

混联式舱内装配调姿机器人系统设计与分析

刘毅¹, 姚建涛^{1*}, 郭禹彤¹, 易旺民², 赵永生¹

(1. 燕山大学机械工程学院, 河北秦皇岛 066004; 2. 中国空间技术研究院北京卫星环境工程研究所, 北京 100094)

摘要:为满足航天舱内设备自动化总装需求获得一种结构尺寸小、工作空间大、负载能力高、灵活度高的装配机器人,提出一种基于PRR/PR(PRR)R机构的轻量化、高负载8自由度混联调姿机器人舱内装配系统。分析混联机器人位置映射关系、速度映射关系、雅可比矩阵、加速度映射关系,建立混联装配机器人动力学模型,得到各关节驱动力、驱动力矩与关节速度映射关系。进一步,建立混联机器人刚度模型,求解机构末端所受六维力后机构的变形程度。ADAMS和ANSYS仿真模型验证了机构运动学、动力、理论刚度模型。为狭长空间内大型设备装配自动化的实现提供了可行方案与理论基础。

关键词:混联机构;狭长空间;装配机器人;运动学;动力学;刚度

中图分类号:TH69 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2025)02-131-15



论文
拓展

Design and analysis of hybrid cabin assembly attitude adjustment robot system

LIU Yi¹, YAO Jiantao^{1*}, GUO Yutong¹, YI Wangmin², ZHAO Yongsheng¹

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;

2. Beijing Institute of Spacecraft Environment Engineering, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: In order to meet the requirements of automatic assembly of equipment in the spacecraft cabin and obtain an assembly robot with small structure size, large workspace, high load capacity and high flexibility, a lightweight, high-load 8-DOF hybrid attitude adjustment robot cabin assembly system based on PRR/PR(PRR)R mechanism was proposed. By analyzing the position mapping relationship, velocity mapping relationship, Jacobian matrix and acceleration mapping relationship of the hybrid assembly robot, the dynamic model of the hybrid assembly robot was established, and the mapping relationship between the driving force, driving torque and joint speed was obtained. Furthermore, the stiffness model of the hybrid robot was established to solve the deformation degree of the mechanism after six dimensional force was applied to the end of the mechanism. ADAMS and ANSYS simulation models verify the kinematic, dynamic and theoretical stiffness models of the mechanism. It provides a feasible scheme and theoretical basis for the realization of large equipment assembly automation in a narrow and long space.

Keywords: hybrid mechanism; long and narrow space; assembly robot; kinematics; dynamics; rigidity

航天舱体内部空间狭小,纵深空间大,待安装设备种类多、载荷重、装配风险高,难以采用通用工装设备对不同类型设备实现自动化装配^[1-5]。机器人型装备具有自动化程度高、定位精度高、布置柔性可重构等优点^[6-9],成为提高航空航天零部件装配自动化水平的重要途径^[10-11]。由于在结构刚度、定位精度和动态特性等方面优势,并联机器人在航空大部件加工和装配等领域得到广泛

应用。国内外先进宇航企业机器人装配系统^[12]主要应用于结构板部装、大型结构装配^[13]、推进系统对接等场景中。美国AIT公司研制了可实现沿X、Y、Z方向精确伺服运动的定位器,应用于787机型总段对接装配^[14]。Qi等^[15]在飞机机身装配过程中,采用双工位4-PPPS平行机构。上海交通大学与长征火箭制造公司联合研制了大型运载火箭贮箱部段自动化对接装备^[16]。孙

收稿日期:2022-10-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(U2037202,52075466)

第一作者:刘毅(1991—),男,山西大同人,博士,E-mail:liuyi415@stumail.ysu.edu.cn

*通信作者:姚建涛(1980—),男,河北保定人,教授,博士,博士生导师,E-mail:jtyao@ysu.edu.cn

引用格式:刘毅,姚建涛,郭禹彤,等.混联式舱内装配调姿机器人系统设计与分析[J].国防科技大学学报,2025,47(2):131-145.

Citation:LIU Y, YAO J T, GUO Y T, et al. Design and analysis of hybrid cabin assembly attitude adjustment robot system[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2025, 47(2): 131-145.

刚等^[17]设计了一种基于六自由度并联机器人、激光跟踪仪的太阳翼数字化对接方法。上海飞机制造厂采用 Eco Positioner 并联机构,实现了 C919 大型客机机身部件高效精确自动化装配^[18]。ABB、发那科、库卡、安川等公司各型工业机器人在航空装配领域得到实际应用^[19]。布仁等^[20]提出一种重载工业机械臂配合六维力传感器的航天大部件柔性力辅助装配方法。王杰鹏等^[21]提出了由库卡 KR 机械臂、ATI 六维力传感器、F/D 力反馈操作仪等组成的机械臂精密交互装配技术。刘仁伟等^[22]采用库卡 KR300 型机械臂配合大量程六维力传感器,将机械臂辅助装配技术应用到卫星装配过程中。孟少华等^[23]针对航天器大尺寸、大重量设备狭小空间下装配难题,设计由库卡 KR210 工业机器人、移动平台、双目视觉系统组成的机器人装配系统。Tao 等^[24]提出集成移动平台与机械臂的移动加工机器人系统。黄磊等^[25]提出六自由度柔性调姿平台与工业机械臂联动装配平台用于筒体-尾喷管位装配。蔡大军等^[26]结合空间自由曲面几何理论,提出狭长空间大部件装配的机器人机构型设计方法,设计了基于 PPRRPR 构型的航天装配机器人。

综上,针对舱体类狭长空间中多样性部件装配需求,采用串联机械臂的装配装备具有更高的灵活性和柔性,可以根据装配工况改变机械臂运动路径规划和装配控制策略,但有限的空间限制了机械臂整体大小,较弱的结构刚度使机械臂在高精度装配任务中的负载能力受到限制^[27],不能充分发挥该类装备的操作灵巧性。目前尚未找到同时兼顾承载、自重、重复定位精度,且满足航天器舱内小空间、大尺寸在不同位姿下的高精度装配定位需求的装配机器人。

针对舱段类内部空间狭小,待安装设备种类多、批量大、载荷重且需要快速高效精准定位的需求,本文提出适用于狭长舱体空间内的装配机器人系统,设计基于 PRR/PR(PRR)R 机构构型的高负载冗余 8 自由度混联调姿装配机器人。推导混联装配调姿机器人运动学位置正解、逆解、速度解、加速度解、雅可比矩阵,建立机器人刚度数学模型,以仿真实验验证混联装配机器人系统设计的有效性合理性。

1 构型与结构设计

设计了针对图 1 所示狭长空间内设备精确定位装配调姿的混联机器人系统。

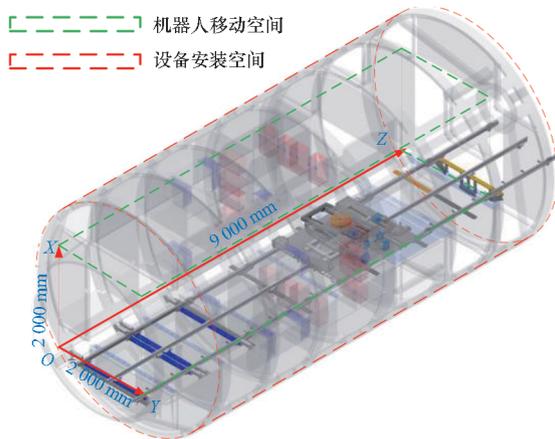


图 1 舱体机构尺寸示意图

Fig. 1 Schematic diagram of cabin structure dimensions

1.1 狭长空间内机器人装配系统

混联机器人装配系统如图 2 所示,包括机器人本体、舱内折叠导轨、舱外移动导轨、设备对接转移平台。8 自由度混联机器人在舱外移动导轨

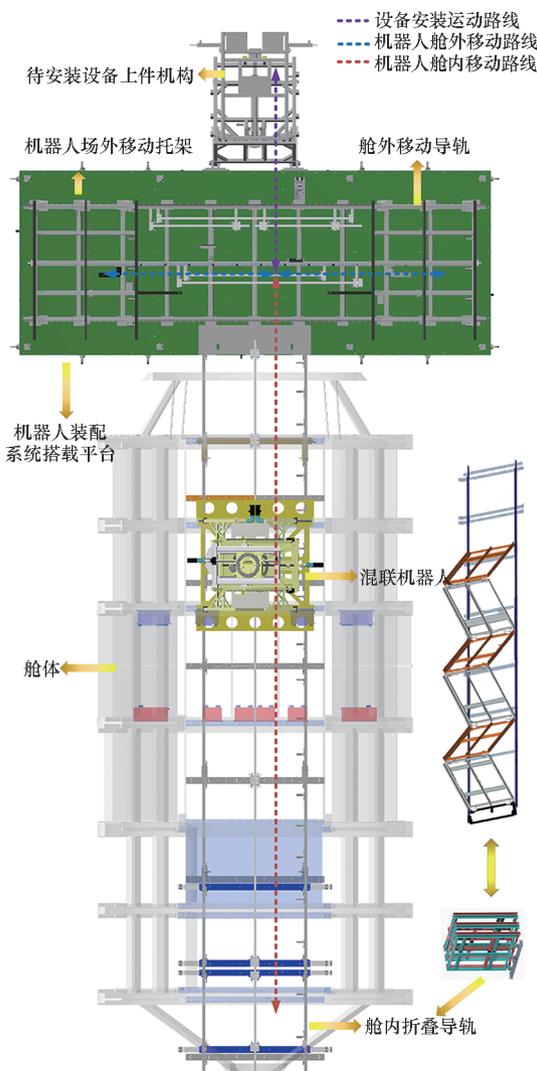


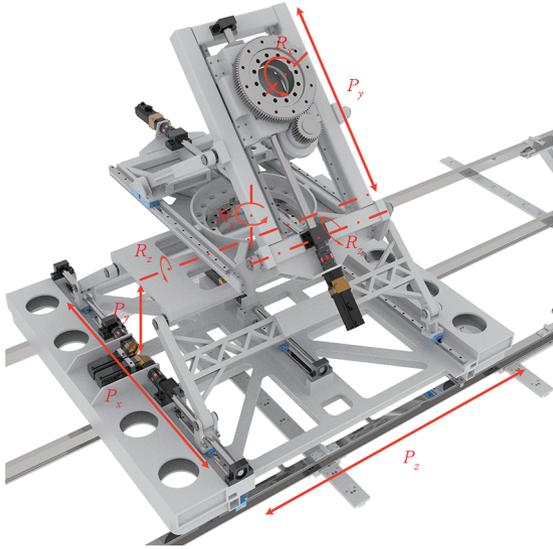
图 2 机器人舱内装配系统

Fig. 2 Robot cabin assembly system

运动至对接位置,由对接平台将待安装设备转移至机器人,机器人与设备组合后沿折叠导轨进入舱内完成调姿装配。

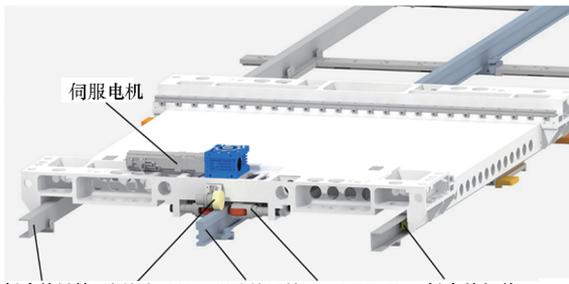
1.2 冗余 8 自由度装配调姿机器人设计

如图 3 所示,考虑到设备安装复杂性、避障能力及承载能力,提出一种基于 P-PRR/PR(PRR) R-RRPR 构型的 8 自由度混联机器人。机器人含有沿着舱体轴线方向的移动关节,末端具备 6 自由度姿态调整能力。机器人主运动链为串-并-串



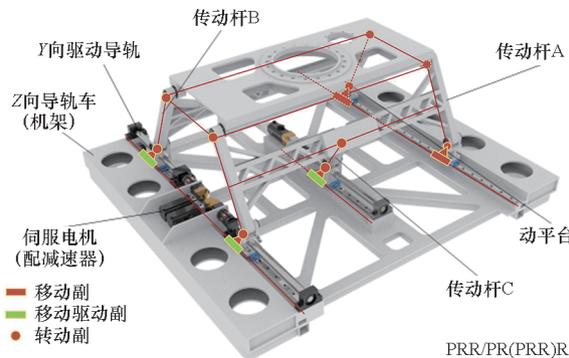
(a) 机构运动示意图

(a) Schematic diagram of mechanism motion



(b) 移动运动机构

(b) Moving mechanism



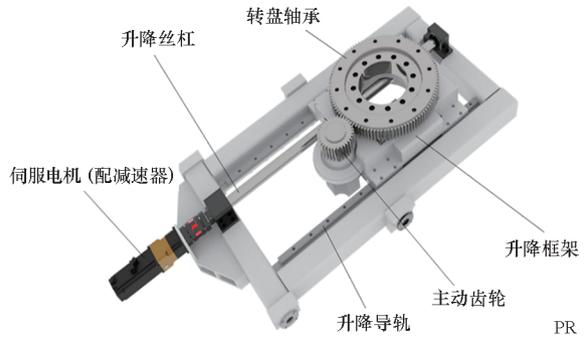
(c) 3 自由度并联机构

(c) 3-DOF parallel mechanism



(d) RR 转动机构

(d) RR rotational mechanism



(e) PR 运动机构

(e) PR motion mechanism

图 3 混联机器人结构

Fig. 3 Hybrid robot structure

混联结构,其中,PRR/PR(PRR) R 并联机构 P_1 与 R_2 自由度冗余,使机器人获得额外活动范围,提高了灵活性。

如图 3(c)所示,并联机构采用 PRR/PR(PRR) R 平面连杆机构,3 个移动驱动副方向平行,使并联机构获得较大移动范围与翻转角度。冗余结构对称布置增加了结构刚度。

混联机器人结构尺寸如图 4 所示。

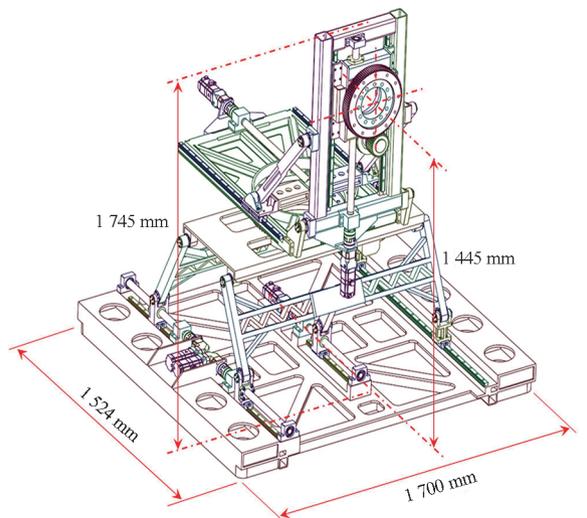


图 4 结构尺寸参数

Fig. 4 Structural dimension parameters

2 运动学分析

2.1 位置分析

2.1.1 位置反解分析

建立图 5 所示并联机构 $O-XY$ 坐标系, 连杆 AB 、 BC 、 CD 、 EF 长度为 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 。设连杆 AB 、 CD 、 EF 与并联机构静平台夹角为 α 、 β 、 ε , 求解 PRR/PR (PRR) R 并联机构位置反解。

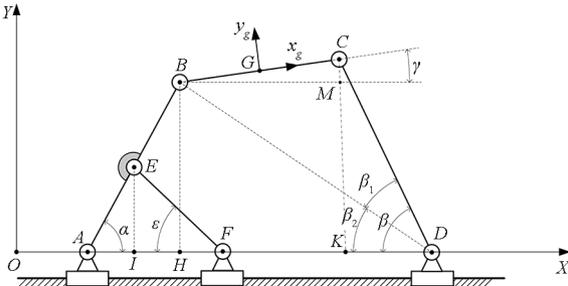


图 5 等效后的平面连杆机构
Fig. 5 Equivalent planar linkage

由几何关系得到 B 点、 C 点坐标:

$$B\left(X - \frac{L_2}{2}\cos\gamma, Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma\right)$$

$$C\left(X + \frac{L_2}{2}\cos\gamma, Y + \frac{L_2}{2}\sin\gamma\right)$$

在几何构型 ABH 中:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha &= \arcsin \frac{BH}{AB} = \arcsin \frac{Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{L_1} \\ AH &= L_1 \cos\alpha \\ AI &= \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}AB\cos\alpha = \frac{1}{2}L_1 \cos\left(\arcsin \frac{Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{L_1}\right) \\ EI &= \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}\left(Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma\right) \\ \varepsilon &= \arcsin \frac{EI}{L_4} = \arcsin \frac{Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{2L_4} \\ AF &= AI + L_4 \cos\varepsilon \end{aligned} \right. \quad (1)$$

在几何构型 CKD 中:

$$\left\{ \begin{aligned} \beta &= \arcsin \frac{CK}{CD} = \arcsin \frac{Y + \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{L_3} \\ AD &= X_C + L_3 \cos\beta \end{aligned} \right. \quad (2)$$

并联机构驱动副驱动量为:

$$\left\{ \begin{aligned} X_1 &= X_B - AH \\ X_2 &= X_C + KD \\ X_3 &= X_1 + AF \end{aligned} \right. \quad (3)$$

其中, X_B 、 X_C 分别为 B 、 C 点的 X 坐标。

将式(1)和式(2)代入式(3)中, 得到:

$$\left\{ \begin{aligned} X_1 &= X - \frac{L_2}{2}\cos\gamma - L_1 \cos\left(\arcsin \frac{Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{L_1}\right) \\ X_2 &= X + \frac{L_2}{2}\cos\gamma + L_3 \cos\left(\arcsin \frac{Y + \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{L_3}\right) \\ X_3 &= X_1 + \frac{L_1}{2}\cos\left(\arcsin \frac{Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{L_1}\right) + \\ &\quad L_4 \cos\left(\arcsin \frac{Y - \frac{L_2}{2}\sin\gamma}{2L_4}\right) \end{aligned} \right. \quad (4)$$

RRPR 四自由度串联机构坐标系如图 6 所示。下面求解串联机构位置反解。已知末端执行器相对于基坐标系 $O-XYZ$ 的位姿变换矩阵为:

$${}^0_4T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

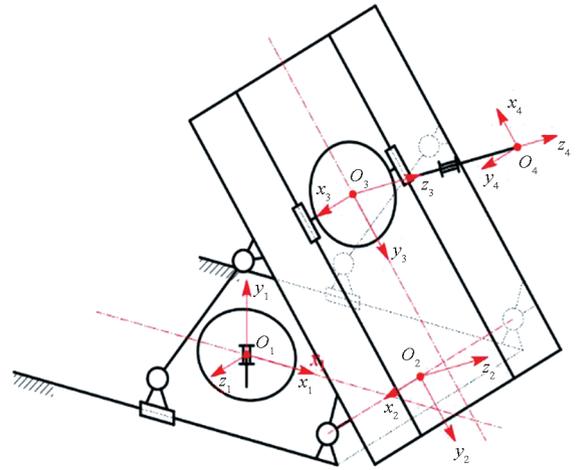


图 6 串联机构简图

Fig. 6 Schematic diagram of series mechanism

根据机器人各个关节变量 g_i ($i=1, 2, 3, 4$), 得到串联机构各连杆的位姿变换矩阵分别为:

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1_2T = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^3_4T = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ -s_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

其中, $c_i = \cos\theta_i, s_i = \sin\theta_i$ 。因此可得:

$${}^0_4T = {}^0_1T(\theta_1) \cdot {}^1_2T(\theta_2) \cdot {}^2_3T(d_2) \cdot {}^3_4T(\theta_3) =$$

$$\begin{bmatrix} c_1s_2s_3 - c_3s_1 & s_1s_3 + c_1c_3s_2 & c_1c_2 & a_1c_1 + a_2c_1c_2 + c_1c_2d_3 - c_1d_2s_2 \\ c_1c_3 + s_1s_2s_3 & c_3s_1s_2 - c_1s_3 & c_2s_1 & a_1s_1 + a_2c_2s_1 + c_2d_3s_1 - d_2s_1s_2 \\ c_2s_3 & c_2c_3 & -s_2 & -c_2d_2 - a_2s_2 - d_3s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

对比式(5)和式(6),由反变换法得连杆输入变量 $\theta_2, \theta_3, \theta_1, d_2$ 为:

$$\begin{cases} \theta_2 = \arcsin(-a_z) \\ \theta_3 = \arcsin\left(\frac{n_z}{\cos\theta_2}\right) \\ \theta_1 = \arccos\left(\frac{a_x}{\cos\theta_2}\right) \\ d_2 = \frac{p_z + a_2\sin\theta_2 + d_3\sin\theta_2}{-\cos\theta_2} \end{cases} \quad (7)$$

2.1.2 位置正解分析

如图 5 所示,并联机构中 3 个驱动分支移动量表示为:

$$\begin{cases} \Delta X_1 = P \\ \Delta X_2 = X_1 \\ \Delta X_3 = X_2 \end{cases} \quad (8)$$

在几何构型 $\triangle AEF, \triangle ABD, \triangle BCM$ 中,根据几何关系可得:

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{\frac{L_1^2}{4} + X_1^2 - L_4^2}{L_1 \cdot X_1} \\ \frac{\sin\alpha}{BD} = \frac{\sin\beta_2}{L_1} \\ BD = \sqrt{L_1^2\sin^2\alpha + (X_2 - L_1\cos\alpha)^2} \\ \cos\beta_1 = \frac{L_3^2 + BD^2 - L_2^2}{2L_3 \cdot BD} \\ BM = \sqrt{L_2^2 - (L_3\sin\beta - L_1\sin\alpha)^2} \\ \sin\gamma = \frac{L_3\sin\beta - L_1\sin\alpha}{L_2} \end{cases} \quad (9)$$

进而可以求得 C 点坐标、G 点坐标:

$$C(L_1\cos\alpha + \sqrt{L_2^2 - (L_3\sin\beta - L_1\sin\alpha)^2}, L_3\sin\beta)$$

$$G\left(\frac{1}{2}[2L_1\cos\alpha + \sqrt{L_2^2 - (L_3\sin\beta - L_1\sin\alpha)^2}], \frac{1}{2}(L_3\sin\beta + L_1\sin\alpha)\right)$$

采用 D-H(Denavit-Hartenberg)法建立如图 7 所示连杆坐标系:原点在通向舱体内的导轨上。

末端执行器得坐标系 $\{n\}$ 相对于基坐标系 $\{0\}$ 的变换矩阵为:

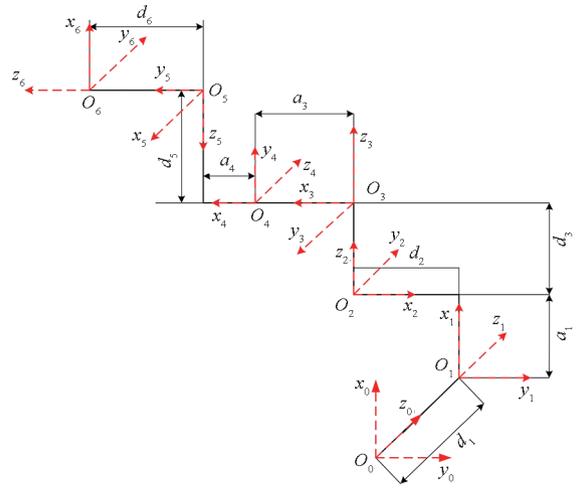


图 7 连杆坐标系

Fig. 7 Connecting rod coordinate system

$${}^0_nT = {}^0_1T \cdot {}^1_2T \cdot {}^2_3T \cdots {}^{n-1}_nT \quad (10)$$

坐标系 $\{1\}$ 建立在并联机构定平台中心位置,坐标系 $\{2\}$ 建立在动平台的中心位置。并联机构旋转变换矩阵为:

$${}^1_2T = \text{trans}(x, y, 0) \text{rot}(Z, \alpha)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & X \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

连杆 D-H 参数如表 1 所示。

表 1 串联连杆关节参数

Tab. 1 Joint parameters of series connecting rod

i	$\theta_i /$ ($^\circ$)	$\alpha_{i-1} /$ ($^\circ$)	$a_{i-1} /$ mm	$d_i /$ mm	关节 变量	变化范围
3	θ_3	-90	a_2	d_3	θ_3	-105 ~ 105
4	θ_4	-90	a_3	d_4	θ_4	-85 ~ 15
5	-90	-90	a_4	d_5	d_5	-500 ~ 0
6	θ_6	-90	0	d_6	θ_6	-180 ~ 180

表 1 中, $\theta_3, \theta_4, d_5, \theta_6$ 为串联连杆关节变量,其中 $a_2 = 0, a_3 = 485 \text{ mm}, a_4 = 50 \text{ mm}, d_3 = 261 \text{ mm}, d_4 = 0, d_6 = 10 \text{ mm}$ 。

将表 1 中数据和并联机器人的旋转变换矩阵代入位姿变换矩阵,分别得到如下连杆变换矩阵:

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & X \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^2_3\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ -s_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^3_4\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^4_5\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^5_6\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ -s_6 & -c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\circ}$$

将上述矩阵代入式 (10) 得到混联装配机器人运动学方程:

$${}^0_6\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

矩阵中各个元素展开式为:

$$\begin{cases} n_x = -s_6[c_4\sin\alpha - (\cos\alpha)c_3s_4] - c_6(\cos\alpha)s_3 \\ n_y = s_6[c_4\cos\alpha + (\sin\alpha)c_3s_4] - c_6(\sin\alpha)s_3 \\ n_z = -c_3c_6 - s_4s_6 - s_3 \\ o_x = (\cos\alpha)s_6s_3 - (\sin\alpha)c_6c_4 - (\cos\alpha)c_3c_4 \\ o_y = c_6[(\cos\alpha)c_4 + c_3s_4\sin\alpha] + (\sin\alpha)s_3s_6 \\ o_z = c_3s_6 - s_3c_6s_4 \\ a_x = s_4\sin\alpha + (\cos\alpha)c_3c_4 \\ a_y = c_4c_3\sin\alpha - (\cos\alpha)s_4 \\ a_z = -s_3c_4 \\ p_x = X + a_2\cos\alpha - d_3\sin\alpha + a_4[s_4\sin\alpha + (\cos\alpha)c_3c_4] + \\ \quad d_5[c_4\sin\alpha - (\cos\alpha)c_3s_4] + d_6[s_4\sin\alpha + \\ \quad (\cos\alpha)c_3c_4] + a_3(\cos\alpha)c_3 \\ p_y = Y + d_3\cos\alpha + a_2\sin\alpha - a_4[s_4\cos\alpha - (\sin\alpha)c_3s_4] - \\ \quad d_5[c_4\cos\alpha + (\sin\alpha)c_3s_4] - d_6[s_4\cos\alpha + \\ \quad (\sin\alpha)c_3c_4] + a_3(\sin\alpha)c_3 \\ p_z = d_1 - a_3s_3 - a_4s_3c_4 - s_3c_4d_6 + \\ \quad s_3d_5s_4 \end{cases} \quad (13)$$

2.2 速度分析

并联机构处于瞬时姿态时, 主动副驱动位置输入量为 (V_1, V_2, V_3) , 末端动平台输出量为 (V_x, V_y, W_y) 。

2.2.1 连杆 AB、EF 速度分析

如图 8 所示, 在几何构型 AEI 和 EIF 中, 由正弦定理得:

$$\begin{cases} \frac{EI}{\sin\alpha} = \frac{L_1}{2} \\ \frac{EI}{\sin\varepsilon} = L_4 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \arcsin \frac{L_1 \sin\alpha}{2L_4} \quad (14)$$

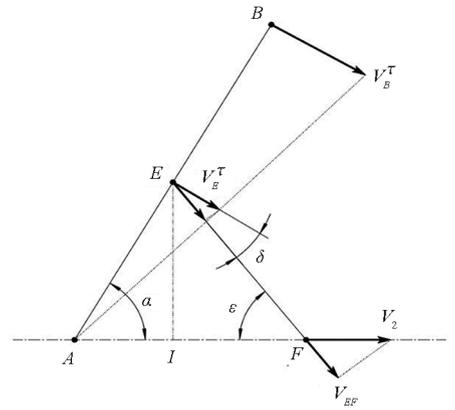


图 8 连杆 AB 速度分析

Fig. 8 Speed analysis of connecting rod AB

铰链点 F 沿 EF 杆速度:

$$V_{EF} = V_2 \cos\varepsilon \quad (15)$$

铰链点 E 的切向速度:

$$V_E^T = \frac{V_{EF}}{\cos\delta} \quad (16)$$

其中, $\delta = \alpha + \beta - 90^\circ$ 。

联立式 (14)、式 (15) 求得:

$$\begin{cases} V_E = \frac{V_2 \cos\varepsilon}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \\ V_B = 2V_E = \frac{2V_2 \cos\varepsilon}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \end{cases} \quad (17)$$

2.2.2 连杆 BC、CD 速度分析

如图 9 所示, 根据几何关系得 BC 沿杆的速度和垂直于杆的速度:

$$\begin{cases} V_{BC}^n = V_B \cos\varphi \\ V_{BC}^t = V_B \sin\varphi \end{cases} \quad (18)$$

其中, $\varphi = 90^\circ - \alpha + \gamma$, 求得:

$$\begin{cases} V_{BC}^n = \frac{2V_2 \cos\varepsilon}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \sin(\alpha - \gamma) \\ V_{BC}^t = \frac{2V_2 \cos\varepsilon}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \cos(\alpha - \gamma) \end{cases} \quad (19)$$

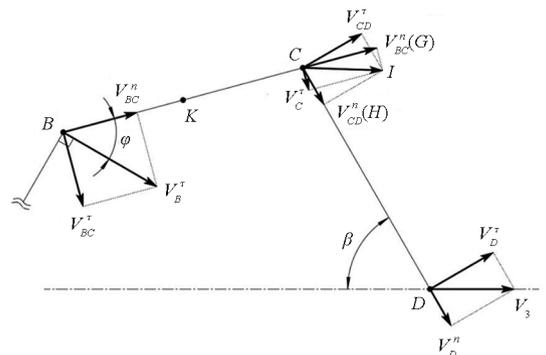


图 9 连杆 BC、CD 速度分析简图

Fig. 9 Speed analysis diagram of connecting rod BC and CD

已知 $V_D = V_3$, 通过速度分解得到 CD 杆法向

速度和切向速度:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{CD}^n = \mathbf{V}_3 \cos\beta \\ \mathbf{V}_{CD}^r = \mathbf{V}_3 \sin\beta \end{cases} \quad (20)$$

在几何构型 $CGIH$ 中, 设 $\vec{GI} = \vec{m}$, $\vec{HI} = \vec{n}$, 得到每个向量的坐标: $\vec{CH}(\mathbf{V}_3 \cos^2\beta, -\mathbf{V}_3 \cos\beta \sin\beta)$; $\vec{n}(n \sin\beta, n \cos\beta)$; $\vec{CG}(\mathbf{V}_{BC}^n \cos\gamma, \mathbf{V}_{BC}^n \sin\gamma)$; $\vec{m}(m \sin\gamma, m \cos\gamma)$ 。

根据向量间关系, 可知 $\vec{CH} + \vec{HI} = \vec{CG} + \vec{GI}$, 代入向量坐标可得:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_3 \cos^2\beta + n \sin\beta = \frac{2\mathbf{V}_2 \cos\varepsilon}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \sin(\alpha - \gamma) \cos\gamma + m \sin\gamma \\ -\mathbf{V}_3 \cos\beta \sin\beta + n \cos\beta = \frac{2\mathbf{V}_2 \cos\varepsilon}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \sin(\alpha - \gamma) \sin\gamma - m \cos\gamma \end{cases} \quad (21)$$

解得:

$$\mathbf{m} = -\frac{2 \cos\varepsilon \sin(\alpha - \gamma) \cot(\beta + \gamma)}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \mathbf{V}_2 + \frac{\mathbf{V}_3 \cos\beta}{\sin(\beta + \gamma)} \quad (22)$$

根据几何关系可知 $\mathbf{V}_C^r = \vec{GI}$, 连杆速度传递规则 $\mathbf{V}_K^r = \frac{1}{2}(\vec{GI} + \mathbf{V}_{BC}^r)$, 进而求出动平台中心点 K 速度输出 $(\mathbf{V}_X, \mathbf{V}_Y, \mathbf{W}_\gamma)$:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_X = \frac{1}{2}(\mathbf{m} \sin\gamma + \mathbf{V}_{BC}^n \cos\gamma) + \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_Y = \frac{1}{2}(\mathbf{V}_{BC}^n \sin\gamma - \mathbf{m} \cos\gamma) \\ \mathbf{W}_\gamma = \frac{\vec{GI} - \mathbf{V}_{BC}^r}{L_2} \end{cases} \quad (23)$$

2.3 雅可比矩阵

设 $\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_0$, 已知主动副驱动位置输入速度为 $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3)$, 末端动平台输出量为 $(\mathbf{V}_X, \mathbf{V}_Y, \mathbf{W}_\gamma)$, 求得并联速度雅可比矩阵 $\mathbf{J}_1(\mathbf{q})$:

$$[\mathbf{V}_X \ \mathbf{V}_Y \ \mathbf{W}_\gamma]^T = \mathbf{J}_1(\mathbf{q})[\mathbf{V}_0 \ \mathbf{V}_2 \ \mathbf{V}_3]^T \quad (24)$$

$\mathbf{J}_1(\mathbf{q})$ 中各个位置元素为:

$$\begin{cases} J_{11} = 1 \\ J_{12} = \frac{\cos\varepsilon \sin(\alpha - \gamma) [\cos\lambda - \cot(\gamma + \beta) \sin\gamma]}{\sin(\alpha + \beta)} \\ J_{13} = \frac{\cos\beta \sin\gamma}{\sin(\gamma + \beta)} \\ J_{21} = 0 \\ J_{22} = -\frac{\cos\beta \cos\gamma}{2 \sin(\gamma + \beta)} \\ J_{23} = \frac{\cos\varepsilon \sin(\alpha - \gamma) [\sin\gamma + \cos\gamma \cot(\gamma + \beta)]}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \\ J_{31} = 0 \\ J_{32} = \frac{2 \cos\varepsilon [\cos(\alpha - \gamma) - \sin(\alpha - \gamma) \cot(\beta + \gamma)]}{L_2 \sin(\alpha + \varepsilon)} \\ J_{33} = \frac{\cos\beta}{L_2 \sin(\gamma + \beta)} \end{cases} \quad (25)$$

采用微分变换法对串联部分雅可比矩阵进行求解。已知串联机构各主动副驱动位置输入速度为 $(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{d}_2, \dot{\theta}_3)$, 末端动平台输出速度为 $(\mathbf{V}_X, \mathbf{V}_Y, \mathbf{V}_Z, \mathbf{W}_\alpha, \mathbf{W}_\beta, \mathbf{W}_\gamma)$, 求得串联机构输入速度和输出速度间关系:

$$[\mathbf{V}_X, \mathbf{V}_Y, \mathbf{V}_Z, \mathbf{W}_\alpha, \mathbf{W}_\beta, \mathbf{W}_\gamma]^T = \mathbf{J}_2(\mathbf{q})[\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{d}_2, \dot{\theta}_3]^T \quad (26)$$

$$\begin{cases} {}^3_4 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ -s_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2_4 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_3 + a_2 \\ -s_3 & -c_3 & 0 & d_2 \\ c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^1_4 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} s_2 s_3 & s_2 c_3 & c_2 & c_2(d_3 + a_2) + a_1 - s_2 d_2 \\ c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ s_3 c_2 & c_2 c_3 & -s_2 & -s_2(d_3 + a_2) - c_2 d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (27)$$

计算 $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$ 各列元素:

1) $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$ 的第一列对应的变换矩阵是 ${}^1_4 \mathbf{T}$, 第一个关节是转动关节:

$$\mathbf{J}_1^T(\mathbf{q}) = [(\mathbf{p} \times \mathbf{n})_z \ (\mathbf{p} \times \mathbf{o})_z \ (\mathbf{p} \times \mathbf{a})_z \ s_3 c_2 \ c_3 c_2 \ -s_2]^T \quad (28)$$

式中, $\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}, \mathbf{p}$ 是 ${}^i_n \mathbf{T}$ 的列矢量,

$$\begin{cases} (\mathbf{p} \times \mathbf{n})_z = p_x n_y - p_y n_x = c_2 c_3 (d_3 + a_2) + a_1 c_3 \\ (\mathbf{p} \times \mathbf{o})_z = p_x o_y - p_y o_x = -c_2 s_3 (d_3 + a_2) + a_1 s_3 \\ (\mathbf{p} \times \mathbf{a})_z = p_x a_y - p_y a_x = 0 \end{cases} \quad (29)$$

2) $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$ 的第二列对应的变换矩阵是 ${}^2_4 \mathbf{T}$, 第二个关节是转动关节, 求得:

$$\mathbf{J}_2^T(\mathbf{q}) = [-s_3(d_3 + a_2) \ -c_3(d_3 + a_2) \ 0 \ c_2 \ -s_3 \ 0]^T \quad (30)$$

3) $\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$ 的第三列对应的变换矩阵是 ${}^3_4 \mathbf{T}$, 第三个关节是移动关节, 求得:

$$\mathbf{J}_3^T(\mathbf{q}) = [-s_3 \ -c_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (31)$$

串联机构速度雅可比矩阵 $\mathbf{J}_2(\mathbf{q})$:

$$\mathbf{J}_2^T(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} c_2 c_3 (d_3 + a_2) + a_1 c_3 & -s_3 (d_3 + a_2) & -s_3 & 0 \\ -c_2 s_3 (d_3 + a_2) + a_1 s_3 & -c_3 (d_3 + a_2) & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_3 c_2 & c_2 & 0 & 0 \\ c_3 c_2 & -s_3 & 0 & 0 \\ -s_2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

已知整体混联机构是有 7 个驱动量 ($\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{d}_2, \dot{\theta}_3, \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3$), 6 个输出量 ($\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$), 混联机构末端速度为:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\mathbf{q})_{2 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{J}_2(\mathbf{q})_{3 \times 4} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 & \mathbf{V}_3 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{d}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (33)$$

混联机构雅可比矩阵:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\mathbf{q})_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\mathbf{q})_{3 \times 4} \\ \mathbf{J}_1(\mathbf{q})_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\mathbf{q})_{3 \times 4} \end{bmatrix}_{6 \times 7} \quad (34)$$

3 动力学分析

3.1 加速度分析

对式(24)等号两边分别对时间 t 求导:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_X \\ \dot{V}_Y \\ \dot{W}_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} & \mathbf{J}_{12} & \mathbf{J}_{13} \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} & \mathbf{J}_{23} \\ \mathbf{J}_{31} & \mathbf{J}_{32} & \mathbf{J}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \end{bmatrix} \quad (35)$$

已知并联平台加速度的二阶影响系数表示的通式为:

$$\mathbf{A}_H = \dot{\mathbf{q}}^T [\mathbf{H}_q^h] \dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{G}_q^h] \ddot{\mathbf{q}} \quad (36)$$

设式(35)中矩阵:

$$\mathbf{J}_{a1} = \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} \end{bmatrix} \quad (37)$$

取 \mathbf{J}_{a1} 中一行元素 $[\dot{J}_{11} \ \dot{J}_{12} \ \dot{J}_{13}]$, 其中变量可以用 $\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3$ 表示出来, 则有:

$$\begin{cases} \dot{J}_{11} = \nu \alpha_{11} \\ \dot{J}_{12} = \nu \alpha_{12} \\ \dot{J}_{13} = \nu \alpha_{13} \end{cases} \quad (38)$$

其中, $\nu = [\mathbf{V}_0 \ \mathbf{V}_2 \ \mathbf{V}_3]$ 。所以 \mathbf{J}_{a1} 第一行元素展开为:

$$[\dot{J}_{11} \ \dot{J}_{12} \ \dot{J}_{13}] = [\mathbf{V}_0 \ \mathbf{V}_2 \ \mathbf{V}_3]^T [\alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \alpha_{13}]_{3 \times 3} \quad (39)$$

将 \mathbf{J}_{a1} 每一个元素展开, 可得:

$$\mathbf{J}_{a1} = [\mathbf{V}_0 \ \mathbf{V}_2 \ \mathbf{V}_3] [\mathbf{H}_{q1}^h] \quad (40)$$

其中, $[\mathbf{H}_{q1}^h] \in \mathbf{R}^{3 \times 3 \times 3}$ 为并联二阶影响系数。

已经求解出了串联机构输入变量 ($\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{d}_2, \dot{\theta}_3$) 和末端执行器位姿 ($\mathbf{V}_X, \mathbf{V}_Y, \mathbf{V}_Z, \mathbf{W}_\alpha, \mathbf{W}_\beta, \mathbf{W}_\gamma$) 间的关系, 可得到表达式:

$$[\mathbf{V}_X, \mathbf{V}_Y, \mathbf{V}_Z, \mathbf{W}_\alpha, \mathbf{W}_\beta, \mathbf{W}_\gamma]^T = \mathbf{J}_2(\mathbf{q}) [\theta_1, \theta_2, d_2, \theta_3]^T$$

对串联机构进行加速度分析时, 对式(26)速度表达式的等号两边分别对时间 t 求导:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_X \\ \dot{V}_Y \\ \dot{V}_Z \\ \dot{W}_\alpha \\ \dot{W}_\beta \\ \dot{W}_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} & \dot{J}_{14} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} & \dot{J}_{24} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} & \dot{J}_{34} \\ \dot{J}_{41} & \dot{J}_{42} & \dot{J}_{43} & \dot{J}_{44} \\ \dot{J}_{51} & \dot{J}_{52} & \dot{J}_{53} & \dot{J}_{54} \\ \dot{J}_{61} & \dot{J}_{62} & \dot{J}_{63} & \dot{J}_{64} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ d_1 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} & \mathbf{J}_{12} & \mathbf{J}_{13} & \mathbf{J}_{14} \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} & \mathbf{J}_{23} & \mathbf{J}_{24} \\ \mathbf{J}_{31} & \mathbf{J}_{32} & \mathbf{J}_{33} & \mathbf{J}_{34} \\ \mathbf{J}_{41} & \mathbf{J}_{42} & \mathbf{J}_{43} & \mathbf{J}_{44} \\ \mathbf{J}_{51} & \mathbf{J}_{52} & \mathbf{J}_{53} & \mathbf{J}_{54} \\ \mathbf{J}_{61} & \mathbf{J}_{62} & \mathbf{J}_{63} & \mathbf{J}_{64} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (41)$$

已知机器人加速度的二阶影响系数通式为:

$$\mathbf{A}_H = \dot{\mathbf{q}}^T [\mathbf{H}_q^h] \dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{G}_q^h] \ddot{\mathbf{q}} \quad (42)$$

设式(41)中矩阵:

$$\mathbf{J}_{a2} = \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} & \dot{J}_{13} & \dot{J}_{14} \\ \dot{J}_{21} & \dot{J}_{22} & \dot{J}_{23} & \dot{J}_{24} \\ \dot{J}_{31} & \dot{J}_{32} & \dot{J}_{33} & \dot{J}_{34} \\ \dot{J}_{41} & \dot{J}_{42} & \dot{J}_{43} & \dot{J}_{44} \\ \dot{J}_{51} & \dot{J}_{52} & \dot{J}_{53} & \dot{J}_{54} \\ \dot{J}_{61} & \dot{J}_{62} & \dot{J}_{63} & \dot{J}_{64} \end{bmatrix} \quad (43)$$

取 \mathbf{J}_{a2} 中一行元素, 其中变量可用 $\theta_1, \theta_2, d_2, \theta_3$ 表示, 则有:

$$\begin{cases} \dot{J}_{11} = [\theta_1, \theta_2, d_2, \theta_3] \alpha_{11} \\ \dot{J}_{12} = [\theta_1, \theta_2, d_2, \theta_3] \alpha_{12} \\ \dot{J}_{13} = [\theta_1, \theta_2, d_2, \theta_3] \alpha_{13} \\ \dot{J}_{14} = [\theta_1, \theta_2, d_2, \theta_3] \alpha_{14} \end{cases} \quad (44)$$

所以 \mathbf{J}_{a2} 的第一行元素展开为:

$$[\dot{J}_{11} \ \dot{J}_{12} \ \dot{J}_{13} \ \dot{J}_{14}] = [\theta_1 \ \theta_2 \ d_1 \ \theta_3] [\alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \alpha_{13} \ \alpha_{14}]_{4 \times 4} \quad (45)$$

将 \mathbf{J}_{a2} 的每一个元素展开, 可得:

$$\mathbf{J}_{a2} = [\theta_1 \ \theta_2 \ d_1 \ \theta_3] [\mathbf{H}_{q2}^h] \quad (46)$$

其中, $[\mathbf{H}_{q2}^h] \in \mathbf{R}^{6 \times 4 \times 4}$ 为串联机构二阶影响系数。

3.2 动力学建模

利用拉格朗日函数和虚功原理建立机器人动

力学模型。由求解出的各构件动能与势能,得到混联装配机器人总动、势能为:

$$\begin{cases} T = T_s + T_{s1} + T_{s2} + T_{s3} + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \\ U = U_s + U_{s1} + U_{s2} + U_{s3} + U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \end{cases} \quad (47)$$

式中: T 为机器人各构件动能之和, U 为机器人各构件势能之和; T_s 为动平台动能, T_{s1} 为驱动支链1动能, T_{s2} 为驱动支链2动能, T_{s3} 为驱动支链3动能, T_1 为支撑架动能, T_2 为翻转架动能, T_3 为滑台动能, T_4 为回转轴承动能; U_s 为动平台势能, U_{s1} 为驱动支链1势能, U_{s2} 为驱动支链2势能, U_{s3} 为驱动支链3势能, U_1 为支撑架势能, U_2 为翻转架势能, U_3 为滑台势能, U_4 为回转轴承势能。

机械系统的拉格朗日方程为:

$$\begin{cases} L = T - U \\ Q_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} \end{cases} \quad (48)$$

式中: \dot{q}_i 为广义速度; q_i 为动能和势能的广义坐标; L 为总动能和势能的差值,称为拉格朗日算子; Q_i 为广义力,若 q_i 是直线坐标则表示的是力,若 q_i 是角度坐标则表示的是力矩。

末端执行器受到的广义力矢量表示为 \mathbf{Q} ,各关节的虚位移为 $\delta \mathbf{q}_i$,末端执行器对应虚位移为 \mathbf{D} 。各关节所作的虚功之和为:

$$w_1 = \boldsymbol{\tau}_i^T \cdot \delta \mathbf{q}_i = \tau_1 \delta q_1 + \tau_2 \delta q_2 + \dots + \tau_7 \delta q_7 \quad (49)$$

末端执行器所作的虚功为:

$$w_2 = \mathbf{Q}^T \mathbf{D} = f_x dx + f_y dy + f_z dz + m_x \delta x + m_y \delta y + m_z \delta z \quad (50)$$

由虚功原理可知:

$$\boldsymbol{\tau}^T \cdot \delta \mathbf{q} = \mathbf{Q}^T \mathbf{D} \quad (51)$$

通过雅可比矩阵可以得到末端执行器的虚位移 \mathbf{D} 与关节虚位移 $\delta \mathbf{q}$ 的几何条件:

$$\mathbf{D} = \mathbf{J} \delta \mathbf{q} \quad (52)$$

将式(52)代入式(51)中,可得:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{Q} \quad (53)$$

其中, \mathbf{J}^T 为力雅可比矩阵。

4 刚度分析

对于截面为矩形的分支,当柔性梁末端分别作用 \mathbf{F}_x 、 \mathbf{F}_y 、 \mathbf{F}_z 、 \mathbf{M}_x 、 \mathbf{M}_y 、 \mathbf{M}_z 六维力时,对应的柔度矩阵表示为式(54)^[28]。

$$\mathbf{C}_{pl} = \begin{bmatrix} \frac{L_R}{EA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_R^3}{3EI_z} & 0 & 0 & 0 & \frac{L_R^2}{2EI_z} \\ 0 & 0 & \frac{L_R^3}{3EI_y} & 0 & \frac{-L_R^2}{2EI_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L_R}{GI_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-L_R^2}{2EI_y} & 0 & \frac{L_R}{EI_y} & 0 \\ 0 & \frac{L_R^2}{2EI_z} & 0 & 0 & 0 & \frac{L_R}{EI_z} \end{bmatrix} \quad (54)$$

式中: A 为柔性梁的横截面积, $A = bh$; I_p 表示横截面为矩形梁的极惯性矩, $I_p = bh^3(1/3 - 0.21h/b)$,其中 $b \geq h$; L_R 为柔性梁的长度; E 、 G 为材料的杨氏模量与切变模量; I_y 、 I_z 为柔性梁横截面积的惯性矩, $I_y = b^3h/12$, $I_z = bh^3/12$ 。

连杆 AB 受力情况如图10所示。

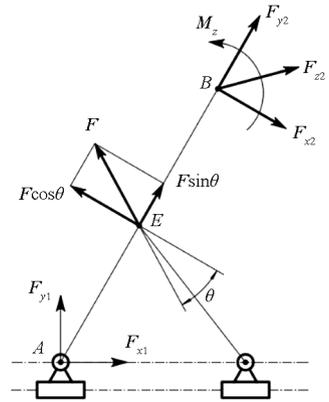


图10 连杆 AB 受力图

Fig. 10 Stress diagram of connecting rod AB

由力矩平衡可得:

$$\mathbf{F} = \frac{2}{\cos \theta} \mathbf{F}_{x2} - \frac{2}{L_1 \cos \theta} \mathbf{M}_z \quad (55)$$

当 E 位置单独作用 \mathbf{F}_x 时($\mathbf{F}_x = \mathbf{F} \cos \theta$),杆 AB 末端处变形为:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{1B} &= \mathbf{C}_{pl} [\mathbf{F}_x \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{M}_{z1}]^T \\ &= \left[\frac{2\mathbf{F}_{x2}L_1}{EA} - \frac{2\mathbf{M}_z}{EA} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \end{aligned} \quad (56)$$

由变形结果可知,柔性梁的末端只有移动,所以 E 点只有平移变形:

$$\mathbf{T}_{1E} = \mathbf{T}_{1B} = \left[\frac{2\mathbf{F}_{x2}L_1}{EA} - \frac{2\mathbf{M}_z}{EA} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \quad (57)$$

同理可求当柔性梁中心位置 E 单独作用 F_y 时 ($F_y = F \sin\theta$), 柔性梁中心位置 E 产生变形:

$$\begin{aligned} T_{2E} &= C_{pl} [0 \quad F_y \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{2L_1^3 \sin\theta}{3EI_z \cos\theta} F_{x2} - \frac{L_1^2 \sin\theta}{EI_z \cos\theta} M_z & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (58)$$

在杆 EF 作用下, 杆 AB 中心位置 E 总变形为:

$$\begin{aligned} T_E &= \begin{bmatrix} \frac{2F_{x2}L_1}{EA} - \frac{2M_z}{EA} & \frac{2L_1^3 \sin\theta}{3EI_z \cos\theta} F_{x2} - \frac{L_1^2 \sin\theta}{EI_z \cos\theta} M_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2L_1}{EA} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{EA} \\ \frac{2L_1^3 \sin\theta}{3EI_z \cos\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L_1^2 \sin\theta}{EI_z \cos\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{z2} \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (59)$$

因此柔性梁中心位置 E 受力对应柔度矩阵为:

$$C_{p2} = \begin{bmatrix} \frac{2L_1}{EA} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{EA} \\ \frac{2L_1^3 \sin\theta}{3EI_z \cos\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L_1^2 \sin\theta}{EI_z \cos\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (60)$$

对于杆 AB 和 GH , 柔度矩阵可以表示为:

$$\begin{aligned} C &= C_{pl} + C_{p2} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{3L_1}{EA} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{EA} \\ \frac{2L_1^3 \sin\theta}{3EI_z \cos\theta} & \frac{L_1^3}{3EI_z} & 0 & 0 & 0 & \frac{L_1^2}{2EI_z} - \frac{L_1^2 \sin\theta}{EI_z \cos\theta} \\ 0 & 0 & \frac{L_1^3}{3EI_y} & 0 & -\frac{L_1^2}{2EI_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L_1}{GI_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L_1^2}{2EI_y} & 0 & \frac{L_1}{EI_y} & 0 \\ 0 & \frac{L_1^2}{2EI_z} & 0 & 0 & 0 & \frac{L_1}{EI_z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (61)$$

假设每个柔性单元, 包括柔性关节与柔性连杆的刚度为 $K_{pi} (i=1, 2, 3, 4)$, 其柔度矩阵表示为 $C_{pi} = K_{pi}^{-1}$ 。

根据各个串联分支的变形协调性条件, 第 i 个柔性串联分支末端的变形程度 X_i 与动平台总变形量 X 之间的关系为:

$$X = J_1 X_1 = J_2 X_2 = \dots = J_n X_n \quad (62)$$

J_i 为位姿变换矩阵, 其表达式为:

$$J_i = \begin{bmatrix} {}^0_{o_i}R & S(r_i) {}^0_{o_i}R \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & {}^0_{o_i}R \end{bmatrix} \quad (63)$$

式中: $r_i = [r_{xi}, r_{yi}, r_{zi}]^T$ 为局部坐标系在参考坐标系下的表述; ${}^0_{o_i}R$ 表示第 i 个分支末端坐标系在参考坐标系的旋转变换矩阵; $S(*)$ 为反算子矩阵, 其表达式为

$$S(r_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -r_{zi} & r_{yi} \\ r_{zi} & \mathbf{0} & -r_{xi} \\ -r_{yi} & r_{xi} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (64)$$

对动平台进行受力分析: 六维外力 F 与各分支对动平台的作用力 F_i 的关系为

$$F = \sum_{i=1}^4 J_{F_i} K_i X_i \quad (65)$$

式中: K_i 为各柔性分支的刚度; J_{F_i} 为力变换矩阵,

$$J_{F_i} = \begin{bmatrix} {}^0_{o_i}R & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ S(r_i) {}^0_{o_i}R & {}^0_{o_i}R \end{bmatrix} = J_i^{-T} \quad (66)$$

联立式(62)和式(65)可得:

$$F = KX = \sum_{i=1}^4 J_{F_i} K_i X_i = \sum_{i=1}^4 J_{F_i} K_i J_i^{-1} X \quad (67)$$

根据式(67)可得动平台中心点的整体刚度矩阵:

$$K = \sum_{i=1}^4 J_{F_i} K_i J_i^{-1} \quad (68)$$

机器人串联机构是由 4 个柔性连杆构成, 加上并联部分作为其中一个串联分支进行整体刚度分析, 建立每个柔性连杆末端的局部坐标系如图 11 所示。

第 j 连杆的变形可以表示为 $X_j = [\Delta x_j, \Delta y_j, \Delta z_j, \Delta \alpha_j, \Delta \beta_j, \Delta \gamma_j]$, 串联支路末端变形用 ΔX_j 表示。在外载荷的作用下, 各个柔性连杆的受力情况可以表示为 $F_j = [f_{xj}, f_{yj}, f_{zj}, m_{xj}, m_{yj}, m_{zj}]$, 由此可得:

$$\begin{cases} \Delta X_j = J_j X_j \\ F_j = J_j^T F \end{cases} \quad (69)$$

其中, J_j 为第 j 个连杆末端变形矢量与柔性串联

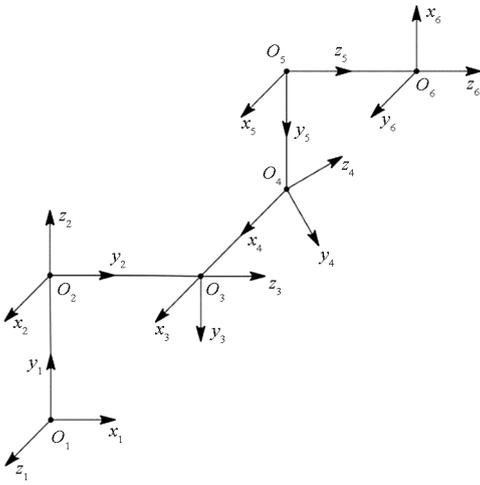


图 11 柔性连杆局部坐标系

Fig. 11 Local coordinate system of flexible link

支路末端总变形矢量之间的位姿变换矩阵,表达式为

$$J_j = \begin{bmatrix} {}^0_{o_j}R & -{}^0_{o_j}RS(r_j) \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & {}^o_jR \end{bmatrix} \quad (70)$$

通过变形叠加原理,末端的总变形量为:

$$X = \sum_{j=1}^6 \Delta X_j = \sum_{j=1}^6 J_j X_j \quad (71)$$

作用在末端参考点的力与位移关系表示为:

$$X = C_{pj} F \quad (72)$$

联立式(66)、式(68)和式(72)可得:

$$X = C_{pj} F = \sum_{j=1}^6 J_j C_j F_j = \sum_{j=1}^6 J_j C_j J_j^T F \quad (73)$$

式中, C_j 为基本柔性单元的柔度矩阵。

根据式(73)得到柔性串联分支末端的柔度矩阵:

$$C_{pj} = \sum_{j=1}^6 J_j C_j J_j^T \quad (74)$$

进而求得混联合机器人刚度矩阵为:

$$K_{pj} = C_{pj}^{-1} \quad (75)$$

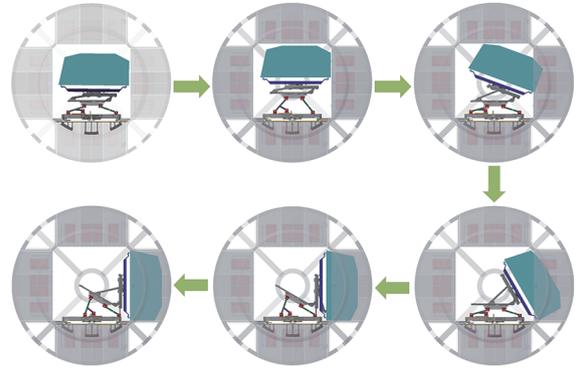
5 仿真与实验

5.1 运动与动力仿真

以某型机柜装配为例,机器人舱体内调姿运动如图 12 所示,在空间余量极小情况下,混联机器人可以实现机柜的灵活调姿定位。

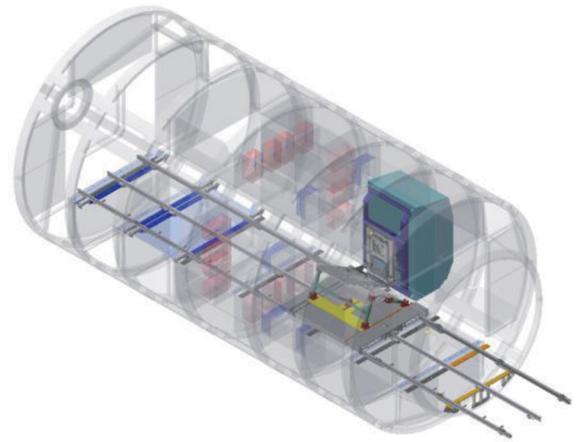
PRR/PR (PRR) R 并联调姿机构具有空间尺寸小、运动范围大、结构刚性强、结构稳定等优点,着重对并联调姿机构进行运动学和动力学分析,建立 ADAMS 仿真模型。

3 个滑动驱动分支在运动过程中与初始时刻沿轴线方向位移值、速度和加速度随时间变化曲



(a) 机柜安装舱内运动示意图

(a) Schematic diagram of motion within the cabinet installation compartment



(b) 机柜安装位置示意

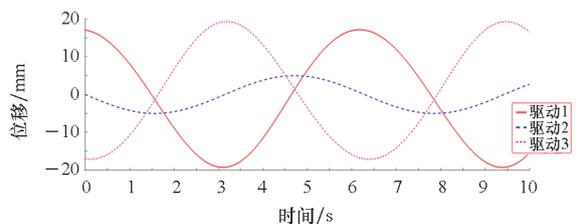
(b) Diagram indicating cabinet installation location

图 12 机器人舱内运动姿态

Fig. 12 Motion attitude of robot in cabin

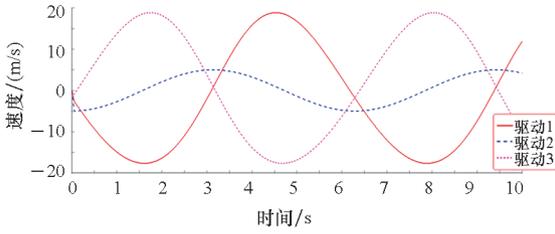
线如图 13 所示。将得到的滑动位移数据通过 ADAMS 拟合作为输入,分别添加到 3 个驱动副上,得到末端执行器位移、速度和加速度仿真曲线,如图 14 所示,曲线流畅光滑,并联平台在运动的过程中较为平稳,没有突变。

在 ADAMS 模型中驱动 1 (q_1)、驱动 2 (q_2)、驱动 3 (q_3) 输出关联变量设置为驱动力,将动力学模型嵌入 MATLAB Function 中,由 ADAMS 里的动力学仿真作为实际值验算理论计算的力矩是



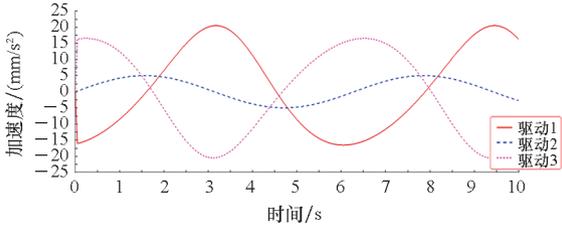
(a) 微动并联机构位移仿真曲线

(a) Displacement simulation curve of micro-action parallel mechanism



(b) 微动并联机构速度仿真曲线

(b) Speed simulation curve of micro-action parallel mechanism

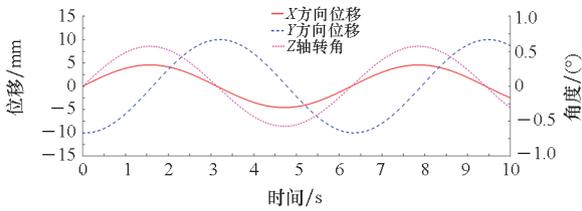


(c) 微动并联机构加速度仿真曲线

(c) Acceleration simulation curve of micro-action parallel mechanism

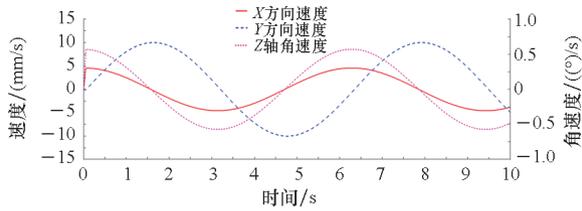
图 13 驱动分支位移、速度、加速度曲线

Fig. 13 Drive branch displacement, speed, acceleration curves



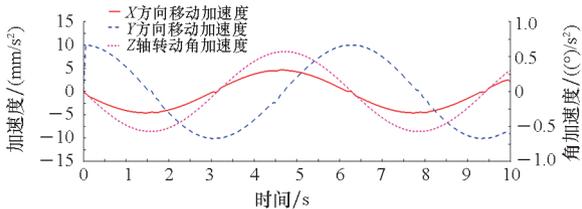
(a) 位移/转动角度曲线

(a) Displacement/rotation angle curve



(b) 速度/角速度曲线

(b) Speed/angular velocity curve



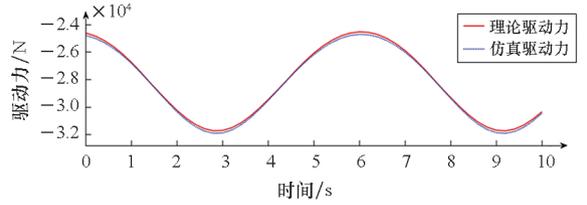
(c) 加速度/角加速度曲线

(c) Acceleration/angular acceleration curves

图 14 末端执行器仿真曲线

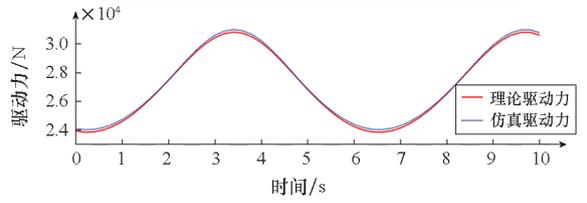
Fig. 14 End actuator simulation curve

否合理。如图 15 所示,仿真驱动力与理论计算驱动力基本一致。



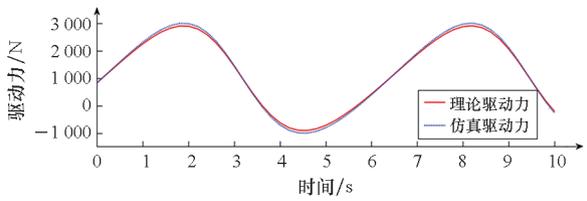
(a) 输出量 q1 驱动力的仿真曲线

(a) Simulation curve of output quantity q1 driving force



(b) 输出量 q2 驱动力的仿真曲线

(b) Simulation curve of output quantity q2 driving force



(c) 输出量 q3 驱动力的仿真曲线

(c) Simulation curve of output quantity q3 driving force

图 15 驱动力仿真曲线

Fig. 15 Drive force simulation curve

5.2 刚度及力映射模型验证

建立 ANSYS Workbench 有限元仿真模型,在 0~1 000 N 和 0~1 N·m 中分别任取 50 组数据,组成 50×6 矩阵构成 50 组六维力,作为混联机构末端的力和力矩。装配静态总变形云图如图 16 所示。

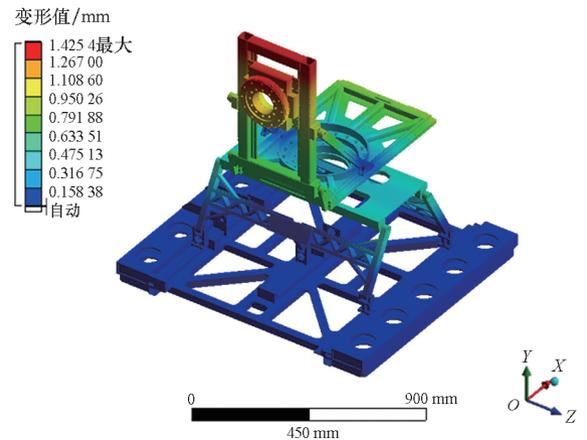


图 16 变形云图

Fig. 16 Deformed nephogram

通过加 50 组六维力,得到了装备在 X 、 Y 、 Z 方向的变形,表 2 记录了 MATLAB 计算出的理论变形量和利用 ANSYS 得到的仿真变形数据,通过对比来验证理论模型的准确性。

表 2 机构变形的理论值和仿真值

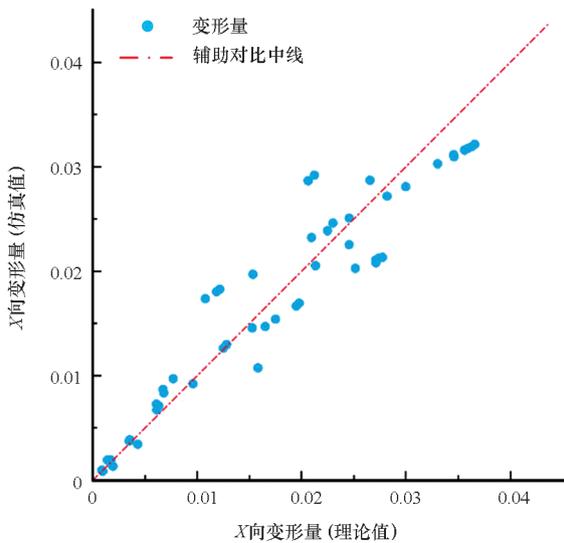
Tab. 2 Theoretical and simulation values of mechanism deformation

单位:mm

分组	理论 Δx	理论 Δy	理论 Δz	仿真 Δx	仿真 Δy	仿真 Δz
f_1	0.035	0.059	0.037	0.031	0.061	0.046
f_2	0.011	0.231	0.197	0.018	0.245	0.176
f_3	0.033	0.122	0.088	0.030	0.123	0.092
f_4	0.020	0.215	0.149	0.023	0.214	0.155
f_5	0.017	0.131	0.091	0.015	0.141	0.098
f_6	0.021	0.186	0.129	0.020	0.194	0.138
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
f_{46}	0.015	0.162	0.128	0.019	0.178	0.133
f_{47}	0.024	0.267	0.215	0.025	0.286	0.203
f_{48}	0.003	0.058	0.037	0.003	0.054	0.040
f_{49}	0.001	0.138	0.087	0.001	0.138	0.093
f_{50}	0.016	0.160	0.135	0.014	0.185	0.127

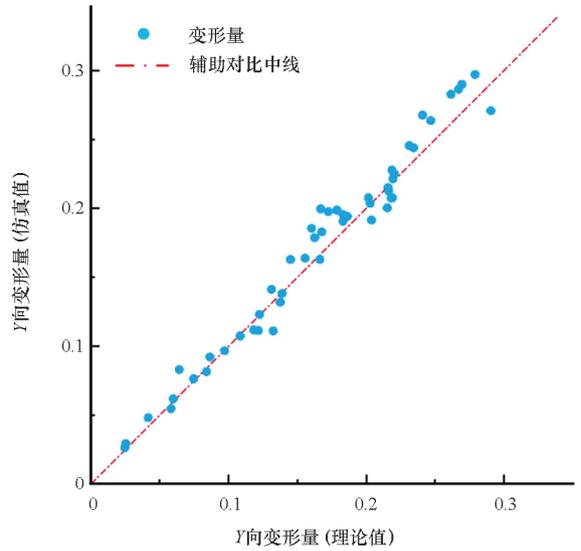
装配装备在 X 、 Y 、 Z 方向的理论变形量和仿真结果的对比如图 17 所示。

由对比结果可以知,基于该姿态下的刚度建模,通过理论所求得的末端执行器各指定方向的变形值均分布在仿真值周围,误差主要保持在



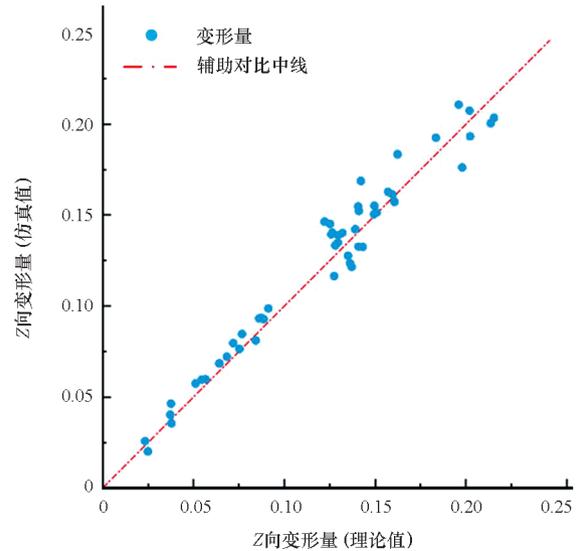
(a) X 向理论与仿真变形量

(a) X -direction theory and simulation deformation



(b) Y 向理论与仿真变形量

(b) Y -direction theory and simulation deformation



(c) Z 向理论与仿真变形量

(c) Z -direction theory and simulation deformation

图 17 变形对比图

Fig. 17 Deformation comparison diagram

15% 以内,且机构在 X 轴方向上的刚度性能较好。装配装备在 X 、 Y 、 Z 方向的变形值与上文计算的理论值基本吻合,变化趋势一致。

6 结论

针对航天舱内各类型设备的总装要求,提出了一种基于 PRR/PR(PRR)R 平面 6 连杆机构的轻量化、高负载 8 自由度混联调姿机器人舱内装配系统。所得结论如下:

1) 平面并联机构与大行程串联机构结合的 8 自由度混联调姿装配机器人可以在空间余量极小的舱内大纵深狭长空间内,灵活地完成大重量设

备定位调姿装配工作。

2) 分析了混联机器人位置映射关系、速度映射关系、雅可比矩阵、加速度映射关系、各关节驱动力(驱动力矩)与关节速度的映射关系。混联机器人运动学求解较为简单,有利于机器人运动控制。

3) 建立并验证了混联机器人刚度模型,为进一步的工程化应用提供理论基础。

参考文献 (References)

[1] 易旺民, 隆昌宇, 胡瑞钦. 面向航天器装配测试的机器人系统及应用(上)[J]. 中国航天, 2019(2): 30-33.
YI W M, LONG C Y, HU R Q. Robot system and applications for spacecraft assembly and test (part I) [J]. Aerospace China, 2019(2): 30-33. (in Chinese)

[2] 易旺民, 隆昌宇, 胡瑞钦. 面向航天器装配测试的机器人系统及应用(下)[J]. 中国航天, 2019(3): 50-54.
YI W M, LONG C Y, HU R Q. Robot system and applications for spacecraft assembly and test (part II) [J]. Aerospace China, 2019(3): 50-54. (in Chinese)

[3] 许波, 赵超泽, 张信, 等. 面向航天器微低重力仿真的大型超平支撑平台精密装配技术研究[J]. 航空制造技术, 2021, 64(4): 66-73.
XU B, ZHAO C Z, ZHANG J, et al. Research on precision assembly technology of large super flat support platform for spacecraft low gravity simulation [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2021, 64(4): 66-73. (in Chinese)

[4] 邢香园, 万峰, 陈小弟, 等. 航天器智能装配工艺设计系统[J]. 西北工业大学学报, 2018, 36(增刊1): 104-109.
XING X Y, WAN F, CHEN X D, et al. Intelligent assembly process planning system for spacecraft [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2018, 36(Suppl 1): 104-109. (in Chinese)

[5] 佚名. 中国空间站问天实验舱[J]. 航天器工程, 2022, 31(4): 2.
Anon. China space station Wentian lab module [J]. Spacecraft Engineering, 2022, 31(4): 2. (in Chinese)

[6] 王皓, 陈根良. 机器人型装备在航空装配中的应用现状与研究展望[J]. 航空学报, 2022, 43(5): 626128.
WANG H, CHEN G L. Research progress and perspective of robotic equipment applied in aviation assembly [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(5): 626128. (in Chinese)

[7] 王瑞, 陈伟雄, 王楠, 等. 基于工业机器人的柔性化自动测试系统[J]. 仪器仪表用户, 2021, 28(7): 6-10, 71.
WANG R, CHEN W X, WANG N, et al. Flexible automatic test system based on industrial robot [J]. Instrumentation, 2021, 28(7): 6-10, 71. (in Chinese)

[8] 陈书清, 李铁民. 基于自适应柔顺控制的航天器部件装配[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2023, 63(11): 1808-1819.
CHEN S Q, LI T M. Assembly of spacecraft components based on adaptive compliance control [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2023, 63(11): 1808-1819. (in Chinese)

[9] 王剑, 李成刚, 岳云双, 等. 面向航天器零部件装配的机械臂混合控制策略[J]. 航空科学技术, 2022, 33(2): 90-96.
WANG J, LI C G, YUE Y S, et al. Hybrid control strategy of manipulator for spacecraft component assembly [J]. Aeronautical Science & Technology, 2022, 33(2): 90-96. (in Chinese)

[10] CHEN J X, LI J M, ZHAO W J. T-S fuzzy model-based adaptive repetitive consensus control for multi-agent systems with imprecise communication topology structure [J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(8): 1568-1579.

[11] MOKHTARZADEH M, TAVAKKOLI-MOGHADDAM R, VAHEDI-NOURI B, et al. Scheduling of human-robot collaboration in assembly of printed circuit boards: a constraint programming approach [J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 2020, 33(5): 460-473.

[12] 单正娅, 郭琼, 姚晓宁. 工业机器人装配系统的关键技术研究[J]. 机电工程技术, 2020, 49(11): 65-67, 78.
SHAN Z Y, GUO Q, YAO X N. Research on key technology of industrial robot assembly system [J]. Mechanical & Electrical Engineering Technology, 2020, 49(11): 65-67, 78. (in Chinese)

[13] 史创, 郭宏伟, 王洪洋, 等. 空间大型结构体组装接口设计及装配性能分析[J]. 宇航学报, 2021, 42(12): 1493-1501.
SHI C, GUO H W, WANG H Y, et al. Design and assembly performance analysis of large space structure assembly interface [J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(12): 1493-1501. (in Chinese)

[14] MÜLLER R, ESSER M, VETTE M. Reconfigurable handling systems as an enabler for large components in mass customized production [J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2013, 24(5): 977-990.

[15] QI R L, TANG Y G, ZHANG K. Accuracy improvement calibrations for the double-position 4-PPPS aircraft docking system [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020, 2020: 4358901.

[16] 王皓, 陈根良, 黄顺舟, 等. 面向最优匹配位置的大部件自动对接装配综合评价指标[J]. 机械工程学报, 2017, 53(23): 137-146.
WANG H, CHEN G L, HUANG S Z, et al. Evaluation index framework of optimal matching position for large components automatic assembly [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(23): 137-146. (in Chinese)

[17] 孙刚, 刘广通, 郭涛, 等. 航天器总装过程中基于并联调姿平台的太阳翼数字化对接技术[J]. 航空制造技术, 2015, 58(21): 102-106.
SUN G, LIU G T, GUO T, et al. Digital docking technology of the solar array based on the parallel mechanism in the process of spacecraft assembly [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2015, 58(21): 102-106. (in Chinese)

[18] 潘国威, 陈文亮, 王珉. 应用于飞机装配的并联机构技术发展综述[J]. 航空学报, 2019, 40(1): 522572.
PAN G W, CHEN W L, WANG M. A review of parallel kinematic mechanism technology for aircraft assembly [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40(1): 522572. (in Chinese)

- [19] 罗威,李明富,赵文权,等. 基于力-位图像学习的工业机器人柔顺装配方法研究[J]. 机械工程学报, 2022, 58(21): 69-77.
LUO W, LI M F, ZHAO W Q, et al. Research on flexible assembly method of industrial robot based on force-pose-image learning[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(21): 69-77. (in Chinese)
- [20] 布仁,孙刚,胡瑞钦,等. 航天器机械臂柔性力控辅助装配方法[J]. 航天器环境工程, 2014, 31(4): 430-435.
BU R, SUN G, HU R Q, et al. Flexible force control on robot arm for spacecraft assembly[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2014, 31(4): 430-435. (in Chinese)
- [21] 王杰鹏,谢永权,宋涛,等. 力觉交互控制的机械臂精密位姿控制技术[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(4): 47-52.
WANG J P, XIE Y Q, SONG T, et al. A precise robot control technology for satellite assembly based on force interaction control[J]. Machine Design & Research, 2019, 35(4): 47-52. (in Chinese)
- [22] 刘仁伟,徐晓辉,谢永权,等. 基于机械臂辅助的卫星柔顺装配技术研究[J]. 机电工程, 2020, 37(5): 532-536.
LIU R W, XU X H, XIE Y Q, et al. Compliant assembly technology of satellite assisted by robot arm[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2020, 37(5): 532-536. (in Chinese)
- [23] 孟少华,胡瑞钦,张立建,等. 一种基于机器人的航天器大型部件自主装配方法[J]. 机器人, 2018, 40(1): 81-88, 101.
MENG S H, HU R Q, ZHANG L J, et al. A method of autonomous assembly of large spacecraft components using robot[J]. Robot, 2018, 40(1): 81-88, 101. (in Chinese)
- [24] TAO B, ZHAO X W, DING H. Mobile-robotic machining for large complex components; a review study[J]. Science China Technological Sciences, 2019, 62(8): 1388-1400.
- [25] 黄磊,侯增选. 大型筒体-尾喷管位姿建模与精确装配方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2018, 39(12): 1748-1753.
HUANG L, HOU Z X. Research on pose modeling and precise assembly method for large cylinder-tail nozzles[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2018, 39(12): 1748-1753. (in Chinese)
- [26] 蔡大军,姚建涛,高炜骅,等. 基于特征约束关系的航天器大部件装配机器人机型设计方法及应用[J]. 机械工程学报, 2023, 59(16): 233-242.
CAI D J, YAO J T, GAO W H, et al. Type design method and application for spacecraft large component assembly robot based on features constraint relationship[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(16): 233-242. (in Chinese)
- [27] CEN L J, MELKOTE S N, CASTLE J, et al. A wireless force-sensing and model-based approach for enhancement of machining accuracy in robotic milling[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(5): 2227-2235.
- [28] 于靖军,毕树生,裴旭,等. 柔性设计: 柔性机构的分析与综合[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018.
YU J J, BI S S, PEI X, et al. Flexure design: analysis and synthesis of compliant mechanism[M]. Beijing: Higher Education Press, 2018. (in Chinese)