

低过载比多弹自组织协同围捕打击方法

何金刚^{1,2}, 张凡^{3*}, 孟中杰¹, 周赢^{1,2}

(1. 西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 2. 空基信息感知与融合全国重点实验室, 河南 洛阳 471009;

3. 中山大学 航空航天学院, 广东 深圳 518107)

摘要:随着区域安全问题的日趋严峻,单枚导弹的打击能力逐渐无法满足需求,亟须通过多弹协同提升打击效能。本文研究了多弹协同围捕打击未知机动目标的控制问题,并探讨了导弹机动能力与目标机动能力之比(过载比)的设计。受到自组织生物集群行为的启发,采用滑模控制技术设计了多弹协同围捕算法,包括弹与目标间的吸引项、相邻弹间的排斥项以及弹与目标间的相对速度收敛项。分析结果表明,该算法下可通过初始状态和控制参数计算过载比上界,为低过载比多弹编队提供技术支持。数值仿真结果表明,该算法能够以较低过载比有效完成多弹对未知机动目标的围捕打击,围捕阶段保持安全距离,打击阶段通过移除排斥项快速缩小弹间距以实现目标的协同打击。

关键词:多弹编队;自组织围捕;协同打击;滑模控制;低过载比

中图分类号:TJ765 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2026)01-175-08

Low overload ratio multi-missile self-organizing cooperative
fencing and attack methodHE Jin'gang^{1,2}, ZHANG Fan^{3*}, MENG Zhongjie¹, ZHOU Ying^{1,2}

(1. School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. National Key Laboratory of Air-based Information Perception and Fusion, Luoyang 471009, China;

3. School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China)

Abstract: As regional security issues have become increasingly severe, the strike capability of individual missiles is gradually failing to meet operational demands, necessitating improved strike efficiency through multi-missile coordination. This paper investigated the control problem of coordinated multi-missile fencing and attack against unknown maneuvering targets and explored the design of the overload ratio, which represents the relationship between missile maneuverability and target maneuverability. Inspired by the self-organizing behavior of biological swarms, this study designed a multi-missile cooperative fencing algorithm using sliding mode control. The algorithm included an attraction term to the target, a repulsion term between adjacent missiles, and a relative velocity convergence term between missiles and the target. The analysis shows that, under this algorithm, the upper bound of the overload ratio can be calculated based on the initial conditions and control parameters, providing technical support for missile formations with a low overload ratio. Numerical simulation results show that the proposed algorithm can effectively achieve multi-missile fencing and attack against unknown maneuvering targets with a low overload ratio. It maintains a safe distance during the fencing phase and rapidly reduces inter-missile spacing during the attack phase by removing the repulsion term to enable coordinated engagement.

Keywords: multi-missile formation; self-organizing fencing; cooperative attack; sliding mode control; low overload ratio

随着现代战争形态向智能化、网络化方向演进,战场环境呈现多维空间融合、攻防对抗加剧的特征。在强对抗条件下,单枚导弹受限于突防效能与生存能力,难以突破现代综合防空体系^[1-4]。相较而言,导弹集群通过分布式协同作战体系,可

依托其高度协同能力、成本效益优势及强容错特性,在复杂战场环境中实现精确打击与区域拒止,其已成为突破现代防空系统的有效解决方案。现有研究表明,导弹集群围捕打击任务可解构为三阶段递进式作战流程:潜行抵近阶段通过动态航

收稿日期:2025-01-14

基金项目:航空科学基金资助项目(202400010M1001)

第一作者:何金刚(1983—),男,河南洛阳人,博士研究生,E-mail: hejg2022@163.com

*通信作者:张凡(1986—),男,安徽池州人,副教授,博士,博士生导师,E-mail: zhangfan6@mail.sysu.edu.cn

引用格式:何金刚,张凡,孟中杰,等. 低过载比多弹自组织协同围捕打击方法[J]. 国防科技大学学报, 2026, 48(1): 175-182.

Citation: HE J G, ZHANG F, MENG Z J, et al. Low overload ratio multi-missile self-organizing cooperative fencing and attack method[J].

Journal of National University of Defense Technology, 2026, 48(1): 175-182.

迹规划实现隐蔽接敌,规避敌防空探测系统;围捕等待阶段基于实时态势感知优化攻击阵位,形成多向包围态势;突防打击阶段则通过协同制导实施饱和攻击^[5]。通过这三个阶段的紧密协作,形成“侦-控-打”闭合回路,使得导弹集群能够在复杂战场环境中有效突破敌方防空系统,极大提高突防成功率和作战效能。

在围捕等待阶段,导弹集群需要根据实时的地形与目标数据,以及最大化战斗效能的原则,动态优化编队构型,从而实现高效突防与目标打击^[6-7]。当前主流的“领弹-从弹”模式中,领导节点集中处理全局信息并分配任务,跟随节点依指令维持队形,以保持期望的相对位置^[8]。文献[9]在该编队方式的基础上引入比例-积分-微分控制增强跟随节点编队响应的实时性与精确性。文献[10]提出一种基于一致性误差函数和固定时间滑模趋近律的制导律,用于解决多导弹以期望角度协同攻击机动目标的问题。文献[11]设计改进的领弹-从弹模式,结合分布式控制策略,构建了基于相对误差的三维非线性编队控制器。尽管集中式控制具有结构简单、易于管理的优势,但也存在一定的不足。在动态环境中新任务的出现会使领导者重新进行任务分配和路径规划,导弹集群可能无法及时适应环境变化,从而影响整体效能。此外,当领导节点被破坏时,编队将失去控制,降低了任务可靠性,这些局限性促使研究者探索更具自主性的编队控制方法。

针对上述局限,自组织编队控制则通过各导弹内部的算法和通信交流,自主实现编队的生成、保持与动态调整,无须依赖领导者的信息,从而能够在复杂环境中灵活应对多样化的任务需求。自然界中,像蚁群、蜂群、鸟群这类生物集群,个体仅遵循简单行为规则,却能涌现出复杂且有序的整体行为模式^[12-13]。文献[13]首次从行为的角度研究动物集群,其模型一般称为 Boid 模型,包含目标吸引、邻居排斥、速度匹配三种个体行为,通过集群间的协作实现集群的蜂拥协同控制。受此启发,文献[14]指出,自组织围捕可以通过目标的吸引作用和邻居之间的排斥作用来实现,从而摆脱了对目标合围队形的依赖。文献[15]提出了一种基于输出反馈线性化的局部协同控制律,在不需要预先定义编队的情况下可以保证对未知目标进行速度估计的同时不会发生碰撞。文献[16]研究了多飞行器围捕机动目标的问题,采用自组织控制实现了目标的包围与刚性队形的形成。此外,人工势函数因其具有排斥作用,能够有

效解决飞行器之间的碰撞问题,因此在多飞行器协同避碰与避障中得到广泛应用。例如,文献[17]使用人工势函数解决了三维受限空间下多无人机的编队控制问题,可以使无人机之间保持所需的角度与距离,从而实现安全有效的协同控制。

面对高机动目标的不确定性,滑模控制展现出独特优势。例如,文献[18]提出的非奇异快速终端滑模与角度约束的轨迹跟踪制导律,解决了导弹轨迹跟踪中的不确定性问题。同时文献[19]设计了一种结合非奇异终端滑模与虚拟领弹主导的控制方法,实现了对通信时延的鲁棒性控制。由此可见,滑模控制在导弹编队控制领域具有广泛的应用前景,尤其是在应对动态变化和不确定性较大的环境下,能够显著提升多弹集群的稳定性和抗干扰能力,为复杂对抗场景下的协同制导提供新的技术途径。

受以上研究的启发,本文研究多弹对未知机动目标的协同围捕与打击问题。通过构建多弹-目标系统的双积分模型,设计基于目标吸引、邻居排斥、速度匹配的自组织分布式控制策略,并分析围捕与打击阶段各弹控制输入与过载需求的关系。最后,通过数值仿真对所提方法进行验证。

1 问题描述

本文考虑 $N(N \geq 4)$ 枚导弹围捕打击一个机动目标的场景。本节将首先给出单个导弹的线性化数学模型,之后描述将研究的协同围捕打击问题,给出自组织合围的具体控制目标。

1.1 导弹模型

在飞行过程中,导弹的姿态变化相较于轨迹变化要小得多。基于“瞬时平衡假设”,可以将导弹作为一个可操纵质点来研究。以导弹的过载作为控制输入,建立单枚导弹的运动方程组,如式(1)所示。

$$\begin{cases} \dot{V}_i = (n_{xi} - \sin\theta_i)g \\ \dot{\theta}_i = (n_{yi} - \cos\theta_i)g/V_i \\ \dot{\psi}_{Vi} = -n_{zi}g/(V_i \cos\theta_i) \\ \dot{x}_i = V_i \cos\theta_i \cos\psi_{Vi} \\ \dot{y}_i = V_i \sin\theta_i \\ \dot{z}_i = -V_i \cos\theta_i \sin\psi_{Vi} \end{cases} \quad (1)$$

其中, V_i 、 θ_i 和 ψ_{Vi} 分别表示第 $i(i \in \mathcal{N} \triangleq 1, 2, \dots, N)$ 枚导弹的速度、弹道倾角和弹道偏角, n_{xi} 、 n_{yi} 和 n_{zi} 分别表示第 i 枚导弹的过载在弹道坐标系下的

分量, x_i, y_i 和 z_i 表示第 i 枚导弹在惯性坐标系下的空间位置, g 为重力加速度。

记导弹位置为 $\mathbf{p}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$, 其幅值使用欧氏范数表示 $\|\mathbf{p}_i\| = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$ 。文献[20]通过微分几何的方法实现了导弹模型式(1)的反馈线性化, 反馈线性化之后的模型为线性双积分形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{v}_i \\ \dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{u}_i \end{cases} \quad i \in \mathcal{N} \quad (2)$$

其中: 三维向量 $\mathbf{p}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 表示导弹在惯性坐标系下的位置; 向量 $\mathbf{v}_i = [v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}]^T$ 为导弹在惯性坐标系下的速度; 向量 $\mathbf{u}_i = [u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}]^T$ 为虚拟控制输入。 \mathbf{u}_i 与真实控制输入 $\mathbf{n}_i = [n_{xi}, n_{yi}, n_{zi}]^T$ 的关系为:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{o}(\chi_i) + \boldsymbol{\pi}(\chi_i) \mathbf{n}_i \quad (3)$$

式中, 向量 $\chi_i = [x_i, y_i, z_i, V_i, \theta_i, \psi_i]^T$ 为系统的状态向量, 矩阵 $\mathbf{o}(\chi_i) = [0, -g, 0]^T$ 表示导弹受重力加速度的作用。约定符号 $s = \sin$ 以及 $c = \cos$, 定义矩阵 $\boldsymbol{\pi}(\chi_i)$ 为:

$$\boldsymbol{\pi}(\chi_i) = \begin{bmatrix} gc(\theta_i)c(\psi_{vi}) & -gc(\psi_{vi})s(\theta_i) & gs(\psi_{vi}) \\ gs(\theta_i) & gc(\theta_i) & 0 \\ gc(\theta_i)s(\psi_{vi}) & gs(\theta_i)s(\psi_{vi}) & gc(\psi_{vi}) \end{bmatrix}$$

1.2 自组织围捕打击问题

传统的多弹编队控制方法需要通过弹间的相对位移、距离或方位角等条件给出刚性假设约束下的期望队形, 而自组织编队通过基于行为的方法可以实现期望队形的自主生成, 适合复杂的导弹攻防场景。本文考虑双积分目标模型, 该目标位置为 $\mathbf{p}_0(t) = [x_0, y_0, z_0]^T$, 速度为 $\mathbf{v}_0(t)$, 加速度为 $\mathbf{u}_0(t)$ 。本文假设目标存在一个加速度幅值上界 $\bar{u}_0 > 0$, 使得对于任意时间 $t \geq 0$ 都满足 $\|\mathbf{u}_0(t)\| \leq \bar{u}_0$ 。具体而言, 目标的模型为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_0(t) = \mathbf{v}_0(t) \\ \dot{\mathbf{v}}_0(t) = \mathbf{u}_0(t) \end{cases} \quad (4)$$

导弹的位置写为 $\mathbf{p}(t) = [\mathbf{p}_1^T, \mathbf{p}_2^T, \dots, \mathbf{p}_N^T]^T$, 所有导弹位置组成的凸包定义为:

$$co(\mathbf{p}(t)) = \{\lambda_i \mathbf{p}_i(t) \mid \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1\}$$

本文考虑基于距离的邻居网络, 将间距小于等于通信距离 μ 的一对导弹视为邻居。对于导弹 $i \in \mathcal{N}$, 其邻居集合表示为:

$$N_i = \{j \mid \|\mathbf{p}_{ij}\| \leq \mu, i, j \in \mathcal{N}, i \neq j\}$$

式中, \mathbf{p}_{ij} 为导弹 j 到导弹 i 之间的位移。

问题: 考虑由式(2)描述的多弹系统和输入

未知有界的目标导弹打击的时刻为 $T_c > 0$, 通过设计合适的虚拟控制输入, 控制导弹集群协同执行以下四个围捕打击子任务。

P1 (凸包围捕): 在不发出打击指令的情况下, 导弹编队可以渐近地将目标围捕在其凸包内, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{p}_0(t) \in co(\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{p}(t))$ 。

P2 (安全避碰): 弹间距在打击之前始终大于避碰距离 $d > 0$, 即 $\|\mathbf{p}_{ij}(t)\| > d$ 对任意 $0 \leq t \leq T_c$ 成立。

P3 (控制有界): 打击指令前后, 导弹虚拟控制输入始终存在一个可以估计的幅值上界, 即存在 $\bar{u} > 0$ 使得对任意 $t \geq 0$ 以及 $i \in \mathcal{N}$ 都有 $\|\mathbf{u}_i(t)\| \leq \bar{u}$ 。

P4 (协同打击): 完成围捕后, 指挥中心将在 T_c 时刻发出打击指令, 导弹集群收到指令后即刻协同打击目标, 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{p}_i(t) - \mathbf{p}_0(t)\| = 0, \forall i \in \mathcal{N}$ 。

2 主要结果

考虑潜行抵近阶段, 定义用于围捕控制设计的滑模量为 $\mathbf{s}_i = \mathbf{c}\mathbf{p}_i + \mathbf{v}_i, i \in \mathcal{N} \cup \{0\}$, 其中 $c > 0$ 为正系数, 则各导弹与目标的滑模量之差可以表示为:

$$\mathbf{s}_{i0} = \mathbf{c}\mathbf{p}_{i0} + \mathbf{v}_{i0} \quad (5)$$

借此, 本文设计各导弹的控制律为:

$$\mathbf{u}_i = k \operatorname{sgn}(-\mathbf{s}_{i0} + \boldsymbol{\phi}_i) - \mathbf{c}\mathbf{v}_{i0} \quad (6)$$

其中, $\operatorname{sgn}(\mathbf{p})$ 为向量的单位方向向量: 当 $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ 时, $\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$; 当 $\mathbf{p} \neq \mathbf{0}$ 时, $\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) = \mathbf{p}/\|\mathbf{p}\|$ 。控制增益 $k > \bar{u}_0$, 目标吸引作用 $-\mathbf{s}_{i0}$ 和相邻导弹之间的避碰作用 $\boldsymbol{\phi}_i$ 包含在单位向量函数中, 速度匹配作用 $-\mathbf{c}\mathbf{v}_{i0}$ 促进导弹速度收敛到目标。该算法三部分恰好表达 Boid 自组织蜂拥模型定义的三种行为 (目标吸引、邻居排斥、速度匹配)^[13]。避碰项 $\boldsymbol{\phi}_i$ 为来自相邻导弹的排斥力之和, 设计避碰项为:

$$\boldsymbol{\phi}_i(t) = \begin{cases} \sum_{j \in \mathcal{N}^*} \alpha(\|\mathbf{p}_{ij}\|) \operatorname{sgn}(\mathbf{p}_{ij}) & t < T_c \\ \mathbf{0}_3 & t \geq T_c \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\alpha: (\bar{d}, \infty) \mapsto [0, \infty)$ 为基于弹间距的人工势场函数, 需要满足以下两条性质:

(A1) $\lim_{s \rightarrow \bar{d}} \alpha(s) = \infty, \bar{d} \in (cd + 2k/c, \mu)$ 为滑模量之间的避碰距离;

(A2) 当 $s \in [\mu, \infty)$ 时, $\alpha(s) = 0$ 。

为保证存在正实数 c 和 \bar{d} , 需满足 $\mu > 2\sqrt{2kd}$, 从而保证 \bar{d} 的取值区间 $(cd + 2k/c, \mu)$ 在 $c \in (c_1, c_2)$ 时有意义, 参数 c_1, c_2 为:

$$\begin{cases} c_1 = \max\left(\frac{\mu - \sqrt{\mu^2 - 8kd}}{2d}, 0\right) \\ c_2 = \frac{\mu + \sqrt{\mu^2 - 8kd}}{2d} \end{cases}$$

当 $t = T_c$ 时刻指挥中心发出打击指令后,统一取消弹间避碰作用,完成协同打击任务。

通常,地空导弹集群安置在静止的发射井中或者移动的发射平台上,而空空导弹通常部署在飞行器上,其在任务初始时刻不会发生碰撞。因此本文提出以下假设:

假设 1 导弹集群在初始位置不发生碰撞,即满足 $\|p_{ij}(0)\| > \bar{d}/c > d, i \in \mathcal{N}, j \in N_i$ 。

假设 2 导弹集群的初始速度相同,即存在常向量 v 使得 $v_i(0) = v, i \in \mathcal{N}$ 。

定理 1 在满足假设 1、2 的前提下,集群在控制律(6)的作用下可以实现对机动目标式(4)的自组织围捕打击。

证明:首先对式(5)求导,得到系统滑模量的动态方程为:

$$\dot{s}_{i0} = cv_{i0} + u_{i0} \tag{8}$$

结合所设计的控制律(6)可得:

$$\dot{s}_{i0} = k\text{sgn}(-s_{i0} + \phi_i) - u_{i0} \tag{9}$$

选取 Lyapunov 函数为:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \|s_{i0}\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \sum_{j \in N_i} \int_{\|s_{ij}\|}^{\mu} \alpha(s) ds \tag{10}$$

考虑初始时刻,通过假设 1 可以知道相邻导弹的初始滑模量之差满足:

$$\begin{aligned} \|s_{ij}(0)\| &\geq c\|p_{ij}(0)\| - \|v_{ij}(0)\| \\ &= c\|p_{ij}(0)\| \geq c\frac{\bar{d}}{c} = \bar{d} \end{aligned} \tag{11}$$

因此,初始时刻 Lyapunov 函数满足 $V(0) < \infty$ 。

接着考虑 $t > 0$ 的情况,对 Lyapunov 函数求关于滑模量的偏导得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s_{i0}} V &= s_{i0} - \sum_{j \in N_i} \alpha(\|s_{ij}\|) \frac{\partial}{\partial s_{i0}} \|s_{ij}\| \\ &= s_{i0} - \sum_{j \in N_i} \alpha(\|s_{ij}\|) \text{sgn}(s_{ij}) \\ &= s_{i0} - \phi_i \end{aligned} \tag{12}$$

进而可以计算 V 的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \frac{\partial V}{\partial s_{i0}} \dot{s}_{i0} \\ &= \sum_{i \in \mathcal{N}^*} (s_{i0} - \phi_i)^T [-k\text{sgn}(s_{i0} - \phi_i) - u_{i0}] \\ &= -k \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \|s_{i0} - \phi_i\| - \sum_{i \in \mathcal{N}^*} (s_{i0} - \phi_i)^T u_{i0} \\ &\leq -(k - \|u_0\|) \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \|s_{i0} - \phi_i\| \end{aligned}$$

$$\leq -(k - \bar{u}_0) \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \|s_{i0} - \phi_i\| \leq 0 \tag{13}$$

应用 LaSalle 不变集原理可知,导弹集群收敛到不变集 $S = \{s \mid s_{i0} = \phi_i, i \in \mathcal{N}^*\}$ 。在该不变集中有:

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{N}^*} s_{i0} = \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \phi_i = 0 \\ c \sum_{i \in \mathcal{N}^*} p_{i0} + \sum_{i \in \mathcal{N}^*} v_{i0} = 0 \end{cases}$$

记导弹集群中心与目标的偏差为:

$$\begin{cases} \bar{p} = \bar{p} - p_0 \\ \bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}^*} p_i \end{cases}$$

由此可得,该偏差的变化可表示为 $c\bar{p} + \dot{\bar{p}} = 0$ 。根据线性系统理论和参数条件 $c > 0$,可得 \bar{p} 将指数收敛至 0,即集群中心 \bar{p} 将指数收敛到目标 p_0 。鉴于 \bar{p} 在凸包 $co(p)$ 内,可以确定目标已被多弹系统成功围捕。至此,证明了该算法满足凸包围捕子任务 P1 的要求。

为证明导弹集群间的避碰性质,需要证明滑模量之间的避碰。考虑式(10)及其导数式(13),对任意时刻 t 有:

$$V(t) = V(0) + \int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau \leq V(0) < \infty \tag{14}$$

故任意时刻,任意一对导弹 i, j 的滑模量之间的距离可通过式(10)和式(14)估计:

$$\alpha(\|s_{ij}(t)\|) \leq V(t) \leq V(0) \tag{15}$$

考虑到 α 为减函数,其反函数亦为减函数,因此

$$\|s_{ij}\| \geq \alpha^{-1}(V(0)) > \bar{d} \tag{16}$$

接着,本文考虑一对邻居 $i, j \in \mathcal{N}, i \neq j$ 之间速度误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{ij} &= u_{ij} = u_i - u_j \\ &= -k\text{sgn}(s_{i0} + \phi_i) + k\text{sgn}(s_{j0} + \phi_j) - cv_{ij} \end{aligned} \tag{17}$$

记 $f_{ij} = -k\text{sgn}(s_{i0} + \phi_i) + k\text{sgn}(s_{j0} + \phi_j)$,易知其幅值具有上界 $\|f_{ij}\| \leq 2k$ 。于是本文可以将速度差子系统(17)写为:

$$\dot{v}_{ij} + cv_{ij} = f_{ij} \tag{18}$$

考虑到假设 2 中所有导弹以同一初始速度发射,那么计算得到:

$$\|v_{ij}\| \leq \sup_{\omega \in \mathbf{R}} \left\| \frac{1}{j\omega + c} \right\| \|f_{ij}\| = \frac{2k}{c} \tag{19}$$

式中, \sup 表示函数的上确界。

将式(16)和式(19)代入式(5)可得:

$$\begin{aligned} \|p_{ij}\| &= \frac{1}{c} \|s_{ij} - v_{ij}\| \geq \frac{1}{c} \|s_{ij}\| - \frac{1}{c} \|v_{ij}\| \\ &> \frac{1}{c} \left(\bar{d} - \frac{2k}{c} \right) > d \end{aligned} \tag{20}$$

即该算法满足围捕所需安全避碰子任务 P2。

考虑导弹与目标的速度误差子系统:

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i0} = \boldsymbol{u}_{i0} = \boldsymbol{u}_i - \boldsymbol{u}_0 = -k \operatorname{sgn}(\boldsymbol{s}_{i0} + \boldsymbol{\phi}_i) - c \boldsymbol{v}_{i0} - \boldsymbol{u}_0 \tag{21}$$

记 $\boldsymbol{f}_i(t) = -k \operatorname{sgn}(\boldsymbol{s}_{i0} + \boldsymbol{\phi}_i) - \boldsymbol{u}_0$ 。类似文献[21]第 4.3 节的推导,可得:

$$\boldsymbol{v}_{i0}(t) = e^{-ct} \boldsymbol{v}_{i0}(0) + \int_0^t e^{-c(t-\tau)} \boldsymbol{f}(\tau) d\tau \tag{22}$$

此解存在幅值上界:

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{v}_{i0}(t)\| &\leq \|e^{-ct} \boldsymbol{v}_{i0}(0)\| + \int_0^t e^{-c(t-\tau)} \|\boldsymbol{f}(\tau)\| d\tau \\ &\leq \|\boldsymbol{v}_{i0}(0)\| e^{-ct} + \int_0^t e^{-c(t-\tau)} (k + \bar{u}_0) d\tau \\ &\leq \|\boldsymbol{v}_{i0}(0)\| e^{-ct} + \frac{k + \bar{u}_0}{c} [1 - e^{-c(t-\tau)}] \\ &\leq \max\left(\|\boldsymbol{v}_{i0}(0)\|, \frac{k + \bar{u}_0}{c}\right) \end{aligned} \tag{23}$$

至此可得虚拟控制输入的上界为:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= k + \max_{i \in J'} \{c \max_{i \in J'} \|\boldsymbol{v}_{i0}(0)\|, k + \bar{u}_0\} \\ &= k + \max\{c\bar{v}, k + \bar{u}_0\} \end{aligned} \tag{24}$$

式中, $\bar{v} = \max_{i \in J'} \|\boldsymbol{v}_{i0}(0)\|$ 。因此,该算法满足围捕所需控制有界子任务 P3。

在实现合围后,多弹系统保持围捕队形,等待打击指令。导弹集群收到打击指令后,统一执行协同打击。此时,控制律中的避碰项取零,导弹收敛到机动目标的位置,实现饱和打击。此时本文控制律退化为经典线性滑模算法,各导弹独立控制,状态收敛到线性滑模面 $\boldsymbol{v}_{i0} + c\boldsymbol{p}_{i0} = \boldsymbol{0}$,接着沿线性滑模面收敛到 $\boldsymbol{v}_{i0} = \boldsymbol{p}_{i0} = \boldsymbol{0}$,从而实现协同打击子任务 P4。

至此,该算法满足自组织围捕打击的所有要求。□

下面讨论围捕和打击过程中导弹和目标机动能力之间的过载比。对于导弹集群,定义其过载比为所有导弹最大加速度与目标最大加速度的幅值之比,即:

$$Y = \frac{\max_{t \geq 0, i \in J'} \|\boldsymbol{u}_i(t)\|}{\max_{t \geq 0} \|\boldsymbol{u}_0(t)\|}$$

结合式(24)可知,本文控制律下的过载比满足:

$$Y \leq \frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = \frac{k}{\bar{u}_0} + \max\left\{\frac{c\bar{v}}{\bar{u}_0}, \frac{k}{\bar{u}_0} + 1\right\} \tag{25}$$

由此可知,过载比上界正比于所选取的控制增益 k 和导弹与目标的初始速度差 \bar{v} ,反比于目标最大加速度 \bar{u}_0 。

3 数值仿真

本文使用详细的数值仿真验证所提出的多弹

自组织围捕打击目标算法的有效性并分析其性能。

3.1 多空空导弹围捕打击仿真实验

仿真考虑 5 枚从战斗机编组中发射的空空导弹围捕攻击单一未知机动目标的场景。该场景中各导弹初始速度相同但目标初始速度不同。设定仿真时间为 120 s,打击指令在 80 s 发出。导弹和目标初始状态如表 1 所示。目标沿近似波浪机动,其加速度分量为 $u_{x0} = -0.01 \sin(0.1t)$, $u_{y0} = -10 \sin(0.1t)$, $u_{z0} = -40 \cos(0.2t)$ 。导弹自组织围捕打击控制律参数分别取 $k = 60 \text{ m/s}^2$, $c = 1 \text{ s}^{-1}$ 。

表 1 导弹和目标初始状态

Tab. 1 Initial states of the missiles and target		
类别	初始位置/km	初始速度/(m/s)
导弹 1	(-1, -1, -1)	(200, 0, 0)
导弹 2	(-1, 0, 0)	(200, 0, 0)
导弹 3	(0, 1, 0)	(200, 0, 0)
导弹 4	(1, 0, 0)	(200, 0, 0)
导弹 5	(0, -1, 0)	(200, 0, 0)
机动目标	(0, 0, 1)	(200, 100, 0)

仿真中避碰距离选为 $d = 800 \text{ m}$,选取的避碰函数为单调减函数 $\alpha(s) = \bar{\alpha}/(s - \bar{d}) - \bar{\alpha}/(\mu - \bar{d})$,其曲线如图 1 所示。当间距接近安全距离时,其函数值趋于无穷;当间距接近最大通信距离时,其函数值趋于 0;当超出通信距离时,避碰函数失效。仿真中选取参数为 $s \in (\bar{d}, \infty)$, $\bar{\alpha} = 1\,000 \text{ m}^2/\text{s}$, $\bar{d} = 920 \text{ m}$, $\mu = 2\,000 \text{ m}$ 。由于工程实际控制输入无法趋于无穷,仿真中为避碰函数添加了一个饱和阈值 $\alpha_{\max} = 1 \times 10^4 \text{ m/s}$ 。

图 2 绘制了导弹集群围捕打击目标的运动轨

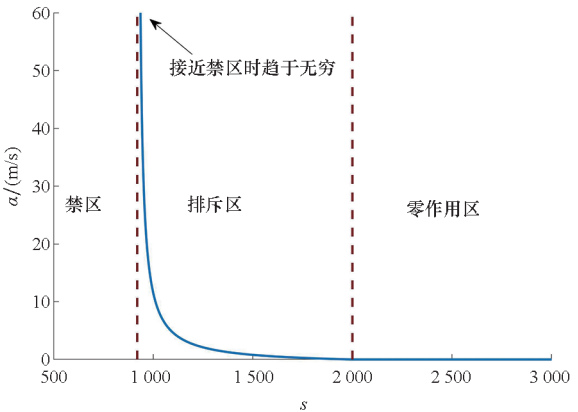


图 1 导弹间的避碰函数

Fig. 1 Collision avoidance function between missiles

迹,其中黑线代表目标的运动轨迹,多面体表示导弹集群分别在 0 s、29 s、39 s、80 s、87 s 时刻所构成的凸包。在潜行抵近阶段(0~39 s),导弹集群逐渐抵近目标,并由自组织算法自动形成一个相对目标静止的围捕队形。该阶段完成的标志为集群中心位置收敛到目标位置。

在围捕等待阶段(39~80 s),导弹集群跟随目标机动,并保持相对目标静止的围捕队形,该阶段导弹与目标的速度始终保持一致,同时等待打击指令。打击指令下达后,集群迅速转入突防打击阶段(80~95 s),所有导弹同时快速机动向目标靠拢,最终实现对目标的精确打击。

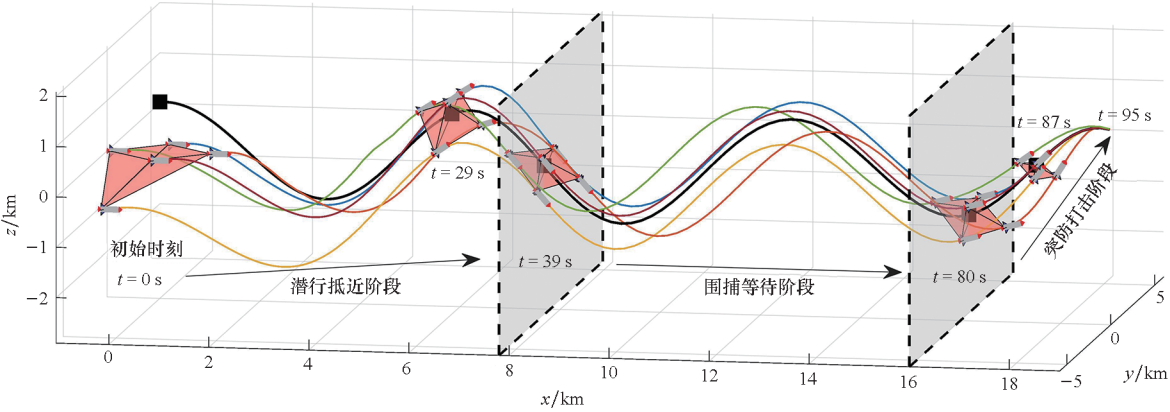


图 2 导弹集群围捕打击目标的运动轨迹

Fig. 2 Trajectories of the missile swarm and the target during the fencing and attack

为了验证围捕第一个子任务,图 3 绘制了导弹集群中心及各弹与目标的相对距离,该图显示导弹集群中心在 39 s 收敛至目标,导弹集群实现了凸包围捕任务 P1。在打击指令下达后,各弹与目标的距离于 95 s 收敛至零,完成击毁目标的协同打击子任务 P4。

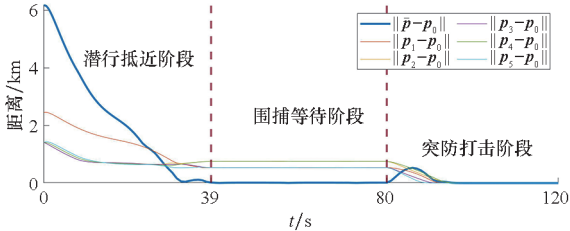


图 3 导弹集群中心及各导弹与目标的相对距离

Fig. 3 Relative distances between the center of the missile swarm and each missile and the target

为了验证围捕的避碰性质,图 4 绘制了各弹间距变化曲线,从图中可知在打击指令发出之前弹间距始终大于避碰距离,因此满足围捕的安全避碰子任务 P2。

综合图 3 和图 4 可知,围捕等待阶段导弹和目标的相对距离不变,同时各个导弹之间的相对距离也保持不变,即导弹集群相对目标静止,保证了最终队形的稳定。

图 5 为各导弹相对目标速度的变化曲线,由于目标处于未知机动状态,在围捕过程中速度差值具有较大波动。虽然本文未对导弹速度收敛作

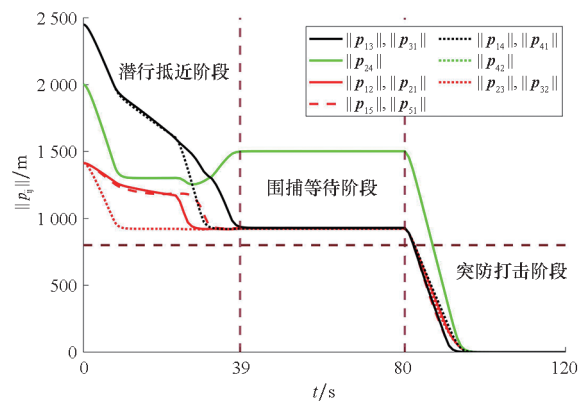


图 4 弹间距

Fig. 4 Relative distances between missiles

要求,但从曲线可以观察到导弹与目标的速度差将会收敛为零,即导弹速度在打击指令发出前可以收敛到目标速度。导弹打击指令在 80 s 发出,此后,控制律退化为经典线性滑模算法,导弹加速打击目标,直至完成打击任务。

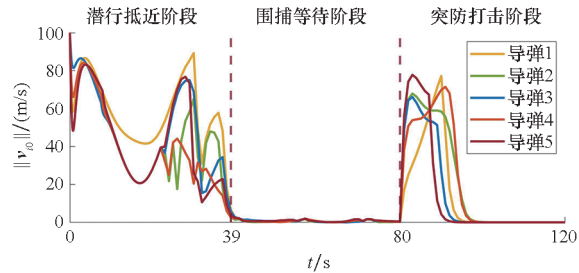


图 5 各导弹相对目标速度

Fig. 5 Relative target velocity of each missile

由式(24)可得到控制输入上界 $\bar{u} = 161.23 \text{ m/s}^2$,在围捕过程中从图6观察可得各导弹控制输入幅值始终小于此上界。实际飞行中最大过载比为 $\gamma_{\max} = 3.63$,小于计算所得的过载比 $\bar{\gamma} = 3.91$ 。所以围捕各个阶段的过载比均小于初始时刻估计的过载比。因此在实际作战中,可以事先通过观测信息计算所需过载比,选择机动能力合适的导弹。

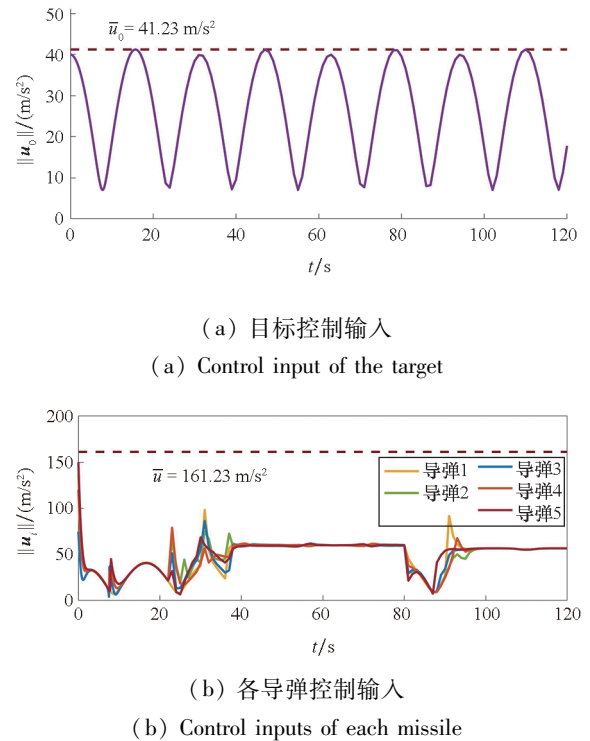


图6 目标和各导弹控制输入

Fig.6 Control inputs of the target and each missile

3.2 算法对比

为进一步验证本算法在过载比和鲁棒性方面的优越性,将本文所设计的算法与文献[16]和文献[22]线性算法进行对比仿真。仿真中采用文献[16]提出的第二种无须测量目标速度的算法,该算法仅依赖目标的相对位置信息即可实现围捕,但其适用范围仅限于匀速运动目标。同时,在相同参数设置下,对文献[22]的算法进行了仿真,其具体优缺点如表2所示。

图7展示了三种算法下导弹集群中心至目标的距离及过载比的变化曲线。从图7(a)中可以看出,由于文献[16]的算法未对目标加速度进行补偿,导致导弹集群中心无法精准跟踪目标,仅能收敛至目标附近的某一区域。相比之下,文献[22]的算法采用 Levant 高阶滑模估计器对目标加速度进行补偿,仅适用于加速度导数有界的围捕场景。虽然能够实现对目标的围捕,但是该

表2 围捕算法优缺点对比

Tab.2 Comparison of advantages and disadvantages of fencing algorithms

算法	优点	缺点
文献[16]	仅需弹间和弹目相对距离	仅适用于匀速目标
文献[22]	可以实现对加速度导数有界的机动目标的围捕	依赖导弹绝对速度
本文	仅需弹间和弹目相对距离和相对速度;可以实现对加速度有界的目标的围捕	滑模导致控制输入不连续

算法过载比依赖于估计器初值的设计。由图7(b)所示的过载比曲线可以看出,文献[22]的算法的初始过载比显著高于本文所提出的算法,并存在较大的超调。综上所述,本文所设计的多弹自组织围捕打击方法具有明显优势。

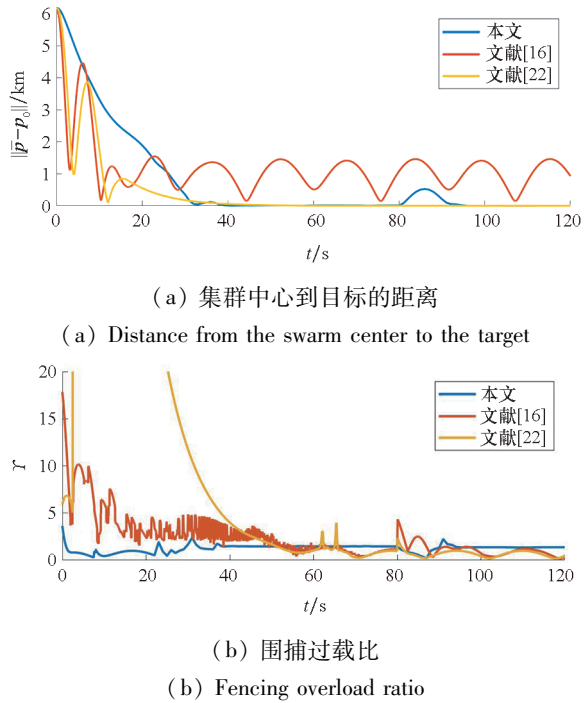


图7 本文算法与文献[16]和文献[22]算法对比

Fig.7 Comparison of the algorithm in this paper with the algorithms in the reference [16] and reference [22]

4 结论

本文提出了一种新型的多弹自组织围捕打击方法,旨在解决目标机动性未知且导弹机动能力受限条件下的协同控制问题。所设计算法利用弹间排斥作用和弹目标间吸引作用的动态平衡,实现了无须预设队形的自组织围捕,并确保了弹间安全距离和导弹控制输入的边界条件。同时,利

用滑模控制技术实现对未知机动目标的鲁棒围捕。此外,本文给出了过载比阈值的分析设计方法,为选取具有合适机动能力的多弹攻击系统提供了有效的途径。未来将进一步探索在多目标围捕和协同抗扰等复杂场景中该协同围捕打击策略的工程适用性。

参考文献 (References)

[1] 王建青,李帆,赵建辉,等. 多导弹协同制导律综述[J]. 飞行力学, 2011, 29(4): 6-10.
WANG J Q, LI F, ZHAO J H, et al. Summary of guidance law based on cooperative attack of multi-missile method[J]. Flight Dynamics, 2011, 29(4): 6-10. (in Chinese)

[2] 姚禹正,余文斌,杨立军,等. 多导弹协同制导技术综述[J]. 飞航导弹, 2021(6): 112-121.
YAO Y Z, YU W B, YANG L J, et al. A review of cooperative guidance technology for multiple missiles [J]. Aerodynamic Missile Journal, 2021(6): 112-121. (in Chinese)

[3] 张俊宝,张蓬蓬. 美国未来空空导弹发展研究与思考[J]. 电光与控制, 2022, 29(3): 65-68.
ZHANG J B, ZHANG P P. Research and thinking on future air-to-air missile development of America [J]. Electronics Optics & Control, 2022, 29(3): 65-68. (in Chinese)

[4] 栗飞,刘琪,郭正玉,等. 美国制空作战能力演变对空空导弹发展的启示[J]. 航空兵器, 2021, 28(4): 11-15.
LI F, LIU Q, GUO Z Y, et al. Implications of evolution of US air combat capability for development of air-to-air missile[J]. Aero Weaponry, 2021, 28(4): 11-15. (in Chinese)

[5] 甄子洋,江驹,宋闯,等. 无人飞行器制导控制与集群智能[M]. 北京: 科学出版社, 2024.
ZHEN Z Y, JIANG J, SONG C, et al. Guidance and control of UAVs and swarm intelligence [M]. Beijing: Science Press, 2024. (in Chinese)

[6] 张磊,方洋旺,毛东辉,等. 导弹协同攻击编队自适应滑模控制器设计[J]. 宇航学报, 2014, 35(6): 700-707.
ZHANG L, FANG Y W, MAO D H, et al. Adaptive sliding-mode controller design for missile cooperative engagement[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(6): 700-707. (in Chinese)

[7] 周慧波. 基于有限时间和滑模理论的导引律及多导弹协同制导研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
ZHOU H B. Study on guidance law and cooperative guidance for multi-missiles based on finite-time and sliding mode theory[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015. (in Chinese)

[8] 赵建博,杨树兴. 多导弹协同制导研究综述[J]. 航空学报, 2017, 38(1): 020256.
ZHAO J B, YANG S X. Review of multi-missile cooperative guidance [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(1): 020256. (in Chinese)

[9] ZUO B, HU Y. UAV tight formation flight modeling and autopilot designing [C]//Proceedings of the Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation (IEEE Cat. No. 04EX788). IEEE, 2004: 181-184.

[10] 尤浩,常新龙,赵久奋,等. 带落角约束的新型领弹-从弹固定时间协同制导律[J]. 国防科技大学学报, 2024,

46(6): 64-76.
YOU H, CHANG X L, ZHAO J F, et al. Novel leader-following missiles fixed-time cooperative guidance law with impact angle constraints[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(6): 64-76. (in Chinese)

[11] 韦常柱,郭继峰,崔乃刚. 导弹协同作战编队队形最优保持控制器设计[J]. 宇航学报, 2010, 31(4): 1043-1050.
WEI C Z, GUO J F, CUI N G. Research on the missile formation keeping optimal control for cooperative engagement[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(4): 1043-1050. (in Chinese)

[12] EMLEN J T, Jr. Flocking behavior in birds[J]. The Auk, 1952, 69(2): 160-170.

[13] REYNOLDS C W. Flocks, herds and schools: a distributed behavioral model[J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1987, 21(4): 25-34.

[14] CHEN Z Y. A cooperative target-fencing protocol of multiple vehicles[J]. Automatica, 2019, 107: 591-594.

[15] YU H, YANG X X, ZHANG Y, et al. Cooperative target fencing control for unmanned aerial vehicle swarm with collision, obstacle avoidance, and connectivity maintenance[J]. Drones, 2024, 8(7): 317.

[16] KOU L W, HUANG Y, CHEN Z Y, et al. Cooperative fencing control of multiple second-order vehicles for a moving target with and without velocity measurements [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(10): 4602-4615.

[17] PAN Z H, ZHANG C X, XIA Y Q, et al. An improved artificial potential field method for path planning and formation control of the multi-UAV systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II-Express Briefs, 2022, 69(3): 1129-1133.

[18] 陈琦,王旭刚. 非奇异快速终端滑模及动态面控制的轨迹跟踪制导律[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(1): 91-100.
CHEN Q, WANG X G. Trajectory tracking using nonsingular fast terminal sliding mode control and dynamic surface control[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(1): 91-100. (in Chinese)

[19] 商玮宸,马翔,郑技平,等. 抗通信时延的分布式固定时间收敛协同制导律[J]. 国防科技大学学报, 2024, 46(3): 158-166.
SHANG W C, MA X, ZHENG J P, et al. Distributed fixed-time convergence cooperative guidance law against communication delay [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(3): 158-166. (in Chinese)

[20] 顾镇镇,王旭刚,王中原,等. 事件触发机制下多导弹固定时间编队控制 [J]. 宇航学报, 2023, 44(2): 266-281.
GU Z Z, WANG X G, WANG Z Y, et al. Fixed-time event-triggered formation control for multiple missiles[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(2): 266-281. (in Chinese)

[21] KHALIL H K. Nonlinear control [M]. Boston: Pearson, 2015.

[22] KOU L W, JIAN L, XUE Y, et al. Flexible formation fencing control of second-order multi-agent systems [C]//Proceedings of the 42nd Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2023: 5553-5558.