



国防科技大学学报

Journal of National University of Defense Technology

ISSN 1001-2486, CN 43-1067/T

《国防科技大学学报》网络首发论文

题目: 运载火箭大气层外上升段碎片规避制导方法
作者: 郭康, 李惠峰, 包为民
收稿日期: 2025-07-05
网络首发日期: 2025-11-24
引用格式: 郭康, 李惠峰, 包为民. 运载火箭大气层外上升段碎片规避制导方法[J/OL]. 国防科技大学学报. <https://link.cnki.net/urlid/43.1067.t.20251121.1907.002>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

doi: 10.11887/j.issn.1001-2486.25070005

运载火箭大气层外上升段碎片规避制导方法

郭 康^{1,2}, 李惠峰^{1,2*}, 包为民³

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 102206; 2. 天地往返高效运输技术全国重点实验室, 北京 102206;
3. 中国航天科技集团有限公司, 北京 100048)

摘 要: 提出了一种碎片规避制导方法, 旨在利用空间碎片态势感知系统的探测信息主动规避空间碎片, 并实现高精度入轨。建立了运载火箭上升段碎片规避最优制导问题, 将空间碎片运动建模为具有状态不确定性的开普勒运动, 根据状态不确定性计算碎片威胁区的半径。设计了基于混沌多项式展开的状态不确定性传播预测器, 以碎片当前位置矢量和速度矢量的测量误差为初值, 通过预测碎片状态误差的不确定性传播得到时变的碎片威胁半径。推导了碎片规避的最优制导形式, 提出了单碎片规避的两阶段线性正切制导律和多碎片规避的制导策略。仿真结果表明, 提出的碎片规避制导方法能够实现对多个碎片的主动规避, 并满足入轨精度。

关键词: 运载火箭; 上升段制导; 碎片规避; 不确定性传播; 动力显式制导

中图分类号: V475.1 **文献标识码:** A

Extra-atmospheric ascent debris avoidance guidance method for launch vehicles

GUO Kang^{1,2}, LI Hui Feng^{1,2*}, BAO Wei Min³

(1. School of Astronautics, Beihang University, Beijing 102206, China; 2. State Key Laboratory of High-Efficiency Reusable Aerospace Transportation Technology, Beijing, 102206, China; 3. China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100048, China)

Abstract: A debris avoidance guidance method was proposed to utilize the detection information from the space debris situational awareness system to actively avoid space debris and achieve high-precision orbital insertion. An optimal guidance problem for launch vehicle ascent debris avoidance was formulated. The motion of space debris was modeled using Kepler dynamics with state uncertainties, and a debris threat radius was defined based on state uncertainties. A state uncertainty propagation predictor based on polynomial chaos expansion was designed. Taking the measurement errors of the current position and velocity vectors of debris as initial values, the time-varying threat radius of the debris was obtained by predicting the uncertainty propagation of the debris state errors. Through derivation of the optimal guidance form for debris avoidance, a two-stage linear tangent guidance law for single debris avoidance and a guidance strategy for multiple debris avoidance were proposed. Simulation results show that the proposed debris avoidance guidance method can achieve the active avoidance for multiple debris and satisfy the orbital insertion accuracy.

Keywords: launch vehicle; ascent guidance; debris avoidance; uncertainty propagation; powered explicit guidance

随着人类利用太空的能力不断提升、进出空间的规模不断增加, 近地轨道空间碎片呈现密布的发展态势, 这将严重降低以运载火箭作为主要

载体的空间发射任务的时效性, 对实现未来航班化的运载火箭需求带来挑战。因此, 未来运载火箭需要具备在密集碎片环境中自主规避与安全穿

收稿日期: 2025-07-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (92471204)

第一作者: 郭康 (1987—), 男, 山西晋城人, 博士研究生, E-mail: gkcasc@163.com

***通信作者:** 李惠峰 (1970—), 女, 陕西蒲城人, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: lihui Feng@buaa.edu.cn

引用格式: 郭康, 李惠峰, 包为民. 运载火箭大气层外上升段碎片规避制导方法[J]. 国防科技大学学报

Citation: GUO K, LI H F, BAO W M. Extra-atmospheric ascent debris avoidance guidance method for launch vehicles [J]. Journal of National University of Defense Technology

越的能力。

为避免航天器在运动过程中与空间碎片等发生碰撞,需要观测和预测地球轨道上天然和人造物体的位置,并对空间碎片的轨道状态不确定性表征。常用的方法有蒙特卡洛方法和不确定性传播预测方法。

蒙特卡洛方法^[1-2]是指根据给定的动力学不确定性信息,产生大量的样本,然后在各样本上求解原始的微分方程组并得到响应值,最后统计得到响应值的随机特性。该方法是一种可靠的统计方法,然而为了获得收敛的统计量,采样轨迹的数量需求可能很大。为了避免蒙特卡洛方法的计算成本过高问题,不确定性传播分析方法基于一种简化模型来预测在初始状态不确定性下的未来状态不确定性,常用的不确定性传播分析方法有基于协方差分析的描述函数法^[3]、状态转移张量法^[4-5]、高斯混合模型法^[6]等等。

为了提升对非线性系统不确定性传播的预测精度和计算效率,Wiener^[7]提出了混沌多项式展开(polynomial chaos expansion, PCE)方法,使用标准随机变量的正交多项式级数逼近来表示原始系统的输入和输出。该方法本质上是在原系统模型上建立一个具有随机性的代理模型,对随机变量实现较为精确的近似,利用正交多项式的优越性提升计算效率和收敛性,可实现实时计算。而且该方法可以将已有的模型作为黑箱,避免了对其进行变换处理^[8-9],从而减少因改动带来的误差,提升适用性。

Jones 等^[10]将非侵入式混沌多项式展开方法应用于非线性轨道不确定性传播,通过与无迹变换和蒙特卡洛方法在太阳同步和 Molniya 轨道场景下的比较,验证了该方法的优越性。欧阳琦等^[11]通过构建混沌多项式展开模型对轨道预报的不确定性传播过程进行近似,高效且精确地分析了轨道预报后航天器位置和速度误差随时间扩散的过程。Feldhacker 等^[12]使用基于混沌多项式展开的代理模型,降低三体动力系统中航天器任务设计的计算成本。Jones^[13]提出基于物理信息域分割的多元素多项式混沌方法,通过结合状态转移矩阵的敏感性分析来改进轨道不确定性传播的效率,

减少了计算成本。与蒙特卡罗方法相比,在相同的计算精度前提下,混沌多项式展开方法具有更高的计算效率;与无迹变换方法相比,混沌多项式展开方法可以提供更准确的高阶矩和概率密度分布。

目前大气层外上升段火箭制导方法已经较为成熟^[13-17],主要有迭代制导和动力显式制导,但是这些制导方法并不考虑规避空间碎片问题。近年来,已有部分学者开展了针对空间碎片规避的制导研究。一种制导策略是将碎片规避制导问题建模为一个最优控制问题^[18-22],通过在线求解该问题得到最优规避制导指令。这种制导策略能够实现最省燃料下的碎片规避目标,但是非线性最优控制问题的在线求解需要巨大的计算资源。为了提升计算效率,另一种制导策略是设计解析的碎片规避制导律。Wang 等^[23]通过以吸引势场来描述目标点,以斥力势场来描述碎片威胁区,建立人工势场,将航天器碎片规避问题建模为一个控制问题,并基于势函数的梯度设计了解析碎片规避制导律。Gonzalo 等^[24-25]基于航天器机动与碰撞概率之间的关系设计了使碰撞概率最小的机动策略。吴健发等^[26-27]将扰动流体动态系统算法与深度网络强化学习算法相结合,提出一种航天器反应式碎片规避动作规划方法,实现了对碎片群的快速规避决策。上述解析的碎片规避制导律具有较快的求解速度,但由于没有考虑燃料最优性,因此无法直接用于运载火箭的碎片规避任务中。Chen 等^[28]提出了一种火箭上升段碎片规避制导方法,推导了两阶段线性正切的最优规避制导律,完成了对单个具有确定性运动的空间碎片的规避。但是碎片的不确定性运动和多个碎片规避任务为制导律设计提出了新的问题:一方面,当碎片运动具有不确定性时,需要考虑不确定性导致的碎片威胁半径的时变特性;另一方面,当需要规避多个空间碎片时,需要考虑火箭的转弯能力,保证火箭姿态角变化的连续性。

在文献[27]所提出问题基础上,为了实现对多个具有不确定性运动的空间碎片的主动规避,提出了一种基于不确定性传播预测的最优规避制导方法。主要创新点有三个:第一,考虑空间碎

片运动的状态不确定性，建立了具有时变威胁半径的碎片规避约束模型；第二，基于混沌多项式展开方法，设计了碎片状态不确定性预测器，实时预测碎片运动状态的不确定性，得到了时变的碎片威胁半径；第三，结合状态不确定性预测器与两阶段线性正切制导律，设计了适应多个碎片的规避制导策略，最终实现了有限的转弯能力约束下的多个不确定性空间碎片的主动规避。

1 上升段碎片规避制导问题建模

运载火箭大气层外上升段碎片规避制导任务如图 1 所示，在火箭发射并飞出大气层后，可能出现未编目的空间碎片，对火箭的正常飞行造成威胁。因此，运载火箭需要实时探测和预测空间碎片的运动轨迹，并根据碎片飞行状态调整制导指令，在完成高精度入轨的同时，主动地规避空间碎片。

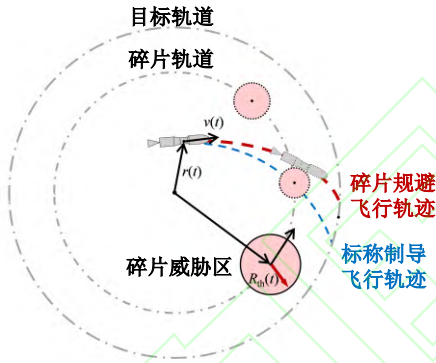


图 1 上升段碎片规避制导问题示意图

Fig. 1 Diagram of ascent debris avoidance guidance problem

基于图 1 所示的任务场景，运载火箭大气层外上升段碎片规避制导问题可建模为一个最优控制问题，如下所示

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad J = t_f \\ \text{s.t.} \quad \dot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{v}(t) \\ \dot{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + T\mathbf{u}(t)/m(t) \\ \dot{m}(t) = -T/V_{\text{ex}} \\ \mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0, \quad m(t_0) = m_0 \\ \boldsymbol{\psi}[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f)] = \mathbf{0}, \quad m(t_f) \geq m_f \\ \mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}(t) = 1 \\ \dot{\mathbf{r}}_b(t) = \mathbf{v}_b(t) \\ \dot{\mathbf{v}}_b(t) = \mathbf{g}_b(\mathbf{r}_b) \\ Y[\mathbf{r}(t), \mathbf{r}_b(t), R_{\text{th}}(t)] \leq 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

式中： t 为时间； $\mathbf{r}(t) = [x(t) \ y(t) \ z(t)]^T$ 为火箭位置向量； $\mathbf{v}(t) = [v_x(t) \ v_y(t) \ v_z(t)]^T$ 为火箭速度向量； $\mathbf{g}$ 为火箭受到的重力加速度向量； T 为常值的发动机推力大小； $\mathbf{u}(t)$ 为表示火箭推力方向的单位向量； $m(t)$ 为火箭质量， m_f 表示火箭干重，约束了火箭的终端质量； V_{ex} 为常值的发动机排气速度； $\boldsymbol{\psi}$ 为终端轨道要素约束，包含半长轴约束、偏心率约束、轨道倾角约束、升交点赤经约束和近地点幅角约束； $\mathbf{r}_b(t) = [x_b(t) \ y_b(t) \ z_b(t)]^T$ 为碎片位置向量； $\mathbf{v}_b(t) = [v_{x_b}(t) \ v_{y_b}(t) \ v_{z_b}(t)]^T$ 为碎片速度向量； Y 为碎片规避约束； $\mathbf{g}_b$ 为碎片受到的重力加速度向量。考虑到火箭上升段时间较短，高阶摄动项对碎片轨迹的影响较小，因此采用了圆球地球重力模型。

如式(1)所示，上升段碎片规避制导问题被建模为了一个最优控制问题，该问题在常规上升段最优制导问题中增加了一个碎片规避不等式约束，该约束可以建模为使火箭质心和碎片质心之间的距离不小于碎片威胁区半径，表示为

$$Y = -[\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_b(t)]^T [\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_b(t)] + R_{\text{th}}^2(t) \leq 0 \quad (2)$$

式中： $R_{\text{th}}(t)$ 表示时变的碎片威胁区半径。碎片威胁区半径主要取决于碎片大小以及对碎片位置和速度测量的不确定性，当对碎片位置和速度的测量越不准确时，碎片威胁区半径将会越大。

假设空间碎片的位置矢量 $\mathbf{r}_b(t)$ 和速度矢量 $\mathbf{v}_b(t)$ 可以通过空间碎片态势感知系统实时测量得到，并通过中继卫星将碎片当前位置信息和速度信息实时发送给运载火箭。以碎片当前状态为起点，碎片未来的飞行状态可以通过开普勒动力学进行预测。同时，由于空间碎片态势感知系统对于碎片状态的探测具有一定的探测误差，该探测误差会随着时间产生不确定性传播，最终影响火箭规避时的碎片威胁区半径 $R_{\text{th}}(t)$ 。

为了实现对空间碎片的主动规避，如图 2 所示，提出了一种基于不确定性传播预测的最优规避制导方法。首先，假设存在空间碎片态势感知系统能够对碎片的位置矢量和速度矢量进行周期性测量，并提供具有常值标准差的测量误差。然后，根据当前测量值和测量误差，设计了基于混沌多项式展开方法的状态不确定性传播预测器，以当前碎片当前状态为初值，对碎片未来一段时

间的误差不确定性传播进行预测，并以此得到时变的碎片威胁区半径。最后，根据碎片当前状态和碎片威胁区半径，提出了一种最优规避制导律，实现高精度入轨和主动碎片规避目标。

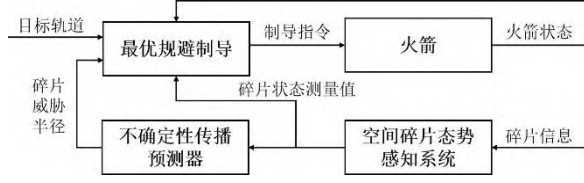


图2 上升段碎片规避制导方法框图

Fig. 2 Framework of ascent debris avoidance guidance method

2 碎片测量误差的不确定性传播预测

本节介绍基于混沌多项式展开的不确定性预测器，为碎片规避制导提供碎片威胁半径。

假设空间碎片态势感知系统输出的碎片当前位置和速度均存在不确定性，总计6个不确定变量，包括在惯性坐标系下的三轴位置和三轴速度，定义状态向量为

$$\mathbf{X} = [x_b \ y_b \ z_b \ v_{x_b} \ v_{y_b} \ v_{z_b}]^T \quad (3)$$

将碎片的运动方程写成紧凑形式为

$$\frac{d\mathbf{X}_i}{dt} = f_i(\mathbf{X}) = \begin{cases} \dot{x}_b(t) = v_{x_b}(t) \\ \dot{y}_b(t) = v_{y_b}(t) \\ \dot{z}_b(t) = v_{z_b}(t) \\ \dot{v}_{x_b}(t) = -\frac{\mu x_b(t)}{\|\mathbf{r}_b(t)\|^3}, i=1,2,\dots,6 \\ \dot{v}_{y_b}(t) = -\frac{\mu y_b(t)}{\|\mathbf{r}_b(t)\|^3} \\ \dot{v}_{z_b}(t) = -\frac{\mu z_b(t)}{\|\mathbf{r}_b(t)\|^3} \end{cases} \quad (4)$$

式中： $f_i(\mathbf{X})$ 为状态向量的第*i*个分量（即第*i*个状态变量）的导数。

空间碎片态势感知系统能够对碎片的位置矢量和速度矢量进行测量。本文不对空间碎片态势感知系统进行深入研究，仅假设测量误差服从正态分布，且方差为常值，即在初始时刻 t_0 状态量相互独立并且呈正态分布 $X_i(t_0) \sim N(\mu_i(t_0), \sigma_i^2)$ ，则可以将初始条件表示为

$$X_i(t_0) = \mu_i(t_0) + \sigma_i \xi_i, \quad i=1,2,\dots,6 \quad (5)$$

式中： ξ_i 为标准正态分布随机变量； $\mu_i(t_0)$ 为正态分布的均值， σ_i^2 为正态分布的方差。

利用混沌多项式展开，每个状态变量可近似为随机变量的混沌多项式，表示为

$$X_i(t) = \sum_{j=0}^P a_j^i(t) \Phi_j(\xi), \quad i=1,2,\dots,6 \quad (6)$$

式中： $a_j^i(t)$ 为第*j*项混沌多项式的展开系数； $\Phi_j(\xi)$ 为第*j*项混沌多项式的基函数；*P*为截断项数。选取截断项数 $P=0$ ，从而混沌多项式的基函数具有更简单的形式

$$\Phi_j(\xi) = \begin{cases} 1, & j=0 \\ \xi_j, & j=1,2,3,4,5,6 \end{cases} \quad (7)$$

初始时刻的系数为

$$a_j^i(t_0) = \begin{cases} \mu_i(t_0), & j=0 \\ \sigma_i(t_0), & j=i \\ 0, & j \neq i \text{ 且 } j \neq 0 \end{cases}, \quad i=1,2,\dots,6 \quad (8)$$

之后将代理模型代入状态模型中得到

$$\frac{\sum_{j=0}^6 da_j^i(t) \Phi_j(\xi)}{dt} = f_i \left[\sum_{j=0}^6 a_j^i(t) \Phi_j(\xi) \right] \quad (9)$$

上式两边同时依次向混沌多项式展开模型的各项正交多项式作 Galerkin 投影，得到

$$\frac{da_j^i(t)}{dt} = \frac{\left\langle f_i \left[\sum_{j=0}^6 a_j^i(t) \Phi_j(\xi) \right], \Phi_j(\xi) \right\rangle}{\langle \Phi_j(\xi), \Phi_j(\xi) \rangle} \quad (10)$$

将1维的随机微分方程转化成7维的确定性微分方程组，右端的分母能够利用数值积分技术离线计算。分子的计算是利用高斯积分，通过对初始状态中的随机向量 ξ 采样获得样本解轨迹，随后使用全因子数值积分法手段得到。

随后，根据混沌多项式展开代理模型式(6)，状态量的均值和方差可利用高斯积分方法计算得到为

$$E[X_i(t)] = \sum_{k=0}^N w_k \left[\sum_{j=0}^P a_j^i(t) \Phi_j(\xi_k) \right] \quad (11)$$

$$V[X_i(t)] = \sum_{k=0}^N w_k \left[\sum_{j=0}^P a_j^i(t) \Phi_j(\xi_k) - E[X_i(t)] \right]^2 \quad (12)$$

式中： $E[X_i(t)]$ 为状态量的均值； $V[X_i(t)]$ 为状

态量的方差； w_k 为高斯积分点 ξ_k 处的权重系数； N 为高斯积分点的个数。最后以三个位置坐标中最大的标准差的三倍作为碎片威胁半径

$$R_{th}(t) = 3\max\{\sigma_{x_b}(t), \sigma_{y_b}(t), \sigma_{z_b}(t)\} \quad (13)$$

式中： $\sigma_{x_b}(t) = \sqrt{V[X_1(t)]}$ ； $\sigma_{y_b}(t) = \sqrt{V[X_2(t)]}$ ； $\sigma_{z_b}(t) = \sqrt{V[X_3(t)]}$ 。

至此，完成了对碎片不确定性的预测，可为最优规避制导提供时变的碎片威胁区半径。

3 基于碎片威胁半径的最优规避制导方法

本节基于碎片当前状态和碎片威胁区半径，首先针对单碎片规避制导问题，推导得到了参数化的两阶段线性正切最优规避制导律；然后，将动力显式制导方法求解得到的制导参数作为标称制导参数，基于伴随系统理论，实现了两阶段线性正切制导参数的数值求解；最后，提出了一种多碎片规避制导策略，将两阶段线性正切制导律推广至任意多个碎片规避制导任务。

3.1 单碎片规避制导律

根据运载火箭最优规避制导问题的一阶必要条件^[27]可知，火箭轨迹和单个碎片威胁区只有一个相切的角点，即碎片规避约束变为了一个内点约束

$$Y[\mathbf{r}(t_1), \mathbf{r}_b(t_1), R_{th}(t_1)] = 0 \quad (14)$$

式中： t_1 为火箭轨迹和碎片威胁范围相切的时刻。

根据最优控制理论^[29]，在 t_1 时刻，火箭飞行状态还需满足另一个内点约束

$$Y^{(1)}[\mathbf{r}(t_1), \mathbf{r}_b(t_1), \mathbf{v}(t_1), \mathbf{v}_b(t_1)] = 0 \quad (15)$$

式中： $Y^{(1)}$ 为 Y 对于时间的一阶导数

$$Y^{(1)} = -2[\mathbf{r}(t_1) - \mathbf{r}_b(t_1)]^T [\mathbf{v}(t_1) - \mathbf{v}_b(t_1)] \quad (16)$$

表示火箭在经过碎片威胁区边界时，火箭与碎片的相对位置与相对速度垂直。

定义 t_0 为初始时刻，火箭发动机关机时刻 t_f 可表示为

$$t_f = t_0 + t_{go} \quad (17)$$

最优控制问题的哈密顿函数为

$$H(t) = \lambda_r^T(t) \mathbf{v}(t) + \lambda_v^T(t) [\mathbf{g}(\mathbf{r}) + T\mathbf{u}(t)] - \lambda_m(t) T/V_{ex} + \eta(t) [\mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) - 1] \quad (18)$$

式中： λ_r 为与位置向量对应的协态向量； λ_v 为与速度向量对应的协态向量； λ_m 为与质量对应的协态量； $\eta(t)$ 为与控制量约束对应的乘子。由最优控制理论可知，由于内点约束式(14)和(15)的存在，协态 $\lambda_r(t)$ 和 $\lambda_v(t)$ 将会在 t_1 时刻出现不连续的现象。

记 t_1^- 为 t_1 时刻之前的趋于 t_1 的极限值，记 t_1^+ 为 t_1

时刻之后的趋于 t_1 的极限值，则

$$\lambda_r(t_1^-) = \lambda_r(t_1^+) + \pi_0 \left(\frac{\partial Y}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{t=t_1} \right)^T + \pi_1 \left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{t=t_1} \right)^T \quad (19)$$

$$\lambda_v(t_1^-) = \lambda_v(t_1^+) + \pi_0 \left(\frac{\partial Y}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{t=t_1} \right)^T + \pi_1 \left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial \mathbf{v}} \Big|_{t=t_1} \right)^T \quad (20)$$

式中： π_0 和 π_1 分别为与式(14)和(15)对应的乘子。由于碎片规避约束变为了内点约束而不存在边界约束，因此 π_0 和 π_1 满足^[27]

$$\begin{cases} \pi_0 \geq 0 \\ \pi_1 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

因此得到

$$\lambda_r(t_1^-) = \lambda_r(t_1^+) + \pi_0 \left(\frac{\partial Y}{\partial \mathbf{r}} \Big|_{t=t_1} \right)^T \quad (22)$$

$$\lambda_v(t_1^-) = \lambda_v(t_1^+) \quad (23)$$

根据控制量的最优必要条件，最优推力方向需要满足

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \frac{T}{m(t)} \lambda_v^T(t) + 2\eta(t) \mathbf{u}^T(t) = 0, \quad \eta(t) > 0 \quad (24)$$

得到最优推力方向为

$$\mathbf{u}(t) = -\frac{T}{2\eta(t)m(t)} \lambda_v(t) \quad (25)$$

由于推力方向为单位向量，因此式(25)可表示为

$$\mathbf{u}(t) = -\frac{\lambda_v(t)}{\|\lambda_v(t)\|} \quad (26)$$

协态量需要满足

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_r(t) = -\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{r}}\right)^T \lambda_v(t), & t \in [t_0, t_1) \cup (t_1, t_f] \\ \dot{\lambda}_v(t) = -\lambda_r(t), & t \in [t_0, t_1) \cup (t_1, t_f] \end{cases} \quad (27)$$

假设重力加速度 $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ 近似为位置矢量的线性函数, 表示为 $\mathbf{g}(\mathbf{r}) \approx \omega^2 \mathbf{r}(t)$, 其中 $\omega^2 = -\mu / \|\mathbf{r}(t_0)\|^3$, μ 为地球重力加速度常量。该线性重力加速度模型保证了重力加速度的方向, 且重力加速度的大小随高度增加而增大。基于该假设, 协态量 $\lambda_v(t)$ 可近似表示为

$$\lambda_v(t) = \lambda_v(t_1) + \dot{\lambda}_v(t_1)(t - t_1) \quad (28)$$

因此可得到如下两阶段线性正切最优规避制导律为

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} -\frac{\lambda_v(t_1) + \dot{\lambda}_v^-(t - t_1)}{\|\lambda_v(t_1) + \dot{\lambda}_v^-(t - t_1)\|}, & t \in [t_0, t_1] \\ -\frac{\lambda_v(t_1) + \dot{\lambda}_v^+(t - t_1)}{\|\lambda_v(t_1) + \dot{\lambda}_v^+(t - t_1)\|}, & t \in (t_1, t_f] \end{cases} \quad (29)$$

定义

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{v1} \\ \mathbf{p}_{r1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_v(t_1) - \dot{\lambda}_v^- t_1 \\ \dot{\lambda}_v^- \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{v2} \\ \mathbf{p}_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_v(t_1) - \dot{\lambda}_v^+ t_1 \\ \dot{\lambda}_v^+ \end{bmatrix} \quad (31)$$

则两阶段线性正切最优规避制导律可进一步表示为

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} -\frac{\mathbf{p}_{v1} + \mathbf{p}_{r1}t}{\|\mathbf{p}_{v1} + \mathbf{p}_{r1}t\|}, & t \in [t_0, t_1] \\ -\frac{\mathbf{p}_{v2} + \mathbf{p}_{r2}t}{\|\mathbf{p}_{v2} + \mathbf{p}_{r2}t\|}, & t \in (t_1, t_f] \end{cases} \quad (32)$$

此外, 令式(29)中 $t = t_1$ 可以得到 $\mathbf{u}(t)$ 在 t_1 时刻处是连续, 即制导参数需要在 t_1 时刻满足

$$\mathbf{p}_{v1} + \mathbf{p}_{r1}t_1 - (\mathbf{p}_{v2} + \mathbf{p}_{r2}t_1) = \mathbf{0} \quad (33)$$

制导参数 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 的求解分为两步: 首先, 假设两阶段的制导参数相同, 求解不考虑碎片规避约束的最优控制问题, 得到标称制导参数 $\mathbf{p}_1^*$ 和 $\mathbf{p}_2^*$; 然后, 在标称制导参数附近对制导参数进行摄动, 使其满足碎片规避约束、终端约束以及制导指令连续性约束, 得到摄动制导参数 $\mathbf{dp}_1$ 和 $\mathbf{dp}_2$ 。

3.2 制导参数求解

首先, 假设 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$, 式(32)变为

$$\mathbf{u}(t) = -\frac{\mathbf{p}_v + \mathbf{p}_r t}{\|\mathbf{p}_v + \mathbf{p}_r t\|}, \quad t \in [t_0, t_f] \quad (34)$$

此时制导律退化为不考虑碎片规避约束的线性正切制导律, 利用现有的动力显式制导方法可求解得到终端时间 t_f 和制导参数 (记为 $\mathbf{p}_r^*$ 和 $\mathbf{p}_v^*$), 则标称制导参数可表示为

$$\mathbf{p}_1^* = \mathbf{p}_2^* = \mathbf{p}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_v^* \\ \mathbf{p}_r^* \end{bmatrix} \quad (35)$$

此时动力学方程可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}^*, t) \quad (36)$$

将上式积分计算火箭轨迹与碎片中心的距离最小值作为 t_1 的标称值, 记为 t_1^* 。

制导参数的修正使用参数摄动的方法, 定义两段轨迹的飞行时间为

$$a_1 = t_1 - t_0, \quad a_2 = t_f - t_1 \quad (37)$$

将动力学方程在标称轨迹附近近似为线性时变系统, 表示为

$$\delta \dot{\mathbf{x}}(\tau) = \begin{cases} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}} \delta \mathbf{x}(\tau) + \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{p}_1} \mathbf{dp}_1 + \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial a_1} da_1, & \tau \in [0, 1] \\ \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{x}} \delta \mathbf{x}(\tau) + \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{p}_2} \mathbf{dp}_2 + \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial a_1} da_1 + \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial a_2} da_2, & \tau \in (1, 2] \end{cases} \quad (38)$$

式中: $\delta \mathbf{x}(\tau) = \mathbf{x}(\tau) - \mathbf{x}^*(\tau)$; $\mathbf{dp}_1 = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_1^*$; $\mathbf{dp}_2 = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_2^*$; $da_1 = a_1 - a_1^*$; $da_2 = a_2 - a_2^*$ 。

定义火箭动力学系统的伴随系统如下

$$\dot{\mathbf{A}}_1(\tau) = -\left(\frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \mathbf{A}_1(\tau), \quad \tau \in [0, 1] \quad (39)$$

$$\dot{\mathbf{A}}_2(\tau) = -\left(\frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \mathbf{A}_2(\tau), \quad \tau \in (1, 2] \quad (40)$$

式中: $\mathbf{A}_1(\tau)$ 为 $\mathbf{x}(\tau)$ 相对于 $\mathbf{x}(1)$ 的灵敏度, $\mathbf{A}_2(\tau)$ 为 $\mathbf{x}(\tau)$ 相对于 $\mathbf{x}(2)$ 的灵敏度, 满足 $\mathbf{A}_2(2) = \mathbf{A}_1(1) = \mathbf{I}_{7 \times 7}$ 。当 $\tau \in [0, 1]$ 时, 对 $\mathbf{A}_1^T(\tau) \mathbf{x}(\tau)$ 先求导后积分可得

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}(1) &= \mathbf{A}_1^T(0) \delta \mathbf{x}(0) \\ &+ \int_0^1 \mathbf{A}_1^T(\tau) \left(\frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{p}_1} \mathbf{dp}_1 + \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial a_1} da_1 \right) d\tau \end{aligned} \quad (41)$$

$$\delta \mathbf{x}(2) = \mathbf{A}_2^T(1) \delta \mathbf{x}(1) + \int_1^2 \mathbf{A}_2^T(\tau) \left(\frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{p}_2} d\mathbf{p}_2 + \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial a_1} da_1 + \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial a_2} da_2 \right) d\tau \quad (42)$$

由于标称制导参数是根据当前状态量算出的 $\delta \mathbf{x}(0) = 0$ ，则

$$\delta \mathbf{x}(1) = \mathbf{D}_1 d\mathbf{p}_1 + \mathbf{E}_1 da_1 \quad (43)$$

$$\delta \mathbf{x}(2) = \mathbf{A}_2^T(1) \mathbf{D}_1 d\mathbf{p}_1 + \mathbf{D}_2 d\mathbf{p}_2 + [\mathbf{A}_2^T(1) \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2] da_1 + \mathbf{F}_2 da_2 \quad (44)$$

式中： $\mathbf{D}_1$ 、 $\mathbf{E}_1$ 分别为 $\mathbf{p}_1$ 、 a_1 关于避障时状态量 $\mathbf{x}(1)$ 的灵敏度矩阵， $\mathbf{D}_2$ 、 $\mathbf{E}_2$ 、 $\mathbf{F}_2$ 分别为 $\mathbf{p}_2$ 、 a_1 、 a_2 关于终端状态量 $\mathbf{x}(2)$ 的灵敏度矩阵。

将入轨约束在标称终端状态量处展开至一阶得到

$$\begin{aligned} \delta \Psi &= \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{x}} \delta \mathbf{x}(2) \\ &= \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}_2^T(1) \mathbf{D}_1 d\mathbf{p}_1 + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{D}_2 d\mathbf{p}_2 \\ &\quad + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{A}_2^T(1) \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2] da_1 + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{F}_2 da_2 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (45)$$

记 $\mathbf{x}_b(t) = [\mathbf{r}_b^T(t) \quad \mathbf{v}_b^T(t)]^T$ ，则由碎片动力学方得到

$$\dot{\mathbf{x}}_b(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_b) \quad (46)$$

将避障约束在标称制导参数处一阶展开

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}[\mathbf{x}^*(1), \mathbf{x}_b(t_1^*)] + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{x}} \delta \mathbf{x}(1) + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{x}_b} \delta \mathbf{x}_b(t_1) \quad (47)$$

$$\mathbf{Y}^{(1)} = \mathbf{Y}^{(1)}[\mathbf{x}^*(1), \mathbf{x}_b(t_1^*)] + \frac{\partial \mathbf{Y}^{(1)}}{\partial \mathbf{x}} \delta \mathbf{x}(1) + \frac{\partial \mathbf{Y}^{(1)}}{\partial \mathbf{x}_b} \delta \mathbf{x}_b(t_1) \quad (48)$$

式中： $\delta \mathbf{x}_b(t_1) = \mathbf{x}_b(t_1) - \mathbf{x}_b(t_1^*)$ ， $\mathbf{x}_b(t_1^*) = \mathbf{x}_b(a_1^* + t_n)$ 。将碎片动力学系统在标称碰撞时刻 t_1^* 处展开

$$\delta \mathbf{x}_b(t_1) = \mathbf{h}[\mathbf{x}_b(t_1^*)] dt_1 = \mathbf{h}[\mathbf{x}_b(t_1^*)] da_1 \quad (49)$$

得到

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{Y}[\mathbf{x}^*(1), \mathbf{x}_b(t_1^*)] + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{D}_1 d\mathbf{p}_1 \\ &\quad + \left\{ \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{E}_1 + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{x}_b} \mathbf{h}[\mathbf{x}_b(t_1^*)] \right\} da_1 = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^{(1)} &= \mathbf{Y}^{(1)}[\mathbf{x}^*(1), \mathbf{x}_b(t_1^*)] + \frac{\partial \mathbf{Y}^{(1)}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{D}_1 d\mathbf{p}_1 \\ &\quad + \left\{ \frac{\partial \mathbf{Y}^{(1)}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{E}_1 + \frac{\partial \mathbf{Y}^{(1)}}{\partial \mathbf{x}_b} \mathbf{h}[\mathbf{x}_b(t_1^*)] \right\} da_1 = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

将控制量连续性约束在标称制导参数处一阶展开求偏差量得到

$$d\mathbf{p}_{v1} - d\mathbf{p}_{v1} + \mathbf{a}_1^* (d\mathbf{p}_{r1} - d\mathbf{p}_{r1}) + (\mathbf{p}_{r1}^* - \mathbf{p}_{r2}^*) da_1 = \mathbf{0} \quad (52)$$

记 $\mathbf{M} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{a}_1^* \mathbf{I}_{3 \times 3}]$ ，则上式可写成紧凑形式

$$\mathbf{Z}(d\mathbf{p}_1, d\mathbf{p}_2) = \mathbf{M} d\mathbf{p}_1 - \mathbf{M} d\mathbf{p}_2 = \mathbf{0} \quad (53)$$

通过解决一个最小修正二次规划问题来求解修正量 $d\mathbf{p}_1$ 、 $d\mathbf{p}_2$ 、 da_1 和 da_2 ，设计性能指标为

$$J_m = d\mathbf{p}_1^T \mathbf{R}_{p1} d\mathbf{p}_1 + d\mathbf{p}_2^T \mathbf{R}_{p2} d\mathbf{p}_2 + R_{a1} da_1^2 + R_{a2} da_2^2 \quad (54)$$

式中： $\mathbf{R}_{p1}$ 、 $\mathbf{R}_{p2}$ 、 R_{a1} 和 R_{a2} 是惩罚系数，其目的是让 $d\mathbf{p}_1$ 、 $d\mathbf{p}_2$ 、 da_1 和 da_2 趋于零，从而保证了制导参数灵敏度系统的一阶展开的准确性。

制导参数修正问题变为一个二次规划问题

$$\begin{cases} \min & \mathbf{X}^{(i)T} \mathbf{R}_w \mathbf{X}^{(i)} \\ \text{s.t.} & \mathbf{A}^{(i)} \mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{b}^{(i)} \end{cases} \quad (55)$$

式中： $\mathbf{X}^{(i)} = [d\mathbf{p}_1^{(i)T} \quad d\mathbf{p}_2^{(i)T} \quad da_1^{(i)} \quad da_2^{(i)} \quad \sigma_1 \quad \sigma_2]^T$ ； $\mathbf{R}_w$ 为惩罚矩阵； σ_0 和 σ_1 为松弛因子，作用是为了保证每次迭代的可行性。

求解上式可得到

$$\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{R}_w^{-1} \mathbf{A}^{(i)T} [\mathbf{A}^{(i)} \mathbf{R}_w^{-1} \mathbf{A}^{(i)T}]^{-1} \mathbf{b}^{(i)} \quad (56)$$

通过式(56)迭代求解 $\mathbf{X}^{(i)}$ ，在迭代收敛后，可得到修正制导参数 $d\mathbf{p}_1$ 和 $d\mathbf{p}_2$ ，将其与标称制导参数相加，即可得到两阶段线性正切的碎片规避制导参数 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ 。

将式(13)所示的时变碎片威胁半径代入上述求解过程，不断求解得到制导参数 $\mathbf{p}_1$ 和 $\mathbf{p}_2$ ，则两阶段线性正切制导律式(32)能够实现对单个具有不确定性运动的空间碎片的主动规避。具体流程如图 3 所示。

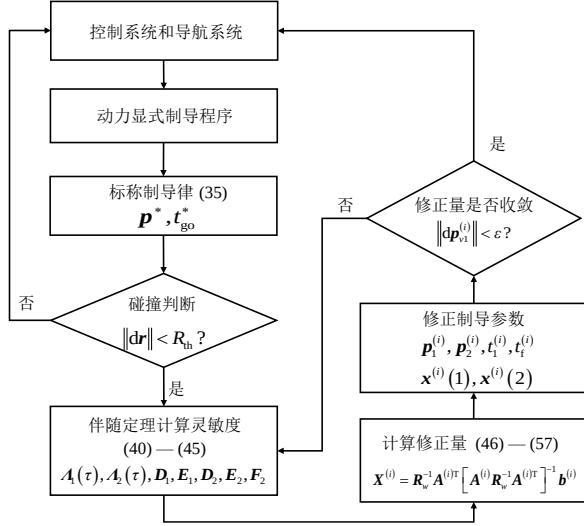


图 3 碎片规避制导算法流程图

Fig. 3 Flowchart of debris avoidance guidance algorithm

3.3 多碎片规避制导策略

当需要规避多个空间碎片时，考虑采用逐个碎片规避的制导策略，从而将单个碎片规避的两阶段线性正切制导律扩展至多个碎片规避制导任务。但这种策略会导致火箭在从规避当前碎片转到规避下一个碎片时，制导指令出现突变现象。因此，对于多个空间碎片的规避任务，需要在火箭的转弯能力范围内保证火箭姿态角变化的连续性。为此，提出了一种多碎片规避制导策略，如图4所示：首先，火箭对预计先碰撞的碎片进行规避，然后判断后续动力显式制导标称轨迹上是否有新的碎片预计碰撞，若有，则重复上一步骤，若无，则按照当前动力显式制导律飞行，中间各个最优轨迹用转向模块过渡，从而保证火箭运动的连续性。

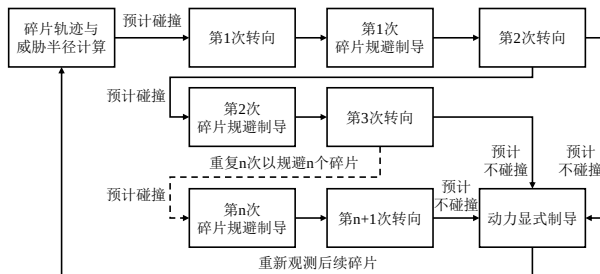


图 4 考虑多个碎片规避的制导策略

Fig. 4 Guidance strategy considering multiple debris avoidance

由于火箭制导律计算是在线更新，所以此时

转向制导律设计只考虑当前时刻之后的，记当前时刻 $t_0 = 0$ ，此时原本计算出的制导律为

$$u(t) = -\frac{\mathbf{p}_{r,real} + \mathbf{p}_{v,real}t}{\|\mathbf{p}_{r,real} + \mathbf{p}_{v,real}t\|}, \quad t \in [0, t_{go}] \quad (57)$$

式中： $\mathbf{p}_{r,real}$ 和 $\mathbf{p}_{v,real}$ 为此时实际的制导参数。在新的制导周期，通过碎片规避程序计算出新的制导参数，记为 $\mathbf{p}_{r,need}$ 和 $\mathbf{p}_{v,need}$ 。推力方向在当前时刻的连续性主要取决于 $\mathbf{p}_{v,need}$ 和 $\mathbf{p}_{v,real}$ 的差值是否过大。设一个转向参数最大值为 p_{max} ，将 $\mathbf{p}_{v,need}$ 和 $\mathbf{p}_{v,real}$ 做差后得到

$$d\mathbf{p} = \mathbf{p}_{v,need} - \mathbf{p}_{v,real} \quad (58)$$

记

$$\mathbf{p}_{r,turn} = p_{max} d\mathbf{p} / \|d\mathbf{p}\| \quad (59)$$

$$t_{turn} = \|d\mathbf{p}\| / p_{max} \quad (60)$$

若 $d\mathbf{p}$ 的模长小于一个小量，则按照需要的制导参数 $\mathbf{p}_{r,need}$ 和 $\mathbf{p}_{v,need}$ 飞行，否则在 $t \in [t_0, t_{turn}]$ 内按照转向制导参数飞行，制导律为

$$u(t) = -\frac{\mathbf{p}_{r,real} + \mathbf{p}_{r,turn}t}{\|\mathbf{p}_{r,real} + \mathbf{p}_{r,turn}t\|} \quad (61)$$

此算法即为让火箭制导参数 λ_F 沿着期望值和实际值的偏差量方向，以最大速率转向。同时为了保证火箭制导律能够实时更新，在实际运用转向模块时可以设定一个最大时间，当 $t_{turn} > t_{max}$ 时就以 t_{max} 为周期，重新计算转向模块。

针对本文所设计的制导律，需要指出的是，相比于文献[25]提出的两阶段线性正切制导律，本文提出的制导律增加了两方面的新功能：第一，设计了碎片状态不确定性预测器，通过实时更新碎片威胁半径，提升规避制导律对具有不确定性运动的空间碎片的适应能力；第二，设计了多碎片规避制导策略，在火箭有限的转弯能力下实现了对多个空间碎片的连续规避。

4 仿真验证

为验证提出的碎片规避制导方法的有效性，本节开展数值仿真实验。火箭推力大小为 20 kN，发动机排气速度为 3165.61 m/s，火箭初始位置为 $[-3263.69, 4177.47, 4088.03]^T$ km，火箭初始速度为

$[-2703.97, 2461.54, -73.00]^T$ m/s, 火箭初始质量为 6601.84 kg; 目标轨道高度为 1200 km, 偏心率为 0, 轨道倾角为 86.4 度, 升交点赤经为 312.96 度。

假设空间中存在两个碎片: 第一个空间碎片的初始位置为 $[-3222.79, 5718.68, 2886.79]^T$ km, 初始速度为 $[-3061.03, -4358.62, 5217.05]^T$ m/s; 第二个空间碎片的初始位置为 $[-2533.39, 4019.07, 5635.67]^T$ km, 初始速度为 $[-4898.08, 3179.66, -4469.39]^T$ m/s。空间碎片态势感知系统对于碎片的位置观测标准差为 2.1 km, 速度观测标准差为 27 m/s。

下面开展了两组仿真实验, 第一组仿真实验为对碎片不确定性传播预测精度的仿真验证, 第二组仿真实验为对碎片规避制导律的仿真验证。

4.1 碎片不确定性传播预测仿真验证

对不确定性预测器开展仿真验证。假设在初始时刻, 以初始测量误差为起点, 将基于混沌多项式展开不确定性预测器对误差传播的预测值与使用 50000 次蒙特卡罗仿真得到的误差传播值进行对比, 位置标准差传播的预测结果如图 5 所示, 速度标准差传播的预测结果如图 6 所示。

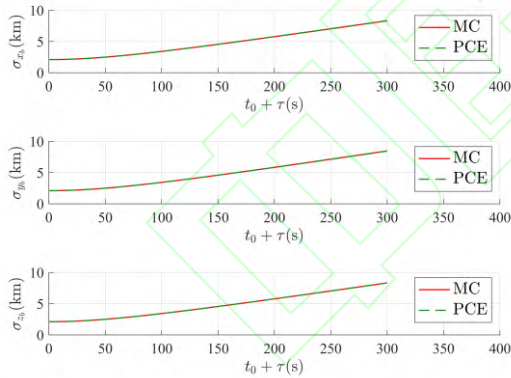


图 5 位置标准差传播的预测结果

Fig. 5 Prediction result for the standard deviation propagation of position

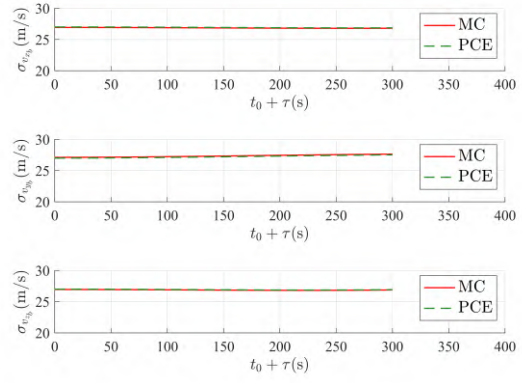


图 6 速度标准差传播的预测结果

Fig. 6 Prediction result for the standard deviation propagation of velocity

其中 $t_0 + \tau$ 表示预测未来时间, 从仿真结果可以看出, 对误差传播的预测结果与蒙特卡罗仿真结果几乎重合, 表明基于混沌多项式展开的不确定性预测器能够以较小的计算量实现与蒙特卡罗仿真一致的预测精度。与基于动力学方程离散化得到状态转移方程, 再通过协方差传播公式计算不确定性传播的线性协方差方法^[30]相比, 本文提出的不确定性预测器预测精度更高: 其标准差预测误差最大仅为 0.42%, 而线性协方差方法则达到 6.97%, 表明在该工况下所提方法具有优势。上述仿真结果表明, 不确定性传播预测器能够实现对碎片状态测量误差传播的准确预测。

不确定性传播预测器每 20 s 计算一次, 在飞行过程中, 对于 1 号碎片和 2 号碎片的威胁半径预测结果分别如图 7 和图 8 所示, 在碰撞时刻的威胁半径分别为 6.43 km 和 9.39 km。

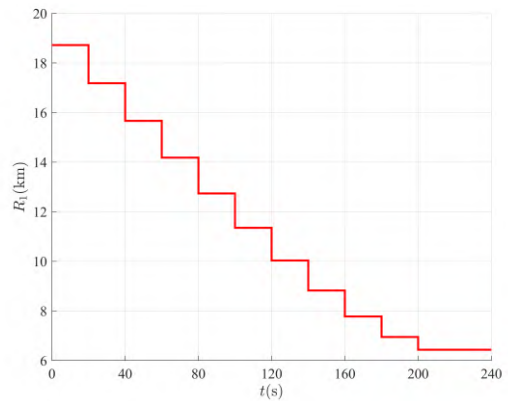


图 7 1 号碎片威胁半径

Fig. 7 Threat radius of debris 1

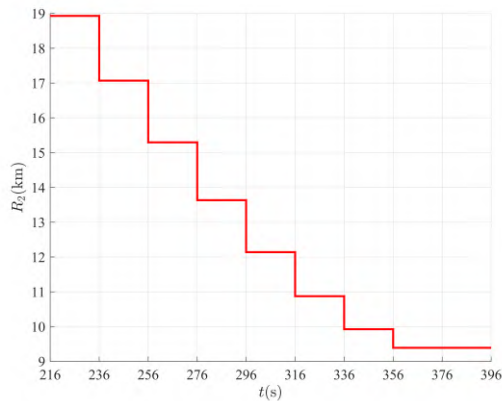


图 8 2 号碎片威胁半径

Fig. 8 Threat radius of debris 2

4.2 碎片规避制导律仿真验证

为了验证最优碎片规避制导律的制导性能，以两个空间碎片规避任务为例，验证对多个碎片威胁区的规避效果。

图 9 给出了火箭飞行轨迹和两个碎片运动轨迹，图 10 给出了火箭三轴推力方向。图 11 给出了火箭制导参数变化曲线。图 12 给出了火箭与第一个碎片相对距离变化曲线。图 13 给出了火箭与第二个碎片相对距离变化曲线。

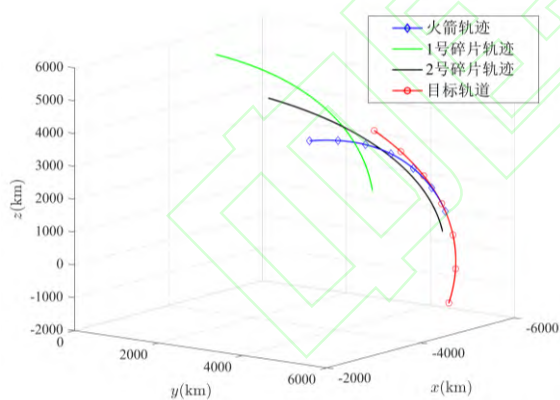


图 9 火箭与两个碎片的飞行轨迹

Fig. 9 Flight trajectories of the rocket and two debris

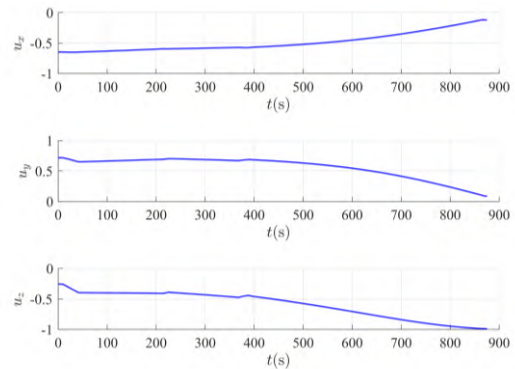


图 10 三轴推力方向

Fig. 10 Three-axis thrust direction

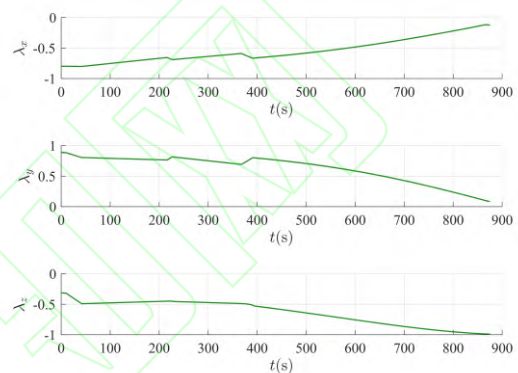


图 11 制导参数

Fig. 11 Guidance parameters

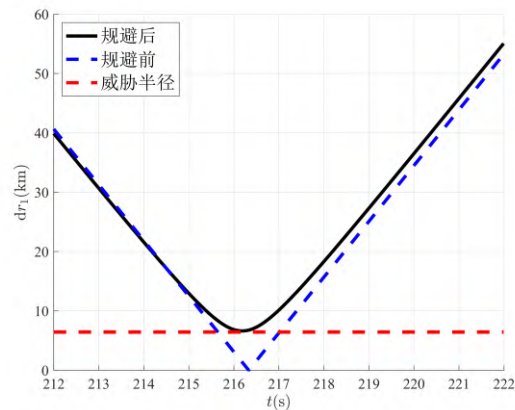


图 12 火箭与 1 号碎片的相对距离

Fig. 12 Relative distance between the rocket and the first debris

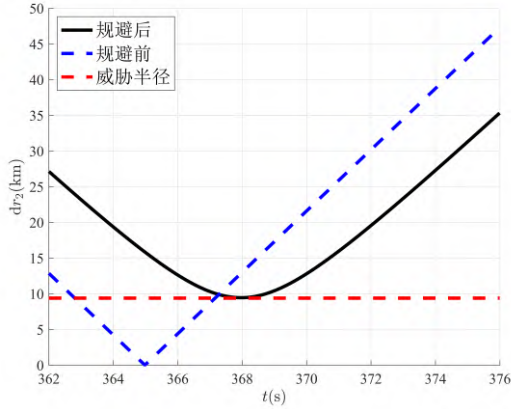


图 13 火箭与 2 号碎片的相对距离

Fig. 13 Relative distance between the rocket and the second debris

从仿真结果可以看出，在使用常规动力显式制导律的情况下，火箭 216.33 s 与碎片 1 相撞，最小距离为 0.3 m；火箭 364.98 s 与碎片 2 相撞，最小距离为 0.1 m。规避后，火箭与碎片之间的相对距离始终大于碎片威胁区半径，最小距离分别为 6.62 km 以及 9.45 km，各自大于对应的威胁半径 6.43 km 和 9.39 km。若只规避一次而不规避第二次，则与第二个碎片的最小距离为 8.15 km，小于 9.39 km，有碰撞的风险。图 11 体现出制导律为多段线性正切的形式。

火箭终端轨道高度偏差为 -0.29 km ，终端偏心率偏差为 4.05×10^{-5} ，终端轨道倾角偏差为 -2.70×10^{-5} 度，终端升交点赤经偏差为 2.71×10^{-5} 度，总飞行时间为 875.07 s，消耗的燃料质量为 5528.60 kg，较未规避情况下的 873.62 s 和 5519.44 kg 分别增加 1.45 s 和 9.16 kg。上述仿真结果表明，提出的多碎片规避制导策略能够在保证精确入轨的同时实现对多个碎片的主动规避。

4.3 碎片规避制导律的适应性分析

为了进一步分析碎片规避制导律的适应能力，设置空间碎片态势感知系统对第一个碎片位置的初始观测标准差为 1 km、2 km、3 km、4 km，在四种工况下对于碎片 1 的规避结果如图 14 所示，规避时的威胁半径以及最小相对距离如表 1 所示，入轨结果如表 2 所示，其中 σ_0 表示初始观测标准差， Δe 、 Δi 、 $\Delta \Omega$ 、 Δh 分别表示火箭入轨时轨道偏心

率、轨道倾角、升交点赤经、轨道高度与目标的差值。从仿真结果可以看出，随着初始标准差的增大，规避时的碎片威胁半径逐渐增大，火箭与碎片 1 的最小相对距离均大于规避时的威胁半径，表明在不同初始标准差下火箭均能实现对碎片 1 的主动规避。同时表 2 表明入轨精度都达到工程要求，这是因为规避碎片后转入正常 PEG，威胁半径对制导精度没有延续性影响。

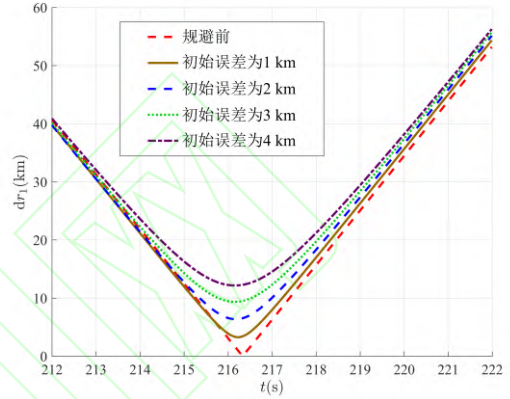


图 14 不同初始标准差下火箭与 1 号碎片的相对距离

Fig. 14 Relative distance between the rocket and the first debris under different initial standard deviations

表 1 不同初始标准差下碎片 1 的规避结果

Tab. 1 Avoidance results for Debris 1 under different initial standard deviations

初始标准差/km	规避时威胁半径/km	最小相对距离/km
1	3.26	3.28
2	6.13	6.37
3	9.09	9.36
4	12.07	12.18

表 2 不同初始标准差下碎片 1 的入轨结果

Tab. 2 Orbital insertion results for Debris 1 under different initial standard deviations

σ_0/km	Δe	$\Delta i/^\circ$	$\Delta \Omega/^\circ$	$\Delta h/\text{km}$
1	2.66×10^{-5}	-2.23×10^{-5}	2.67×10^{-5}	-0.19
2	1.55×10^{-5}	-1.44×10^{-5}	1.16×10^{-5}	-0.11
3	1.13×10^{-5}	1.19×10^{-5}	1.82×10^{-5}	-0.03
4	0.48×10^{-5}	0.70×10^{-5}	7.46×10^{-5}	-0.02

选择空间碎片态势感知系统对第一个碎片位置的初始观测标准差为 2 km，设置对第二个碎片位置的初始观测标准差为 1 km、2 km、3 km、4

km, 在四种工况下对于碎片 2 的规避结果如图 15 所示, 规避时的威胁半径以及最小相对距离如表 3 所示, 入轨结果如表 4 所示。从仿真结果可以看出, 入轨精度都达到工程要求, 随着初始标准差的增大, 规避时的碎片威胁半径逐渐增大; 当对第二个碎片位置的初始观测标准差为 1 km 和 2 km 时, 火箭不需要主动规避碎片 2, 火箭与碎片 2 的最小相对距离为 7.94 km, 入轨结果也和单独对第一个碎片进行规避时一样, 符合预期情况; 当初始观测标准差为 3 km 和 4 km, 火箭能够主动规避碎片 2, 它们之间的最小相对距离均大于规避时的威胁半径, 表明在不同初始标准差下火箭均能实现对碎片 2 的主动规避。

上述仿真结果表明, 提出的碎片规避制导律在不同的空间碎片态势感知系统观测标准差下均能实现对多个空间碎片的主动规避, 具有较强的适应能力。

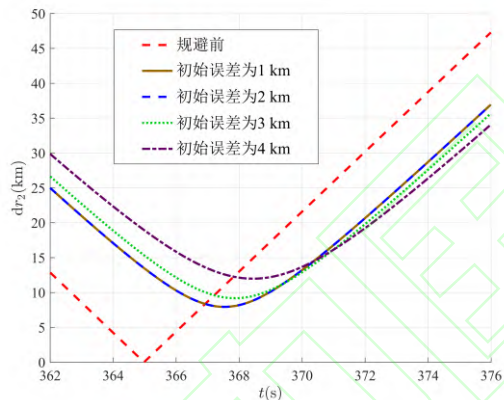


图 15 不同初始标准差下火箭与 2 号碎片的相对距离
Fig. 15 Relative distance between the rocket and the second debris under different initial standard deviations

表 3 不同初始标准差下碎片 2 的规避结果
Tab. 3 Avoidance results for Debris 2 under different initial standard deviations

初始标准差/km	规避时威胁半径/km	最小相对距离/km
1	3.27	7.94
2	6.15	7.94
3	9.12	9.18
4	12.08	12.11

表 4 不同初始标准差下碎片 2 的入轨结果
Tab. 4 Orbital insertion results for Debris 2 under different initial standard deviations

σ_0 /km	Δe	$\Delta i / ^\circ$	$\Delta \Omega / ^\circ$	Δh /km
1	1.55×10^{-5}	-1.44×10^{-5}	1.16×10^{-5}	-0.11
2	1.55×10^{-5}	-1.44×10^{-5}	1.16×10^{-5}	-0.11
3	4.49×10^{-5}	-3.83×10^{-5}	2.04×10^{-5}	-0.34
4	4.62×10^{-5}	-5.10×10^{-5}	1.26×10^{-5}	-0.35

5 结论

提出了一种上升段碎片规避制导方法。设计了碎片不确定性传播预测器, 利用空间碎片态势感知系统的探测信息, 实现了对碎片状态测量误差的预测。推导了碎片规避的最优制导律形式, 得到了单碎片规避的两阶段线性正切制导律并设计了多碎片规避制导策略。仿真结果表明, 不确定性传播预测器能够实现对碎片状态不确定性的准确预测, 碎片规避制导律能够实现对多个碎片的主动规避, 并完成高精度入轨任务。所提出的制导方法具有较好的工程应用潜力, 能够有效提升运载火箭的生存能力和任务时效性。

参考文献 (References)

[1] JUNKINS J L, AKELLA M R, ALFRIEND K T. Non-Gaussian error propagation in orbital mechanics[J]. Advances in the Astronautical Sciences, 1996, 92: 283-298.

[2] KUI L, BIN J, CHEN G S, et al. A real-time orbit SATellites Uncertainty propagation and visualization system using graphics computing unit and multi-threading processing[C]//Proceedings of the IEEE/AIAA 34th Digital Avionics Systems Conference (DASC), 2015: 8A2-1-8A2-10.

[3] GELB A, WARREN R. Direct statistical analysis of nonlinear systems - CADET[C]//Proceedings of the Guidance and Control Conference, 1972.

[4] PARK R S, SCHEERES D J. Nonlinear mapping of Gaussian statistics: theory and applications to spacecraft trajectory design[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1367-1375.

[5] 于彦君, 岳程斐, 李化义, 等. 半解析卫星轨道不确定性快速估计方法[J]. 宇航学报, 2024, 45(3):

- 399-408.
- YU Y J, YUE C F, LI H Y, et al. Semi-analytical method for rapid estimation of orbital uncertainty[J]. *Journal of Astronautics*, 2024, 45(3): 399-408. (in Chinese)
- [6] JIANG H Y, ZHANG M J, WANG H B, et al. Orbital error propagation considering atmospheric density uncertainty[J]. *Advances in Space Research*, 2023, 71(6): 2566-2574.
- [7] WIENER N. The homogeneous chaos[J]. *American Journal of Mathematics*, 1938, 60(4): 897-936.
- [8] LIOTTA M, MERISIO G, GIORDANO C, et al. Synthesis of ballistic capture corridors at Mars via polynomial chaos expansion[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2024, 47(6): 1213-1221.
- [9] DOOSTAN A, VALIDI A, IACCARINO G. Non-intrusive low-rank separated approximation of high-dimensional stochastic models[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2013, 263: 42-55.
- [10] JONES B A, DOOSTAN A, BORN G H. Nonlinear propagation of orbit uncertainty using non-intrusive polynomial chaos[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, 36(2): 430-444.
- [11] 欧阳琦, 陈明, 李翠兰, 等. PCE 方法在空间实验室轨道预报误差分析中的应用[J]. *宇航学报*, 2019, 40(11): 1286-1295.
- OUYANG Q, CHEN M, LI C L, et al. Application of PCE method in orbit prediction error analysis of space laboratory[J]. *Journal of Astronautics*, 2019, 40(11): 1286-1295. (in Chinese)
- [12] FELDHACKER J D, JONES B A, DOOSTAN A, et al. Reduced cost mission design using surrogate models[J]. *Advances in Space Research*, 2016, 57(2): 588-603.
- [13] JONES B A. Physics-informed domain splitting for orbit uncertainty propagation[C]//*Proceedings of the AIAA SCITECH 2024 Forum*, 2024.
- [14] 陈新民, 余梦伦. 迭代制导在运载火箭上的应用研究[J]. *宇航学报*, 2003, 24(5): 484-489, 501.
- CHEN X M, YU M L. Study of iterative guidance application to launch vehicles[J]. *Journal of Astronautics*, 2003, 24(5): 484-489, 501. (in Chinese)
- [15] 吕新广, 宋征宇. 载人运载火箭迭代制导方法应用研究[J]. *载人航天*, 2009, 15(1): 9-14.
- LU X G, SONG Z Y. Study of the iterative guidance engineering application to manned launch vehicle[J]. *Manned Spaceflight*, 2009, 15(1): 9-14. (in Chinese)
- [16] 韩祝斋. 用于大型运载火箭的迭代制导方法[J]. *宇航学报*, 1983, 4(1): 9-21.
- HAN Z Z. An iterative guidance method for the large launch vehicle[J]. *Journal of Astronautics*, 1983, 4(1): 9-21. (in Chinese)
- [17] VON DER PORTEN P, AHMAD N, HAWKINS M, et al. Powered explicit guidance modifications and enhancements for space launch system block-1 and block-1B vehicles[C]//*Proceedings of the AAS GNC (Guidance, Navigation, and Control) Conference*, 2018.
- [18] RICHARDS A, SCHOUWENAARS T, HOW J P, et al. Spacecraft trajectory planning with avoidance constraints using mixed-integer linear programming[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2002, 25(4): 755-764.
- [19] HU Q L, XIE J J, LIU X F. Trajectory optimization for accompanying satellite obstacle avoidance[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 82/83: 220-233.
- [20] MARTINSON N. Obstacle avoidance guidance and control algorithm for spacecraft maneuvers[C]//*Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2009.
- [21] EPENROY R. Fuel optimization for continuous-thrust orbital rendezvous with collision avoidance constraint[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(2): 493-503.
- [22] WEISS A, PETERSEN C, BALDWIN M, et al. Safe positively invariant sets for spacecraft obstacle avoidance[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 38(4): 720-732.
- [23] WANG C G, CHEN D H, LIAO W H, et al.

-
- Autonomous obstacle avoidance strategies in the mission of large space debris removal using potential function[J]. *Advances in Space Research*, 2023, 72(7): 2860-2873.
- [24] GONZALO J L, COLOMBO C, DI LIZIA P. Analytical framework for space debris collision avoidance maneuver design[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2020, 44(3): 469-487. [LinkOut]
- [25] GIUDICI L, GONZALO J L, COLOMBO C. Density-based in-orbit collision risk model valid for any impact geometry[J]. *Acta Astronautica*, 2024, 219: 785-803.
- [26] 吴健发, 魏春岭, 张海博. 航天器反应式碎片规避动作规划方法[J]. *宇航学报*, 2023, 44(2): 221-232.
- WU J F, WEI C L, ZHANG H B. Spacecraft reactive collision-avoidance action planning method for space debris[J]. *Journal of Astronautics*, 2023, 44(2): 221-232. (in Chinese)
- [27] 高婉莹, 吴健发, 魏春岭. 不完全信息下的航天器事件触发威胁规避控制[J]. *空间控制技术与应用*, 2025, 51(3): 46-59.
- GAO W Y, WU J F, WEI C L. Event-triggered impulsive evasion control for spacecraft under incomplete information[J]. *Aerospace Control and Application*, 2025, 51(3): 46-59. (in Chinese)
- [28] CHEN X L, ZHANG R, GUO K, et al. Ascent debris avoidance guidance[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2024, 47(3): 555-563.
- [29] BRYSON A E, Jr, HO Y C. *Applied optimal control: optimization, estimation, and control*[M]. London: Routledge, 1975.
- [30] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. *Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(1): 35-45.