

近圆轨道低轨航天器星地时频比对

刘通^{1*}, 陈浩², 郭鹏斌¹

(1. 中国科学院空间应用工程与技术中心 中国科学院太空应用重点实验室, 北京 100094;

2. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094)

摘要:针对使用微波双向“Λ”方式实现近圆轨道低轨航天器星地高精度时频比对的问题,提出一种使用短期过境数据的统计学特性生成伪测量数据、填充不可见时段的缺失数据,并计算时频比对长期稳定性的新算法,使用仿真数据校验了算法的有效性。为分析航天器定轨误差对时频比对的影响,利用Hill方程,星地时间比对中的相对运动模型和相对论频移模型分析计算了不同天稳指标对轨道误差的要求,ps量级天稳指标对轨道误差的要求为,径向和切向误差在10 m左右,法向误差约1 200 m;亚ps量级天稳指标对轨道误差的要求为,径向和切向误差在1 m左右,法向误差约120 m。结果表明,航天器定轨精度不是星地双向时间比对性能达到0.01 ps量级短稳、亚ps量级天稳的限制性因素。

关键词:时频比对;轨道确定;Hill方程;数据缺失;相对论频移

中图分类号:P127.1 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2025)01-105-08



论文
拓展

Time and frequency transfer via LEO spacecraft in near circular orbit

LIU Tong^{1*}, CHEN Hao², GUO Pengbin¹

(1. Key Laboratory of Space Utilization, Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;

2. Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: Aiming at solving the problem of using the two-way "Λ" configuration to achieve high-stability time-frequency comparison between the ground station and the low earth orbit spacecraft in near circular orbits, a new method for longer-term stability calculation was proposed. The method used the statistical characteristics of the short-term data to generate pseudo-measurements and fill the data gaps. The validity of the algorithm was verified using data simulated. To analyze the influence of spacecraft orbit determination error on time and frequency transfer, the Hill equation, the relative motion model in the time-transfer model and the relativistic frequency shift model were combined to analyze and calculate the requirements of orbit error for different long-term indexes. For long-term ps level stability indexes, the requirements of orbit error are that the radial and tangential errors are around 10 m, and the normal error is about 1 200 m. For long-term sub-ps level stability indexes, the requirements of orbit error are that the radial and tangential errors are around 1 m, and the normal error is about 120 m. The results shows that the error of the orbit determination is not the factor that limits the performance of satellite-ground time-frequency comparison to achieve 0.01 ps level short-term stability and sub-ps level long-term stability.

Keywords: time and frequency transfer; orbit determination; Hill equation; data gaps; relativistic frequency shift

地表原子钟的频率同步精度受限于地球引力场的精确测量。理论分析表明,在低轨(low earth orbit, LEO)航天器微重力环境下,原子钟的频率稳定度好于地面原子钟,有望建立优于地面钟性能的时频基准。高精度空间时频基准的建立和高精度的时频比对在前沿科学研究和工程应用中都有着重要作用。450 km 轨道高度上的航天器中

的原子钟和地面原子钟之间的引力红移差约为 4.6×10^{-11} ,若两钟均具备 5×10^{-17} 或更好的频率准确度和精确的速度值测量,二者之间的频率比对可以实现约 1×10^{-6} 精度的引力红移测量。除此之外,还可以进行精细结构常数变化的高精度测量,光速各向异性的探测及高精度测量。在工程应用方面,卫星导航系统的一大核心是高精

收稿日期:2022-10-07

基金项目:中国科学院空间科学战略性先导科技专项资助项目(XDA30040400);中国科学院特别研究助理资助项目(T203071)

*第一作者:刘通(1989—),女,山东菏泽人,助理研究员,博士,E-mail:liutong2021@csu.ac.cn

引用格式:刘通,陈浩,郭鹏斌.近圆轨道低轨航天器星地时频比对[J].国防科技大学学报,2025,47(1):105-112.

Citation:LIU T, CHEN H, GUO P B. Time and frequency transfer via LEO spacecraft in near circular orbit[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2025, 47(1): 105-112.

度的时频同步系统。远距离高精度的时频比对技术可以完成大范围天地多系统间的时钟同步,实现高精度的授时和守时。空间高精度时频基准的建立和星间高精度视频比对减少了地球卫星导航系统对地面授时系统的依赖。同时也为地月空间航天器导航和授时提供了比星地链路更好的观测几何。

欧空局的空间站原子钟组 (atomic clock ensemble in space, ACES) 项目计划将一台冷原子铯钟和一台主动氢原子钟放置在国际空间站 Columbus 舱的外面。两台原子钟将在空间建立稳定性和准确度均在 10^{-16} 量级的时频基准。ACES 时频基准将使用微波和激光两种技术进行星地时频比对。激光链路进行星地时间比对的预期性能为单次时间比对准确度 50 ps; 短期稳定性为, 当积分时间达到 300 s 时, 时间比对稳定度约 4 ps^[1]。微波链路上行工作频率为 13.5 GHz, 下行链路的工作频率为 14.7 GHz, 另外将使用额外的 S 频段 2.2 GHz 的下行链路以高精度估算电离层时延。微波链路进行星地时频比对的预期性能为, 积分时间为 300 s 时, 时间比对稳定度优于 0.3 ps; 积分时间为 1 d 时, 时间比对稳定度优于 7 ps; 积分时间为 10 d 时, 时间比对稳定度优于 23 ps^[1-2]。Duchayne 等^[3-4] 在广义相对论的框架下, 考虑到 c^{-3} 项搭建了微波链路的时间传递模型, 分析了定轨精度对双向时频比对精度的影响。Meynadier 等^[5] 在 Duchayne 等的研究基础上, 考虑测量噪声、多普勒效应和载波相位模糊度等因素, 给出了双向微波链路时间比对的数据仿真和分析处理平台框架。Savalle 等^[6] 进行了理论分析和仿真校验, 通过 ACES 时频比对可以实现引力红移 $2 \times 10^{-6} \sim 3 \times 10^{-6}$ 的高精度测量。国内关于绕地航天器高精度时频比对的研究多以北斗系统和我国空间站为背景。北斗卫星导航系统已实现星地微波双向时间比对和北斗星间优于 1 ns 的时间同步^[7]。王威雄等^[8-9] 分析北斗三号卫星亚欧时间比对试验的数据, 得出其共视时间比对精度可达到 1.16 ns。张继海等^[10] 等研究表明采用北斗三号新信号体制 (B1I 和 B3I) 进行亚欧洲际共视时间比对得到的钟差噪声和比对稳定度均优于北斗二号。该试验为北斗三号时间比对纳入国际原子时计算提供了研究基础。已经发射的空间站实验舱搭载高精度原子钟组, 计划使用相互独立的激光和微波链路进行星地和站间高精度时间比对。Guo 等^[11] 对轨道、大气等链路误差进行建模, 并应用误差修正模型和处理手段, 使用

仿真数据实现了优于 0.5 ps 的微波链路星地时间同步精度。刘音华等^[12] 分析得出, 使用分时共视的方法可以降低空间站轨道误差影响, 实现 10 ps 量级的微波链路共视时间比对。刘音华等^[13] 分析了空间站亚 m 量级的轨道误差对单向和共视时间比对精度影响在百 ps 量级, 并提出了轨道误差修正方法将微波时间比对精度提升了一个数量级, 但该论文理论分析和仿真中对于轨道误差的处理办法是在径向、切向和法向三个方向上直接叠加白噪声, 没有考虑动力学对误差轨道的约束。

本文考虑动力学对误差轨道的约束, 研究近圆轨道低轨航天器定轨精度对星地微波双向时频比对精度的影响。以我国空间站为例, 轨道高度约 400 km, 在较好的观测条件下, 过境一次的观测时长约 500 s (仰角大于 20°)。对于同一个地面测站, 1 d 可能有多圈时间比对观测数据, 2 圈观测数据最短时间间隔为 1 个轨道周期, 约 90 min。如何使用间断较大的短时间观测数据进行长期时间比对稳定度的计算也是本文的研究内容之一。全文以我国空间站为背景, 进行近圆轨道低轨航天器高精度微波星地时频比对相关问题的研究。

1 稳定性指标分析

为了探索对低轨近圆轨道航天器, 微波双向时频比对稳定性在定轨精度约束下可能达到的极限性能, 给出两个量级的时间比对指标, 分别为: ① ps 量级的天稳指标; ② 亚 ps 量级的天稳指标。使用重叠阿伦偏差 (overlapping Allan deviation, ADEV) 来表示时域的频率稳定度, 积分时间为 τ 时的 ADEV 记为 $\sigma_y(\tau)$ 。使用时间阿伦偏差 (time Allan deviation, TDEV) 来表示时间稳定度, 积分时间为 τ 时的 TDEV 记为 $\sigma_x(\tau)$ 。两个量级的时间比对指标具体分别为: ① 在 $\tau = 200$ s 时, $\sigma_x(\tau) \leq 0.5$ ps; 在 $\tau = 86\ 400$ s 时, $\sigma_x(\tau) \leq 10$ ps。② 在 $\tau = 200$ s 时, $\sigma_x(\tau) \leq 0.05$ ps; 在 $\tau = 86\ 400$ s 时, $\sigma_x(\tau) \leq 1$ ps。

以 ps 量级天稳性能为例, 对短稳和长稳指标进行分析。空间站单次过境进行连续时间比对时, 微波链路噪声决定了链路的稳定性。噪声类型主要为相位白噪声。依据相位白噪声的特性和临界条件 $\sigma_x(200\text{ s}) = 0.5$ ps 得出, 链路时间比对性能约束为:

$$\sigma_x(\tau) \approx 7.07 \times 10^{-12} \tau^{-\frac{1}{2}} \text{ s}^{\frac{3}{2}}, \tau \leq 200 \text{ s} \quad (1)$$

当积分时间较长, 微波链路的时频比对稳定

性根据空间站过境多次的观测数据得出。只有保证了微波链路时频比对的长稳性能,才可能实现空-地 10^{-17} 或更高量级精度的频率比对。在对系统进行严格温控,对系统时延进行精密标定,其标定误差长稳满足稳定性指标要求的情况下,微波链路的长稳主要受原子钟输出频率信号的噪声限制。认为其主要噪声为频率白噪声,即相位随机游走噪声。依据频率白噪声的特性和临界条件 $\sigma_x(86\ 400\ \text{s}) = 10\ \text{ps}$ 得出,链路时间比对性能约束为:

$$\sigma_x(\tau) \approx 3.40 \times 10^{-14} \tau^{\frac{1}{2}} \text{s}^{\frac{1}{2}}, \tau \geq 1\ 000\ \text{s} \quad (2)$$

根据式(2),积分时间为 10 d 时,时间比对稳定度约为 31.6 ps。式(1)和式(2)分别对应时间比对短稳和长稳性能指标。时间比对稳定指标和频率稳定度要求转换关系为:

$$\sigma_x(\tau) = [\text{Mod}\sigma_y(\tau)/\sqrt{3}] \cdot \tau \quad (3)$$

式中: $\text{Mod}\sigma_y(\tau)$ 表示修正阿伦偏差(modified Allan deviation, MDEV)。由于 $\text{Mod}\sigma_y(\tau)$ 为 ADEV 的下限值,所以根据式(1)和式(2)计算得到时钟频率稳定度短期和长期指标表达式为:

$$\text{Mod}\sigma_y(\tau) \approx \begin{cases} 1.23 \times 10^{-11} \tau^{-\frac{3}{2}} \text{s}^{\frac{3}{2}}, \tau \leq 200\ \text{s} \\ 5.89 \times 10^{-14} \tau^{-\frac{1}{2}} \text{s}^{\frac{1}{2}}, \tau \geq 1\ 000\ \text{s} \end{cases} \quad (4)$$

式(1)、式(2)和式(4)为分析航天器定轨误差的约束条件。

2 时间比对稳定度的计算

2.1 时间比对短稳计算

时间比对短期稳定性由空间站单次过境的观测数据依据式(3)计算。其中 $\text{Mod}\sigma_y(\tau)$ 表达式^[14]为:

$$\text{Mod}\sigma_y^2(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^{N-3m+1} \left[\sum_{i=j}^{j-m+1} (x_{i+2m} - 2x_{i+m} + x_i) \right]^2}{2m^2 \tau^2 (N-3m+1)} \quad (5)$$

式中: m 为平均因子;积分时间 $\tau = m \cdot \tau_0$, τ_0 为基础采样时间间隔; N 为总采样点数; x_i 为第 i 个相位采样数据,这里为单次时间比对钟差计算值移除准确度趋势项后的值。为了尽可能地降低定轨精度对时频比对稳定性的影响,采取“ Λ ”方式进行双向时间比对,如图 1 所示。地面站向空间站发射信号,空间站在收到信号的同时,向地面站发射下行信号。地面站的发送和接收信号的时间分别记为 t_1 和 t_4 ,卫星的接收信号和发送信号时间分别记为 t_2 和 t_3 , t 表示地心坐标时。这种收发

方式最大可能地放宽了对航天器定轨误差的要求。单次时间比对的钟差计算模型参考文献[3]中星地固有时差模型,需要考虑系统误差、星地相对运动、引力时延和大气延迟等因素。

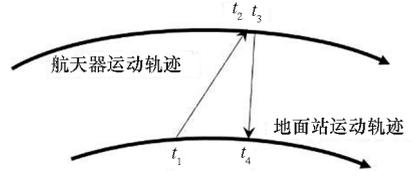


图 1 采取“ Λ ”方式进行微波双向时间比对

Fig. 1 Two-way time comparison with “ Λ ” configuration

2.2 时间比对长稳计算

使用间隔至少 90 min 的观测数据进行时频比对的长期稳定性计算时,需要对缺失数据进行填充。简单地设置为 0 或者线性插值填充会改变数据的统计学特性,得到误差较大的长期稳定性。使用依据测量数据的统计学特性来生成不可见时段的伪测量数据,进而计算时频比对的长期稳定性。以我国空间站和位于西安的观测站为例,仿真生成 40 000 个点表示基础采样时间间隔为 10 s,主要噪声为相位白噪声和频率白噪声的仿真数据。空间站的轨道采用在轨的 TIANHE-1 核心舱(NORAD CAT ID:48274)的两行轨道根数(two line elements, TLE)给出。取协调世界时(universal time coordinated, UTC)2021 年 8 月 7 日 00:00:00 至 2021 年 8 月 11 日 15:06:00,空间站观测仰角大于 20° 且观测时长大于 480 s 的连续可见时间段,如表 1 所示,选择相应点作为可见时间内的观测数据计算结果,如图 2 所示。缺失数据填充流程为:

1) 对给定时间内的 24 个可见时间段内去除趋势项以后的钟差数据计算均值和方差,分别记为 $\mu_i, \sigma_i (i = 1, 2, 3, \dots, 24)$ 。

2) 将缺失的每个数据段均分为时间长度为 g 的小段,分别进行填充。

3) 对第 $i-1$ 个到第 i 个可见时间段之间缺失的数据,长度为 g 的 j 个小段数据填充原则为:服从均值为 μ_{ig} 、方差为 σ_{ig} 的正态分布, μ_{ig} 服从 $[\min(\mu_{i-1}, \mu_i), \max(\mu_{i-1}, \mu_i)]$ 的均匀分布, $\sigma_{ig} = (\sigma_{i-1} + \sigma_i)/2$ 。

每小段填充数据服从高斯白噪声特性表示数据的短期噪声主要是相位白噪声, μ_{ig} 服从 $[\min(\mu_{i-1}, \mu_i), \max(\mu_{i-1}, \mu_i)]$ 的均匀分布表示数据的长期噪声主要是相位随机游走噪声。其中 g 值的选择会影响时间比对短期稳定性的计算,

表 1 给定时间内大于 480 s 的可见时间段

Tab.1 Visible period longer than 480 s in the given time period

| 日期 | 起始时间 | 结束时间 |
|-----------------|----------|----------|
| 2021 年 8 月 7 日 | 01:23:47 | 01:33:16 |
| | 03:00:36 | 03:10:03 |
| | 19:32:13 | 19:40:29 |
| | 21:07:55 | 21:17:33 |
| | 22:45:10 | 22:54:20 |
| 2021 年 8 月 8 日 | 00:22:25 | 00:31:39 |
| | 01:59:09 | 02:08:48 |
| | 03:36:22 | 03:44:22 |
| | 20:06:52 | 20:16:09 |
| | 21:43:31 | 21:52:52 |
| 2021 年 8 月 9 日 | 23:20:56 | 23:30:00 |
| | 00:57:45 | 01:07:22 |
| | 02:34:36 | 02:43:31 |
| | 19:05:37 | 19:14:39 |
| | 20:41:48 | 20:51:27 |
| 2021 年 8 月 10 日 | 22:19:22 | 22:28:22 |
| | 23:56:20 | 24:05:46 |
| | 01:33:08 | 01:42:38 |
| | 18:04:47 | 18:12:54 |
| | 19:40:24 | 19:50:02 |
| 2021 年 8 月 11 日 | 21:17:39 | 21:26:48 |
| | 22:54:55 | 23:04:06 |
| | 00:33:40 | 00:41:18 |
| | 02:08:49 | 02:16:52 |

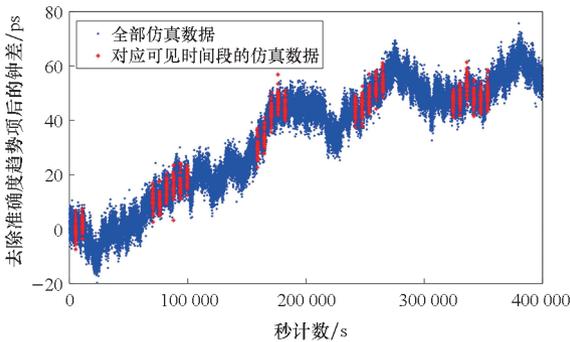


图 2 可见时间段内对应的数据

Fig. 2 Corresponding measurements of visible period

对时间比对长期稳定性的值影响很小。图 3 给出了使用原始仿真数据和填充缺失数据后计算

的 TDEV 对比结果。其中短期稳定性值最大的 $g = 1\ 000\ s$, 短期稳定性值最小的 $g = 7\ 000\ s$, 和原始数据最接近的 $g = 3\ 000\ s$ 。 g 取值越大, 短稳的性能越好, 因为数据的短期噪声主要是相位白噪声。

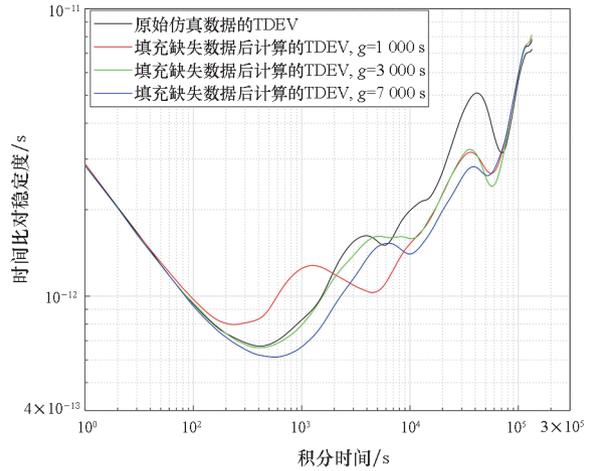


图 3 原始数据和填充缺失数据后的 TDEV

Fig. 3 TDEV of original data and with gaps filling

进一步考察在观测资源不充分、观测弧长短、观测次数少的情况下算法的有效性和普适性。记观测弧长为 L 、观测次数为 M 、有观测数据的天数为 D 。如观测弧长为 $100\ s$ 、观测次数为 24 次, 有 $4\ d$ 的观测数据, 缺少 8 月 8 日的观测数据, 则记录为“ $L = 100\ s, M = 24, D = 4, 0808$ ”。对以下四种情况下的算法有效性进行测试:

- 1) 观测次数不变, 观测弧长由现在的 $480\ s$ 缩短为 $100\ s$, 即 $L = 100\ s, M = 24, D = 5$;
- 2) 观测次数减少 60% , $5\ d$ 每天均有观测数据, 观测弧长为 $100\ s$, 即 $L = 100\ s, M = 9, D = 5$;
- 3) 观测次数减少 60% , 仅 $4\ d$ 有观测数据, 缺少观测数据日期前后 $2\ d$ 钟差均值变化较小, 观测弧长为 $100\ s$, 即 $L = 100\ s, M = 9, D = 4, 0810$;
- 4) 观测次数减少 60% , 仅 $4\ d$ 有观测数据, 缺少观测数据日期前后 $2\ d$ 钟差均值变化较大, 观测弧长为 $100\ s$, 即 $L = 100\ s, M = 9, D = 4, 0808$ 。

选择 $g = 3\ 000\ s$, 使用该数据填充算法计算上述四种情况下的 TDEV, 计算结果如图 4 所示。结果显示, 在每天均有观测数据的前提下, 观测弧长短、观测次数少基本不影响时间稳定度天稳的计算结果。当观测次数过少, 如缺少某天的观测数据, 且缺少观测数据日期前后 $2\ d$ 数据时的钟差均值变化较大, 计算得到的 TDEV 误差较大。

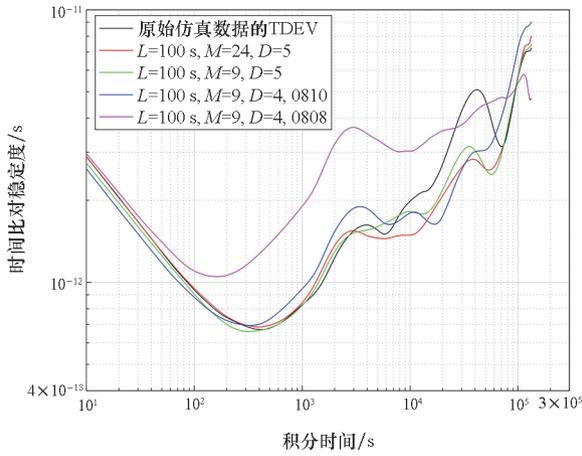


图 4 原始数据和观测不充分情况下数据填充后计算的时间比对稳定度

Fig.4 TDEV of original data and insufficient observations with gaps filling

3 空间站定轨精度要求

3.1 定轨精度对时频比对影响模型

空间站定轨精度主要通过两个方面影响时间比对的稳定度:①空间站天线相位中心的位置确定精度通过影响星地相对运动项来影响时间比对的稳定度。②空间站原子钟位置的确定精度通过影响原子钟相对论频移计算误差来影响其频率稳定度。参考文献[3]中单次星地固有时比对模型,取星地相对运动项中的主要项分析。

$$\frac{T_{12} - T_{34}}{2} = \frac{\mathbf{R}(t_4) \cdot \mathbf{v}_g(t_4)}{c^2} + \frac{T_{23}}{2cR(t_4)} [\mathbf{R}(t_4) \cdot \Delta\mathbf{v}(t_4)] \quad (6)$$

式中, c 为光速, $T_{12} = t_2 - t_1$ 和 $T_{34} = t_4 - t_3$ 分别表示信号上行和下行链路飞行总时间。空间站和地面站天线相位中心在地心天球参考坐标系 (geocentric celestial reference system, GCRS) 中的位置记为 $\mathbf{x}_s(t)$ 和 $\mathbf{x}_g(t)$, 速度记为 $\mathbf{v}_s(t)$ 和 $\mathbf{v}_g(t)$ 。记 $\mathbf{R}(t) = \mathbf{x}_s(t) - \mathbf{x}_g(t)$ 为航天器相对地面站的位置矢量,其模 $R(t) = \|\mathbf{R}(t)\|$ 为二者之间的瞬时距离。二者相对速度矢量 $\Delta\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_s(t) - \mathbf{v}_g(t)$ 。考虑空间站定轨误差和信号转发时间误差,由式(6)得:

$$\delta\left(\frac{T_{12} - T_{34}}{2}\right) = \frac{\delta\mathbf{x}_s(t_4) \cdot \mathbf{v}_g(t_4)}{c^2} + \frac{\mathbf{R}(t_4) \cdot \Delta\mathbf{v}(t_4)}{2cR(t_4)} \delta T_{23} + \left[\frac{\delta\mathbf{x}_s(t_4) \cdot \Delta\mathbf{v}(t_4)}{cR(t_4)} - \frac{\mathbf{R}(t_4) \cdot \delta\mathbf{v}_s(t_4)}{cR(t_4)} - \frac{\mathbf{R}(t_4) \cdot \Delta\mathbf{v}(t_4) \|\delta\mathbf{x}_s(t_4)\|}{cR(t_4)^2} \right] \frac{T_{23}}{2} \quad (7)$$

根据式(7),星地相对运动项的误差主要和

空间站天线相位中心位置误差 $\delta\mathbf{x}_s$, 转发时间间隔 T_{23} 和其不确定度 δT_{23} 相关。

定轨误差通过影响原子钟位置确定精度,影响其频偏计算误差来影响其频率稳定度。记 $f = d\tau^s/dt$, 其中 τ^s 为空间站时钟固有时,则原子钟位置误差造成的频偏计算误差^[15]为:

$$\delta f(\mathbf{x}_c(t)) = f(\mathbf{x}_c(t)) - f(\mathbf{x}_{cl}(t)) \approx \frac{U(t, \mathbf{x}_{cl}(t)) - U(t, \mathbf{x}_c(t))}{c^2} + \frac{\mathbf{v}_{cl}^2(t) - \mathbf{v}_c^2(t)}{2c^2} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{x}_c(t)$ 和 $\mathbf{x}_{cl}(t)$ 分别为空间站原子钟位置的真实值和计算值; $\mathbf{v}_c(t)$ 和 $\mathbf{v}_{cl}(t)$ 分别为速度的真实值和计算值; U 为给定位置的时钟在地球引力场中具有引力势。变换整理式(8)^[3-4]得:

$$\delta f(\mathbf{x}_c(t)) \approx \frac{1}{c^2} \left\{ \frac{d}{dt} [\mathbf{v}_o(t) \cdot \delta\mathbf{x}_c(t)] \right\} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{v}_o(t)$ 为空间站质心速度真实值。综合上面的分析,给定的时频比对稳定性指标主要通过式(7)和式(9)对轨道误差进行约束。

3.2 轨道误差模型建立

文献[13]中提到了运动学轨道误差模型,轨道在径向、切向和法向的误差分量独立,没有动力学模型约束。本文选择更为合理的有动力学约束的轨道误差模型。在近圆轨道上的低轨航天器偏离其标称轨道的误差,可以视为真卫星和参照卫星的相对运动,相对运动服从 Hill 方程^[16]。在 Hill 模型中,轨道在径向、切向和法向的误差在航天器本体坐标系下的表达式依次为:

$$\begin{cases} \delta R_e = \frac{1}{2} A \cos(\omega t + \varphi_R) + P \\ \delta T_e = -A \sin(\omega t + \varphi_R) - \frac{3}{2} \omega P t + Q \\ \delta N_e = B \cos(\omega t + \varphi_N) \end{cases} \quad (10)$$

其中: ω 为轨道角频率; A, B, P 和 Q 为与误差幅值相关的参数; φ_R 和 φ_N 为相位参数。在这个模型的约束下,轨道平面内两个方向的误差相互耦合。由轨道误差模型结合式(7)和式(9)分析时频比对稳定性对定轨的误差要求。

3.3 定轨精度要求分析

空间站的轨道采用在轨的 TIANHE-1 核心舱 (NORAD CAT ID:48274) 2021 年 8 月 8 日的 TLE 给出,测站选择西安。分两个部分对空间站定轨精度要求进行分析。①结合式(7)和时间比对稳定度的指标(式(1)和式(2)),得到对空间站定轨精度、转发时间间隔 T_{23} 和其不确定度的要求。②结合原子钟频率稳定度指标(式(4)和

式(9)),给出对空间站定轨精度的要求。首先令 $T_{23} = 0$ s,这样轨道误差模型中每一组 A 和 B 的值以及 δT_{23} 均有一个满足稳定性指标的取值范围,如图 5 所示。在满足指标要求的情况下, δT_{23} 取值减小,对定轨精度的要求可以放宽。当 δT_{23} 取值低于 160 ns 时,再降低其取值,对定轨精度约束基本不变,所以取 $\delta T_{23} \leq 160$ ns。然后取 $\delta T_{23} = 0$ s,分析 T_{23} 和定轨精度在指标约束下的相互影响,如图 6 所示,发现当 T_{23} 取值低于 21 μ s 时,再减小其取值,定轨精度约束基本不变。所以取 $T_{23} \leq 21$ μ s。

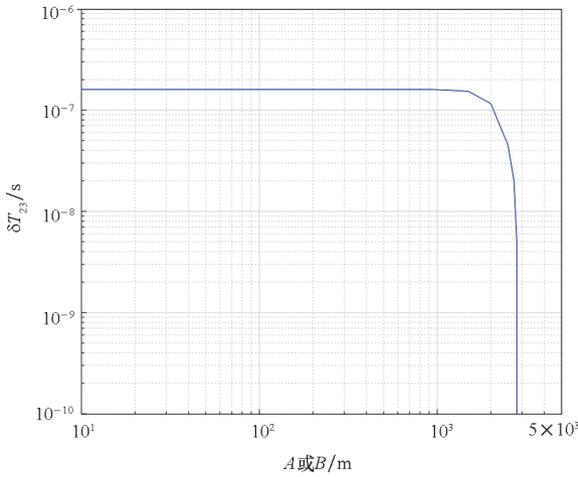


图 5 $T_{23} = 0$ s 时, A 、 B 和 δT_{23} 满足稳定性指标的取值范围

Fig. 5 When $T_{23} = 0$ s, the range of values of A , B and δT_{23} satisfying the index

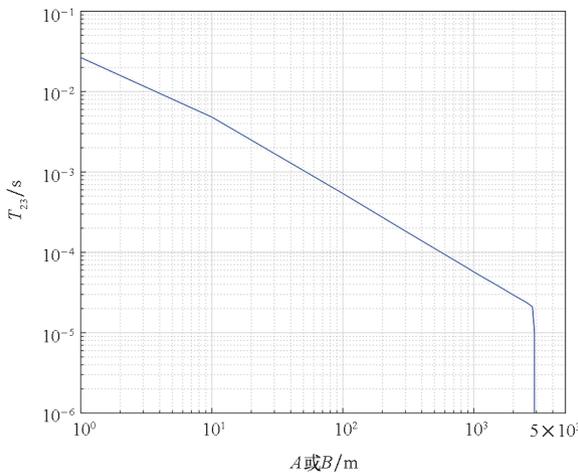


图 6 $\delta T_{23} = 0$ s 时, A 、 B 和 T_{23} 满足稳定性指标的取值范围

Fig. 6 When $\delta T_{23} = 0$ s, the range of values of A , B and T_{23} satisfying the index

在满足 $T_{23} = 21$ μ s 和 $\delta T_{23} \leq 160$ ns 的情况下,对全部的相位值 φ_R 和 φ_N 考察满足时间比对

稳定性指标的最大 A 值和 B 值,得到 $A = 120$ m,如图 7 所示。对 B 的取值比较宽松,约为 1 200 m,即对轨道的法向误差要求并不严格。在式(6)~(7)计算过程中,忽略了地面站速度的误差。由于地面站速度误差建模繁杂,考虑其为 mm 量级、方向随机的误差量。则可以得到 $T_{23} = 21$ μ s 和 $\delta T_{23} \leq 160$ ns 时的临界条件为 $A = 110$ m, $B = 1$ 200 m,如图 8 所示。

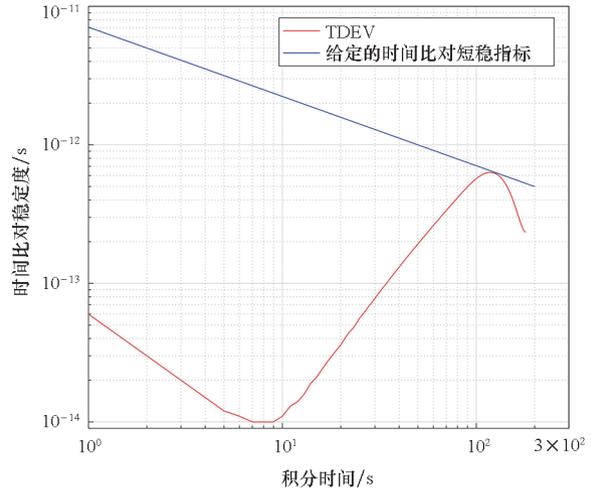


图 7 $A = 120$ m, $B = 1$ 200 m 时间比对短期稳定度
Fig. 7 Short-term stability of time comparison with $A = 120$ m, $B = 1$ 200 m

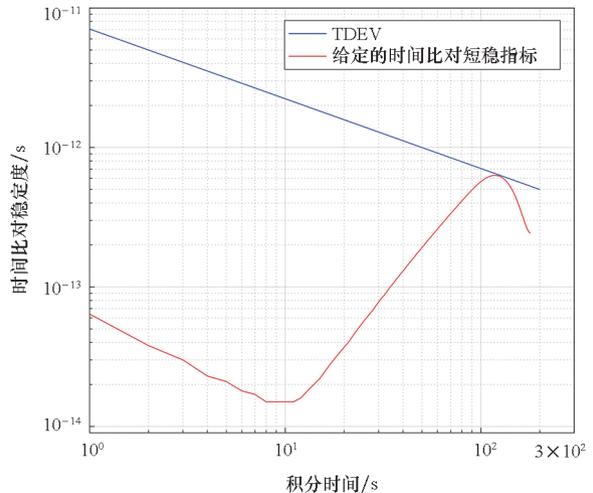


图 8 $A = 110$ m, $B = 1$ 200 m 时间比对短期稳定度
Fig. 8 Short-term stability of time comparison with $A = 110$ m, $B = 1$ 200 m

由式(10)计算不同 A 值对应的 ADEV,与式(3)进行比对,得到图 9,即如果 A 值不大于 17 m(即 17 m 的切向位置误差,8.5 m 的径向误差),则可以符合指标要求。图 9 中可以得到空间站的轨道周期为 5 570 s。另由于式(9)的原子钟的位置误差投影到空间站质心速度方向上的分

量起主要作用,这里对 B 值的约束较小,如图 10 所示, $A = 17\text{ m}, 19\text{ m}$ 和 $B = 1\ 200\text{ m}$ 时,与图 9 所示的 $A = 17\text{ m}, 19\text{ m}$ 和 $B = 20\text{ m}$ 的频率稳定性比较也可得到此结论。

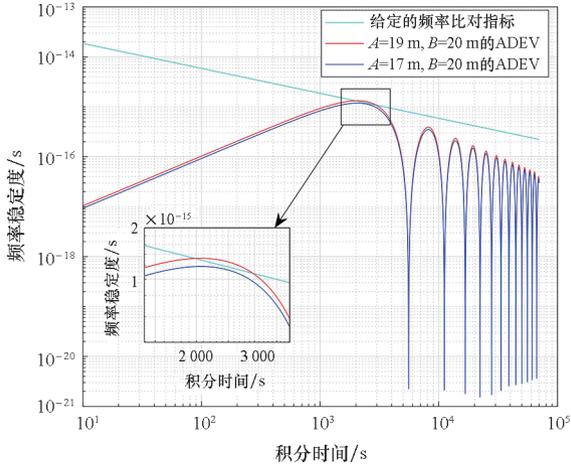


图 9 $A = 17\text{ m}, 19\text{ m}$ 和 $B = 20\text{ m}$ 计算的原子钟频率稳定度
Fig.9 Frequency stability of atomic clock onboard calculated with $A = 17\text{ m}, 19\text{ m}$ and $B = 20\text{ m}$

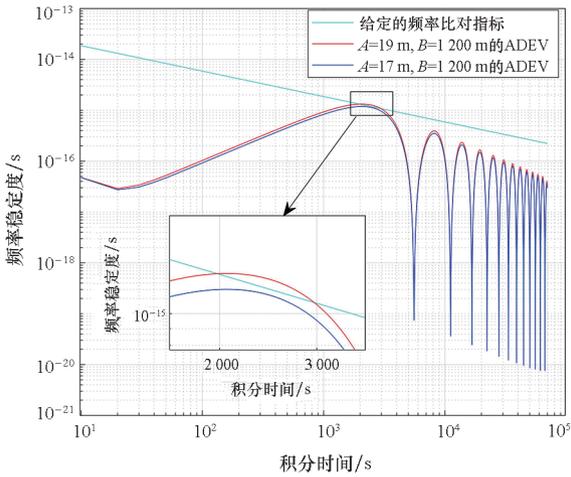


图 10 $A = 17\text{ m}, 19\text{ m}$ 和 $B = 1\ 200\text{ m}$ 频率比对短期稳定度
Fig.10 Frequency stability of atomic clock onboard calculated with $A = 17\text{ m}, 19\text{ m}$ and $B = 1\ 200\text{ m}$

综上所述,对给出的 ps 量级天稳指标,在积分时间达到 200 s 时,TDEV 不高于 0.5 ps;在积分时间达到 1 d 时,TDEV 不高于 10 ps,分析得到的航天器轨道误差具体约束如表 2 所示。进行同样分析,得到亚 ps 量级的天稳指标,对应的轨道约束也在表 2 中给出。比较发现,将星地时频比对稳定性指标提升一个数量级,对近圆轨道低轨航天器轨道误差的约束要求也相应地提升一个数量级,同样对航天器转发时长 T_{23} 及转发时长的不确定度 δT_{23} 也有高于一个量级的要求。相比单向链路,采取“ Λ ”方式进行近圆轨道低轨航天器和

地面站之间的双向时间比对大大降低了对航天器定轨精度的要求。以上分析是仅考虑单变量或者双变量影响得到的,系统误差标定不确定度、多径、大气延迟修正误差等其他影响因素会和轨道精度一起影响时频比对的最终结果,所以能否达到给定的指标,还需要对其他的因素进行高精度的分析建模或者标校,分析是否可以达到给定的精度指标。如多篇相关文献中提到系统收发时延标校误差为双向时间比对中的主要误差源^[3,17-19]。

表 2 不同天稳指标下定轨精度等参数约束临界值
Tab.2 The critical value of parameters such as orbit determination for different long-term stability index

| 量级 | $\delta R_e/\text{m}$ | $\delta T_e/\text{m}$ | $\delta N_e/\text{m}$ | $\delta T_{23}/\text{ns}$ | $T_{23}/\mu\text{s}$ |
|------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|----------------------|
| ps | 8.5 | 17.0 | 1 200 | 160 | 21 |
| 亚 ps | 0.8 | 1.6 | 120 | 10 | 2 |

4 结论

本文对近圆轨道低轨航天器高精度星地时频比对的长期稳定度计算问题,以及短期稳定性和长期稳定性指标对轨道精度约束问题进行了研究。提出了一种依据短期连续测量数据的统计学特性来生成长时间的缺失数据,进而计算时频比对长期稳定性的算法。仿真数据校验了所提方法的有效性。采取“ Λ ”方式的双向链路进行时频比对,轨道误差服从 Hill 方程,从星地相对运动项和相对论频移两个方面分析,得出 ps 量级天稳指标需要将航天器的径向和切向位置误差控制在约 10 m,亚 ps 量级天稳指标需要将航天器的径向和切向位置误差控制在约 1 m,法向误差可以放宽至 100 m 以上。研究表明,定轨精度并不是限制星地双向时间比对长期稳定度达到 ps 量级,甚至亚 ps 量级的瓶颈因素。

影响航天器微波星地时频比对精度的因素除轨道误差和天线相位中心之外,还包含多径误差、大气延迟误差、系统时延标定误差等因素。这些因素中的多径效应影响随着天线载荷安装条件和视场环境的不同,随机性大、建模分析难度大。对流层延迟中的非色散时延可以抵消。采用较高的工作频率,如 K 频段或双频工作模式,可以进行电离层延迟的精确估算。系统收发时延标校误差为双向时间比对中的主要误差源之一,需要对系统工作环境进行严格温控或时延温漂系数的精密标定来获得较好的系统时延长期稳定度。未来的

工作将对上述因素建模或标定残差进行进一步分析。由于传统激光测距技术作用距离有限,对地月空间中微波链路时频比对的精度分析,也是未来的研究工作之一,相关研究或可支持未来深空导航和地月空间任务。

参考文献 (References)

- [1] LILLEY M, SAVALLE E, ANGININ M C, et al. ACES/PHARAO: high-performance space-to-ground and ground-to-ground clock comparison for fundamental physics[J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(2): 34.
- [2] CACCIAPUOTI L, ARMANO M, MUCH R, et al. Testing gravity with cold-atom clocks in space[J]. *The European Physical Journal D*, 2020, 74: 164.
- [3] DUCHAYNE L. Transfert de temps de haute performance: le lien micro-onde de la mission ACES[D]. Paris: Observatoire de Paris École Doctorale, 2008.
DUCHAYNE L. High-performance time transfer: the microwave link of the ACES mission [D]. Paris: Paris Observatory Doctoral School, 2008. (in French)
- [4] DUCHAYNE L, MERCIER F, WOLF P. Orbit determination for next generation space clocks [J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2009, 504(2): 653–661.
- [5] MEYNADIER F, DELVA P, LE PONCIN-LAFITTE C, et al. Atomic clock ensemble in space (ACES) data analysis[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2018, 35(3): 035018.
- [6] SAVALLE E, GUERLIN C, DELVA P, et al. Gravitational redshift test with the future ACES mission[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2019, 36(24): 245004.
- [7] PAN J Y, HU X G, ZHOU S S, et al. Time synchronization of new-generation BDS satellites using inter-satellite link measurements [J]. *Advances in Space Research*, 2018, 61(1): 145–153.
- [8] 王威雄,董绍武,武文俊,等. Vondrak-Cepek 组合滤波在北斗共视和卫星双向时间比对融合中的应用[J]. *国防科技大学学报*, 2021, 43(6): 17–25.
WANG W X, DONG S W, WU W J, et al. Application of Vondrak-Cepek combined filtering in the fusion of BeiDou CV and TWSTFT[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2021, 43(6): 17–25. (in Chinese)
- [9] 王威雄,董绍武,武文俊,等. 北斗三号卫星共视时间比对性能分析[J]. *宇航学报*, 2020, 41(5): 569–577.
WANG W X, DONG S W, WU W J, et al. Analysis of common view time comparison by BDS-3 satellite[J]. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(5): 569–577. (in Chinese)
- [10] 张继海,董绍武,袁海波,等. 北斗三号新信号体制共视时间比对[J]. *国防科技大学学报*, 2021, 43(6): 66–73.
- ZHANG J H, DONG S W, YUAN H B, et al. Common view time comparison by new signal system of BDS-3[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2021, 43(6): 66–73. (in Chinese)
- [11] GUO Y M, BAI Y, GAO S H, et al. A satellite-ground precise time synchronization method and analysis on time delay error caused by motion [C]//Proceedings of the 12th China Satellite Navigation Conference, 2021.
- [12] 刘音华,李孝辉. 超高精度空间站共视时间比对新方法[J]. *物理学报*, 2018, 67(19): 104–114.
LIU Y H, LI X H. Super-high accurate new method of common-view time comparison based on space station [J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(19): 104–114. (in Chinese)
- [13] 刘音华,李孝辉. 轨道误差对空间站高精度时间比对的影响分析及修正方法[J]. *宇航学报*, 2019, 40(3): 345–351.
LIU Y H, LI X H. Effect of orbit error on space station time comparison and calibrating method [J]. *Journal of Astronautics*, 2019, 40(3): 345–351. (in Chinese)
- [14] RILEY W J. Handbook of frequency stability analysis[M]. Boulder, Colorado: U. S. Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology, 2008.
- [15] MOYER T D. Formulation for observed and computed values of deep space network data types for navigation [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [16] 王信峰,李言俊,侯黎强. 基于 Hill 方程近地卫星模型预测轨道保持方法[J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(22): 6273–6277.
WANG X F, LI Y J, HOU L Q. MPC control for LEO satellite stationkeeping with strategy of Hill equation [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(22): 6273–6277. (in Chinese)
- [17] 孙宏伟,李志刚,李焕信,等. 卫星双向时间比对原理及比对误差估算[J]. *宇航计测技术*, 2001, 21(2): 55–58.
SUN H W, LI Z G, LI H X, et al. Error estimation in two-way satellite time transfer [J]. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 2001, 21(2): 55–58. (in Chinese)
- [18] 陈晓堂. 卫星双向时间比对系统误差校准方法研究[D]. 西安: 中国科学院大学(中国科学院国家授时中心), 2017.
CHEN X T. Research on calibration method of system error in TWSTFT[D]. Xi'an: National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, 2017. (in Chinese)
- [19] ASCARRUNZ F G, JEFFERTS S R, PARKER T E. Earth station errors in two-way time transfer [C]//Proceedings of IEEE International Frequency Control Symposium, 1996.