 敬仕明. PBX 有效力学性能及本构关系研究[D]. 绵阳: 中国工程物理研究院, 2009.
JING S M. Study on effective mechanical properties and constitutive relation of PBX [D]. Mianyang: China Academy of Engineering Physics, 2009. (in Chinese)
- [61] 杨月诚, 张昆鹏, 王广, 等. 某型复合固体推进剂-40℃条件下准静态力学性能仿真[J]. *四川兵工学报*, 2012, 33(9): 1–3.
YANG Y C, ZHANG K P, WANG G, et al. Simulation of quasi-static mechanical properties of a certain type of composite solid propellant at -40℃ [J]. *Journal of Sichuan Ordnance*, 2012, 33(9): 1–3. (in Chinese)
- [62] 王蓬勃, 王政时, 鞠玉涛, 等. 双基推进剂高应变率型本构模型的实验研究[J]. *固体火箭技术*, 2012, 35(1): 69–72.
WANG P B, WANG Z S, JU Y T, et al. Experimental research on rate dependent constitutive relation of double-base propellant under impact load [J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2012, 35(1): 69–72. (in Chinese)
- [63] 孙紫建, 王礼立. 高应变率大变形下的聚丙烯/尼龙共混高聚物损伤型本构特性[J]. *爆炸与冲击*, 2006, 26(6): 492–497.
SUN Z J, WANG L L. The constitutive behavior of PP/PA polymer blends taking account of damage evolution at high strain rate and large deformation [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2006, 26(6): 492–497. (in Chinese)
- [64] 冯震雷, 王新军, 王富生, 等. 朱-王-唐非线性粘(黏)弹性本构模型在有限元分析中的实现及其应用[J]. *材料科学与工程学报*, 2007, 25(2): 269–272.
FENG Z Z, WANG X J, WANG F S, et al. Implementation and its application in finite element analysis of constitutive model for ZWT nonlinear viscoelastic material [J]. *Journal of Materials Science and Engineering*, 2007, 25(2): 269–272. (in Chinese)
- [65] WANG J, XU Y J, ZHANG W H. Finite element simulation of PMMA aircraft windshield against bird strike by using a rate and temperature dependent nonlinear viscoelastic constitutive

- model[J]. *Composite Structures*, 2014, 108: 21–30.
- [66] 周风华, 王札立, 胡时胜. 有机玻璃在高应变率下的损伤型非线性粘(黏)弹性本构关系及破坏准则[J]. *爆炸与冲击*, 1992, 12(4): 333–342.
ZHOU F H, WANG Z L, HU S S. A damage-modified nonlinear visco-elastic constitutive relation and failure criterion of PMMA at high strain-rates [J]. *Explosion and Shock Waves*, 1992, 12(4): 333–342. (in Chinese)
- [67] 王蓬勃. 双基推进剂高应变率力学模型及应用研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2013.
WANG P B. Study on high strain rate mechanical model of double-base propellant and its application [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013. (in Chinese)
- [68] 张亮. 固体推进剂围压和率相关本构模型试验与应用研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2020.
ZHANG L. Experimental and applied research on constitutive model of composite solid propellant under superimposed pressure and changing rates [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2020. (in Chinese)
- [69] 田博. 改性双基推进剂高应变率动态力学性能研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2015.
TIAN B. Research on dynamic mechanical properties of modified double-base propellant at high strain rate [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015. (in Chinese)
- [70] BERGSTRÖM J. 8-viscoplasticity models [M]// BERGSTRÖM J. *Mechanics of solid polymers*. New York: William Andrew, 2015: 371–436.
- [71] YANG L M, SHIM V P W, LIM C T. A visco-hyperelastic approach to modelling the constitutive behaviour of rubber[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2000, 24(6/7): 545–560.
- [72] 赵华, 王敏杰, 张磊, 等. 聚氨酯弹性体粘(黏)弹本构建模[J]. *大连理工大学学报*, 2009, 49(4): 512–517.
ZHAO H, WANG M J, ZHANG L, et al. Viscoelasticity modeling of polyurethane elastomer [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2009, 49(4): 512–517. (in Chinese)
- [73] 王锐, 李世其, 宋少云. 隔振橡胶本构建模研究[J]. *振动与冲击*, 2007, 26(1): 77–79, 83, 162.
WANG R, LI S Q, SONG S Y. Study on constitutive modeling of vibration isolation rubber [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(1): 77–79, 83, 162. (in Chinese)
- [74] 周梦雨, 李凡珠, 杨海波, 等. 基于非线性黏弹性本构模型的轮胎滚动和生热[J]. *高分子材料科学与工程*, 2020, 36(3): 73–78.
ZHOU M Y, LI F Z, YANG H B, et al. Tire rolling and heat generation based on nonlinear viscoelastic model of parallel rheological framework [J]. *Polymer Materials Science & Engineering*, 2020, 36(3): 73–78. (in Chinese)
- [75] ZHANG H N, LIU M, MIAO Y G, et al. Dynamic mechanical response and damage mechanism of HTPB propellant under impact loading [J]. *Materials*, 2020, 13(13): 3031.
- [76] WUBULIAISAN M, WU Y Q, HOU X, et al. Viscoelastic debonding criterion-based interface for modeling the mechanical behavior of solid propellants subjected to large deformation [J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2023, 98: 104873.
- [77] 张亮, 职世君, 申志彬, 等. HTPB 复合固体推进剂率相关损伤机理分析与验证 [J]. *推进技术*, 2022, 43(10): 210458.
ZHANG L, ZHI S J, SHEN Z B, et al. Analysis and verification of rate-dependent damage mechanism of HTPB composite solid propellant [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(10): 210458. (in Chinese)
- [78] 吴成丰, 胡少青, 卢莹莹, 等. 应变率对高固含量 HTPB 推进剂力学特性与破坏机制的影响 [J]. *火炸药学报*, 2024, 47(7): 656–664.
WU C F, HU S Q, LU Y Y, et al. Effect of strain rate on mechanical properties and failure mechanisms of HTPB propellant with high solid content [J]. *Chinese Journal of Explosives & Propellants*, 2024, 47(7): 656–664. (in Chinese)
- [79] DARGAZANY R, KHIÊM V N, ITSKOV M. A generalized network decomposition model for the quasi-static inelastic behavior of filled elastomers [J]. *International Journal of Plasticity*, 2014, 63: 94–109.
- [80] 童心. 动态载荷下复合固体推进剂的热力耦合特性[D]. 南京: 南京理工大学, 2020.
TONG X. Thermo-mechanical coupling of solid composite propellant under dynamic loading [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2020. (in Chinese)
- [81] 宋峻. 基于变形热的 NEPE 推进剂本构模型 [J]. *弹道学报*, 2020, 32(3): 25–29.
SONG J. Constitutive model of NEPE propellant based on deformation heat [J]. *Journal of Ballistics*, 2020, 32(3): 25–29. (in Chinese)
- [82] ZHONG D M, XIANG Y H, WANG Z C, et al. A visco-hyperelastic model for hydrogels with tunable water content [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2023, 173, 105206.
- [83] 刘新国. 低温单轴拉伸下 HTPB 推进剂脱湿力学行为研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2019.
LIU X G. Research on dewetting mechanical behaviors of HTPB propellant at low temperatures under uniaxial tension loading [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2019. (in Chinese)
- [84] 王瑞民. 高能固体推进剂固化过程数值模拟研究 [D]. 太原: 中北大学, 2023.
WANG R M. Numerical simulation solidification process of high energy solid propellant [D]. Taiyuan: North University of China, 2023. (in Chinese)
- [85] ESMAIELI K, HADJIGEORGIOU J, GRENON M. Estimating geometrical and mechanical REV based on synthetic rock mass models at Brunswick Mine [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2010, 47(6): 915–926.
- [86] GRAHAM S, YANG N. Representative volumes of materials

- based on microstructural statistics [J]. *Scripta Materialia*, 2003, 48(3): 269–274.
- [87] HUANG X, HANLEY K J, O'SULLIVAN C, et al. Effect of sample size on the response of DEM samples with a realistic grading[J]. *Particuology*, 2014, 15: 107–115.
- [88] BOSTANABAD R, ZHANG Y C, LI X L, et al. Computational microstructure characterization and reconstruction; review of the state-of-the-art techniques[J]. *Progress in Materials Science*, 2018, 95: 1–41.
- [89] WALTERS D J, LUSCHER D J, YEAGER J D. Considering computational speed vs. accuracy: choosing appropriate mesoscale RVE boundary conditions[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 374: 113572.
- [90] DING X B, ZHANG L Y, ZHU H H, et al. Effect of model scale and particle size distribution on PFC3D simulation results[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2014, 47(6): 2139–2156.
- [91] SHI X S, HE Z H, ZHAO J D, et al. Determination of the size of representative volume element for gap-graded granular materials[J]. *Powder Technology*, 2024, 437: 119578.
- [92] KRAJČINOVIC D, LEMAÎTRE J. *Continuum damage mechanics: theory and applications* [M]. Wien: Springer-Verlag, 1987.
- [93] VAN VLIET M R A. *Size effect in tensile fracture of concrete and rock* [D]. Delft: Delft University of Technology, 1997.
- [94] EVESQUE P, ADJÉMIAN F. Stress fluctuations and macroscopic stick-slip in granular materials [J]. *The European Physical Journal E, Soft Matter*, 2002, 9(3): 253–259.
- [95] BAŽANT Z P, NOVÁK D. Stochastic models for deformation and failure of quasibrittle structures; recent advances and new directions [C]//*Proceedings of Computational Modelling of Concrete Structures*, 2003.
- [96] OSTOJA-STARZEWSKI M. Random field models of heterogeneous materials [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1998, 35(19): 2429–2455.
- [97] GITMAN I M, GITMAN M B, ASKES H. Quantification of stochastically stable representative volumes for random heterogeneous materials[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2006, 75: 79–92.
- [98] DRUGAN W J, WILLIS J R. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1996, 44(4): 497–524.
- [99] WIACEK J, MOLEND A. Representative elementary volume analysis of polydisperse granular packings using discrete element method [J]. *Particuology*, 2016, 27: 88–94.
- [100] SCHWARZE C, DARVISHI KAMACHALI R, KÜHBACH M, et al. Computationally efficient phase-field simulation studies using RVE sampling and statistical analysis [J]. *Computational Materials Science*, 2018, 147: 204–216.
- [101] AMIRMALEKI M, SAMEI J, GREEN D E, et al. 3D micromechanical modeling of dual phase steels using the representative volume element method [J]. *Mechanics of Materials*, 2016, 101: 27–39.
- [102] MIAO Z, KANG Q, SATCHITHANANTHAN U, et al. An RVE recognition method for non-homogeneous materials based on two-point correlation function[J]. *Arabian Journal of Geosciences*, 2022, 15: 1242.
- [103] KOOHBOR B, MONTGOMERY C B, SOTTOS N R. Identification of RVE length scale in fiber composites via combined optical and SEM digital image correlation [J]. *Composites Science and Technology*, 2022, 227: 109613.
- [104] RANGANATHAN S I, OSTOJA-STARZEWSKI M. Scaling function, anisotropy and the size of RVE in elastic random polycrystals[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008, 56(9): 2773–2791.
- [105] ARGAMOSA A J, MICIANO S L, MONIS A, et al. Recent advances in particle characterization [C]//*Proceedings of the 4th International Electronic Conference on Applied Sciences*, 2023.
- [106] PÉREZ E, LAUKE B. Calculation of debonding strength at the interface of particles with different shapes and matrix[J]. *Composite Structures*, 2017, 167: 262–270.
- [107] EL MOUMEN A, KANIT T, IMAD A, et al. Effect of reinforcement shape on physical properties and representative volume element of particles-reinforced composites; statistical and numerical approaches [J]. *Mechanics of Materials*, 2015, 83: 1–16.
- [108] MONETTO I, DRUGAN W J. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and minimum RVE size estimates for random elastic composites containing aligned spheroidal heterogeneities[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2009, 57(9): 1578–1595.
- [109] 冯易鑫. 基于自洽聚类分析的复合材料及结构多尺度力学行为研究 [D]. 兰州: 兰州大学, 2023.
- FENG Y X. Investigation on multiscale mechanical behavior of composite materials and structures based on self-consistent clustering analysis [D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2023. (in Chinese)
- [110] ESHELBY J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, 1957, 241(1226): 376–396.
- [111] HILL R. Elastic properties of reinforced solids; some theoretical principles [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1963, 11(5): 357–372.
- [112] MORI T, TANAKA K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions [J]. *Acta Metallurgica*, 1973, 21(5): 571–574.
- [113] RAJU B, HIREMATH S R, ROY MAHAPATRA D. A review of micromechanics based models for effective elastic properties of reinforced polymer matrix composites [J]. *Composite Structures*, 2018, 204: 607–619.
- [114] HASHIN Z, SHTRIKMAN S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1963, 11(2): 127–140.
- [115] HOU Y F, XU J S, ZHOU C S, et al. Microstructural

- simulations of debonding, nucleation, and crack propagation in an HMX-MDB propellant[J]. *Materials & Design*, 2021, 207: 109854.
- [116] BABAEI R, FARROKHABADI A. Prediction of debonding growth in two-dimensional RVEs using an extended interface element based on continuum damage mechanics concept[J]. *Composite Structures*, 2020, 238: 111981.
- [117] INGLIS H M, GEUBELLE P H, MATOUŠ K, et al. Cohesive modeling of dewetting in particulate composites; micromechanics vs. multiscale finite element analysis[J]. *Mechanics of Materials*, 2007, 39(6): 580–595.
- [118] LI G C, WANG Y F, JIANG A M, et al. Micromechanical investigation of debonding processes in composite solid propellants [J]. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 2018, 43(7): 642–649.
- [119] BIGNONNET F. Efficient FFT-based upscaling of the permeability of porous media discretized on uniform grids with estimation of RVE size [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2020, 369: 113237.
- [120] GÉLÉBART L, OUAKI F. Filtering material properties to improve FFT-based methods for numerical homogenization[J]. *Journal of Computational Physics*, 2015, 294: 90–95.
- [121] MA R, TRUSTER T J. FFT-based homogenization of hypoelastic plasticity at finite strains[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, 349: 499–521.
- [122] 黄孝章, 陈健, 强洪夫, 等. 固体推进剂药柱局部夹杂应力场分析的边界元法[J]. *固体火箭技术*, 2019, 42(3): 275–281, 307.
HUANG Q Z, CHEN J, QIANG H F, et al. Boundary element method for local stress field analysis of inclusions in solid propellant grain [J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2019, 42(3): 275–281, 307. (in Chinese)
- [123] VONDŘEJC J, ZEMAN J, MAREK I. An FFT-based Galerkin method for homogenization of periodic media[J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2014, 68(3): 156–173.
- [124] 韩新星. 基于聚类分析的编织复合材料多尺度计算方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.
HAN X X. Multiscale computational method of woven composites based on clustering analysis [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020. (in Chinese)
- [125] BHATTACHARJEE S, MATOUŠ K. A nonlinear manifold-based reduced order model for multiscale analysis of heterogeneous hyperelastic materials [J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 313: 635–653.
- [126] WULFINGHOFF S, CAVALIERE F, REESE S. Model order reduction of nonlinear homogenization problems using a Hashin-Shtrikman type finite element method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2018, 330: 149–179.
- [127] FEDOTOV A F. Hybrid model of homogenization of engineering elastic moduli of composites reinforced with ellipsoid particles [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2020, 182: 107585.
- [128] ZHANG X Y, ZHANG X H, DONG P, et al. Prediction of temperature dependent effective moduli of metal particle composites with debonding damage[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2024, 294: 112775.
- [129] MARFIA S, SACCO E. Computational homogenization of composites experiencing plasticity, cracking and debonding phenomena[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, 304: 319–341.
- [130] MENG Q H, WANG Z Q. Prediction of interfacial strength and failure mechanisms in particle-reinforced metal-matrix composites based on a micromechanical model [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2015, 142: 170–183.
- [131] BARENBLATT G I. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks [J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1959, 23(3): 622–636.
- [132] BARENBLATT G I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture [J]. *Advances in Applied Mechanics*. Amsterdam: Elsevier, 1962, 7: 55–129.
- [133] GEUBELLE P H, BAYLOR J S. Impact-induced delamination of composites: a 2D simulation [J]. *Composites Part B: Engineering*, 1998, 29(5): 589–602.
- [134] ALFANO G. On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models [J]. *Composites Science and Technology*, 2006, 66(6): 723–730.
- [135] PARK K, PAULINO G H, ROESLER J R. A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2009, 57(6): 891–908.
- [136] 马晓琳. 固体发动机粘接界面力学行为分析与试验研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2018.
MA X L. Analysis and experiment on mechanical behaviors of adhesively bonded interface in solid rocket motors[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018. (in Chinese)
- [137] CUI H R. Numerical simulation of crack propagation in solid propellant with extrinsic cohesive zone model [J]. *Meccanica*, 2022, 57: 1617–1630.
- [138] CUI H R, MA W L. Mixed cohesive zone modeling of interface debonding between propellant and insulation[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2022, 2022(1): 8772468.
- [139] LI Z H, STEINMANN P. RVE-based studies on the coupled effects of void size and void shape on yield behavior and void growth at micron scales [J]. *International Journal of Plasticity*, 2006, 22(7): 1195–1216.
- [140] WANG J X, QIANG H F, WANG Z J, et al. Numerical study of mechanical properties of composite solid propellant with initial defects [J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, 1634: 012146.
- [141] CANGA M E, BECKER E B, ÖZÜPEK Ş. Constitutive modeling of viscoelastic materials with damage-computational aspects[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and*

- Engineering, 2001, 190(15/16/17): 2207–2226.
- [142] 乌布力艾散·麦提图尔荪, 周涛, 吴艳青, 等. 考虑细观损伤的推进剂粘(黏)弹性多尺度本构模型研究[J]. 含能材料, 2024, 32(2): 133–141.
MAIMAITITUERSUN W, ZHOU T, WU Y Q, et al. A multiscale viscoelastic constitutive model for solid propellants considering microscale damage [J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2024, 32(2): 133–141. (in Chinese)
- [143] WANG T Y, XU J S, LI H, et al. Crack propagation velocity and fracture toughness of hydroxyl-terminated polybutadiene propellants: experiments and simulations[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 257: 108034.
- [144] LU Y N, QI Y, TENARDI M, et al. Mixed-mode fracture in a soft elastomer[J]. Extreme Mechanics Letters, 2021, 48: 101380.
- [145] 李强强, 徐赵东, 陆勇, 等. 考虑应变率效应的黏弹性减震材料本构模型[J]. 建筑结构学报, 2022, 43(7): 54–61.
LI Q Q, XU Z D, LU Y, et al. Constitutive model of viscoelastic damping material considering strain-rate effect[J]. Journal of Building Structures, 2022, 43(7): 54–61. (in Chinese)
- [146] 顾志旭, 郑坚, 彭威, 等. HTPB 黏弹性微裂纹偏折扩展损伤本构模型[J]. 航空学报, 2018, 39(9): 222051.
GU Z X, ZHENG J, PENG W, et al. A viscoelastic damage constitutive model for HTPB with kinked growth of microcracks[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(9): 222051. (in Chinese)
- [147] 顾志旭, 郑坚, 彭威, 等. 复合固体推进剂黏弹性微裂纹损伤本构模型[J]. 复合材料学报, 2018, 35(5): 1203–1210.
GU Z X, ZHENG J, PENG W, et al. A viscoelastic constitutive model of solid composite propellants with microcracking damage [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(5): 1203–1210. (in Chinese)
- [148] 常新龙, 余堰峰, 张有宏, 等. 基于有限元理论的 HTPB 推进剂 I 型裂纹 J 积分数值模拟[J]. 火炸药学报, 2010, 33(5): 60–64.
CHANG X L, YU Y F, ZHANG Y H, et al. Simulation research on J-integral of HTPB propellant with I mode crack based on finite element theory[J]. Chinese Journal of Explosives & Propellants, 2010, 33(5): 60–64. (in Chinese)
- [149] 湛家铭. 颗粒增强金属基复合材料变形与断裂行为的多尺度模拟[D]. 广州: 华南理工大学, 2021.
ZHAN J M. Study on predicting the deformation and fracturing behaviors of particle reinforced metal matrix composites by multiscale method [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [150] DAGGUMATI S, VAN PAEPEGEM W, DEGRIECK J, et al. Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: part II—meso-FE modelling[J]. Composites Science and Technology, 2010, 70(13): 1934–1941.
- [151] RÖMELT P, CUNNINGHAM P R. A multi-scale finite element approach for modelling damage progression in woven composite structures [J]. Composite Structures, 2012, 94(3): 977–986.
- [152] ESPADAS-ESCALANTE J J, BEDNARCYK B A, PINEDA E J, et al. Modeling the influence of layer shifting on the properties and nonlinear response of woven composites subject to continuum damage [J]. Composite Structures, 2019, 220: 539–549.
- [153] KIRCHDOERFER T, ORTIZ M. Data driven computing with noisy material data sets [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2017, 326: 622–641.
- [154] LEYGUE A, SEGHIR R, RÉTHORÉ J, et al. Non-parametric material state field extraction from full field measurements [J]. Computational Mechanics, 2019, 64: 501–509.
- [155] STAINIER L, LEYGUE A, ORTIZ M. Model-free data-driven methods in mechanics: material data identification and solvers [J]. Computational Mechanics, 2019, 64: 381–393.