



国防科技大学学报

Journal of National University of Defense Technology

ISSN 1001-2486, CN 43-1067/T

## 《国防科技大学学报》网络首发论文

题目：复杂约束下集群航天器隐蔽机动轨迹规划方法  
作者：蔡伟伟, 李国盛, 田镜文, 张润德, 杨乐平  
收稿日期：2025-05-28  
网络首发日期：2025-09-24  
引用格式：蔡伟伟, 李国盛, 田镜文, 张润德, 杨乐平. 复杂约束下集群航天器隐蔽机动轨迹规划方法[J/OL]. 国防科技大学学报.  
<https://link.cnki.net/urlid/43.1067.T.20250923.1927.002>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

doi: 10.11887/j.issn.1001-2486.25050041

# 复杂约束下集群航天器隐蔽机动轨迹规划方法

蔡伟伟<sup>1,2</sup>, 李国盛<sup>1,2\*</sup>, 田镜文<sup>1,2</sup>, 张润德<sup>1,2</sup>, 杨乐平<sup>1,2</sup>

(1. 国防科技大学 空天科学学院, 长沙 410073; 2. 太空系统运行与控制全国重点实验室, 长沙 410073)

**摘要:** 针对集群航天器隐蔽接近空间目标实施观测的任务需求, 提出一种基于改进序列凸规划的集群隐蔽机动轨迹规划方法。考虑多星协同隐蔽机动的约束条件数量多、非线性且耦合强, 综合利用多棱锥、旋转超平面等策略对隐蔽区域、碰撞避免等约束进行凸化处理, 降低问题求解难度, 提高计算效率。同时, 为避免因初始解选取不当而导致序列凸规划求解停止的情况, 提出一种带惩罚项的迭代中断恢复机制。仿真结果表明, 所提出的凸近似技术能有效降低问题求解难度, 改进的序列凸规划方法能生成满足复杂约束的集群隐蔽机动轨迹。

**关键词:** 航天器集群; 隐蔽机动; 队形重构; 改进序列凸规划; 轨迹规划

中图分类号: V448.2 文献标志码: A

## Covert maneuvering trajectory planning method of spacecraft swarm under complex constraints

CAI Weiwei<sup>1,2</sup>, LI Guosheng<sup>1,2\*</sup>, TIAN Jingwen<sup>1,2</sup>, ZHANG Runde<sup>1,2</sup>, YANG Leping<sup>1,2</sup>

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. State Key Laboratory of Space System Operation and Control, Changsha 410073, China)

**Abstract:** To address the mission requirements of spacecraft swarm covertly approaching and observing space targets, a swarm covert maneuver trajectory planning method based on improved SCP(sequential convex programming) was proposed. Given the numerous, nonlinear, and strongly coupled constraints in multi-satellite cooperative covert maneuvers, strategies such as polyhedral cones and rotating hyperplanes were employed to convexify constraints related to covert zones and collision avoidance, thereby reducing problem complexity and improving computational efficiency. Additionally, to prevent premature termination of the SCP solver due to improper initial guesses, a penalized iterative recovery mechanism was introduced. Simulation results demonstrate that the proposed convex approximation techniques effectively reduce problem-solving difficulty, and the improved SCP method successfully generates feasible swarm covert trajectories that satisfy complex constraints.

**Key words:** spacecraft swarm; covert maneuver; formation reconfiguration; improved sequence convex programming; trajectory planning

随着微纳卫星技术的飞速发展和空间任务的日趋复杂, 集群航天器以其灵活性、鲁棒性、自适应性等优点受到学者们的广泛关注<sup>[1]</sup>。集群航天器由多颗微小型航天器构成, 可通过协同合作提升复杂空间任务的综合效能。机动轨迹规划是集群航天器系统执行各种空间任务的基础, 其通常指优化一组轨迹使得集群内各航天器从初始状态转移至指定的终端状态, 并同时满足各种约束条件<sup>[2]</sup>。相比单颗航天器, 集群航天器机动轨迹规划需要考虑星间碰撞避免、燃料消耗均衡、时空一致性等问题。此外, 在针对非合作目标的近距离协同观测任务中, 需要尽量避开非合作目标

的近场感知区域, 以提高集群机动的隐蔽性和安全性。

隐蔽机动是由当前太空安全形势和态势感知能力共同催生的一种新的轨道机动任务样式, 它以不被对方空间目标监视系统发现为目的, 通过轨迹规划与控制使得航天器的机动路径避开探测区域。针对航天器隐蔽机动问题, 目前公开的研究主要集中于国内学者, 国外相关研究相对有限。例如, 郑中旭等<sup>[3]</sup>给出了隐蔽机动的相关概念与原理, 并进一步分析讨论了多种轨迹规划方法在该问题中的应用。杨涛等<sup>[4]</sup>基于运动伪装理论对在轨卫星的光学相机进行规避, 并推导了 C-W 方程下的理想隐身规律。王璟贤等<sup>[5]</sup>基于

收稿日期: 2025-05-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52005502)

第一作者: 蔡伟伟(1987—), 男, 江苏海安人, 副教授, 博士, 硕士生导师, E-mail: caiweiwei@nudtd.edu.cn

\*通信作者: 李国盛(1998—), 男, 安徽宿州人, 助理工程师, 博士, E-mail: liguosheng126@163.com

引用格式: 蔡伟伟, 李国盛, 田镜文, 等. 复杂约束下集群航天器隐蔽机动轨迹规划方法[J]. 国防科技大学学报.

Citation: CAI W W, LI G S, TIAN J W, et al. Covert maneuvering trajectory planning method of spacecraft swarm under complex constraints[J]. Journal of National University of Defense Technology.

测地线法将轨迹规划抽象至微分流形拓扑空间,并将其应用于集群隐蔽机动问题。方驰等<sup>[6]</sup>推导了一种空间拦截隐蔽滑模末制导律,用于提高空间飞行器末段拦截突防生存能力。陈阳<sup>[7]</sup>建立了 GEO 轨道卫星的感知空间模型,并采用多脉冲交会来实现目标星的全程隐蔽机动。此外, Reiter 等<sup>[8]</sup>基于对空间目标监视雷达的探测范围分析,给出了隐蔽约束条件下燃料最优的机动轨迹规划方法。现有研究大多围绕地基空间目标探测系统展开,但随着星载空间目标探测技术的发展,卫星近场态势感知能力将不断提升。因此,本文以对空间目标近距离观测为背景,考虑空间目标近场探测带来的隐蔽约束,开展集群航天器隐蔽机动轨迹规划方法研究。

航天器隐蔽机动本质是一个轨迹规划问题,通常可以描述为一个含约束的非线性最优控制问题<sup>[9]</sup>。在控制理论和计算机性能发展的推动下,多种求解最优控制问题的数值方法被相继提出,主要包括“优化+离散”的间接法和“离散+优化”的直接法<sup>[10]</sup>。间接法首先基于庞特里亚里金极大值原理推导最优控制的一阶必要条件,再通过求解哈密顿边值问题获得最优控制序列<sup>[11]</sup>。受限于非线性动力学模型和集群重构中各种复杂约束,间接法在集群重构中较少使用。直接法则先离散状态或控制空间,将最优控制问题转化为非线性规划问题,再利用数值优化算法进行求解。直接法主要包括伪谱法、凸规划算法等。其中,凸规划算法具有理论完备性与全局最优性保证等显著优势。但由于凸规划要求目标函数和约束集均为凸,从而大幅限制了该方法的适用性。

为了提高凸规划的适用性,人们基于序列迭代策略对凸规划进行改进,形成了序列凸规划算法(sequential convex programming, SCP)。序列凸规划的核心思想是将非凸问题分解为一系列凸子问题,通过迭代求解来逼近原问题最优解。序列凸规划已广泛应用于轨道转移<sup>[12]</sup>、无人机轨迹规划<sup>[13]</sup>、火箭着陆<sup>[14]</sup>和最优交会<sup>[15]</sup>等非凸最优控制问题。序列凸规划具备处理非凸问题的能力和理论收敛性保证,且利用内点法能在较短时间内生成满足给定精度的解<sup>[16]</sup>。因此,利用 SCP 解决轨迹规划问题具有较好的应用前景,但其难点在于如何将非凸非线性初始问题转化为凸优化问题。此外,SCP 对初始点以及凸近似过程较为敏感,在迭代过程中可能会出现凸子问题无解的情况。

针对上述问题,本文提出了基于改进序列凸规划(improved SCP, iSCP)的集群隐蔽机动轨迹规划方法。首先,对集群隐蔽机动场景进行描述,并建立隐蔽机动轨迹规划问题模型;其次,分别采用多棱锥和旋转超平面将隐蔽区域、碰撞避免等非凸约束转化为

易于计算的凸约束。此外,针对迭代过程中可能出现的凸子问题无解的情况,将集群间避碰约束的最大违背项作为惩罚项加到目标函数中对 SCP 方法进行改进,提出一种迭代中断恢复机制。最后,通过数值仿真验证了所提方法的有效性。

## 1 问题描述

集群航天器隐蔽机动轨迹规划是指通过设计合适的轨道机动策略,使得集群由初始构型转移至期望构型,同时满足动力学约束、控制饱和约束和避碰约束,且转移轨迹不被目标航天器搭载的近场态势感知载荷探测到。假设目标航天器位于地球静止轨道,以其质心为中心、半径为  $d_c$  的区域称为近场感知区域,如图 1 所示。场景建立在目标航天器的 LVLH (local vertical local horizontal) 坐标系下,坐标系原点位于目标航天器质心,  $x$  轴沿轨道半径方向,  $z$  轴沿轨道动量矩方向,  $y$  轴由右手法则得到。集群航天器需要机动至目标航天器附近,沿半径为  $d_s$  的空间圆轨迹对其实施近距离观测。本文假设当集群航天器位于目标航天器的近场感知区域以外时,星间相对距离较远,目标航天器不采取任何应对措施。当集群航天器位于近场感知区域内时,目标航天器可利用自身携带的近场感知载荷实时获取集群航天器的相对状态,并有足够的决策时间和机动空间实施相应的规避措施。

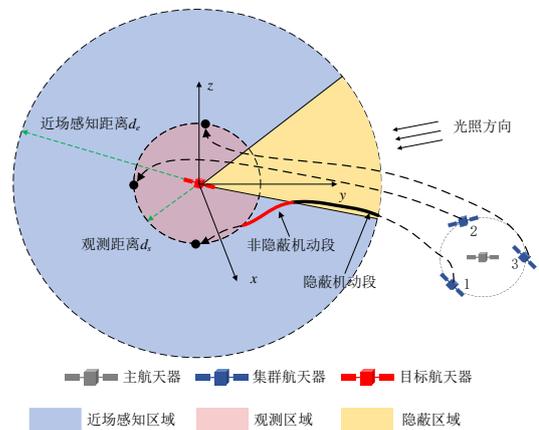


图 1 集群隐蔽机动示意图

Fig. 1 Schematic diagram of cluster covert maneuvering

主航天器在初始时刻位于目标航天器的近场感知区域外侧,释放多个小型化的集群航天器执行抵近观测任务。考虑目标航天器的近场感知载荷为可见光相机,其视场角已知;由光学相机工作条件,其近场感知区域内存在一个沿光照方向的锥形隐蔽区域(如图 1 中黄色区域所示),集群航天器在该区域内机动可实现隐蔽效果。若集群内所有航天器在近场感知区域与观测区域间的机动轨迹都能不被目标航天器发

现, 则认定集群航天器隐蔽机动任务成功; 若集群内存在某颗航天器在近场感知区域与观测区域间的转移轨迹被目标航天器发现, 如图 1 中 1 号航天器机动轨迹的红色部分, 则认定隐蔽机动任务失败。因此, 集群隐蔽机动关键在于为集群航天器设计从近场感知区域到观测区域的隐蔽机动轨迹。

与单个航天器轨迹规划相似, 集群机动过程中每个航天器都要遵守动力学约束(1)、边界条件约束(2)和控制饱和约束(3)。

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N_s \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_i(t_0) = \mathbf{x}_{i0}, \quad \mathbf{x}_i(t_f) = \mathbf{x}_{if} \quad (2)$$

$$\|\mathbf{u}_i(t)\|_{\infty} \leq T_{\max} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{x}_i(t)$  和  $\mathbf{u}_i(t)$  表示集群内第  $i$  个航天器  $t$  时刻的相对状态和相对控制, 相对状态向量  $\mathbf{x}_i$  可具体表示为

$\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i]^T$ ,  $N_s$  为参与集群重构的航天器总数。  $\mathbf{x}_{i0}$  和  $\mathbf{x}_{if}$  表示第  $i$  个航天器初始和终端相对状态,  $T_{\max}$  为最大控制量,  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  为系数矩阵。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4)$$

集群机动与单航天器轨迹规划问题最大的区别在于需要考虑航天器间避碰约束。在图 1 所示的任务过程中, 各航天器需与主航天器、目标航天器和集群内其他航天器避碰。通常采用椭球形禁飞区域模拟三维空间中航天器间的避碰约束, 以障碍物为中心建立椭球方程, 当椭球方程值不小于 1 时, 表明航天器位于障碍物外侧, 即

$$f_{\text{ellip}} = \frac{(x_i - x_e)^2}{a^2} + \frac{(y_i - y_e)^2}{b^2} + \frac{(z_i - z_e)^2}{c^2} \geq 1 \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$  和  $\mathbf{r}_e = [x_e, y_e, z_e]^T$  表示航天器  $i$  和障碍物的相对位置矢量,  $a$ ,  $b$  和  $c$  为椭球的三个短半轴。当  $a = b = c = d_{\text{coll}}$  时, 椭球形的避碰约束可简化为圆球形避碰约束, 即

$$\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_e\|_2 \geq d_{\text{coll}} \quad (6)$$

考虑到目标航天器和主航天器这类大型航天器需展开两侧太阳能帆板充电, 三个坐标维度的尺寸相差较大, 椭球形的避碰约束更加符合目标航天器和主航天器的禁飞空间形状。对于集群航天器这类微小型航天器, 为简化计算可采用圆球形避碰约束表述集群航天器的禁飞空间。各航天器与主航天器、目标航天器和集群内其他航天器避碰约束表示为:

$$(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_c)^T \mathbf{C}^T \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_c) \geq 1 \quad (7)$$

$$(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_t)^T \mathbf{C}^T \mathbf{P}_t^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_t) \geq 1 \quad (8)$$

$$(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t))^T \mathbf{C}^T \mathbf{P}_s^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) \geq 1 \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{x}_c$ 、 $\mathbf{x}_t$  和  $\mathbf{x}_j$  分别表示主航天器、目标航天器和集群内第  $j$  个航天器的相对状态,  $\mathbf{C} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}]$ ,  $\mathbf{P}_c$ 、 $\mathbf{P}_t$  和  $\mathbf{P}_s$  分别表示主航天器、目标航天器和集群航天器禁飞空间的形状矩阵。需要指出的是,  $\mathbf{P}_s$  的主对角线元素应相等, 且不大于  $\mathbf{P}_c$  和  $\mathbf{P}_t$  主对角线元素的最小值。

如图 2 所示, 集群隐蔽机动过程中, 集群航天器在近场感知区域与观测区域间的转移轨迹还需满足隐蔽区域约束<sup>[7]</sup>, 即

$$\arccos \left( \frac{\mathbf{r}_i(t)^T \cdot \mathbf{r}_{ts}(t)^T}{\|\mathbf{r}_i(t)\|_2 \|\mathbf{r}_{ts}(t)\|_2} \right) \leq \theta_b, \quad (10)$$

$$\text{if } d_s \leq \|\mathbf{C}(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_t(t))\|_2 \leq d_e$$

式中,  $\mathbf{r}_{ts}$  指目标航天器指向太阳的单位矢量,  $\theta_b$  为影响传感器成像的最大光照角。

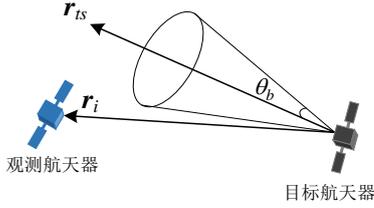


图2 隐蔽区域约束

Fig. 2 Covert area constraint

综上, 若给定离散步长  $T$ , 离散化的集群隐蔽机动问题可记为问题 1。

### 问题 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{k=1}^{N_d} \|u_i(k)\|_1 \\ \text{s.t.} \\ \mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B} u_i(k) \\ \mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_{i0}, \mathbf{x}_i(N_d) = \mathbf{x}_{if}, \|u_i(k)\|_\infty \leq T_{\max} \\ \arccos \left( \frac{\mathbf{r}_i(k)^T \cdot \mathbf{r}_{ts}(k)^T}{\|\mathbf{r}_i(k)\|_2 \|\mathbf{r}_{ts}(k)\|_2} \right) \leq \theta_b, \\ \text{if } d_s \leq \|\mathbf{C}(\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_j(k))\|_2 \leq d_e \\ (\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_c)^T \mathbf{C}^T \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_c) \geq 1 \\ (\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_t)^T \mathbf{C}^T \mathbf{P}_t^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_t) \geq 1 \\ (\mathbf{x}_i(k) - \bar{\mathbf{x}}_j)^T \mathbf{C}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{x}_i(k) - \bar{\mathbf{x}}_j) \geq 1 \end{array} \right. \quad (11)$$

式中,  $k$  为当前步数,  $i, j=1, 2, \dots, N_s, i \neq j, N_d$  为离散步数,  $\mathbf{A}_d = \bar{e}^{AT}$ ,  $\mathbf{B}_d = \int_0^T \bar{e}^{AT} \mathbf{B} dt$  ( $\bar{e}$  为自然常数)。

问题 1 中目标函数是凸函数, 等式约束是仿射函数, 隐蔽区域约束和避碰约束为非凸约束, 后续将进行约束的凸化处理, 将问题 1 转化为凸规划问题。

## 2 约束凸化方法

### 2.1 隐蔽区域约束凸化

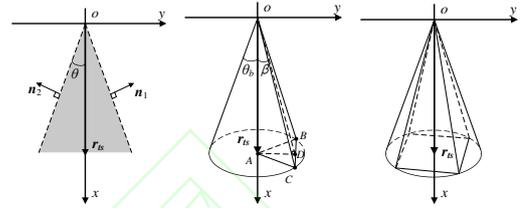
问题 1 中的隐蔽区域约束在二维空间是等腰三角形区域, 如图 3(a) 中灰色部分所示, 可表示为两个超平面约束形成的半空间的交集, 即:

$$\begin{cases} \mathbf{n}_1^T \cdot \mathbf{r}_i^T \leq 0 \\ \mathbf{n}_2^T \cdot \mathbf{r}_i^T \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{n}_1 = [-\sin \theta, \cos \theta, 0]^T$  和  $\mathbf{n}_2 = [-\sin \theta, -\cos \theta, 0]^T$  表示两个超平面的单位法向量。因为并集是一种保凸运算, 所以两个半空间的交集(12)仍是凸约束。

隐蔽区域约束在三维空间中可表示为图 3(b) 所示的圆锥形区域, 进而转化为  $N$  个超平面约束的交集, 形如正  $N$  棱锥。正棱锥的旋转轴与侧面夹角记为  $\beta$ ,  $\beta$  与圆锥半锥角  $\theta_b$  的关系为:

$$\tan \beta = \cos\left(\frac{\pi}{N}\right) \tan \theta_b \quad (13)$$



(a) 二维示意 (b) 三维示意 (c) 约束区域  
(a) 2D schematic (b) 3D schematic (c) Constraint area

图3 隐蔽区域约束凸化

Fig. 3 Covert area constraint convexification

由图 3(b) 中空间几何关系可知,  $\angle BAC = 2\pi/N$ ,  $\angle BAC$  的角平分线交线段  $BC$  于  $D$  点。当圆锥的旋转轴  $\mathbf{r}_{ts}$  与  $x$  轴同向, 且直线  $AD$  与  $y$  轴同向时, 面  $OCB$  的单位法向量  $\mathbf{n}_1^A$  为:

$$\mathbf{n}_1^A = [-\sin \beta, \cos \beta, 0]^T \quad (14)$$

空间中的罗德里格旋转公式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_i^{rot} = & \left[ \cos \sigma \cdot \mathbf{n}_i^T \right. \\ & + (1 - \cos \sigma) (\mathbf{n}_i^T \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} \\ & \left. + \sin \sigma (\mathbf{k} \times \mathbf{n}_i^T) \right]^T \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{n}_i$  和  $\mathbf{n}_i^{rot}$  分别表示旋转前和旋转后的向量, 向量  $\mathbf{k}$  为旋转轴,  $\sigma$  为旋转角度。借助罗德里格旋转公式将向量  $\mathbf{n}_i^A$  绕着  $x$  方向依次旋转角度  $2(i-1)\pi/N + \phi$ ,

$i=1 \dots N$ , 第  $i$  个锥面的单位法向量  $\mathbf{n}_i^A$  为:

$$\mathbf{n}_i^A = \begin{bmatrix} \cos(\frac{2(i-1)\pi}{N} + \phi) \cdot (\mathbf{n}_1^A)^T \\ + (1 - \cos(\frac{2(i-1)\pi}{N} + \phi))((\mathbf{n}_1^A)^T \cdot \mathbf{r}_x) \mathbf{r}_x \\ + \sin(\frac{2(i-1)\pi}{N} + \phi)(\mathbf{r}_x \times (\mathbf{n}_1^A)^T) \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

式中,  $\mathbf{r}_x = [1, 0, 0]^T$ ,  $\phi \in [0, 2\pi/N]$  为第 1 个锥面法向量在  $y$ - $o$ - $z$  平面投影与  $y$  轴的夹角。当  $N=4$ 、 $\phi=0$  时, 图 3 (c) 中形如正四棱锥的隐蔽区域约束可表示为:

$$\begin{bmatrix} -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ -\sin \beta & -\cos \beta & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \\ -\sin \beta & 0 & -\cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

以向量  $\mathbf{r}_x$  与  $\mathbf{r}_{ts}$  的叉乘积为旋转轴, 向量  $\mathbf{r}_x$  与  $\mathbf{r}_{ts}$  间的夹角为旋转角, 利用罗德里格旋转公式得到最终第  $i$  个面的法向量  $\mathbf{n}_i$ 。综上, 凸化后的隐蔽区域约束为:

$$\mathbf{A}_{pyramid}^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq 0, \quad k_1 \leq k \leq k_2 \quad (18)$$

式中,  $\mathbf{A}_{pyramid}^{ineq} = [\mathbf{C}^T \mathbf{n}_1, \mathbf{C}^T \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{C}^T \mathbf{n}_N]^T$ ,  $k_1$  和  $k_2$  分别为航天器进入和离开隐蔽区域对应的离散步数。

## 2.2 碰撞避免约束凸化

集群隐蔽机动轨迹规划需要规避机动和非机动的障碍物, 其中非机动的障碍物包括释放集群航天器的主航天器、目标航天器和其他非机动的空间碎片等。非机动的障碍物在集群重构过程中的相对状态变化可通过轨道动力学方程积分得到, 以其为参考构造一系列旋转的超平面, 将非凸非线性的椭球形避碰约束(7)和(8)转化为凸超平面约束<sup>[17]</sup>, 并表示为:

$$\mathbf{A}_c^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_c^{ineq} \quad (19)$$

$$\mathbf{A}_t^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_t^{ineq} \quad (20)$$

式中,  $\mathbf{A}_c^{ineq}$  和  $\mathbf{b}_c^{ineq}$  为凸化的与主航天器避碰约束参数,

$\mathbf{A}_t^{ineq}$  和  $\mathbf{b}_t^{ineq}$  为凸化的与目标航天器避碰约束参数。

在处理集群内各航天器间的避碰约束时, 借助 SCP 中迭代解的概念构造超平面约束。相邻两次解的差距满足信赖域约束, 因此可利用航天器  $i$  和  $j$  上一

轮解的相对状态 (标称状态  $\bar{\mathbf{x}}_i$  和  $\bar{\mathbf{x}}_j$ ) 构造旋转超平面约束。如图 4 所示, 上一轮第  $k$  步由航天器  $j$  指向航天器  $i$  的单位向量  $\bar{\mathbf{r}}_{ji}$  为:

$$\bar{\mathbf{r}}_{ji} = \frac{\mathbf{C}(\bar{\mathbf{x}}_i(k) - \bar{\mathbf{x}}_j(k))}{\|\mathbf{C}(\bar{\mathbf{x}}_i(k) - \bar{\mathbf{x}}_j(k))\|_2} \quad (21)$$

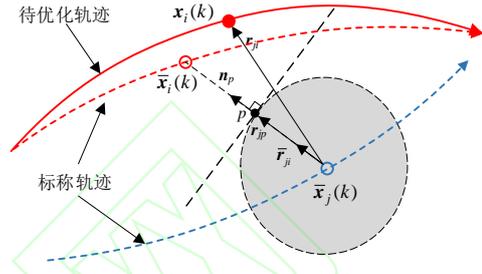


图 4 集群内避碰约束凸化

Fig. 4 Convergent collision avoidance constraints within the cluster

单位向量  $\bar{\mathbf{r}}_{ji}$  与障碍物椭圆表面交点记为  $p$ , 则由

航天器  $j$  指向  $p$  的向量  $\mathbf{r}_{jp}$  为:

$$\mathbf{r}_{jp} = [\bar{\mathbf{r}}_{ji}^T \mathbf{P}_s^{-1} \bar{\mathbf{r}}_{ji}]^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{r}}_{ji} \quad (22)$$

交点  $p$  处切平面法向量  $\mathbf{n}_p$  为:

$$\mathbf{n}_p = \mathbf{P}_s^{-1} \mathbf{r}_{jp} = \mathbf{P}_s^{-1} [\bar{\mathbf{r}}_{ji}^T \mathbf{P}_s^{-1} \bar{\mathbf{r}}_{ji}]^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{r}}_{ji} \quad (23)$$

则可行域半空间可表示为:

$$\mathbf{n}_p^T \mathbf{r}_{ji} \geq \mathbf{n}_p^T \mathbf{r}_{jp} \quad (24)$$

将式(23)代入式(24), 可得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_s^{-1} (\bar{\mathbf{r}}_{ji}^T \mathbf{P}_s^{-1} \bar{\mathbf{r}}_{ji})^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{r}}_{ji} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_j) - [\bar{\mathbf{r}}_{ji}^T \mathbf{P}_s^{-1} \bar{\mathbf{r}}_{ji}]^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{r}}_{ji} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (25)$$

进一步地, 将式(21)和(22)代入(25), 即可得到球形障碍物在  $p$  处的超平面约束, 其中变量  $\bar{\mathbf{x}}_i$ 、 $\bar{\mathbf{x}}_j$ 、

$\mathbf{C}$  和  $\mathbf{P}_s$  均已知,  $\mathbf{x}_i(k)$  为优化变量  $\mathbf{u}_i$  的仿射函数, 则式(25)为凸函数。为便于书写, 将航天器  $i$  以航天器  $j$  为参考构建的超平面约束表示为:

$$\mathbf{A}_{s,j}^{ineq} \mathbf{x}_i(k) \leq \mathbf{b}_{s,j}^{ineq} \quad (26)$$

式中,  $\mathbf{A}_{s,j}^{ineq}$  和  $\mathbf{b}_{s,j}^{ineq}$  的具体表达形式可由式(25)叠加得到。

综上, 集群隐蔽机动问题 1 中所有非凸的不等式约束都已转化为凸函数, 等式约束是仿射函数, 目标函数为凸函数, 则问题 1 可表示为如式(27)所示的凸规划问题, 记为问题 2。

**问题 2:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{k=1}^{N_d} \|\mathbf{u}_i(k)\| \\ \text{s.t.} \\ \mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}_i(k) \\ \mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_{i0}, \quad \mathbf{x}_i(N_d) = \mathbf{x}_{if} \\ \|\mathbf{u}_i(k)\|_{\infty} \leq T_{\max} \\ \mathbf{A}_{pyramid}^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq 0, \quad k_1 \leq k \leq k_2 \\ \mathbf{A}_c^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_c^{ineq} \\ \mathbf{A}_t^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_t^{ineq} \\ \mathbf{A}_{s,j}^{ineq} \mathbf{x}_i(k) \leq \mathbf{b}_{s,j}^{ineq}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N_s \text{ 且 } i > j \end{array} \right. \quad (27)$$

注意到, 问题 1 中航天器需要考虑与集群中其他所有航天器的最优轨迹避碰, 则规划轨迹时需集中在集中控制框架下同时优化所有航天器的轨迹, 各航天器的避碰约束相互耦合, 优化难度大, 也无法适用于不存在中心航天器的分布式控制框架。在问题 2 中, 航天器可通过星间通信获取集群内其他航天器上一轮的标称轨迹, 并以此为参照物构建集群内避碰约束, 不再需要其他航天器最新的轨迹, 从而实现不同航天器规划过程的解耦, 更加适合集群航天器的分布式控制框架。此外, 问题 1 中航天器  $i$  和航天器  $j$  会相互规避对方, 导致计算效率降低, 甚至无法收敛, 问题 2 中航天器  $i$  仅与编号比自身小的航天器避碰, 进而极大地减少计算次数。

### 3 改进的 SCP 算法

SCP 是一种利用凸规划算法解决非凸规划问题的求解框架, 即通过迭代求解非凸规划问题的一系列凸近似子问题, 得到原问题的解。通常在迭代过程中引入标称轨迹  $\bar{\mathbf{X}}_i^m$  的概念, 即以航天器  $i$  第一轮迭代的标称轨迹  $\bar{\mathbf{X}}_i^1$  为初始解  $\mathbf{X}_i^0$ , 其后每一轮迭代的标称

轨迹  $\bar{\mathbf{X}}_i^m$  为上一轮的迭代解  $\bar{\mathbf{X}}_i^{m-1}$ 。在序列迭代过程产生的一系列解称为迭代解, 直至满足迭代终止条件:

$$\|\mathbf{X}_i^m(k) - \mathbf{X}_i^{m-1}\|_{\infty} \leq \varepsilon_{scp} \quad (28)$$

式中,  $\varepsilon_{scp}$  表示为收敛阈值, 满足迭代终止条件的解称为收敛解。

#### 3.1 初始解的构造

集群隐蔽机动轨迹规划中约束条件众多, 在构建凸子问题时对非凸的约束进行保守的凸近似, 例如用多棱锥约束替代圆锥形隐蔽区域约束, 用超平面约束替代椭球形避碰约束, 使得凸子问题 2 的可行域小于初始的非凸问题 1 的可行域, 进而导致 SCP 无可行解。此外, 在迭代计算凸子问题过程中, 凸规划工具包不会返回不满足全部约束的不可行解, 而只返回报错信息, 进而导致序列迭代过程中断, 也无法从不可行解中恢复。因此, 初始解的构造至关重要, 不好的初始解会导致收敛解远离最优解, 甚至迭代中断。

问题 2 中隐蔽区域约束以及与非机动障碍物间避碰约束的凸化过程不依赖标称解, 不需要迭代求解。因此, 将不考虑集群间避碰约束的集群隐蔽机动问题记为问题 3, 利用凸规划算法单次求解, 将问题 3 的解作为 SCP 的初始解。

**问题 3:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{k=1}^{N_d} \|\mathbf{u}_i(k)\| \\ \text{s.t.} \\ \mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}_i(k) \\ \mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_{i0}, \quad \mathbf{x}_i(N_d) = \mathbf{x}_{if} \\ \|\mathbf{u}_i(k)\|_{\infty} \leq T_{\max} \\ \mathbf{A}_{pyramid}^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq 0, \quad k_1 \leq k \leq k_2 \\ \mathbf{A}_c^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_c^{ineq} \\ \mathbf{A}_t^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_t^{ineq} \end{array} \right. \quad (29)$$

#### 3.2 迭代中断恢复机制

问题 2 的可行解应满足所有约束条件, 则集群间避碰约束函数  $h_s(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)$  应不大于零, 即

$$h_s(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i) = \mathbf{A}_{s,j}^{ineq} \mathbf{x}_i(k) - \mathbf{b}_{s,j}^{ineq} \leq 0 \quad (30)$$

当问题 3 有可行解, 而问题 2 无可行解时, 说明

集群间避碰约束函数  $h_s(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)$  必然存在大于零的项,

$h_s(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)$  的最大值表示当前迭代解与可行解偏差最

大的点。将  $h_s(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)$  从问题 2 的约束条件中去除, 并将其最大值作为惩罚项加到目标函数中, 有利于算法优先修正偏差最大的点, 缩小当前迭代解与可行解之间的距离, 使得算法能继续迭代, 直至满足迭代精度要求。新构造的凸子问题 4 如式(31)所示。

**问题 4:**

$$\begin{cases} \min J = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{k=1}^{N_d} \|\mathbf{u}_i(k)\|_1 + \max(A_{s,j}^{ineq} \mathbf{x}_i(k) - \mathbf{b}_{s,j}^{ineq}) \\ \text{s.t.} \\ \mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}_i(k) \\ \mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_{i0}, \quad \mathbf{x}_i(N_d) = \mathbf{x}_{if} \\ \|\mathbf{u}_i(k)\|_\infty \leq T_{\max} \\ \mathbf{A}_{pyramid}^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq 0, \quad k_1 \leq k \leq k_2 \\ \mathbf{A}_c^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_c^{ineq} \\ \mathbf{A}_t^{ineq} \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{b}_t^{ineq} \end{cases} \quad (31)$$

问题 4 中目标函数中控制量的 1 范数和最大值函数均为凸函数, 所以新构造的目标函数也是凸函数, 问题 4 仍为凸规划问题。改进的 SCP 流程如图 5 所示, 其重点是将凸子问题 3 的解作为序列迭代的初始解, 并设计了迭代中断的恢复机制, 避免因初始解选取不当造成的迭代中断。

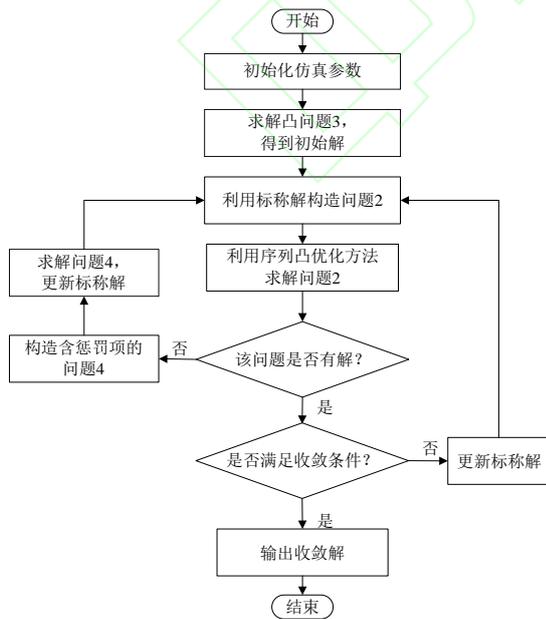


图 5 改进的 SCP 流程图

## 4 数值仿真

本节通过数值仿真对所提出方法的有效性进行检验。通过与非线性圆锥形约束对比, 验证隐蔽区域凸化方法的性能。进一步, 在隐蔽区域约束下, 规划集群隐蔽机动轨迹的收敛解。

### 4.1 多棱锥约束性能测试

假设整个集群航天器隐蔽机动的任务时长为 2000s, 离散步长为 10s, 总离散步数为 200 步,

$T_{\max}=0.1\text{m/s}^2$ , 隐蔽区域半锥角  $\theta_b=10^\circ$ 。目标航天器警

戒距离  $d_e=10\text{km}$ , 集群航天器的观测距离  $d_s=3\text{km}$ 。目标航天器位于地球静止轨道, 且在任务过程中位于地影区域外侧, 其初始时刻的轨道根数为

$[a, e, i, \Omega, \omega, f] = [42241.08\text{km}, 0, 0, 0, 0, 10^\circ]$ 。某观测航

天器的初始和终端相对位置分别为

$\mathbf{r}_0 = [-10, -2, 0]^T \text{km}$  和  $\mathbf{r}_f = [-852.7, -508.1, -121.4]^T \text{m}$ ,

相对速度均为零。

观测航天器在仿真开始时刻位于隐蔽区域外侧, 令其在第 100 步之后进入目标航天器的隐蔽区域, 利用序列二次规划 (Sequential Quadratic Programming, SQP) 方法求解包含圆锥形隐蔽区域约束的非线性轨迹优化问题; 利用 SCP 和 iSCP 方法求解包含正多棱锥

形隐蔽区域约束的凸规划问题。当棱锥数  $N=4$  时, 上述方法解得的相对运动轨迹如图 6 所示。由图 6 可知, 红色圆锥形区域和蓝色正四棱锥形区域分别表示非线性和线性的隐蔽区域约束, 圆锥和正四棱锥的旋转轴指向太阳方向。三种方法解得的转移轨迹均能在第 100 步进入目标航天器的隐蔽区域, 且三条轨迹整体趋势相接近, 但进入隐蔽区域的位置略有不同。相比较而言, SCP 和 iSCP 两种方法的进入点比 SQP 更靠近圆锥旋转轴, 燃料消耗也将更大。

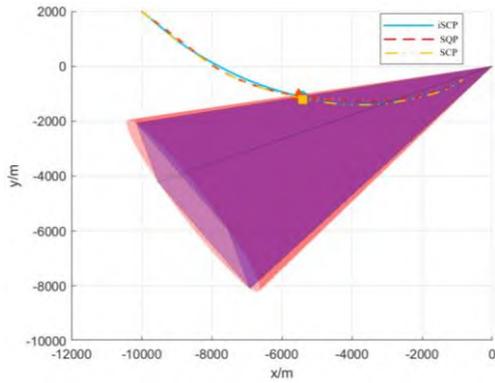
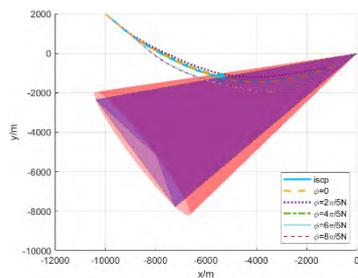
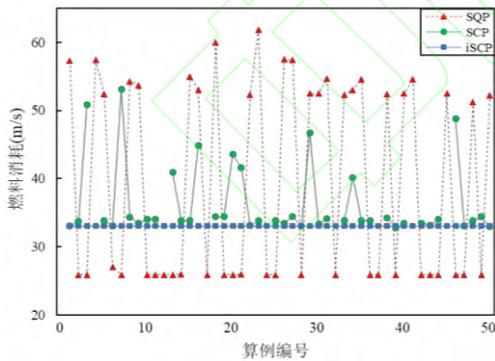


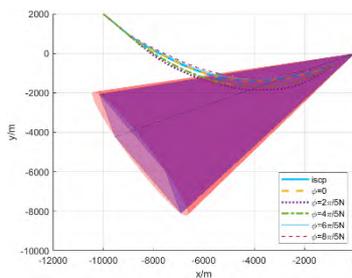
图6 算法转移轨迹对比

Fig. 6 Comparison of algorithm transfer trajectory

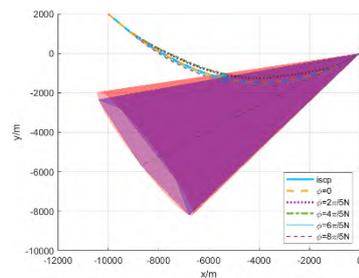
为比较初值选取对算法的影响程度,将上述方法在不同初值下重复计算 50 次,得到的燃料消耗和其他计算结果分别如图 7 和表 1 所示。由图 7 可知,不同初值下 SQP 的计算性能波动较大,SCP 性能波动明显,并且图中有连接线中断的现象,说明存在无法输出结果的情况。表 1 中具体给出了各算法的输出率以及寻优成功率,并提供了各算法得到最优解后的平均燃料消耗和计算耗时。在 50 次计算中, SQP 均输出了结果,但仅有 21 次收敛到最优解,寻优率仅为 42%,寻优算例的平均燃料消耗和计算耗时分别为 42.71m/s 和 25.77s。SCP 存在 9 次无解的情况,输出率为 82%,寻优率为 72%,寻优算例的平均燃料消耗和计算耗时分别为 50.64m/s 和 6.81s。iSCP 在重复计算中均能稳定收敛到近似最优解,平均燃料消耗和计算耗时分别为 48.59m/s 和 0.91s。



(a) N=3



(b) N=4



(c) N=5

图7 算法燃料消耗对比

Fig. 7 Comparison of algorithmic fuel consumption

表1 算法计算结果对比

Table 1 Comparison of algorithm calculation results

方法	输出率	寻优率	燃料消耗/(m/s)	计算耗时/s
SQP	100%	52%	25.96	455.35
SCP	84%	66%	34.27	93.24
iSCP	100%	100%	33.05	7.05

由上可知,利用正四棱锥替代圆锥形隐蔽区域约束时,可显著提高算法的计算效率,但由于解空间的减小,所求得最优解的消耗燃料可能会更多。此外,相较于 SQP 和 SCP 两种常见算法,而所提出的 iSCP 无论在算法稳定性还是收敛速度上均具有明显优势,并且不会因为约束复杂和初始解选取而出现难以收敛的情况。

为进一步分析正多棱锥约束的性能,分别在不同棱锥数和不同旋转角的情况下开展仿真,转移轨迹如图 8 所示,燃料消耗和计算耗时如表 2 和表 3 所示。由表 2 和图 8 可知,随着棱锥数  $N$  的增加,转移轨迹的平均燃料消耗逐渐降低,与非线性优化方法最优解间的误差越来越小。表 2 中最后一列表示相同棱锥数下不同旋转角对应的转移轨迹燃料消耗方差,棱锥数  $N$  的增加也使得旋转角对转移轨迹消耗燃料的影响降低。由表 3 可知,由于优化过程中需要考虑的约束数量增多,凸规划方法的计算耗时也随棱锥数的增加而增加。

综上所述,利用正多棱锥替代圆锥的隐蔽区域凸化技术能有效提高计算效率和稳定性,且计算精度随棱锥数增加而增加。正八棱锥约束对应的转移轨迹的平均燃料消耗为 26.80m/s,与非线性优化方法最优解间的相对误差仅为 3.2%左右,计算耗时仅为其 1%左右。因此,后续仿真中将利用正八棱锥替代圆锥形隐蔽区域约束。

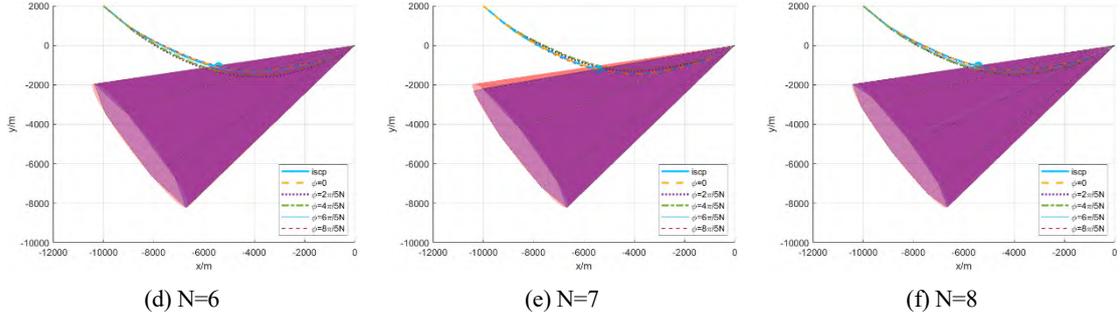


图 8 不同棱锥约束影响下的转移轨迹

Fig. 8 Transfer trajectories under different pyramid constraints

表 2 不同棱锥约束影响下的燃料消耗

Table 2 Fuel consumption under different pyramid constraints

棱锥数 $N$	$\phi = 0$	$\phi = 2\pi/5N$	$\phi = 4\pi/5N$	$\phi = 6\pi/5N$	$\phi = 8\pi/5N$	平均值	方差
3	27.73	27.18	32.46	44.22	42.44	34.81	65.15
4	31.36	34.15	29.79	25.94	27.61	29.77	10.26
5	27.32	26.21	27.89	30.14	29.44	28.20	2.53
6	28.06	28.69	27.78	26.21	26.50	27.45	1.12
7	26.89	25.99	26.76	27.88	27.74	27.05	0.60
8	27.00	27.42	27.10	26.32	26.16	26.80	0.29

表 3 不同棱锥约束影响下的计算耗时

Table 3 Calculation time under different pyramid constraints

棱锥数 $N$	$\phi = 0$	$\phi = 2\pi/5N$	$\phi = 4\pi/5N$	$\phi = 6\pi/5N$	$\phi = 8\pi/5N$	平均值	方差
3	3.31	3.62	3.46	4.44	6.31	4.23	1.55
4	5.36	7.09	6.35	5.45	5.43	5.93	0.58
5	8.32	8.87	8.49	7.72	9.07	8.49	0.28
6	3.09	3.46	3.16	3.84	3.95	3.50	0.15
7	3.78	3.97	3.61	3.01	3.59	3.59	0.13
8	3.46	3.50	3.53	3.99	4.27	3.75	0.13

#### 4.2 集群隐蔽机动轨迹规划

假设集群航天器中 4 个航天器从主航天器附近转移至目标航天器的椭圆形绕飞轨道，在转移过程中需考虑边界条件约束、控制饱和约束、隐蔽区域约束、集群航天器与主航天器、目标航天器避碰、集群内部各航天器间的避碰约束。各航天器初始相对位置设为

$$\begin{cases}
 \mathbf{r}_{10} = [-1.4 \times 10^4 \text{ m}, -1 \times 10^3 \text{ m}, -1 \times 10^3 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{10} = [0.07 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, 0.13 \text{ m/s}]^T \\
 \mathbf{r}_{20} = [-1.2 \times 10^4 \text{ m}, 1 \times 10^3 \text{ m}, -1 \times 10^3 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{20} = [0 \text{ m/s}, -0.15 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}]^T \\
 \mathbf{r}_{30} = [-1 \times 10^4 \text{ m}, -1 \times 10^3 \text{ m}, -1 \times 10^3 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{30} = [-0.07 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, -0.13 \text{ m/s}]^T \\
 \mathbf{r}_{40} = [-1.2 \times 10^4 \text{ m}, -3 \times 10^3 \text{ m}, -1 \times 10^3 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{40} = [0 \text{ m/s}, 0.15 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}]^T
 \end{cases} \quad (32)$$

终端相对状态设为

$$\begin{cases}
 \mathbf{r}_{1f} = [0 \text{ m}, 2 \times 10^3 \text{ m}, 0 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{1f} = [0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}]^T \\
 \mathbf{r}_{2f} = [1 \times 10^3 \text{ m}, 0 \text{ m}, 1732.05 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{2f} = [0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}]^T \\
 \mathbf{r}_{3f} = [0 \text{ m}, -2 \times 10^3 \text{ m}, 0 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{3f} = [0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}]^T \\
 \mathbf{r}_{4f} = [-1 \times 10^3 \text{ m}, 0 \text{ m}, -1732.05 \text{ m}]^T \\
 \mathbf{v}_{4f} = [0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}]^T
 \end{cases} \quad (33)$$

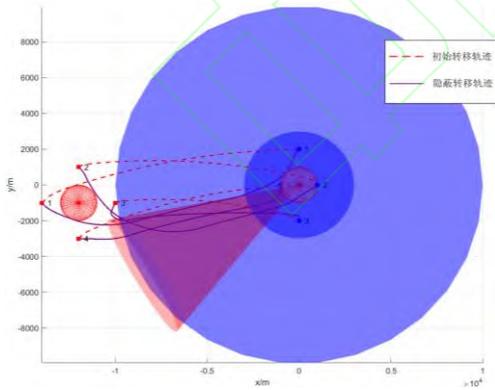
目标航天器和主航天器的避碰空间形状矩阵  $\mathbf{P}_s = \mathbf{P}_f = \text{diag}([1000^2, 1000^2, 1000^2])^T$ ，设整个集群航天器隐蔽机动的任务时长为 3000s，离散步长为 10s，总离散步数为 300 步，其他仿真参数与前文保持一致。

在仿真过程，利用八棱锥替代圆锥形隐蔽区域约

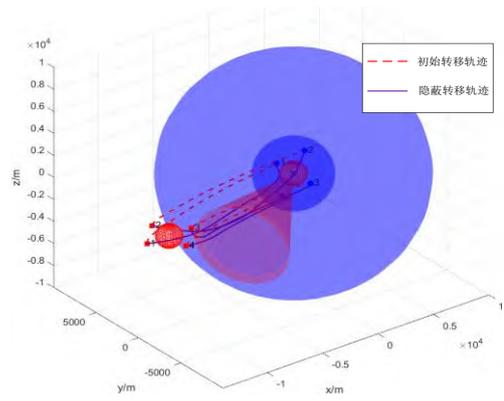
束, 利用旋转超平面方法处理集群航天器与主航天器、目标航天器间的避碰约束, 利用 iSCP 处理集群间避碰约束。令各集群航天器在前 60 步位于目标航天器的警戒区域之外, 第 61 步至第 180 步进入隐蔽区域, 在第 181 步之后位于目标航天器的危险区域内。图 9 中展示了是否考虑隐蔽区域约束的集群隐蔽机动轨迹, 各航天器转移过程中的控制量如图 10 所示, 各航天器与目标航天器的相对距离、光照夹角变化如图 11 所示。

图 9 中两个红色圆球分别表示目标航天器、主航天器的避碰区域, 大、小蓝色圆球分别为目标航天器的警戒区域和危险区域, 红色圆锥表示隐蔽区域约束, 红色虚线和紫色实线分别为集群重构轨迹 (初始解) 和集群隐蔽机动轨迹 (收敛解)。集群重构轨迹近似为始末位置间的连线。当考虑从隐蔽区域隐蔽接近目标航天器时, 图 9 中实线所示的集群航天器的隐蔽机动轨迹都先进入红色锥形区域, 再转移至各自的终端位置, 转移轨迹发生明显的偏转。

由图 10 可知, 以 3 号航天器为例, 其重构轨迹分别在第 3 步和第 168 步进入目标航天器的警戒区域和危险区域, 在第 91 至 192 步位于隐蔽区域, 则其第 3 至 91 步间的转移轨迹可被目标航天器发现。而隐蔽机动轨迹分别在第 78 步和第 181 步进入目标航天器的警戒区域和危险区域, 第 76 至 197 步位于隐蔽区域内, 表明目标航天器在第 76 至 197 步无法探测 3 号航天器的转移轨迹。在第 197 步后, 目标航天器虽然能探测到 3 号航天器, 但此时 3 号航天器已进入其危险区域内, 将难以进行规避机动。



(a) 二维视角  
(a) 2D perspective

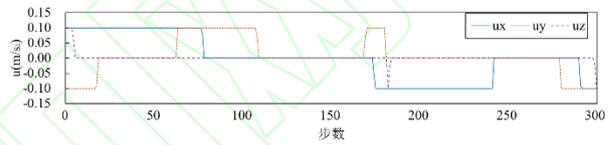


(b) 三维视角

(b) 3D perspective

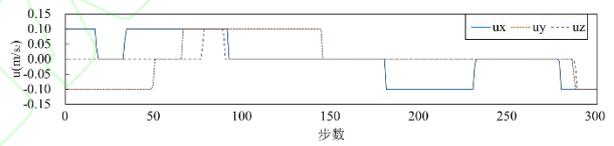
图 9 集群隐蔽机动轨迹初始解与收敛解

Fig. 9 Initial and convergent solutions of spacecraft swarm covert maneuvering trajectories



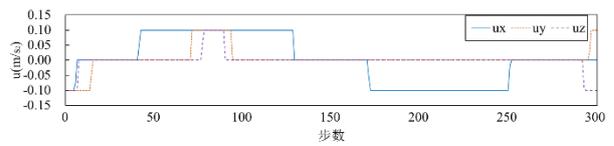
(a) 1 号航天器控制曲线

(a) Control curve of spacecraft No.1



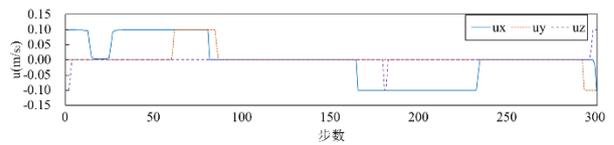
(b) 2 号航天器控制曲线

(b) Control curve of spacecraft No.2



(c) 3 号航天器控制曲线

(c) Control curve of spacecraft No.3

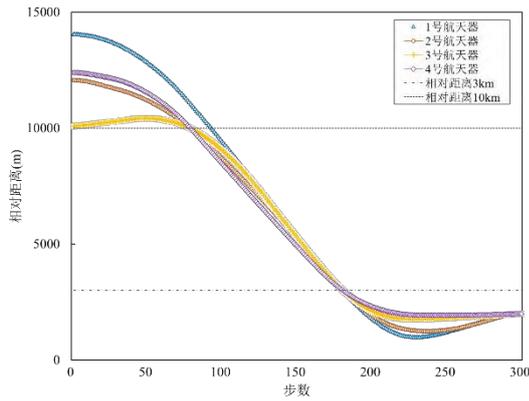


(d) 4 号航天器控制曲线

(d) Control curve of spacecraft No.4

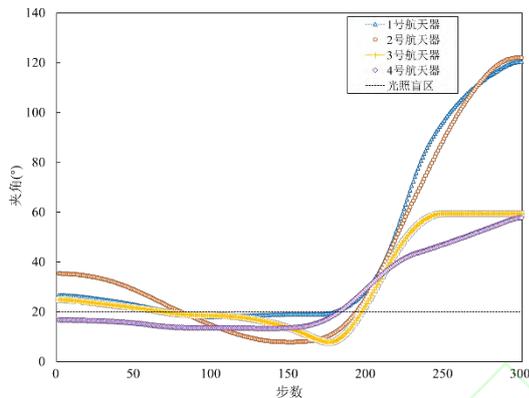
图 10 集群隐蔽机动控制曲线

Fig. 10 Cluster covert maneuver control curve



(a) 相对距离变化

(a) Relative distance variation



(b) 光照夹角变化

(b) Light angle change

图 11 收敛解的相对距离和光照夹角

Fig. 11 Relative distance and illumination angle of convergent solution

## 5 结论

针对集群航天器隐蔽接近目标航天器的任务场景,构建了一个考虑隐蔽区域约束、集群航天器与主航天器、目标航天器以及成员间的避碰约束的隐蔽机动问题模型。针对模型中的非凸约束提出一系列凸化技术,将非凸非线性优化问题转化为凸问题,设计了应对 SCP 迭代过程无解情况的迭代中断恢复机制,将收敛解进行拓展以增加重构轨迹的隐蔽性,并通过数值仿真验证所提出方法的性能。主要内容总结如下:

1) 针对集群航天器隐蔽抵近目标航天器的任务场景,综合分析目标航天器的光学监视系统可见性模型,构建了包含隐蔽区域约束、集群航天器避碰约束的集群隐蔽机动问题模型。

2) 利用正多棱锥替代圆锥形隐蔽区域约束,从而将非凸的不等式约束凸化,并推导了空间正多棱锥约束的表达式。仿真结果表明该凸化技术能有效提高计算效率和稳定性,且计算精度随棱锥数增加而增加。

采用正八棱锥时,凸问题解与非线性优化的相对误差仅为 3.2%,而计算效率提升约数十倍。

3) 针对序列迭代过程中可能出现的凸子问题无解的情况,通过将集群间避碰约束的最大违背项作为惩罚项加到目标函数中,提出一种迭代中断恢复机制对 SCP 算法进行改进。仿真结果表明,所提出方法的计算效率远高于非线性优化方法,且具有较高的精度。此外,可有效避免因初值选取不当造成的不收敛情况。

## 参考文献 (References)

- [1] 李爽, 龚翼飞, 李克行, 等. 时变拓扑卫星集群分布式自主相对导航方法[J]. 宇航学报, 2023, 44(1): 119-131. LI S, GONG Y F, LI K H, et al. Distributed autonomous relative navigation method for satellite cluster with time-varying topology[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(1): 119-131. (in Chinese)
- [2] LIPPE C, D'AMICO S. Safe, delta-v-efficient spacecraft swarm reconfiguration using Lyapunov stability and artificial potentials[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2021, 45(2): 213-231.
- [3] 郑中旭, 白玉铸, 陈致钧, 等. 航天器隐蔽机动: 概念、原理与方法[J]. 宇航学报, 2024, 45(7): 1065-1077. ZHENG Z X, BAI Y Z, CHEN Z J, et al. Spacecraft covert maneuvering: concepts, principles and methods[J]. Journal of Astronautics, 2024, 45(7): 1065-1077. (in Chinese)
- [4] 杨涛, 张为华, Gianmarco Radice. 运动伪装理论在空间攻防中的应用研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(8): 1964-1969. YANG T, ZHANG W H, RADICE G. Investigation of application of motion camouflage on space attack and defence[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(8): 1964-1969. (in Chinese)
- [5] 王璟贤, 白玉铸, 陈致钧, 等. 基于测地线的航天器集群隐蔽机动轨迹规划[J]. 宇航学报, 2024, 45(4): 513-522. WANG J X, BAI Y Z, CHEN Z J, et al. Covert maneuver trajectory planning of spacecraft cluster based on geodesic [J]. Journal of Astronautics, 2024, 45(4): 513-522. (in Chinese)
- [6] 方驰. 空间飞行器拦截隐蔽末制导律研究[J]. 空天技术, 2023(6): 23-29, 52. FANG C. Research on covert terminal guidance law for spacecraft interception[J]. Aerospace Technology, 2023(6): 23-29, 52. (in Chinese)
- [7] 陈阳. GEO 轨道航天器隐蔽机动轨迹设计[D]. 长沙: 国防科技大学, 2019. CHEN Y. Covert maneuvering orbit design for GEO spacecraft [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2019.
- [8] REITER J A, HALL Z J, SPENCER D B, et al. Multi-objective optimization for spacecraft detection avoidance using reachability sets [C]//Proceedings of the 29th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, 2019.
- [9] 唐国金, 罗亚中, 雍恩米. 航天器轨迹优化理论、方法及

应用[M]. 北京:科学出版社, 2011.

TANG G J, LUO Y Z, YONG E M. Theory, method and application of spacecraft trajectory optimization[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese)

[10] CHAI R Q, SAVVARIS A, TSOURDOS A, et al. A review of optimization techniques in spacecraft flight trajectory design[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2019, 109: 100543.

[11] 张润德, 蔡伟伟, 杨乐平, 等. 集群航天器鲁棒自适应快速任务分配[J]. 宇航学报, 2023, 44(8): 1183-1194. ZHANG R D, CAI W W, YANG L P, et al. Robust adaptive rapid task assignment for spacecraft swarm[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(8): 1183-1194. (in Chinese)

[12] WANG Z B, GRANT M J. Minimum-fuel low-thrust transfers for spacecraft: a convex approach[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(5): 2274-2290.

[13] WANG Z, LIU L, LONG T. Minimum-time trajectory planning for multi-unmanned-aerial-vehicle cooperation using sequential convex programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 40(11): 2976-2982.

[14] LIU X F. Fuel-optimal rocket landing with aerodynamic controls[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(1): 65-77.

[15] WANG Z B, MCDONALD S T. Convex relaxation for optimal rendezvous of unmanned aerial and ground vehicles[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 99: 105756.

[16] 宋瑞, 朱勇, 徐广通, 等. 基于序列凸优化的高超声速飞行器协同再入轨迹规划[J]. 战术导弹技术, 2020(6): 7-16.

SONG R, ZHU Y, XU G T, et al. Cooperative reentry trajectory planning of hypersonic vehicle based on sequential convex programming[J]. Tactical Missile Technology, 2020(6): 7-16. (in Chinese)

[17] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.