

固体姿轨控发动机变工况过程推力不确定性分析

高经纬¹, 贾军凯^{1,2*}, 武泽平¹, 张德权^{1,2}, 张杰¹, 张为华¹

(1. 国防科技大学空天科学学院, 湖南长沙 410073; 2. 河北工业大学机械工程学院, 天津 300401)

摘要:为探究喉栓式固体姿轨控发动机推力动态性能可靠性,考虑燃气阀几何参数不确定性对固体姿轨控发动机变工况过程推力性能不确定性开展研究。结合固体姿轨控发动机工作原理、推力数学模型和零维内弹道方程构建发动机变工况过程推力计算模型。在此基础上,根据固体姿轨控发动机阀门几何参数不确定性模型,采用蒙特卡罗模拟法进行不确定性传递,获取喉栓瞬时运动后推力不确定性随时间的变化规律,实现变工况过程推力不确定性分析,并对不确定性变量进行重要度排序。量化评估固体姿轨控发动机实时调节过程中的推力不确定性,可以为固体姿轨控发动机控制系统提供更合理的设计要求,在满足设计需求的同时节省研制成本。

关键词:固体姿轨控发动机;推力性能;变工况过程;不确定性分析;零维内弹道方程

中图分类号:V435 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2025)01-094-11



论
文
拓
展

Uncertainty analysis of thrust during variable operating condition process of solid divert and attitude control motor

GAO Jingwei¹, JIA Junkai^{1,2*}, WU Zeping¹, ZHANG Dequan^{1,2}, ZHANG Jie¹, ZHANG Weihua¹

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

Abstract: To investigate the dynamic uncertainty of thrust of the pintle SDACM (solid divert and attitude control motor), the study focuses on the uncertainty of the thrust performance during variable operating conditions of the SDACM was carried out with the consideration of the uncertainties of the geometric parameters of the pintle gas valve. Computation model of the thrust during variable operating condition process of the SDACM was established by combining the working principle of the SDACM, the regular mathematical model of thrust and the zero-dimensional internal ballistic equation. On this basis, the uncertainty propagation was performed by Monte Carlo simulation method according to the uncertainty models of the geometry parameters of the SDACM, and the variation law of the thrust uncertainty over time after the transient motion of the pintle was obtained, thereby the uncertainty analysis of the thrust in the process of variable operating conditions was realized, and the uncertainty variables were weighted in order of importance. Quantification and evaluation of thrust uncertainty in the real-time regulation process of the SDACM can provide more reasonable design requirements for the control system, and save the development cost of the SDACM while meeting the design requirements.

Keywords: SDACM; thrust performance; variable operating condition process; uncertainty analysis; zero-dimensional internal ballistic equation

喉栓式固体姿轨控发动机(solid divert and attitude control motor, SDACM)已经成为飞行器轨道和姿态调整的主要动力源,可以根据飞行器控制要求按需调整工作状态并输出相应推力^[1]。

其推力动态性能直接关系到飞行器的机动性能和目标打击精度^[2]。固体姿轨控发动机的工作状态转换过程中,设计公差、制造工艺和装配误差等原因产生的喷管及喉栓构型等几何不确定性因素

收稿日期:2023-09-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52375278,52005502)

第一作者:高经纬(1982—),男,湖南长沙人,教授,博士,硕士生导师,E-mail:mmjingwei@163.com

*通信作者:贾军凯(1999—),男,河北邯郸人,博士研究生,E-mail:jiajunkai610@163.com

引用格式:高经纬,贾军凯,武泽平,等.固体姿轨控发动机变工况过程推力不确定性分析[J].国防科技大学学报,2025,47(1):94-104.

Citation:GAO J W, JIA J K, WU Z P, et al. Uncertainty analysis of thrust during variable operating condition process of solid divert and attitude control motor[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2025, 47(1): 94-104.

相互耦合,导致燃烧室压强出现波动,从而造成发动机动态推力性能不平稳,影响飞行器控制效果^[3-4]。

固体姿轨控发动机推力动态性能对飞行器机动性和灵活性具有重要影响^[5-6]。唐金兰等^[7]指出喉栓运动速度越快,燃烧室压强建立的延迟现象越明显,但同时压强调节滞后时间越短。Heo等^[8]认为此现象是携带等效喉部面积变化信息的压力波传递时间滞后引起的。Sung等^[9]针对喉栓往复运动对喷管动态响应特性的影响研究得到了同样的结论,并指出阀门关闭和打开过程的压强曲线有差异。在此基础上,马宝印等^[10]研究发现喉栓式固体发动机动态响应特性与喉栓速度、喉栓型面和推进剂压力指数的相关性较强,并指出负压力指数推进剂和凸型面喉栓能够缩短响应时间。Sapkota等^[11]对总压响应时间的分析结果表明,圆形、锥形和抛物线形三种喉栓头部形状中,圆形喉栓对推力调节效应的响应更快。Wang等^[12]根据质量守恒方程对推力调节延迟与燃烧室自由容积的关系展开研究,结果表明,推力延迟时间与自由容积大小呈线性正相关。上述研究较为全面地分析了喉栓运动、喉栓型面、燃烧室自由容积和推进剂物性参数等因素对发动机动态响应特性的影响,总结了推力及压强延迟响应的原因,并为改善发动机性能提出了相关建议。然而,这些研究内容并未针对延迟响应过程中的发动机性能进行分析,且未考虑固体姿轨控发动机中客观存在的不确定性因素,这些不确定性因素在固体姿轨控发动机推力调控过程中相互耦合、传播与放大,最终会对发动机动态推力性能产生不容忽视的影响。多源不确定性因素下固体发动机结构和性能可靠性受到广泛关注^[13-18]。固体发动机不确定性分为结构和性能不确定性^[3],目前针对壳体、药柱和喷管贮存可靠性^[17,19-20],壳体和药柱结构可靠性^[16,21-22]以及密封结构可靠性^[23]等结构不确定性研究已取得一些研究成果。但不确定性条件下发动机动态响应特性相关研究较为罕见。因此,开展固体姿轨控发动机变工况过程推力调节性能不确定性分析研究具有重要意义和发展前景。

常见不确定性分析方法^[24]可分为:①抽样方法。其主要原理是随机选取一定数量的样本,计算每个样本点处的系统响应,得到响应的统计特征。这类方法鲁棒性强,其计算精度随样本量的增加而提高。②局部展开法。这类方法将系统函数在局部点展开,得到简化后的函数以便于不确

定性传播^[25-26]。③代理模型法。基于随机输入参数和相应响应样本构造一个简单数学模型来近似系统的原始性能函数,然后根据近似模型进行不确定性分析,减少计算成本^[27]。④数值积分法。这类方法根据随机变量的概率信息,通过数值积分得到系统响应的有限阶统计矩,并通过得到的统计矩重构系统响应的概率分布^[28]。对于固体姿轨控发动机推力调节性能的不确定性分析问题,上述几种方法表现出不同的特点:局部展开法不适用于固体姿轨控发动机推力性能分析这类精度要求高的复杂系统不确定性分析;代理模型在不确定性分析和固体姿轨控发动机性能分析中得到了广泛的应用,为固体姿轨控发动机推力调节性能的不确定性分析提供了一种有效途径;数值积分法也是固体姿轨控发动机推力性能不确定性分析问题的一种值得探索的方法。然而,对于固体姿轨控发动机推力动态响应特性的不确定性分析研究较少,为了保证不确定性分析结果的稳健可靠,采用最经典的、稳健性最高的抽样方法——蒙特卡罗模拟^[29](Monte Carlo simulation, MCS)法,对固体姿轨控发动机变工况过程推力不确定性分析开展研究。

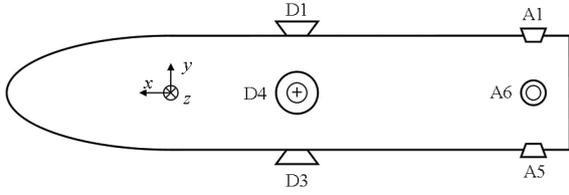
综上,本文着眼于固体姿轨控发动机变工况时的响应延时过程,对推力性能动态不确定性展开研究。考虑喉栓运动和阀门结构尺寸等参数不确定性,结合固体姿轨控发动机工作原理、推力数学模型和零维内弹道方程建立固体姿轨控发动机推力动态计算模型。在此基础上,考虑几何参数不确定性,采用蒙特卡罗模拟法进行不确定性传递,求解固体姿轨控发动机变工况过程推力动态响应不确定性,可以为固体姿轨控发动机推力调控设定提供指导,有利于固体姿轨控发动机可靠性设计以及实现推力快速精确调节。

1 推力性能计算模型构建

1.1 固体姿轨控发动机工作原理

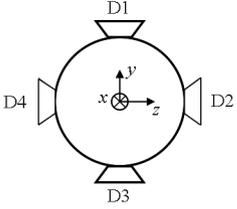
所研究姿控发动机(attitude control motor, ACM)和轨控发动机(divert control motor, DCM)采用两个燃烧室^[30]以及“四轨六姿”式布局,如图1所示^[31]。

轨控发动机由四个相互垂直且轴对称分布的直线调节式调节阀组成,按顺时针方向阀门分别记为D1、D2、D3、D4,如图1(b)所示。轨控发动机工作原理如图2所示^[31],轨控阀通过伺服机构改变阀门开度控制阀门燃气流量,从而实现该阀

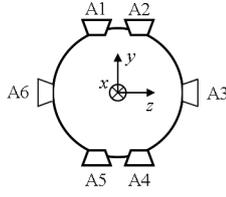


(a) 固体姿轨控发动机总体

(a) General view of SDACM



(b) 轨控发动机分布
(b) Position of DCM

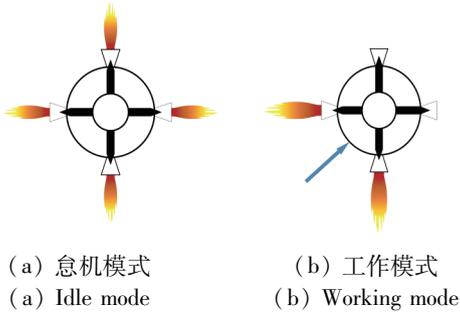


(c) 姿控发动机分布
(c) Position of ACM

图 1 固体姿轨控发动机示意图

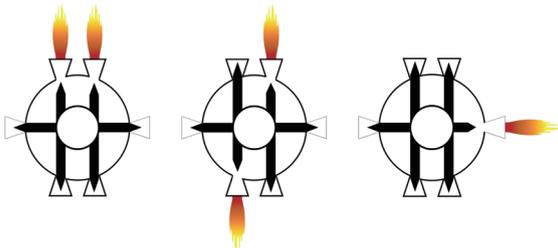
Fig. 1 Diagram of SDACM

门推力调控。四个轨控阀协同调节,可以合成不同大小和方向的推力矢量,为飞行器轨道变换提供动力^[30]。姿控发动机采用六个开关阀作为姿控阀,按顺时针方向分别记为 A1、A2、A3、A4、A5、A6,如图 1(c)所示。姿控发动机工作原理如图 3 所示^[31],姿控阀通过控制不同阀门的开关状态组合出不同的姿控力,完成飞行器俯仰、翻转和偏航等姿态控制。



(a) 怠机模式 (a) Idle mode
(b) 工作模式 (b) Working mode

图 2 轨控发动机工作原理
Fig. 2 Operating principle of DCM



(a) 俯仰模式 (a) Pitch mode
(b) 翻转模式 (b) Roll mode
(c) 偏航模式 (c) Yaw mode

图 3 姿控发动机工作原理
Fig. 3 Operating principle of ACM

1.2 等效喉部面积计算模型

轨控发动机通过喉栓控制喷管喉部面积,从而实现输出推力调控,因此计算喷管等效喉部面积是推力调控系统设计的基础^[32]。为计算任意喷管及喉栓型面等效喉部面积随喉栓位移的变化,设定阀门全闭时喉栓位移为 0,并建立如图 4 所示坐标系。

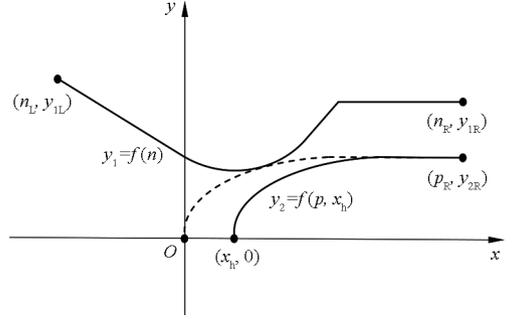


图 4 等效喉部面积计算示意图

Fig. 4 Schematic of equivalent throat area calculation

图 4 中的虚线表示阀门全闭状态时的喉栓位置。记表征喷管和喉栓型面的函数为:

$$\begin{cases} y_1 = f(n) & n_L \leq n \leq n_R \\ y_2 = f(p, x_h) & x_h \leq p \leq p_R \end{cases} \quad (1)$$

式中: y_1 和 y_2 分别为喷管母线及喉栓母线; n 为喷管上任意一点横坐标; n_L 和 n_R 为喷管母线左右端点横坐标; p 为喉栓上任意一点横坐标; x_h 和 p_R 为喉栓母线左右端点横坐标; $x_i = x_h$ 表示喉栓位移。

当喉栓运动至位移 x_i 处时,分别在喷管和喉栓上各任取一点,即 (n, y_1) 和 (p, y_2) ,则对应喷管等效喉部面积计算模型为:

$$A_{ui} = \begin{cases} \pi [f_1^2(n) - f_2^2(p, x_i)] & n = p \\ \left| \frac{\pi [f_1^2(n) - f_2^2(p, x_i)]}{\sin \left[\arctan \frac{f_1(n) - f_2(p, x_i)}{n - p} \right]} \right| & n \neq p \end{cases} \quad (2)$$

式中, A_{ui} 表示单阀等效喉部面积。

等效喉部面积应为插入喉栓后,喷管流道面积最小处的面积。因此,遍历喷管母线上所有点并求解式(2)所示计算模型,最小值即为喉栓运动至位移 x_i 处时的喷管等效喉部面积。

固体姿轨控发动机四个阀门的喉栓位移分别为 x_1, x_2, x_3 和 x_4 时,考虑喉栓运动,求解出所对应的等效喉部面积分别为 $A_{i1}(t), A_{i2}(t), A_{i3}(t)$ 和 $A_{i4}(t)$ 。则喷管等效喉部面积总和 $A_i(t)$ 为:

$$A_i(t) = A_{i1}(t) + A_{i2}(t) + A_{i3}(t) + A_{i4}(t) \quad (3)$$

1.3 推力 - 时间映射模型

固体姿轨控发动机阀门推力是喷管内、外表面所受压力的合力,根据动量守恒定律,固体姿轨控发动机单阀推力理论计算公式^[33]为:

$$F_i = \dot{m}_i v_{ei} + (p_{ei} - p_a) A_{ei} \quad (4)$$

式中: $i = 1, 2, 3, 4$ 为阀门编号; F_i 表示单阀推力; \dot{m}_i 代表单阀质量流率; v_{ei} 是单阀喷气速度; p_{ei} 指单阀出口截面压强; p_a 为环境压强; A_{ei} 是单阀出口截面积。

单阀质量流率 \dot{m}_i 与单阀喷气速度 v_{ei} 的计算公式^[33] 分别为:

$$\dot{m}_i = p_c A_{ui} \cdot \sqrt{\frac{k}{RT_f}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (5)$$

$$v_{ei} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_f \left[1 - \left(\frac{p_{ei}}{p_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (6)$$

式中: p_c 表示燃烧室压强; k 是比热比; R 是燃气气体常数; T_f 表示推进剂绝热燃烧温度。

将式(5)和式(6)代入式(4)可得单阀推力^[33]为:

$$F_i = C_F p_c A_{ui} \quad (7)$$

式中: C_F 为推力系数,表征燃气在喷管中膨胀的完善程度,其值越大说明燃气膨胀越完善,即燃气的热能越充分地转换为燃气定向流动的动能^[34],计算模型为:

$$C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_c}{p_e} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_1} \left(\frac{p_c}{p_e} - \frac{p_a}{p_c} \right) \quad (8)$$

式中: Γ 表示比热比的函数,表达式为

$$\Gamma = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (9)$$

固体姿轨控发动机推力由四个轨控阀协同控制,实现固体姿轨控发动机推力任意方向和大小的调节。推力调控过程中某时刻四个轨控阀喉栓处于不同位置,发动机受力情况如图 5 所示。

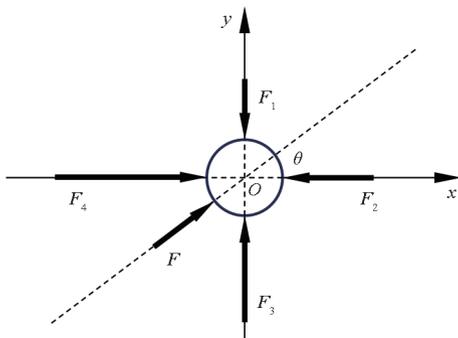


图 5 发动机受力情况示意

Fig. 5 Schematic diagram of the motor force

轨控喷管按顺时针分别记为 D1、D2、D3 和 D4,其产生的推力矢量对应记为 F_1 、 F_2 、 F_3 和 F_4 ,则固体姿轨控发动机受力可表示为:

$$\begin{cases} F = F_y + F_z \\ F_y = F_1 + F_3 \\ F_z = F_2 + F_4 \end{cases} \quad (10)$$

推力 F 的大小 $|F|$ 和方向角 θ 计算公式分别为:

$$|F| = \sqrt{|F_y|^2 + |F_z|^2} \quad (11)$$

$$\theta = \begin{cases} 0^\circ & |F_1| = |F_3|, |F_2| < |F_4| \\ \arctan(|F_y|/|F_z|) & |F_1| < |F_3|, |F_2| < |F_4| \\ 90^\circ & |F_1| < |F_3|, |F_2| = |F_4| \\ 180^\circ - \arctan(|F_y|/|F_z|) & |F_1| < |F_3|, |F_2| > |F_4| \\ 180^\circ & |F_1| = |F_3|, |F_2| > |F_4| \\ -180^\circ + \arctan(|F_y|/|F_z|) & |F_1| > |F_3|, |F_2| > |F_4| \\ -90^\circ & |F_1| > |F_3|, |F_2| = |F_4| \\ -\arctan(|F_y|/|F_z|) & |F_1| > |F_3|, |F_2| < |F_4| \end{cases} \quad (12)$$

针对固体姿轨控发动机变工况过程推力性能不确定性开展分析,需要求解推力 F 和时间 t 之间的映射关系。由式(7)可知,推力 F_i 与 C_F 、 A_{ui} 和 p_c 三个因素相关,其中 C_F 受到另外两个因素影响,因此主要考虑 A_{ui} 和 p_c 与 t 的关系。等效喉部面积 - 时间函数可将设定的喉栓运动指令代入式(2)得到。而燃烧室压强 - 时间函数,需要通过内弹道计算进行求解。

内弹道学基本任务是在已知发动机工作条件下计算燃烧室压强随时间的变化规律,且通常不考虑燃气温度的变化^[33]。所研究固体姿轨控发动机采用普通端面燃烧药柱,与一般固体发动机性能相似,可采用普通固体发动机零维内弹道方程进行性能计算^[4],表示为:

$$\frac{dp_c}{dt} = \frac{\Gamma^2 c^{*2}}{V_c} \left(\rho_p A_b a p_c^n - \frac{p_c A_1}{c^*} \right) \quad (13)$$

式中: c^* 表示推进剂特征速度; V_c 为燃烧室充气容积; ρ_p 为推进剂密度; A_b 表示药柱燃烧面积; a 为燃速系数; n 为压强指数。

当燃烧室压强调节达到平衡状态,即 $\frac{dp_{eq}}{dt} = 0$ 时,燃烧室压强^[4]可表示为:

$$p_{eq} = \left(\rho_p c^* a \frac{A_b}{A_1} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (14)$$

式(13)是零维内弹道学中计算燃烧室压强

随时间变化的基本微分方程,也可用于计算喉栓运动过程中燃烧室压强对等效喉部面积的响应。采用经典四阶龙格-库塔法求解式(13)所示固体姿轨控发动机零维内弹道方程,得到压强-时间映射关系 $p_c(t)$,以求解任意时间节点的燃烧室压强数值解。基于此,结合等效喉部面积-时间映射关系 $A_1(t)$,即可获取推力-时间映射关系函数,表示为:

$$F(t) = C_F p_c(t) A_1(t) \quad (15)$$

2 推力性能不确定性传递

根据文献[3],几何参数不确定性对固体姿轨控发动机推力性能影响程度较高,因此考虑几何参数不确定性,通过变工况过程推力-时间的映射关系函数计算推力不确定性随时间的变化规律,实现固体姿轨控发动机变工况过程推力不确定性传递。

2.1 输入参数建模

固体姿轨控发动机喷管构型如图 6 所示,为方便理解喉栓和喷管的相对位置,规定阀门全闭状态时喉栓位移为 0。

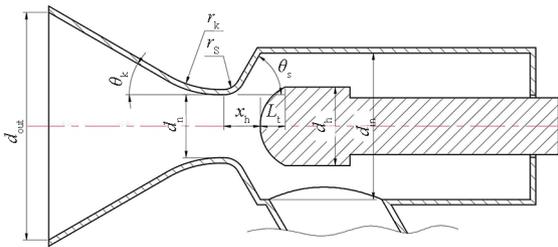


图 6 固体姿轨控发动机喷管构型

Fig. 6 Nozzle configuration of SDACM

固体姿轨控发动机具体参数如表 1 所示。将喷管和喉栓构型几何尺寸归类于随机不确定性,采用概率模型方法描述其不确定性。为不失一般性,选择对推力影响较大的五个参数[3],并将其假设为正态分布随机变量,其统计信息如表 2 所示。

固体姿轨控发动机变工况过程需要喉栓运动来实现,因此喉栓位移均值由喉栓运动指令确定,其具体数值未列于表 2。

以如下固体姿轨控发动机变工况过程为例,对推力不确定性展开分析:初始状态为燃烧室压强等于 2 MPa 时的怠机模式,目标状态为燃烧室压强等于 10 MPa 时的单向推力模式,转换前后发动机工作模式如图 7 所示。

表 1 固体姿轨控发动机参数信息

Tab. 1 Information of parameters for SDACM

类别	参数	取值
推进剂	推进剂密度 $\rho_p / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1 700
	推进剂特征速度 $c^* / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1 550
	燃速系数 a	5×10^{-6}
	压强指数 n	0.5
	比热比 k	1.252
燃烧室	燃面半径 d_0 / mm	90
	空腔长度 L / mm	15
阀门	喉栓行程 L_h / mm	4.34
	喷管扩张半角 $\theta_k / (^\circ)$	30
	喷管收敛半角 $\theta_s / (^\circ)$	60
	喷管入口直径 d_{in} / mm	27
	喷管出口直径 d_{out} / mm	42
	扩张段过渡圆弧半径 r_k / mm	20
环境	环境压强 p_a / Pa	1.01×10^5

表 2 推力不确定性变量统计信息

Tab. 2 Statistical data of uncertain variables for thrust

随机变量	均值/mm	标准差/mm	分布类型
喉栓位移 x_i	—	0.05	正态分布
喉栓直径 d_h	14.500	0.10	正态分布
喉栓头部长度 L_i	4.618	0.01	正态分布
喷管喉径 d_n	11.600	0.05	正态分布
收敛段圆弧半径 r_s	4.000	0.05	正态分布

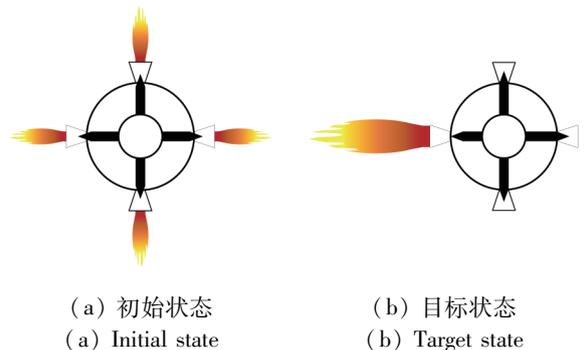


图 7 发动机工作模式转换

Fig. 7 Operating principle of motor

固体姿轨控发动机燃烧室压强变化通过调节四个阀门等效喉部面积之和来实现。等效喉部面积之和可以根据式(14)推导。

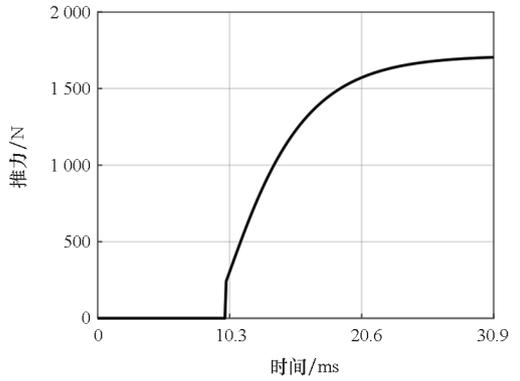
$$A_1 = \frac{\rho_p c^* a A_b}{p_c^{1-n}} \quad (16)$$

将固体姿轨控发动机工作模式转换前后燃烧室压强分别代入式(16)可知,工况变换需要等效喉部面积之和由 237.07 mm^2 降至 106.02 mm^2 。由固体姿轨控发动机推力调节特点可知,工作模式转换前怠机模式下四个阀门开度相同,转换后单向推力模式是单阀全开、三阀全闭的极限状态,为便于理解,设定 4 号阀门全开,1 号、2 号和 3 号阀门全闭。假设喉栓可以在极短时间内完成指令运动,则喉栓运动指令为:喉栓位移在 10 ms 时发生阶跃变化,4 号阀门喉栓从 2.40 mm 阶跃至 4.34 mm,其他三个阀门喉栓从 2.40 mm 阶跃至 0 mm。

2.2 SDACM 性能变化

在上述喉栓运动指令下,采用经典四阶龙格-库塔法对固体姿轨控发动机零维内弹道方程式(13)进行求解,初始条件如下:时间 t 初始值 $t_0 = 0 \text{ s}$,燃烧室压强 p_c 初值 $p_{c0} = 2 \text{ MPa}$,步长 $\Delta t = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$ 。最终获取燃烧室压强随时间的变化过程如图 8(a) 所示。然后结合等效喉部面积-时间映射关系,求解得到的相应推力随时间变化过程在图 8(b) 给出。

图 8(a) 结果显示,喉栓位移阶跃变化后燃烧室压强开始提升,由 2 MPa 变换至 10 MPa 的整个升压过程所用时间为 20.9 ms,相对喉栓的阶跃变化来说存在一定滞后性。从图 8(b) 可以看出,推力同样从喉栓位移阶跃变化时开始升高,不同之处在于:推力存在一段阶跃变化,然后才逐渐升高。出现此现象的原因是固体姿轨控发动机变工况过程中,转换前四个阀门输出推力相等,合力为 0 N。转换后 4 号阀门满推力输出,其他阀门推力为 0 N,此时发动机推力等于 4 号阀门的输出推力,由于喉栓位移假设为阶跃响应,所以发动机推力会从 0 N 阶跃至 4 号阀门满推力。而燃烧室压强缓慢提升,因此此时 4 号阀门满推力是在燃烧室压强等于 2 MPa



(b) 推力变化过程

(b) Variation process of thrust

图 8 变工况过程发动机性能变化

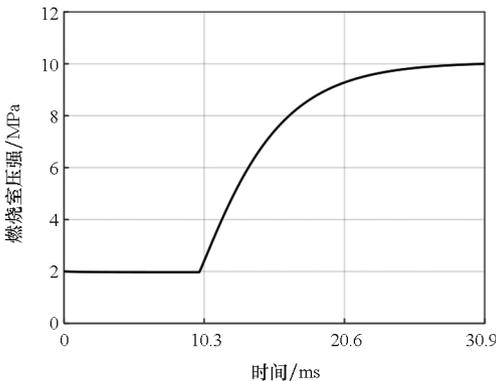
Fig. 8 Performance change of motor after operating condition variation

情况下的推数值 242.208 N。之后如式(15)所示,随着燃烧室压强逐渐升压至 10 MPa,推力也提升至相应满推力值 1 704.503 N。

2.3 推力动态不确定性传递

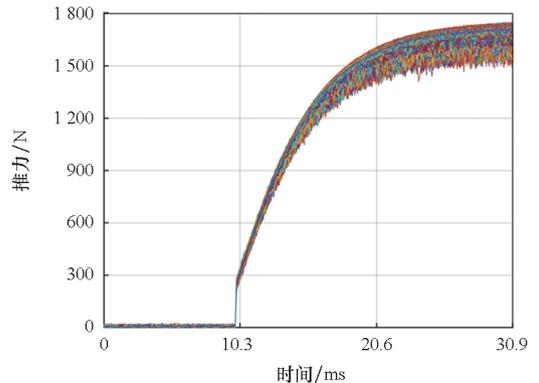
固体姿轨控发动机燃烧室压强由 2 MPa 升至 10 MPa 过程中推力变化趋势已求解,在此基础上,考虑表 2 所示发动机几何参数不确定性,抽取 50 000 组样本,采用蒙特卡罗模拟法求解该过程的推力不确定性。得到发动机变工况过程推力不确定性随时间的变化规律如图 9 所示。

图 9(a) 所示为 50 000 组样本得到的推力曲线。可以发现,在参数不确定性的影响下,推力曲线并不平稳,而是在一定范围内曲折上升,变工况前的怠机模式时,推力波动范围较小,在喉栓瞬时运动后,波动范围随推力增大而增大。为更直观反映推力大小不确定性的变化,图 9(b) 给出推力大小 99% 置信区间,在参数不确定性的影响下,固体姿轨控发动机推力有 99% 的概率落在该区间内。从图 9(b) 中可以看出,10 ms 前,置信下界



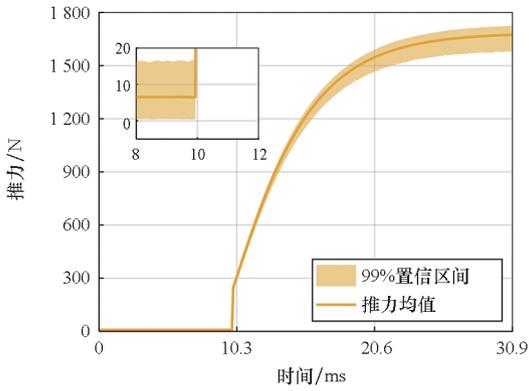
(a) 燃烧室压强变化过程

(a) Variation process of chamber pressure



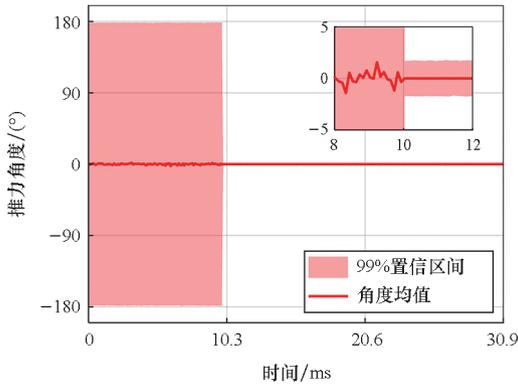
(a) MCS 获取的推力曲线

(a) Thrust curves obtained by MCS



(b) 推力大小 99% 置信区间

(b) 99% confidence interval for the thrust magnitude



(c) 推力角度 99% 置信区间

(c) 99% confidence interval for the thrust angle

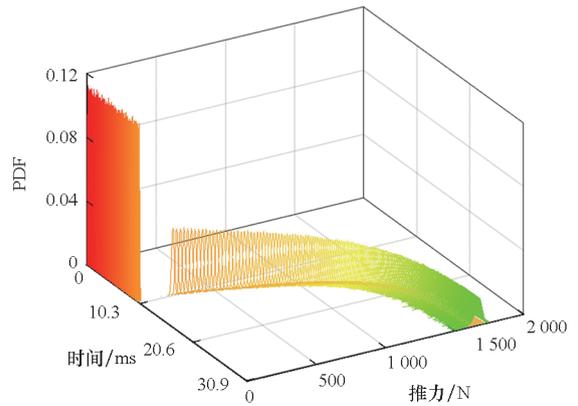
图 9 推力不确定性随时间变化过程

Fig. 9 Uncertainty variation process of thrust

距离推力均值更近,而 10 ms 之后,置信上界距离推力均值更近。例如,5 ms 时,推力均值为 6.512 N,其 99% 置信区间为 [0.435 N, 16.403 N],而在 30.9 ms,即发动机升压过程完成后,推力输出均值为 1 673.801 N,99% 置信区间为 [1 580.419 N, 1 724.613 N]。图 9 说明不确定性条件下,固体姿轨控发动机变工况前怠机模式的推力均值大于图 8(b) 所示理论值,而升压过程单向模式下的推力均值小于图 8(b) 所示理论值。此现象产生的潜在原因可能是参数不确定性的影响,发动机阀门难以保持理想状态而对推力性能产生影响,对于怠机模式,四个阀门推力难以严格相等导致推力均值大于 0 N;而单向模式下,2 号阀门难以保持全闭状态,造成发动机推力输出小于 4 号阀满推力,从而导致发动机单向工作模式下推力难以达到理论最大值。图 9(c) 表示推力角度 99% 置信区间的变化,在整个变工况过程中,推力角度均值在 0° 附近波动。变工况前怠机模式下,推力角度在 [-180°, 180°] 之间均匀分布,因此其误差带较宽;而变工况后单向推力模式

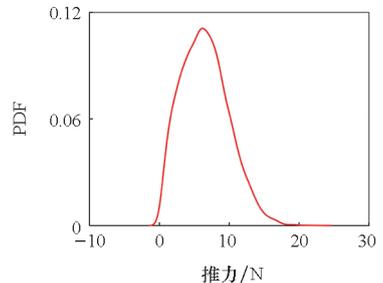
下,推力角度分布在 0° 附近,误差带较窄,这说明推力角度在单向推力模式下波动不大。因此主要分析变工况过程中推力大小的动态不确定性。

为了更直观地了解固体姿轨控发动机变工况过程推力不确定性的变化情况,图 10(a) 给出推力概率密度函数(probability density function, PDF) 曲线随时间的变化规律,由于变工况前推力不确定性水平较低,因此 0 ~ 10 ms 的 PDF 曲线峰值较高,推力不确定性水平随着升压过程逐渐升高,其 PDF 曲线峰值也随之降低。图 10(b) 和图 10(c) 分别为 5 ms 和 30.9 ms 时的推力 PDF 曲线,即固体姿轨控发动机变工况前后的推力 PDF。可以看出,5 ms 和



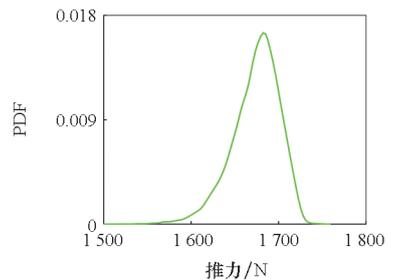
(a) 推力 PDF 随时间变化

(a) Variation of thrust PDF with time



(b) 5 ms 时推力 PDF

(b) Thrust PDF at 5 ms



(c) 30.9 ms 时推力 PDF

(c) Thrust PDF at 30.9 ms

图 10 变工况过程不同时刻推力 PDF 曲线

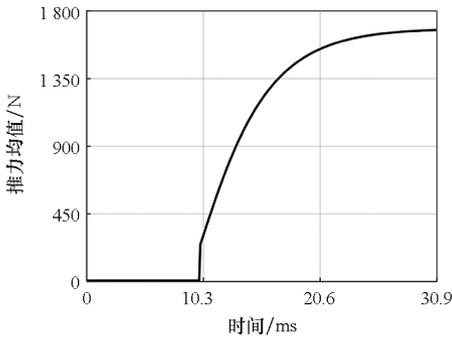
Fig. 10 PDF curves of thrust at different moments during variable operating conditions

30.9 ms 时的推力 PDF 分别呈右偏和左偏分布,验证了图 9 中置信区间上下界与均值距离的关系。

图 11 给出其前四阶统计矩随时间的变化曲线,使用统计矩描述推力响应不确定性特征,以便观察推力不确定性随时间的变化规律。

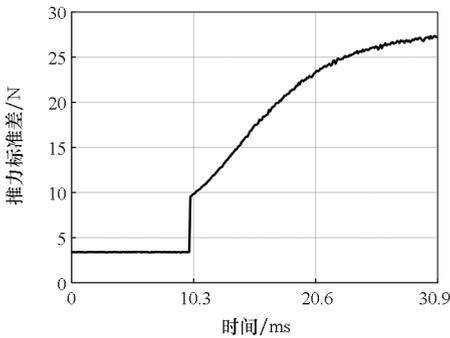
推力标准差在发动机变工况前怠机模式下在 3.4 N 附近波动,如图 11(b) 所示,且标准差在变工况之后整体趋势随时间非线性递增,和图 11(a) 所示的推力均值增加趋势相符。这可能是固体姿轨控发动机变工况过程中,相同参数不确定性条件使推力变异系数维持在一定范围,从而造成推力标准差随均值提升而增高。

图 11(c) 显示推力偏度在发动机由低压怠机模式转换至高压单向模式后由正变负,且在 10 ~ 15 ms 内推力偏度逐渐减小,最终稳定在 -1 附



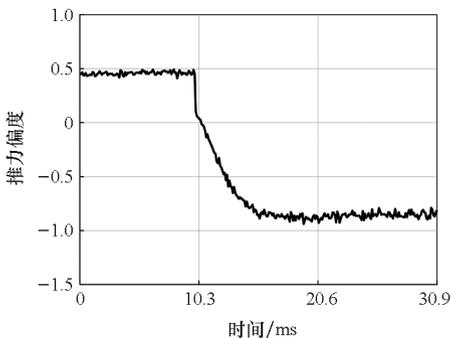
(a) 推力均值变化曲线

(a) Variation curve of the mean of thrust



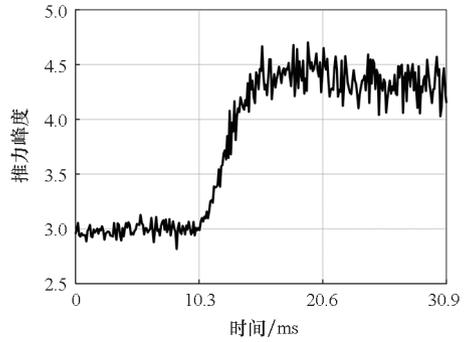
(b) 推力标准差变化曲线

(b) Variation curve of the standard deviation of thrust



(c) 推力偏度变化曲线

(c) Variation curve of the skewness of thrust



(d) 推力峰度变化曲线

(d) Variation curve of the kurtosis of thrust

图 11 变工况过程推力前四阶统计矩随时间变化
Fig. 11 Variation of first-four order statistical moments of thrust during variable operating conditions

近。这意味着推力概率分布从右偏变为左偏,且推力左偏程度逐渐增大,15 ms 后趋于稳定,这与图 10(b) 和图 10(c) 所示 PDF 曲线状态吻合。推力概率分布右偏表示发动机怠机模式下实际推力大于均值的概率较大;左偏意味着发动机升压过程中推力众数大于均值,即发动机实际推力大于推力均值的情况发生概率高。这表明,针对此工况设计时,推力需要根据发动机需求可靠度确定,以使设计推力值出现概率满足设计要求,一般设计值在推力均值和理论值之间。

由图 11(d) 可知,固体姿轨控发动机变工况前推力峰度波动幅度较小,稳定在 3 附近,发动机变工况后推力峰度增大到 4 ~ 4.5 之间且波动幅度增大,同样表现出与时间的相关性。

2.4 影响因素重要度排序

为探究表 2 中不确定性变量对固体姿轨控发动机推力不确定性水平的影响程度,将各变量分别设为服从正态分布的随机变量,其他变量为确定值,并计算推力标准差,推力标准差越大,表示相应变量对推力的影响程度越高。当第 k 个因素为随机变量时,相应推力可表示为:

$$F_k = \mathcal{F}(\boldsymbol{\chi}_k) \quad (17)$$

式中: $\mathcal{F}(\cdot)$ 表示固体姿轨控发动机推力计算函数, $\boldsymbol{\chi}_k = (\mu_1, \dots, \mu_{k-1}, x_k, \mu_{k+1}, \dots, \mu_5)$ 表示第 k 个变量的均值, x_k 为第 k 个随机变量。值得注意的是,本节只考虑喉栓在某一位置时由于几何尺寸等偏差造成的不确定性,为方便理解,将表 2 中的喉栓位移记为喉栓位置。

在发动机工况转换完毕之后,采用 MCS 获取推力标准差,结果列于图 12。从图 12 可以看出,在五个变量中,喉栓直径 d_h 对推力性能的影响程度最高,且明显高于其他变量;喉栓位置 x_i 、喷管

喉径 d_h 和收敛段圆弧半径 r_s 三者对推力性能不确定性的影响程度相近,收敛段圆弧半径重要度略高于喉栓位置和喷管喉径的重要度,喉栓位置和喷管喉径重要度几乎一致;喉栓头部长 L_t 对推力性能的影响程度最低,明显低于其他变量。为量化比较各参数重要程度,表 3 列出推力标准差量化结果。

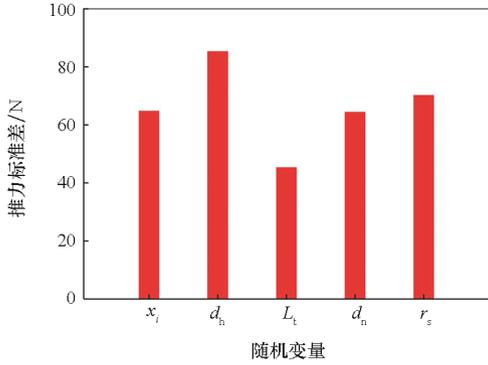


图 12 不同随机变量下推力标准差结果

Fig. 12 Standard deviation results of thrust with different random variables

表 3 推力标准差量化结果

Tab. 3 Quantitative results of standard deviation for thrust

随机变量/mm	推力标准差/N
喉栓位置 x_i	64.854
喉栓直径 d_h	85.374
喉栓头部长 L_t	45.399
喷管喉径 d_n	64.506
收敛段圆弧半径 r_s	70.264

由表 3 可知,当考虑喉栓直径为随机变量时,推力标准差最大,达到 85.374 N。取喉栓头部长为随机变量时的推力标准差最小,为 45.399 N。喉栓位置为随机变量时的推力标准差为 64.854 N,高于喷管喉径对应的推力标准差 64.506 N,这表明对固体姿轨控发动机推力性能来说,喉栓位置重要度高于喷管喉径的重要度。

综上所述,各变量对推力不确定性的重要度排序为:喉栓直径 > 收敛段圆弧半径 > 喉栓位置 > 喷管喉径 > 喉栓头部长。

3 结论

本文对固体姿轨控发动机变工况过程推力不确定性进行分析,设定喉栓瞬时运动实现发动机工作模式转换,基于零维内弹道方程和蒙特卡罗模拟法分析喉栓位移瞬时变化后推力变化滞后阶

段的动态不确定性,获取变工况过程推力不确定性信息随时间的变化规律。主要结论有:

1)在固体姿轨控发动机由低压怠机模式向高压单向模式转换过程中,推力由右偏分布变为左偏分布。针对发动机升压过程设计时,其推力可根据实际需要的推力可靠性水平及其偏离程度进行设计,一般设计值在理论值和均值之间。

2)在参数不确定性水平一定的前提下,固体姿轨控发动机变工况过程推力标准差随均值的增加而增加,表明大推力输出需要控制系统具有更强的推力纠偏能力以保证发动机工作可靠。

3)针对所研究的固体姿轨控发动机,单向模式下各变量对推力不确定性的重要度排序为:喉栓直径 > 收敛段圆弧半径 > 喉栓位置 > 喷管喉径 > 喉栓头部长。为降低推力不确定性水平同时平衡成本,对该工况进行设计时,可着重控制排序靠前的随机变量不确定性水平,有选择地控制排序靠后的随机变量不确定性水平。

研究了固体姿轨控发动机低压怠机模式转换至高压单向推力模式的变工况过程中的推力不确定性,研究结果不可避免地呈现与此过程的相关性。为使研究工作更具有普适性,后续可从工程实际出发,针对固体姿轨控发动机整个工作周期的变工况过程推力不确定性进行分析,为固体姿轨控发动机控制系统和伺服机构提出更合理的设计需求。

参考文献 (References)

[1] 杨向明,任全彬,艾春安. 固体 KKV 姿轨控系统燃气阀门技术研究进展[J]. 固体火箭技术, 2022, 45(6): 902-907.
 YANG X M, REN Q B, AI C A. Progress on gas valve technology of solid KKV divert and attitude control system[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2022, 45(6): 902-907. (in Chinese)

[2] 张杰,李国盛,文谦,等. 基于改进增广径向基的固体姿轨控发动机推力快速预示[J]. 推进技术, 2023, 44(8): 206-214.
 ZHANG J, LI G S, WEN Q, et al. Fast thrust prediction method for solid divert and attitude control system based on improved augmented radial basis functions [J]. Journal of Propulsion Technology, 2023, 44(8): 206-214. (in Chinese)

[3] 张德权,贾军凯,武泽平,等. 喉栓式固体轨控发动机单阀推力偏差不确定性分析[J]. 固体火箭技术, 2023, 46(4): 498-506.
 ZHANG D Q, JIA J K, WU Z P, et al. Uncertainty analysis on single-valve thrust deviation of pintle solid divert

- motor[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2023, 46(4): 498–506. (in Chinese)
- [4] 成沉. 喉栓式固体变推力发动机推力调控方法及性能仿真研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2017.
CHENG C. Thrust control method and performance simulation of pintle controlled solid rocket motor [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2017. (in Chinese)
- [5] EHLEN J. Investigation of the flow characteristics in a pintle controlled rocket motor nozzle[D]. Delft: Delft University of Technology, 2018.
- [6] SONG A C, WANG N F, LI J W, et al. Transient flow characteristics and performance of a solid rocket motor with a pintle valve [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(12): 3189–3205.
- [7] 唐金兰, 宋慧敏, 李进贤, 等. 基于动网格的喉栓式推力可调喷管内流场数值模拟[J]. *固体火箭技术*, 2014, 37(5): 634–639.
TANG J L, SONG H M, LI J X, et al. Numerical simulation of pintle-controlled nozzle flow field based on dynamic grid[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2014, 37(5): 634–639. (in Chinese)
- [8] HEO J, JEONG K, SUNG H G. Numerical study of the dynamic characteristics of pintle nozzles for variable thrust[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2015, 31(1): 230–237.
- [9] SUNG H G, JEONG K, HEO J. Performance characteristics of a pintle nozzle using the conformal sliding mesh technique[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 61: 85–94.
- [10] 马宝印, 李军伟, 王兴起, 等. 针栓变推力固体火箭发动机动态响应特性研究[J]. *推进技术*, 2020, 41(10): 2161–2172.
MA B Y, LI J W, WANG X Q, et al. Simulation on dynamic response characteristics of pintle variable thrust solid rocket motor[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2020, 41(10): 2161–2172. (in Chinese)
- [11] SAPKOTA J, XU Y H, SUN H J. Numerical study on response characteristics of solid rocket pintle motor [J]. *Journal of Aerospace Technology and Management*, 2019.
- [12] WANG Y B, JI M, CHANG H. Modeling and dynamic characteristics analysis on solid attitude control motor using pintle thrusters [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 106: 106130.
- [13] ZHU H, LUO H W, WANG P C, et al. Uncertainty analysis and design optimization of solid rocket motors with finocyl grain [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2020, 62(6): 3521–3537.
- [14] 郭宇, 李海阳, 申志彬, 等. 固体火箭发动机橡胶密封结构可靠性试验及评估方法[J]. *固体火箭技术*, 2022, 45(2): 222–228.
GUO Y, LI H Y, SHEN Z B, et al. Storage reliability test and evaluation method for rubber seal structure of SRM[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2022, 45(2): 222–228. (in Chinese)
- [15] 李阳天, 李海滨, 韦广梅, 等. 基于改进型多项式混沌展
- 开的固体火箭发动机药柱低温点火不确定性量化分析[J]. *兵工学报*, 2020, 41(1): 40–48.
- LI Y T, LI H B, WEI G M, et al. Uncertainty quantification analysis of solid rocket motor grain ignition at low temperature based on improved polynomial chaos expansion [J]. *Acta Armamentarii*, 2020, 41(1): 40–48. (in Chinese)
- [16] 陈斌, 郑坚. 基于响应法的固体推进剂药柱结构可靠性分析[J]. *战术导弹技术*, 2019(3): 101–106.
CHEN B, ZHENG J. Structural reliability analysis of solid propellant grain based on response surface method [J]. *Tactical Missile Technology*, 2019(3): 101–106. (in Chinese)
- [17] 王鑫, 赵汝岩, 高鸣, 等. 立式贮存固体火箭发动机装药可靠性及影响因素研究[J]. *推进技术*, 2020, 41(8): 1823–1830.
WANG X, ZHAO R Y, GAO M, et al. Reliability and influencing factors of solid rocket motor grain under vertical storage[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2020, 41(8): 1823–1830. (in Chinese)
- [18] 吕翔, 何国强, 刘佩进, 等. 固体发动机燃烧流动基础问题与研究建议[J]. *宇航学报*, 2019, 40(10): 1157–1166.
LYU X, HE G Q, LIU P J, et al. Requests and suggests for basic research on SRM combustion and flow [J]. *Journal of Astronautics*, 2019, 40(10): 1157–1166. (in Chinese)
- [19] 郭宇, 李海阳, 周伟勇, 等. 基于证据融合的固体发动机贮存寿命评估方法[J]. *固体火箭技术*, 2021, 44(4): 448–453.
GUO Y, LI H Y, ZHOU W Y, et al. Evaluation methods for storage life of solid rocket motor based on evidence fusion [J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2021, 44(4): 448–453. (in Chinese)
- [20] 鞠宏艳, 贾东明, 秦鹏举, 等. 基于环境历程的固体火箭发动机贮存可靠性计算方法[J]. *固体火箭技术*, 2023, 46(2): 179–185.
JU H Y, JIA D M, QIN P J, et al. Calculation method of storage reliability of solid rocket motor based on environmental history [J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2023, 46(2): 179–185. (in Chinese)
- [21] 王莹, 张爱华, 李侃. 基于概率统计的复合材料壳体的可靠性分析[J]. *固体火箭技术*, 2022, 45(2): 189–193.
WANG Y, ZHANG A H, LI K. Reliability analysis of filament-wound composite case based on probability and statistics [J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2022, 45(2): 189–193. (in Chinese)
- [22] 张晓军, 舒慧明, 邢鹏涛, 等. 纤维缠绕复合材料结构可靠性评估方法及其应用[J]. *推进技术*, 2022, 43(2): 177–186.
ZHANG X J, SHU H M, XING P T, et al. Reliability evaluation method and its application for fiber wound composite structures [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(2): 177–186. (in Chinese)
- [23] 王才, 史宏斌, 屈转利, 等. 固体火箭发动机柔性接头摆动密封可靠性研究[J]. *固体力学学报*, 2021, 42(2): 189–199.
WANG C, SHI H B, QU Z L, et al. Vector sealing reliability

- of flexible joint in solid rocket motor[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2021, 42(2): 189–199. (in Chinese)
- [24] ZHANG D Q, JIA J K, HAN Z H, et al. An efficient uncertainty quantification and propagation method through skewness and kurtosis fitting region [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2023, 66(2): 36.
- [25] YANG M D, ZHANG D Q, HAN X. New efficient and robust method for structural reliability analysis and its application in reliability-based design optimization [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 366: 113018.
- [26] HU Z L, MANSOUR R, OLSSON M, et al. Second-order reliability methods: a review and comparative study [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2021, 64(6): 3233–3263.
- [27] ZHANG D Q, SHEN S S, JIANG C, et al. An advanced mixed-degree cubature formula for reliability analysis [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 400: 115521.
- [28] ALIBRANDI U, RICCIARDI G. Efficient evaluation of the pdf of a random variable through the kernel density maximum entropy approach [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2008, 75(13): 1511–1548.
- [29] RUBINSTEIN R Y, KROESE D P. Simulation and the Monte Carlo method [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2016.
- [30] 文谦, 杨家伟, 武泽平, 等. 固体姿轨控发动机喉栓运动时序实验设计方法 [J]. 推进技术, 2022, 43(9): 354–363.
- WEN Q, YANG J W, WU Z P, et al. Time-sequence experiment design for pintle motion scheme of solid divert and attitude control system [J]. Journal of Propulsion Technology, 2022, 43(9): 354–363. (in Chinese)
- [31] LEE H, BANG H. Efficient thrust management algorithm for variable thrust solid propulsion system with multi-nozzles [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2020, 57(2): 328–345.
- [32] 陈晓丽, 牛禄, 潘科玮, 等. 喉栓式可调喷管推力模型优化研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2023, 43(2): 80–87.
- CHEN X L, NIU L, PAN K W, et al. Optimization of thrust model of pintle control nozzle [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2023, 43(2): 80–87. (in Chinese)
- [33] 唐金兰, 刘佩进. 固体火箭发动机原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
- TANG J L, LIU P J. Principle of solid rocket engine [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013. (in Chinese)
- [34] 王栋, 封锋, 陈军. 固体火箭发动机基础 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2016.
- WANG D, FENG F, CHEN J. Solid rocket engine foundation [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2016. (in Chinese)