doi:10.11887/j.cn.202502019

http://journal. nudt. edu. cn

# 旋翼无人机雷达回波特征分析与参数估计方法

刘鲁涛1\*,谢良正1,莫禹涵2

(1. 哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院,黑龙江 哈尔滨 150001;2. 北京遥感设备研究所,北京 100854)

摘 要:"低、慢、小"无人机的泛滥给空域的飞行安全造成了严重威胁,准确分析无人机回波信号的特点对于非合作无人机的检测具有重要意义。根据旋翼无人机目标时域积分回波模型以及倒谱算法的原理,推导了回波信号的频域表达式和倒谱表达式,分析了回波信号参数与频域和倒谱特征的对应关系,提出了一种针对无人机回波信号的参数估计方法并通过仿真与实测数据验证了此方法的有效性。结果表明,该方法可以更加准确地估计无人机回波信号的带宽和旋转频率,进而为无人机目标的探测与识别提供重要参考。

关键词:旋翼无人机;微多普勒;倒谱;参数估计 中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2025)02-202-10



# Radar echo characteristic analysis and parameter estimation method for rotor UAV

LIU Lutao<sup>1</sup>\*, XIE Liangzheng<sup>1</sup>, MO Yuhan<sup>2</sup>

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. Beijing Institute of Remote Sensing Equipment, Beijing 100854, China)

Abstract: The proliferation of "low, slow and small" UAVs (unmanned aerial vehicles) poses a serious threat to flight safety in airspace. Accurate analysis of the characteristics of UAV echo signals is of great significance for the detection of non-cooperative UAVs. Based on the timedomain integral echo model of rotor UAV target and the principle of cepstrum algorithm, the frequency-domain expression and cepstrum expression of echo signal were derived, the corresponding relationship between echo signal parameters and frequency-domain and cepstrum characteristics was analyzed, and a parameter estimation method for UAV echo signal was proposed, and the effectiveness of this method was verified by simulation and measured data. The results show that, it can estimate the bandwidth and rotation frequency of UAV echo signal more accurately and provide an important reference for target detection and recognition of UAV.

 $Keywords: \ {\rm rotor} \ UAV; \ {\rm micro-Doppler}; \ cepstrum; \ parameter \ estimation$ 

近几年,随着无人机软件技术和硬件技术的 迅速发展,无人机市场得以急速扩张。便捷、轻 巧、易操控的无人机备受青睐,无人机相关产品已 经变得触手可及<sup>[1]</sup>。在商用小型无人机领域,基 本上都是通过遥控旋翼的旋转来控制无人机的姿 态。无人机的主要运动特点是"低、慢、小"。数 量巨大、无人监管的无人机给公共飞行空域的安 全带来了严重的安全隐患<sup>[2]</sup>。尽管相关的部门 已经制定出相应的法律来强制要求某些无人机进 行注册<sup>[3]</sup>,但是无人机的低成本和天然高机动特 性依然会对无人机的监管带来巨大的困难。所 以,急需一种方法来对威胁公共空域安全的无人 机进行识别和监测。

雷达自从被发明以来一直被用于目标探测, 而且取得了非常不错的效果。同时,通过将目标 物体表面的反向散射现象和目标物体相关的运动 特征相结合来研究对目标进行识别和分类的技术 也逐渐被重视起来。无人机在飞行时具有独特的 运动学特征,主体相对雷达有径向速度,同时无人 机旋翼相对于雷达旋转。由于无人机旋翼构件相

收稿日期:2022-11-16

基金项目:航空科学基金资助项目(201901012005)

<sup>\*</sup>第一作者:刘鲁涛(1977—),男,黑龙江哈尔滨人,副教授,博士,博士生导师,E-mail:liulutao@hrbeu.edu.cn

**引用格式:**刘鲁涛,谢良正,莫禹涵. 旋翼无人机雷达回波特征分析与参数估计方法[J]. 国防科技大学学报, 2025, 47(2): 202-211.

Citation: LIU L T, XIE L Z, MO Y H. Radar echo characteristic analysis and parameter estimation method for rotor UAV[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2025, 47(2): 202 - 211.

· 203 ·

对于主体是一个微小部件,旋翼的运动被称为微 运动。而由于微小部件运动产生的回波频率偏移 的现象也被称为微多普勒现象<sup>[4]</sup>。当前,主要研 究都集中在利用无人机雷达回波的微多普勒特征 对无人机进行识别方面。由于微多普勒效应的时 变特征,对于雷达回波信号中微多普勒特征的分 析大多都采用时频分析的方法<sup>[5-8]</sup>。信号时频分 析的方法主要有短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)、Gabor 变换(Gabor transform,GT)、小波变换(wavelet transform,WT)、 Wigner-Ville 分布<sup>[9]</sup>等。时频分析的优点就是可 以非常直观地看到目标回波中的微多普勒效应。 但是时频分析的缺点也很明显,就是不能便捷地 获得回波中的微动参数。同时,根据 Heisenberg 测不准原理,任何时频分析方法都无法提供任意 清晰的时间分辨率和频率分辨率,只能做折中处 理。对于时变信号,除了时频分析方法,还有信号 分解的方法。将一个信号分解为多个信号之和, 如经验模态分解<sup>[10-11]</sup>、变分模态分解<sup>[12]</sup>、变分非 线性 Chirp 模态分解<sup>[13]</sup>等。虽然进行信号分解可 以得到信号中的各个分量,但无人机的回波信号并 不是由固定的几个信号分量构成,并且信号分解方 法还存在算法过于复杂、算法不收敛的情况。为了 克服单一时频分析和信号分解方法的缺点,Fang 等提出了一种基于时频分布的 Hough-Radon 变 换<sup>[14]</sup>。但此类算法不仅计算量大,而且仅将无人 机回波建模为单一的正弦频率调制信号[3,11,14-15]。 而实际的回波信号不仅相位受到正弦频率调制,而 且幅度也受到了更加复杂的调制,这就给无人机回 波信号的分析增加了不少的难度。

综上所述,对于无人机雷达回波信号的识别 与参数估计在理论上还需要一种更加细致的分析 方法,准确分析无人机回波信号的特点对于非合 作无人机的检测具有重要意义。本文根据旋翼无 人机目标时域积分回波模型,推导了回波信号的 频域表达式,基于回波信号频域等间隔梳状谱的 特点以及倒谱算法的原理,提出了一种对于无人 机回波信号的参数估计方法,可以更加准确地估 计无人机回波信号的带宽和旋转频率。

### 1 UAV 旋翼回波模型

大多数小型旋翼无人机在结构设计上都比较统一,通过改变旋翼的转速、转向来控制自身的飞行姿态。尽管如此,不同尺寸的无人机却有其独特性,包括旋翼转速、叶片数量、长度以及叶片旋转的初相等。以上运动学特征都会在雷达回波中

产生其独特的调制特性。

以大疆 mini3 pro 为例,无人机与雷达的位置 运动关系如图 1 所示。雷达位于坐标系 O 的原 点位置,无人机中心的坐标为  $O_e$ ,无人机的第 i 个 转轴中心的坐标为  $O_i$ 。在此坐标系下面,雷达与 目标无人机的方位角为 $\alpha$ ,俯仰角为 $\beta$ 。与无人机 的中心的直线距离为  $R_0$ 。无人机连接四个旋转 中心的轴的长度为 d,第 n 个旋翼中心相对于无 人机主体的初始相位为  $\theta_n$ ;每一个旋翼叶片的长 度为 L,第 n 个旋翼的第 m 个叶片的初始相位为  $\varphi_{nm}$ 。 $O_e$  与  $O_i$  在 XOY 平面的投影为  $O'_e$ 和  $O'_i$ 。



图 1 无人机与雷达位置关系 Fig. 1 Position relationship between UAV and radar

设无人机一直处于水平运动状态,则可以得 出雷达与每个旋翼中心的距离为:

 $R_n = \sqrt{R_0^2 + d^2 + 2R_0 d\sin\beta\cos(\alpha - \theta_n)} \quad (1)$ 

设无人机第 n 个旋翼的旋转频率为  $f_n$ , 雷达 发射信号的载频为 f、波长为  $\lambda$ , 光速为 c。 P 为第 n 个旋翼叶片上的某一个散射点, 到该旋翼中心 的距离为  $l_p$ , 则 P 点到雷达的瞬时距离可以表 示为:

$$R_P(t) = R_n + l_P p(t) \tag{2}$$

式中, $p(t) = \sin\beta \cos(2\pi f_n t + \varphi_{nm} + \alpha)_{\circ}$ 

可以得到从 P 点反射到雷达的基带回波 信号:

$$s_P(t) = e^{-j4\pi/R_P(t)/c}$$
(3)

将式(2)代入式(3)得:

$$s_P(t) = e^{-j4\pi [R_n + l_{PP}(t)]/\lambda}$$
(4)

为了得到整个叶片的基带回波信号,需要对 P点的回波信号在区间(0,L)上进行积分,即:

$$s_{nm}(t) = \int_0^L s_P(t) \,\mathrm{d}l_P \tag{5}$$

计算得到,第 n 个旋翼的第 m 个叶片的雷达 回波信号为:

$$s_{nm}(t) = L \operatorname{sinc} \left[ 2\pi L p(t) / \lambda \right] e^{-j4\pi \left[ R_n + 0.5L p(t) \right] / \lambda}$$
(6)

由式(6)可知,针对有 N 个旋翼且第一个旋 翼轴的初始相位为  $\theta_0$ ;同时,每个旋翼上有 M 个 叶片且这个旋翼上第一个叶片的初始相位为  $\varphi_n$ 的无人机,其基带回波信号可以表示为:

$$s_{NM}(t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{M-1} \{ L \operatorname{sinc} [2\pi L p(t) / \lambda] \cdot e^{-j4\pi [R_n + 0.5L p(t)] / \lambda} \}$$
(7)

其中:

$$R_n = \sqrt{R_0^2 + d^2 + 2R_0 d\sin\beta\cos(\alpha - \theta_0 - 2\pi n/N)}$$
(8)

根据式(4)得到第 *n*个旋翼回波信号的带宽为:

$$B_n = 8\pi f_n L(\sin\beta) / \lambda \tag{9}$$

信号的带宽大小与俯仰角、叶片长度以及转 速有关。为了从回波中识别旋翼无人机的回波信 号,分析了无人机回波信号时域、频域、倒谱域特 征,总结了信号在这三个域的特点,提出了一种对 于无人机回波信号的参数估计方法,可以更加准 确地估计无人机回波信号的带宽和旋转频率。

## 2 旋翼回波的特征分析与参数估计

#### 2.1 旋翼回波信号频谱特征分析

根据式(4)的结论,可以将叶片上散射点 *P* 的回波信号简化为一个正弦频率调制(sinusoidal frequency modulation, SFM)信号。由于目标的方 位角和俯仰角不会影响理论分析的结论,所以令  $\beta = 0.5\pi$ ,  $\alpha = 0$ ,进而  $p(t) = \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$ 。将 叶片上某一个散射点 *P* 的回波信号简化为:

$$s_{P}(t) = e^{-j4\pi [R + l_{PP}(t)]/\lambda} = e^{-j4\pi R_{0}/\lambda} e^{-j4\pi [vt + l_{PP}(t)]/\lambda}$$

(10)

其中, $\varphi_0$ 表示叶片初相,v表示无人机主体的径向 速度, $R_0$ 表示无人机初始距离, $f_0$ 表示旋翼的旋 转频率。式(10)中的常数项简化为:

$$s_P(t) = e^{-j4\pi [vt + l_P p(t)]/\lambda}$$
(11)

式(11)由两部分组成。第一部分 e<sup>-j4mt/A</sup>是 由于无人机主体的运动而产生的频率偏移,称为 多普勒频率;第二部分 e<sup>-j4mlpp(1)/A</sup>是由于无人机旋 翼相对于主体的微运动而产生的微多普勒频率偏 移,呈现正弦频率调制特性,这种特性是旋转微运 动所特有的,具有瞬时性和独特性。通过分析无 人机微多普勒效应,便可以得到该目标的运动参 数,例如主体运动速度、叶片长度、旋翼的旋转频 率等。同时,根据式(11)得到:

$$s_P(t) = e^{-j4\pi v t/\lambda} e^{-j4\pi l_P p(t)/\lambda}$$
(12)

式(12)中第一部分仅仅是对第二部分进行 频谱搬移,所以只需要分析以下傅里叶变换即可。  $s(t) = e^{jrcos(2\pi f_0 t + \varphi_0)}$  (13)

式中, $\tau = 4\pi l_p / \lambda$ 。观察式(13)可知,直接对该信号进行傅里叶变换是非常困难的,将其进行傅里叶级数展开后会更简单<sup>[16]</sup>。具体步骤如下:

**步骤1**:令  $x = 2\pi f_0 t$ ,将式(13)简化为 $s(x) = e^{j\pi \cos(x+\varphi_0)}$ 后进行傅里叶级数展开,得到:

$$s(t) = 0.5a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt) \right]$$
(14)

式中, $a_n$ 、 $b_n$ 为傅里叶级数系数。利用第一类贝 塞尔(Bessel)函数得到:

$$\begin{cases} \int_{0}^{2\pi} \cos(n\phi) e^{j\rho\cos(\phi-\gamma)} d\phi = 2\pi j^{n} J_{n}(\rho) \cos(n\gamma) \\ \int_{0}^{2\pi} \sin(n\phi) e^{j\rho\cos(\phi-\gamma)} d\phi = 2\pi j^{n} J_{n}(\rho) \sin(n\gamma) \end{cases}$$
(15)

其中,
$$\rho_{\gamma}$$
为常量,并且  

$$J_{n}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m} x^{|n|+2m} / [2^{|n|+2m} m! \Gamma(m+|n|+1)]$$
(16)

式中, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数 。

步骤2:将式(15)代入傅里叶级数系数计算 公式,得到:

$$\begin{cases} a_n = 2j^n J_n(\tau) \cos(n\varphi_0) \\ b_n = 2j^n J_n(\tau) \sin(n\varphi_0) \end{cases}$$
(17)

令  $C_n(\tau) = 2j^n J_n(\tau)$ ,得到:  $s(x) = 0.5a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$   $= 0.5 \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_{|n|}(\tau) e^{jn(x-\varphi_0)}]$  (18) 步骤 3:将  $x = 2\pi f_0$  代人式(18)得到:

$$s(t) = 0.5 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ C_{|n|}(\tau) e^{jn\varphi_0} e^{jn2\pi f_0 t} \right] \quad (19)$$

令  $g(n, \tau, \varphi_0) = 0.5C_{|n|}(\tau) e^{jn\varphi_0} = j^{|n|} J_{|n|}(\tau) \cdot e^{jn\varphi_0}$ ,得到:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n,\tau,\varphi_0) e^{j2\pi n f_0 t}$$
(20)

此时,得到 SFM 信号的频域表达式为:

$$s(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi g(n,\tau,\varphi_0) \delta(f - nf_0) \quad (21)$$

式中,(*τ*,*φ*<sub>0</sub>)为常数,并且*g*(*n*,*τ*,*φ*<sub>0</sub>)只有在*τ*> *n*时才有值,其他地方为零。通过以上计算得到 一般 SFM 信号的频域表达式。从式(21)知,SFM 信号在频域为若干等间隔的梳状谱,并且梳状谱 的数量由系数  $\tau$  决定。即频率受到正弦调制的信 号的傅里叶变换是以该正弦信号的频率  $\Delta f = f_0$ 为间隔的梳状谱。

通常情况下,旋翼无人机都不止一个叶片,当 每一个旋翼都有 M 个叶片时,所有 M 个与旋翼中 心距离为 l<sub>p</sub> 散射点的回波信号可以写为:

$$s_{\rm mul}(t) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{j\pi\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0 + 2\pi m/M)}$$
(22)

由于:

$$s(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} j^{|n|} J_{|n|}(\tau) e^{jn\varphi_0} e^{j2\pi n f_0 t}$$
(23)

将式(23)代入式(22)中得到:

$$s_{\text{nul}}(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} \left[ j^{|n|} J_{|n|}(\tau) e^{jn\varphi_0} e^{j2\pi n f_0 t} \left( \sum_{m=0}^{M-1} e^{j2\pi n m/M} \right) \right]$$
(24)

由于:

1) 当 
$$n = kM, k \in \mathbb{Z}$$
 时:  

$$\sum_{m=0}^{M-1} e^{j2\pi nm/M} = \sum_{m=0}^{M-1} e^{j2\pi mk} = 1 \quad (25)$$
2) 当  $n \neq kM, k \in \mathbb{Z},$ 根据等比数列公式得到:  

$$\sum_{m=0}^{M-1} e^{j2\pi nm/M} = (1 - e^{j2\pi n})/(1 - e^{j2\pi n/M}) = 0$$
(26)

通过上述分析,n的取值必须是 M 的整数 倍,否则信号频域的幅值将为零,这满足了信号 回波频域峰值周期特性。因此对于多叶片的旋 翼无人机回波信号的频域梳状谱间隔应满足如 下关系:

$$\Delta f = M f_0 \tag{27}$$

即对于有 M 个叶片的旋翼,有:

$$s_{\rm mul}(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi g(kM, \tau, \varphi_0) \delta(f - kMf_0)$$
(28)

$$s_{\rm mul}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(kM, \tau, \varphi_0) e^{j2\pi kMf_0 t}$$
 (29)

将式(28)代入式(5)得到第 n 个旋翼(M 个 叶片)雷达回波信号的频域表达式为:

$$s_{n}(f) = \int_{0}^{L} s_{\text{mul}}(f) \, \mathrm{d}l_{P}$$
$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(f - kMf_{0}) \int_{0}^{L} g(kM, 4\pi l_{P}/\lambda, \varphi_{0}) \, \mathrm{d}l_{P}$$
(30)

计算第二部分积分项,令:

$$G(k,L,\varphi_0) = \int_0^L g(kM,4\pi l_p/\lambda,\varphi_0) dl_p \quad (31)$$
  
将式(16)代入式(31)得到:

$$G(k, L, \varphi_{0}) = (-j) |kM| e^{jkM\varphi_{0}} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m} L(4\pi L/\lambda)^{|kM|+2m} / (|kM|+2m+1)}{2^{|kM|+2m} m! \Gamma(m+|kM|+1)}$$
(32)

令 
$$z = 4\pi L/\lambda$$
, 升約  $G(k, L, \varphi_0)$  取換待到:  
 $G_{a}(k, z) = \left| \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (\lambda/4\pi) z (z - 0.5)^{-|kM|+2m}}{m! \Gamma(m + |kM| + 1)(|kM| + 2m + 1)} \right|$ 
(33)

图 2 展示了在条件  $M = 1 \pm \lambda/(4\pi) = 1$  下函数  $G_a(k,z)$  的图像。





Fig. 2 Function image of 
$$G_a(k,z)$$

 $G_{a}(k,z)$ 函数主要有两个特点:

1) $G_{a}(k,z)$ 是关于 k 的偶函数;

2)当*k*>z时,函数值趋于零,即只在 k≤z的 区间内才有值。

根据式(30)和(32)得到式(7)的傅里叶变 换为:

$$s_{NM}(f) = \mu \sum_{n=1}^{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(f - kMf_n) G(k, L, \varphi_n)$$
(34)

式中, $\mu \approx \exp(-j4\pi R_0/\lambda)$ 表示无人机处于悬停状态。无人机的径向运动只会影响频谱的中心位置,不会影响信号的频谱特征; $\varphi_n$ 表示第n个旋翼的第1个叶片的初始相位。从式(34)可以看出,无人机旋翼的回波信号频域为一系列等间隔的梳状谱,其间隔与叶片的数量以及旋翼的转速 有关,并且梳状谱的幅度受到函数 $G(k, L, \varphi_n)$ 调制。

#### 2.2 旋翼回波信号参数估计方法

通过2.1节的分析,得到旋翼无人机回波信号的频域表达式,该信号在频域为一系列等间隔的梳状谱,信号的能量被分散在多个梳状间隔上。 梳状谱也是旋翼类目标回波信号所特有的,根据 信号频域的这些特征,可以为识别与估计信号的 参数提供重要依据。虽然旋翼的转速与信号频域 的梳状间隔有着直接的映射关系,但是在信噪比 较低时这种映射关系很难被直接观察到,而倒谱 变换在此时表现出了更好的抗噪性能。Bogert 等 在 1963 年提出倒谱的相关概念<sup>[15,17]</sup>。根据倒谱 的定义,第 n 个旋翼(M 个叶片)的回波信号 $s_n(t)$ 的倒谱可以表示为:

$$s_{ncp}(t_{que}) = |F^{-1}| |F[s_n(t)]|^2 |^2$$
(35)  
計中 t 美云例短客(quefrence)) 前位社 s

式甲,*t*<sub>que</sub>表示倒频率(quefrency),单位为 s。

根据式(30),令:  

$$s_{np}(f) = |F[s_n(t)]|^2$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kMf_n) |2\pi G_a(k,z)|^2 \quad (36)$$

从式(36)得到,信号在频域为区间[ $-B_n/2$ ,  $B_n/2$ ]内的等间隔梳状谱,对其进行傅里叶级数 展开可得:

$$s_{np}(f) \approx \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi nf/(Mf_n)} / (Mf_n)\right] w(f) \quad (37)$$

式中,w(f)为矩形窗函数,即:

$$w(f) = \begin{cases} 1 & -B_n/2 \le f \le B_n/2 \\ 0 & \ddagger \& \end{cases}$$
(38)

将式(37)代入式(35)得到:

$$s_{n c p}(t_{q u e}) \approx \sum_{n = -\infty}^{\infty} B_n \operatorname{sinc} \left\{ \pi B_n \left[ t_{q u e} - n / (M f_n) \right] \right\} / (M f_n)$$
(39)

从式(39)得到无人机旋翼的回波信号在倒 频域中为等间隔 sinc 函数,间隔等于信号在频域 梳状间隔的倒数,并且 sinc 信号峰值所在位置与 频域梳状间隔的倒数成倍数关系,可通过倒频域 sinc 函数峰值的位置来估计参数  $Mf_{...}$  从式(34) 可知,旋翼回波信号在频域是一系列等间隔的梳 状谱,频域梳状间隔等于该旋翼转速的 M 倍,并 且梳状谱的宽度与叶片长度、数量、转速直接相 关。于是定义了一种针对旋翼回波信号的带宽定 义方法,即旋翼回波信号的带宽B为整个梳状谱的 宽度。并且在计算信号带宽时,常规的计算方法并 不适用于此类信号,因为该信号的频域是由一系列 梳状间隔构成。对于旋翼回波信号,利用恒虚警检 测的方法<sup>[18-19]</sup>,提出了一种联合信号倒谱-频域 特征的带宽估计方法。利用无人机回波频域梳状 谱的特点来估计带宽。基本原理如下:

设接收的信号 S 为 K 个  $N_s$  维的信号, 经过 傅里叶变换后取模得到:

$$S_{f} = |F(S_{K \times N_{s}})|$$
(40)  
生成一个  $N_{s} \times (N_{s} - 1)$ 维的一次差分因子

 $\boldsymbol{\Omega}_{1}, \boldsymbol{\mathbb{P}}:$ 

$$\boldsymbol{\Omega}_{1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$
(41)

利用  $\Omega_1$  得到信号频域  $K \times (N_s - 1)$  维的一次差分矩阵  $S_n$ ,即:

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{fl}} = \boldsymbol{S}_{\mathrm{f}} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{l}} \tag{42}$$

利用符号函数 sign() 对一次差分矩阵  $S_{fi}$  进行符号化处理得到一次差分符号矩阵  $S_{fsl}$ ,即:

$$\boldsymbol{S}_{\rm fs1} = {\rm sign}(\,\boldsymbol{S}_{\rm f1}\,) \tag{43}$$

利用一个 $(N_s - 1) \times (N_s - 2)$ 维的差分因子  $\Omega_2$  对  $S_{fsl}$ 再进行一次差分后得到  $S_{l2}$ ,便得到信号 频域所有极大值所在的位置  $L_{fsr}$ ,即:

$$L_{\rm fm} = \{ L_{\rm fm2} \mid S_{\rm f2}(L_{\rm fm2}) < 0 \} + 1$$
 (44)

为了提高计算的准确度同时也减少计算量, 需要去掉所有极大值中小于门限 T<sub>threshold</sub>的值,即:

$$L_{\rm fmT} = \begin{cases} L_{\rm fm} & S_{\rm f}(L_{\rm fm}) \ge T_{\rm threshold} \\ \text{none} & \ddagger \& \end{cases}$$
(45)

根据恒虚警方法设置判决门限,门限的选择 如下:

$$T_{\text{threshold}} = \sigma_T S_{\text{fmean}} \tag{46}$$

式中, $S_{\text{fmean}}$ 为信号均值,即:

$$S_{\text{fmean}} = \frac{1}{N_{\text{s}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{s}}} \boldsymbol{S}_{\text{f}}(:,i)$$
(47)

 $\sigma_T$ 为门限因子,若虚警概率为 $P_{fa}$ ,则有:

$$\sigma_T = N_{\rm s} \left( P_{\rm fa}^{-1/N_{\rm s}} - 1 \right) \tag{48}$$

通过对  $L_{\text{im}T}$ 求差分获得满足门限条件的梳状 间隔。但也只是在理想情况下可以获得不错的结 果。由于频域分辨率的限制,加上回波信号中也 存在一定的噪声,频域梳状间隔可能会存在一定 的偏差。 $L_{\text{im}T}$ 差分结果如表1所示,截取了信噪比 (signal to noise ratio, SNR)为10 dB 时  $L_{\text{im}}$ 和频域 梳状间隔 $\Delta f$ 数据的一个片段,理论结果是40,但 是噪声的存在,导致一个脉冲被分隔为多个脉冲。

表 1 L<sub>fmT</sub>差分结果

Tab. 1	Difference	result	of	$L_{\text{fm}T}$

位置	梳状间隔	位置	梳状间隔
17	40	23	36
18	40	24	4
19	14	25	40
20	26	26	9
21	2	27	31
22	38	28	40

实际中会存在梳状谱位置少量偏移的情况,为了很好地估计旋翼回波信号的频域梳状间隔,需要设置一个可容忍的频域梳状偏移指数 $\sigma$ ,偏移指数与估计的频域梳状间隔 $\Delta f_{nep}$ (通过信号倒谱变换估计的参数)和频率分辨率 $\Delta_{f}$ 有关,即:

$$\sigma = \Delta_{\rm f} / \Delta f_{\rm nep} \tag{49}$$

假设计算得到  $N_m$  个梳状间隔数据。并且通 过信号倒谱变换所估计的参数 $\hat{\Delta f}_{ncp} = Mf_n$ (n = 1, 2,…,N),N 为旋翼个数,即:

$$\begin{cases} \widehat{\Delta f}_{ncp} & n = 1, 2, \cdots, N \\ \widehat{\Delta f}_k & k = 1, 2, \cdots, N_{\rm m} \end{cases}$$
(50)

若式(51)成立:

$$\hat{\Delta f} = \hat{\Delta f_i} \tag{51}$$

以第一个 $\hat{\Delta f}_{k}$ 为起点向右按顺序相加,若:

$$\hat{\Delta f}_{nep} - \sum \hat{\Delta f}_{k} > \hat{\Delta f}_{nep} \sigma \qquad (52)$$

则将下一个 $\Delta f_k$  加到  $\sum \Delta f_k$  中,直到满足:

$$\left|\hat{\Delta f}_{ncp} - \sum \hat{\Delta f}_{k}\right| \leq \hat{\Delta f}_{ncp}\sigma \tag{53}$$

若满足式(53),则将此时相加的这几个梳状间隔 之和 $\sum \hat{\Delta f}_{k}$ 作为一个梳状间隔;同时,将下一个 $\hat{\Delta f}_{k}$ 作为新的起点。若数据无法满足式(53)的条件, 则将这个数据点舍弃。在计算完所有的 $\hat{\Delta f}_{i}$ 后,便 得到信号带宽的估计值为:

$$\hat{B}_n = (L_{\text{fmThigh}} - L_{\text{fmTlow}})\Delta_{\text{f}}$$
(54)

式中, $L_{\text{fmTlow}}$ 为满足 $\hat{\Delta f}_{nep}$ 的最小的梳状谱位置,  $L_{\text{fmTlow}}$ 为满足 $\hat{\Delta f}_{nep}$ 的最大的梳状谱位置。利用无 人机回波信号频域梳状谱的特点来估计带宽, 可以很好地解决杂波中单频干扰信号所造成的 干扰,避免了进行单一恒虚警检测的缺陷,并且 可以把虚警概率设置相对大一点,提升对目标 信号的检测概率的同时也不会影响最终的 结果。

### 3 实验仿真与实测数据分析

#### 3.1 仿真实验分析

仿真实验选取了工作 Ka 波段的线性频率调制连续波体制雷达,无人机处于悬停状态,仿真的 基本参数如表2 所示。

表2 实验仿真参数

Tab. 2	Experimental	simulation	parameters
--------	--------------	------------	------------

参数名称	数值
载频	35 GHz
脉冲重复频率	32 kHz
快时间采样频率	500 MHz
观测时间长度	0.1 s
旋翼长度	0.12 m
无人机与雷达距离	1 km
无人机主体速度	0
无人机俯仰角	$\pi/6$
无人机方位角	0

仿真双旋翼四叶片,旋翼转速分别为 -47 Hz、53 Hz, 叶片初始相位分别为 0、π/3, 信 号信噪比为 25 dB,并且加入中心频率为 10 kHz 的单频干扰(single frequency jamming, SFJ)信号。 图3展示了双旋翼四叶片回波信号的仿真与分析 结果。其中,图3(a)为距离多普勒分析结果,距 离维能量主要集中在距离为1 km 处,但旋翼的微 多普勒效应导致无人机目标在多普勒维能量扩 散。图3(b)为回波在距离为1km处切片后进行 GT 处理得到的时频图,由于无人机的回波信号不 仅相位受到了正弦频率调制,而且幅度受到了 sinc(cosx)类型的调制,呈现周期性 sinc 函数特 性,只能在幅度为峰值时观察到目标的瞬时频率。 实际参数  $B_1 = 8\pi f_1 L(\sin\beta) / \lambda \approx 8$  241 Hz、 $B_2 \approx$ 9 293 Hz、 $\Delta f_1 = Mf_1 = 188$  Hz、 $\Delta f_2 = 212$  Hz,从时 频图中估计的结果约为  $B_1 \approx 6$  690 Hz、 $\Delta f_1 \approx$ 186 Hz以及 B<sub>2</sub>≈8 315 Hz、Δf<sub>2</sub>≈202 Hz。因为时 频分辨率较差并且每个旋翼叶片的初始相位不一 样,所以从时频图中估计的信号参数与实际也存 在比较大的偏差,很难直接提取信号的参数。 图 3(c) 为信号切片的倒频域处理结果, 无人机回 波在倒谱域中是间隔为 1/(Mf) 的一系列 sinc 函 数,从倒谱域中估计的结果约为  $\Delta f_1 \approx 187$  Hz、  $\Delta f_2 \approx 211$  Hz,与理论结果基本一致。图 3(d)为 对信号切片进行频谱分析与处理的结果,信号 的频域表现为梳状谱特性,但是此时已经无法 直接读出信号的频域梳状间隔值。通过对带宽 的估计结果可知,利用信号频域等间隔的特点 来估计的带宽可以有效地避免在 10 kHz 处出现 的单频干扰信号。联合信号倒谱 - 频域特征的 带宽估计方法估计的结果为  $B_1 \approx 7$  990 Hz、

 $B_2 \approx 8 908$  Hz。函数  $G_a(k,z)$ 边缘衰减效应以及频谱梳状谱特点导致边缘处幅度较小的梳状谱被噪声淹没,因此实际带宽会比理论值小约  $2Mf_o$ 

利用估计值偏离系数 η(单位为 dB)来分析 定量分析估计结果与实际值的偏离程度,其值越 小说明估计偏差越小,估计越准确,即:



(a)距离多普勒分析结果(a) Range Doppler analysis results



(b) GT 时频处理结果













Fig. 3 Simulation and analysis of rotor echo signal

在 SNR 为 0 ~ 30 dB、步进 2 dB 的条件下仿 真了 STFT、GT、WT 以及本文方法对带宽 B 和频 域梳状间隔 Mf 的估计性能,结果如图 4 所示, η = 0 dB 说明估计值为零,表示该算法无法对相 关参数进行有效估计。图 4(a)为不同算法对无 人机回波信号带宽的估计性能曲线,在较低信噪 比时受限于时频分辨率的影响,无法对无人机回 波信号带宽等参数进行有效的估计,同时可以看 出,基于频域等间隔梳状谱特征的带宽估计方法 具有更好的估计准确度。图 4(b)为不同算法对 无人机回波信号频域梳状间隔的估计性能曲线, 可以看出,基于倒谱变换的方法拥有更好的估计 准确度。

#### 3.2 实测数据验证分析

采用文献[20]中的实测数据集来验证本文 方法的有效性。数据的采集使用的是工作 Ka 波 段的通用录取设备,目标为小型固定翼无人机,通



(a)带宽估计(a) Bandwidth estimation



(b) 频域梳状间隔估计

(b) Comb interval estimation in frequency domain

参数估计性能 图 4

Fig. 4 Parameter estimation performance

过头部的螺旋桨旋转提供动力,其运动特征与本 文分析的旋翼无人机一致。

该数据集的基本参数如表3所示,波形体制 为线性调频脉冲。

表3

实测数据参数

Tab. 3   Measured data parameters		
参数名称	数值	
载频	35 GHz	
脉冲重复频率	32 kHz	
距离采样单元间隔	1.875 m	
观测时间长度	0.1 s	
无人机主体速度	40.4 m/s	
无人机与雷达距离	1 290 m	

无人机回波实测数据分析结果如图5所示。 其中,图 5(a)为对回波数据进行动目标显示 (moving target indicator, MTI)以及动目标探测 (moving target detection, MTD)处理后得到的距离 多普勒处理结果。从图5(a)中可以看出,距离维 能量主要集中在距离为1292 m处,但是无人机 旋翼转动所带来的微多普勒效应导致无人机目标 的回波能量在多普勒维扩散。图 5(b)为 GT 时 频处理后得到的结果,由于旋翼转速以及叶片初 始相位的不同,从时频图中已经很难对回波信号 的参数进行有效估计。图5(c)为实测数据的倒 频域处理结果,从倒谱域可以得到无人机两个主 旋翼的梳状谱间隔,即  $\Delta f_1 \approx 222$  Hz、 $\Delta f_2 \approx$ 111 Hz。此时两个旋翼之间的 Mf 呈现倍数关系, 这是由于该无人机前端大小两个旋翼通过相互反

向的旋转来克服扭矩,并且小旋翼的转速是大旋 翼的两倍。图5(d)为实测数据的频谱处理结果, 实测无人机回波信号的频域表现为梳状谱特性, 与理论分析基本一致。根据本文所提出的联合信 号倒谱 – 频域特征的带宽估计方法估计的结果为 B<sub>1</sub>≈8 380 Hz 以及 B<sub>2</sub>≈6 480 Hz。理论上小旋翼 转速更快叶片更短,即 $\Delta f_1 > \Delta f_2, B_1 < B_2,$ 但实际 的结果却是 B1 > B2, 这是因为大小两个旋翼之间 的转速存在整数倍的关系,即 $\Delta f_1 \approx 2\Delta f_2$ ,所以大









(c) Quefrency domain analysis results





(d) Spectrum analysis and processing results



Fig.5 Analysis of measured echo data of UAV 回波信号的频域梳状间隔有一部分被估计到了小 旋翼中。

### 4 结论

"低、慢、小"类无人机给人们的生活带来了 极大的便利,同时无人机的泛滥给空域的飞行 安全造成了严重的威胁。本文依据与实际回波 信号拟合度更高、更复杂的旋翼无人机目标时 域回波积分模型,利用傅里叶级数展开的方法, 推导了在该模型下回波信号的频域表达式,分 析了无人机回波信号频域等间隔梳状谱分布特 点。基于无人机回波信号频域等间隔梳状谱分 布特点以及倒谱算法的原理,提出了一种对于 无人机回波信号频域梳状间隔和带宽的参数估 计方法,可以更加准确地估计无人机回波信号 的频域梳状间隔和带宽,进而为空中无人机目 标的探测与识别提供重要参考。仿真实验与实 测数据分析的结果表明,本文所提方法可以有 效地估计信号的参数。

## 参考文献(References)

- PASSAFIUME M, ROJHANI N, COLLODI G, et al. Modeling small UAV micro-Doppler signature using millimeter-wave FMCW radar [J]. Electronics, 2021, 10: 747.
- [2] HANIF A, MUAZ M, HASAN A, et al. Micro-Doppler based target recognition with radars: a review [J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22(4): 2948 – 2961.
- [3] GOVONI M A. Micro-Doppler signal decomposition of small commercial drones [C]//Proceedings of the IEEE Radar Conference (RadarConf), 2017.
- [4] JIAN M, LU Z Z, CHEN V C. Experimental study on radar micro-Doppler signatures of unmanned aerial vehicles [C]//

Proceedings of the IEEE Radar Conference (RadarConf), 2017.

 [5] 马娇,董勇伟,李原,等. 多旋翼无人机微多普勒特性分析与特征提取[J].中国科学院大学学报,2019,36(2): 235-243.

> MA J, DONG Y W, LI Y, et al. Multi-rotor UAV's micro-Doppler characteristic analysis and feature extraction [J]. Journal of University of Chinese Academy of Sciences, 2019, 36(2): 235-243. (in Chinese)

- [6] HONG T, FANG C Q, HAO H, et al. Identification technology of UAV based on micro-Doppler effect [C]// Proceedings of the International Wireless Communications and Mobile Computing (IWCMC), 2021.
- [7] HERR D B, KRAMER T J, GANNON Z, et al. UAV micro-Doppler signature analysis [C]//Proceedings of the IEEE Radar Conference (RadarConf), 2020.
- [8] HUIZING A, HEILIGERS M, DEKKER B, et al. Deep learning for classification of mini-UAVs using micro-Doppler spectrograms in cognitive radar [J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2019, 34(11): 46-56.
- [9] TAN R, LIM H S, SMITS A B, et al. Improved micro-Doppler features extraction using smoothed-pseudo Wigner-Ville distribution [C]//Proceedings of the IEEE Region 10 Conference (TENCON), 2016.
- [10] OH B S, GUO X, WAN F Y, et al. Micro-Doppler mini-UAV classification using empirical-mode decomposition features[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2017, 15(2): 227 - 231.
- [11] ZHAO Y C, SU Y. The extraction of micro-Doppler signal with EMD algorithm for radar-based small UAVs' detection[J]. IEEE Transactions on Instrumentation Measurement, 2020, 69(3): 929-940.
- [12] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531 – 544.
- [13] CHEN S Q, DONG X J, PENG Z K, et al. Nonlinear chirp mode decomposition: a variational method [ J ]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65 (22): 6024 – 6037.
- FANG X, XIAO G Q. Rotor blades micro-Doppler feature analysis and extraction of small unmanned rotorcraft [J].
   IEEE Sensors Journal, 2021, 21(3): 3592 - 3601.
- [15] 宋晨,周良将,吴一戎,等.基于自相关-倒谱联合分析的无人机旋翼转动频率估计方法[J].电子与信息学报,2019,41(2):255-261.
  SONG C, ZHOU L J, WU Y R, et al. An estimation method of rotation frequency of unmanned aerial vehicle based on auto-correlation and cepstrum [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2019, 41 (2): 255 261. (in Chinese)
- [16] KANG K B, CHOI J H, CHO B L, et al. Analysis of micro-Doppler signatures of small UAVs based on Doppler spectrum[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(5): 3252 - 3267.
- [17] HARMANNY R I A, DE WIT J J M, CABIC G P. Radar

micro-Doppler feature extraction using the spectrogram and the cepstrogram [C]//Proceedings of the 11th European Radar Conference, 2014.

- [18] SAHAL M, SAID Z A, PUTRA R Y, et al. Comparison of CFAR methods on multiple targets in sea clutter using SPXradar-simulator[C]//Proceedings of the International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications (ISITIA), 2020.
- [19] YAVUZ F. Radar target detection with CNN [ C ]// Proceedings of the 29th European Signal Processing

Conference (EUSIPCO), 2021.

(in Chinese)

[20] 宋志勇,回丙伟,范红旗,等.雷达回波序列中弱小飞机 目标检测跟踪数据集[J/OL].中国科学数据,2020, 5(3).[2022-10-18].DOI: 10.11922/csdata.2019. 0075.zh.
SONG Z Y, HUI B W, FAN H Q, et al. A dataset for detection and tracking of dim aircraft targets through radar echo sequences[J/OL]. China Scientific Data, 2020, 5(3). [2022-10-18].DOI: 10.11922/csdata.2019.0075.zh.