



国防科技大学学报

*Journal of National University of Defense Technology*

ISSN 1001-2486, CN 43-1067/T

## 《国防科技大学学报》网络首发论文

题目： 优化分配风险预算的巡飞弹拦截规避方法  
作者： 赵美姣，郑伟，王奕迪  
收稿日期： 2025-12-24  
网络首发日期： 2026-04-29  
引用格式： 赵美姣，郑伟，王奕迪. 优化分配风险预算的巡飞弹拦截规避方法[J/OL]. 国防科技大学学报. <https://link.cnki.net/urlid/43.1067.t.20260429.1523.002>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

doi: 10.11887/j.issn.1001-2486.25120054

# 优化分配风险预算的巡飞弹拦截规避方法

赵美姣, 郑伟\*, 王奕迪

(国防科技大学 空天科学学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 巡飞弹 (loitering munition, LM) 集群执行对抗任务时, 面临非合作目标 (non-cooperative target, NCT) 拦截策略未知、量测噪声、系统强耦合与非凸性等挑战。为此, 本文提出一种基于风险预算优化分配的集群拦截规避算法。该算法采用交替方向乘法 (alternating direction method of multipliers, ADMM), 将原耦合非凸问题分解为凸控制优化子问题与具有解析解的风险预算分配子问题进行分布式迭代求解, 并通过风险预算方程实现估计不确定性、拦截态势与风险预算的动态关联, 可有效应对机动能力异构的 NCT。仿真结果表明, 所提算法在三种典型 NCT 拦截策略下, 均能保证 LM 集群具备可靠的安全规避性能。

**关键词:** 巡飞弹; 风险预算分配; 拦截规避; 分布式控制; 融合估计

**中图分类号:** V249.122+3 **文献标志码:** A

## Optimized risk budget allocation for loitering munition interception evasion

ZHAO Meijiao, ZHENG Wei\*, WANG Yidi

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** When LMs (loitering munitions) perform adversarial tasks, they face challenges such as unknown interception strategies of NCTs (non-cooperative targets), measurement noise, strong system coupling, and non-convexity. To address these challenges, an interception evasion algorithm for LMs based on optimized risk budget allocation was proposed. The algorithm adopted the ADMM (alternating direction method of multipliers) to decompose the original coupled non-convex problem into a convex control optimization subproblem and a risk budget allocation subproblem with an analytical solution, and solved the two subproblems alternately via iteration. In particular, the risk budget equation establishes dynamic associations among estimation uncertainty, interception situation, and risk budget, and enables the algorithm to effectively deal with NCTs with heterogeneous maneuvering capabilities. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm ensures that the LM cluster achieves reliable and safe evasion performance under three typical NCT interception strategies.

**Keywords:** loitering munition; risk budget allocation; interception evasion; distributed control; fusion estimation

**收稿日期:** 2025-12-24

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (62373366); 湖南省自然科学基金杰出青年基金资助项目 (2024JJ2064)

**第一作者:** 赵美姣 (1995—), 女, 辽宁葫芦岛人, 博士研究生, E-mail: zmj2053547698@163.com

**\*通信作者:** 郑伟 (1972—), 男, 内蒙古凉城人, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: zhengwei@nudt.edu.cn

**引用格式:** 赵美姣, 郑伟, 王奕迪. 优化分配风险预算的巡飞弹拦截规避方法[J]. 国防科技大学学报.

**Citation:** ZHAO M J, ZHENG W, WANG Y D. Optimized risk budget allocation for loitering munition [J]. Journal of National University of Defense Technology.

随着现代战争形态向智能化与无人化方向演进,巡飞弹(loitering munition, LM)作为一种兼具无人机持久巡航能力和导弹精确打击特性的新型智能弹药,其研究和应用受到了广泛关注<sup>[1-2]</sup>。LM的典型作战场景面临各类非合作目标(non-cooperative target, NCT)的威胁,诸如静止的山体、建筑,乃至机动的预警雷达、防空武器等。要有效提升LM集群在防空拦截下的生存概率与任务效能,必须超越单一平台的能力局限:一方面利用集群的多源信息融合优势,另一方面关键在于设计高效的拦截规避算法。

基于弹道/轨迹优化的突防策略,其核心是在线规划与动态调整飞行器的飞行轨迹,以规避防御威胁。针对高超音速飞行器再入过程中规避拦截威胁和禁飞区,Huang等<sup>[3]</sup>使用hp自适应伪谱法逼近非线性模型,利用约束松弛策略和改进的序贯凸规划算法提升突防成功率。针对巡飞弹集群内、外碰撞风险,Zhao等<sup>[4]</sup>结合快速探索随机树和两点边值法规避突然出现的未知外部风险,利用分布式模型预测控制规避集群内部风险。Huang等<sup>[5]</sup>针对地形、雷达、恶劣天气三类环境障碍,使用改进的双向快速探索随机树算法规划无人机低空突防路径,然后同样采用模型预测控制方法设计控制器跟踪无碰撞轨迹。针对无人机突防路径跟踪的精度与安全需求,王齐鹏等<sup>[6]</sup>利用二阶连续可导曲线构建无人机突防路径,预设时间路径跟踪控制律,通过二次规划求解最优控制输入,使无人机在障碍靠近或冲突时自主避障。Luo等<sup>[7]</sup>结合系统聚类(将距离近的粒子分组)和信息熵(将距离远的粒子分组)两种分组方式,改进粒子群优化算法,在地形威胁和雷达威胁下实现无人机突防任务路径规划。

基于集群协同的突防策略,旨在通过个体能力互补或协同防御压制等方式,激发体系的涌现效应,进而提升突防概率。针对单弹因为探测器视野和机动能力有限难以构建完整战场态势,Hui等<sup>[8]</sup>利用多弹联合探测优势构建联合机动对抗策略,上层利用多智能体深度确定性策略梯度(deep deterministic policy gradient, DDPG)规划群体突防队形,下层基于演员-评论家(soft actor-critic, SAC)与扩展比例导引方法生成突防导引指令。针对多高超音速飞行器的协同博弈突防制导问题,Chen等<sup>[9]</sup>将威胁区域(空间中的探测区域和反导区域)建模为球形区域,利用二阶控制障碍函数(second-order control barrier function)将威胁区域的隐式非线性约束转换为线性约束,确保飞行器在突防过程中始终处于安全区域。针对巡飞弹集群在动态环境中的突防决策问题,Sun等<sup>[10]</sup>利用领域知识与规则知识改进状态空间和奖励函数,构建基于SAC算法的决策框架,帮助巡飞弹集群在复杂环境中更快找到有效突防路径。Luo等<sup>[11]</sup>

利用多无人机的协同参数构造奖励函数,采用DDPG算法引导无人机进行协同突防。Lee等<sup>[12]</sup>则将情境感知机制结合到DDPG中,以实时获取障碍物信息。

集群协同突防的本质在于利用数量与协同优势饱和拦截体系;轨迹优化突防则侧重于通过改变飞行轨迹增加个体拦截难度。针对LM集群在低空慢速飞行时,可能遭遇数量超过己方的低成本无人机等NCT拦截的劣势场景,本文通过融合LM集群对NCT的测量信息、协同分配集群“安全资源”(集群风险预算)以及分布式控制个体飞行轨迹,在对抗劣势中重建突防能力。此外,考虑到机载传感器测量存在噪声,不确定性成为影响突防效能的关键因素。鲁棒方法(如鲁棒模型预测控制<sup>[13]</sup>、滑模控制<sup>[14]</sup>)通过“最坏情况”分析应对有界扰动,适用于不确定性可量化的场景;随机方法(如随机优化控制<sup>[15]</sup>、随机动态规划<sup>[16]</sup>)则通过概率建模优化期望性能,适用于随机扰动主导的环境。针对传感器测量有噪声、NCT采取主动拦截策略且规模大于LM集群的拦截规避问题,本文提出一种基于风险预算优化分配的巡飞弹拦截规避算法,主要贡献包括:(1)提出一种基于模型预测控制(model predictive control, MPC)和交替方向乘子法(alternating direction method of multipliers, ADMM)的分层优化框架,将控制优化与风险预算分配解耦,简化集群拦截规避的求解复杂度;(2)通过风险预算方程建立不确定性与风险预算之间的数学关联,为集群风险预算分配提供解析解(3)设计三层风险预算协调机制,将实时遭遇的NCT数量与不确定性作为协调输入,动态调整风险预算,实现安全性与任务效能之间的动态平衡。

## 1 巡飞弹集群拦截规避问题建模

### 1.1 巡飞弹集群对抗场景描述

由 $N$ 个LM组成的集群,通过地面发射或空中投放进入巡飞阶段。巡飞阶段的目的是通过自主控制使LM集群规避NCT拦截,安全到达目标位置。NCT指目标位置附近部署的 $M$ ( $M > N$ )个低成本飞行器,它们通过自主机动,以碰撞自毁方式执行对LM集群的拦截任务。假设NCT可融合多种外部探测数据,实时感知LM集群的状态信息,并以此将距离最近的LM作为拦截对象。与之相对,LM则基于机载传感器所获取的探测范围内NCT的测量数据进行位置估计,并在集群内广播与接收估计结果。LM集群利用共享的NCT信息,以分布式决策方式自主生成规避策略。该策略需在估计误差引入的显式不确定性和NCT运动预测引入的隐式不确定性下,使集群规避拦截的概率满足安全性能要求。

## 1.2 巡飞弹运动模型

LM 在巡飞阶段的运动模型为

$$f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) := \begin{cases} \dot{x}(t) = V(t) \cos \gamma(t) \cos \chi(t) \\ \dot{y}(t) = V(t) \cos \gamma(t) \sin \chi(t) \\ \dot{h}(t) = V(t) \sin \gamma(t) \\ \dot{V}(t) = a_t(t) - g \sin \gamma(t) \\ \dot{\gamma}(t) = (a_n(t) \cos \phi(t) - g \cos \gamma(t)) / V(t) \\ \dot{\chi}(t) = (a_n(t) \sin \phi(t)) / (V(t) \cos \gamma(t)) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}(t) = [x(t), y(t), h(t), V(t), \gamma(t), \chi(t)]^T$  是系统状态,  $[x(t), y(t), h(t)]^T$  是 LM 在东-北-天坐标系中的位置,  $V(t)$  是速度标量,  $\gamma(t)$  是速度矢量与东-北平面的夹角 (航迹角),  $\chi(t)$  是速度矢量在东-北平面内的投影与正东方向的夹角 (航线角), 角度定义如图1所示。  $a_t$  为沿着速度方向的切向加速度,  $a_n$  为垂直于速度方向的法向加速度,  $g$  为重力加速度。  $\phi$  表示倾斜角, 是飞行器绕其航迹切线方向旋转的角度。将系统控制输入定义为  $\mathbf{u}(t) = [u_x(t), u_y(t), u_h(t)]^T$ , 则切向加速度和法向加速度为

$$\begin{aligned} a_t &= (u_x \cos \chi + u_y \sin \chi) \cos \gamma + u_h \sin \gamma \\ a_n &= \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_h^2 - a_t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

这里省略了表示时变的符号 't'。同样地, 使用控制输入  $\mathbf{u}(t)$  的分量表示倾斜角

$$\phi = \frac{u_y \cos \chi - u_x \sin \chi}{u_h \cos \gamma - (u_x \cos \chi + u_y \sin \chi) \sin \gamma} \quad (3)$$

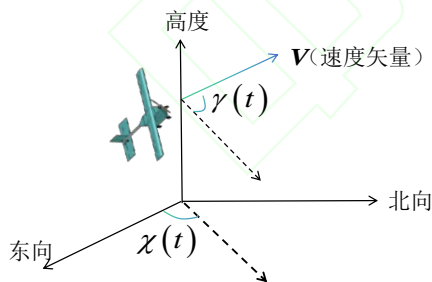


图1 角度  $\gamma(t)$  和  $\chi(t)$  在东-北-天坐标系中的定义

Fig.1 Definition of angles  $\gamma(t)$  and  $\chi(t)$  in the east-north-up coordinate frame

为了在线预测系统未来状态, 通过泰勒公式对非线性模型(1)进行一阶近似, 获得离散线性系统模型

$$\mathbf{x}_{k+1}^i = \mathbf{A}_k^i \mathbf{x}_k^i + \mathbf{B}_k^i \mathbf{u}_k^i \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{x}_k^i \in \mathbb{R}^6$  和  $\mathbf{u}_k^i \in \mathbb{R}^3$  是第  $k$  个离散时刻 LM  $i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 的状态和控制输入, LM  $i$  表示序号

为  $i$  的巡飞弹。  $\mathbf{A}_k^i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  和  $\mathbf{B}_k^i \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$  分别是系统矩阵和控制矩阵, 由下式计算

$$\mathbf{A}_k^i = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{u}_k^i)}, \mathbf{B}_k^i = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right|_{(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{u}_k^i)} \quad (5)$$

## 1.3 非合作目标融合估计

LM 利用机载传感器测量数据估计 NCT 的位置, LM 对 NCT 的测量几何如图2所示。测量值包括 NCT 相对于 LM 的距离  $\tilde{\rho}$ 、高低角  $\tilde{\theta}$  和方位角  $\tilde{\varphi}$

$$\tilde{\rho} = \rho + \delta\rho, \tilde{\theta} = \theta + \delta\theta, \tilde{\varphi} = \varphi + \delta\varphi \quad (6)$$

其中,  $\rho$ 、 $\theta$ 、 $\varphi$  是无噪声测量值。  $\rho < \rho_{\max}$  时, NCT 位于 LM 机载传感器的探测范围内,  $\rho_{\max}$  是最大探测距离。  $\delta\rho$ 、 $\delta\theta$ 、 $\delta\varphi$  是均值为零, 方差分别为  $\sigma_\rho^2$ 、 $\sigma_\theta^2$ 、 $\sigma_\varphi^2$  的测量噪声。将  $k$  时刻 LM  $i$  对 NCT  $j$  (序号为  $j$  的非合作目标) 的测量值转换到东-北-天坐标系中, 得到 LM  $i$  对 NCT  $j$  的位置估计为

$$\hat{\mathbf{p}}_k^{ij} = \mathbf{p}_k^i + \tilde{\rho}_k^{ij} \cdot \begin{bmatrix} \cos \tilde{\theta}_k^{ij} \cos \tilde{\varphi}_k^{ij} \\ \cos \tilde{\theta}_k^{ij} \sin \tilde{\varphi}_k^{ij} \\ \sin \tilde{\theta}_k^{ij} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{p}_k^i$  是  $k$  时刻 LM  $i$  的位置。  $\tilde{\rho}_k^{ij}$ 、 $\tilde{\theta}_k^{ij}$  和  $\tilde{\varphi}_k^{ij}$  是  $k$  时刻 LM  $i$  对 NCT  $j$  的测量值。给定测量噪声的方差, 位置估计误差的协方差矩阵可表示为

$$\Sigma_k^{ij} = \mathbf{J}(\tilde{\rho}_k^{ij}, \tilde{\theta}_k^{ij}, \tilde{\varphi}_k^{ij}) \begin{bmatrix} \sigma_\rho^2 & & \\ & \sigma_\theta^2 & \\ & & \sigma_\varphi^2 \end{bmatrix} \mathbf{J}^T(\tilde{\rho}_k^{ij}, \tilde{\theta}_k^{ij}, \tilde{\varphi}_k^{ij}) \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{J}(\cdot)$  为雅可比矩阵

$$\mathbf{J}(\rho, \theta, \varphi) := \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & -\rho \sin \theta \cos \varphi & -\rho \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi & -\rho \sin \theta \sin \varphi & \rho \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \theta & \rho \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

考虑各 LM 的测量噪声可能相关 (例如, 共同的环境干扰), 采用分布式加权协方差融合 (covariance intersection, CI) 处理未知的相关性, 得到多个 LM 对同一 NCT 的融合估计

$$(\Sigma_k^j)^{-1} = \sum_{l \in \{N_i^j, U_i\}} w_l (\Sigma_k^{lj})^{-1} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_k^j = \Sigma_k^j \cdot \sum_{l \in \{N_i^j, U_i\}} w_l (\Sigma_k^{lj})^{-1} \hat{\mathbf{p}}_k^{lj}$$

其中,  $\hat{\mathbf{p}}_k^j$  和  $\Sigma_k^j$  是  $k$  时刻 LM  $i$  及其邻居对 NCT  $j$  的融合估计和估计误差协方差矩阵。  $N_i^j$  是 LM  $i$  的邻居节点集合, 即能够通过通信拓扑向 LM  $i$  传递 NCT 位置估计信息的其他 LM 节点构成的集合。

$w_l \in [0,1]$  是融合权重，根据估计精度分配： $w_l \propto \text{tr}(\Sigma_k^{lj})^{-1}$ ， $\sum_l w_l = 1$ 。 $\text{tr}(\Sigma_k^{lj})$  表示协方差矩阵  $\Sigma_k^{lj}$  的迹，其数值越大， $\hat{p}_k^{lj}$  在融合估计中占比越低，LM  $l$  ( $l \in \{\mathcal{N}_i \cup i\}$ ) 对 NCT  $j$  的局部估计越不被认可。

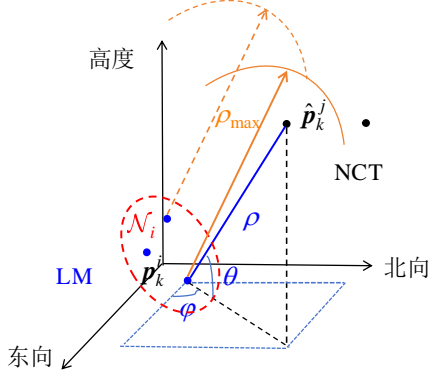


图2 东-北-天坐标系中 LM 对 NCT 的测量几何  
Fig.2 Measurement geometry of LM to NCT in the east-north-up coordinate frame

#### 1.4 分布式碰撞风险约束

考虑估计误差引起的不确定性，将碰撞风险定义为 LM 与 NCT 之间相对距离小于安全阈值的概率

$$\mathbb{P}(\|p_k^i - \hat{p}_k^j\| \leq d_{\text{safe}}) \quad (11)$$

其中， $\mathbb{P}$  是概率测度， $\mathbb{P}(\|p_k^i - \hat{p}_k^j\| \leq d_{\text{safe}})$  表示事件 “ $\|p_k^i - \hat{p}_k^j\| \leq d_{\text{safe}}$ ” 发生的概率， $d_{\text{safe}} > 0$  是预先定义的安全阈值。

为提前采取规避动作，基于 LM 动力学(4)和 NCT 常加速度 (Constant Acceleration, CA) 模型，预测 LM 与 NCT 未来的相对位置。在  $k$  时刻，针对未来  $\tau$  步的预测，为具有不确定性的随机向量  $e_{k|\tau}^{ij}$  定义鲁棒碰撞风险约束

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}} \mathbb{P}(\|e_{k|\tau}^{ij}\| \leq d_{\text{safe}}) \leq \varepsilon_k^{ij} \quad (12)$$

其中， $e_{k|\tau}^{ij} = p_{k|\tau}^i - \hat{p}_{k|\tau}^j$  是预测的  $k+\tau$  时刻 LM  $i$  与 NCT  $j$  之间的相对位置； $\varepsilon_k^{ij}$  是  $k$  时刻 LM  $i$  与 NCT  $j$  之间的碰撞风险预算。 $\varepsilon_k^{ij}$  满足：(1) 非负性： $\varepsilon_k^{ij} \geq 0$ ， $\varepsilon_k^{ij} = 0$  发生在 LM  $i$  无需考虑与 NCT

$j$  碰撞的情况；(2) 风险预算分配： $\varepsilon_k^i = \sum_{j=1}^{M_k^D} \varepsilon_k^{ij}$ ，

$\varepsilon_k^i$  是集群分配给 LM  $i$  的总风险预算， $M_k^D$  ( $M_k^D = 0, 1, \dots, M$ ) 是 LM 集群在  $k$  时刻探测到的 NCT 数量；(3) 全局约束：对于所有 LM，

$\sum_{i=1}^N \varepsilon_k^i \leq \varepsilon_{\text{total}}$ ， $\varepsilon_{\text{total}}$  是集群的总风险预算。(12)中，

$\mathcal{D}$  是不确定性模糊集，是满足期望为  $\bar{e}_{k|\tau}^{ij}$ 、协方差为  $\Sigma_{k|\tau}^{ij}$  的概率测度  $\mathbb{P}$  的集合，定义为

$$\mathcal{D} := \left\{ \mathbb{P} \mid \begin{aligned} &\mathbb{E}[e_{k|\tau}^{ij}] = \bar{e}_{k|\tau}^{ij}, \\ &\mathbb{E}[(e_{k|\tau}^{ij} - \bar{e}_{k|\tau}^{ij})(e_{k|\tau}^{ij} - \bar{e}_{k|\tau}^{ij})^T] = \Sigma_{k|\tau}^{ij} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中， $\mathbb{E}[\cdot]$  是期望算子。

根据 Cantelli 不等式，

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\|e_{k|\tau}^{ij}\| \leq d_{\text{safe}}) &= \mathbb{P}(\|e_{k|\tau}^{ij}\| - \|\bar{e}_{k|\tau}^{ij}\| \leq -\delta_C) \\ &\leq \frac{\text{tr}(\Sigma_{k|\tau}^{ij})}{\text{tr}(\Sigma_{k|\tau}^{ij}) + \delta_C^2} \end{aligned} \quad (14)$$

其中， $\delta_C = \|\bar{e}_{k|\tau}^{ij}\| - d_{\text{safe}}$ 。LM  $i$  与 NCT  $j$  相对距离均值  $\bar{e}_{k|\tau}^{ij}$  大于  $d_{\text{safe}}$  时， $\delta_C > 0$ ，不等式成立。因此，基于模糊集  $\mathcal{D}$  下的最坏情况上界，将鲁棒碰撞风险约束(12)转换为可处理的不确定性形式

$$\|\bar{e}_{k|\tau}^{ij}\| \geq d_{\text{safe}} + \sqrt{\frac{\text{tr}(\Sigma_{k|\tau}^{ij})(1 - \varepsilon_k^{ij})}{\varepsilon_k^{ij}}} \quad (15)$$

不等式右侧的第二项为动态缓冲项，与不确定性和风险预算相关。

#### 1.5 集群拦截规避优化问题建模

在包含 NCT 的对抗环境中，给定集群风险预算  $\varepsilon_{\text{total}}$ ，优化分配各级风险预算  $\varepsilon = \{\varepsilon_k^i, i=1, \dots, N, j=1, \dots, M_k^D\} \in \mathbb{R}^{M_k^D \times N}$ ，使得控制输入  $u = \{u_{k|\tau}^i, \tau=0, \dots, K-1, i=1, \dots, N\} \in \mathbb{R}^{3K \times N}$  能够引导 LM 集群规避探测到的 NCT 拦截运动到指定位置，同时最小化控制成本。将集群拦截规避问题建模为滚动时域优化问题

$$\begin{aligned} \min_{u, \varepsilon} & \sum_{i=1}^N \left( \|p_{k|K}^i - p_d^i\|_{Q_i}^2 + \sum_{\tau=0}^{K-1} \|u_{k|\tau}^i\|_{R_i}^2 \right) \\ \text{s.t.} & x_{k|0}^i = x_k^i \\ & \|u_{k|\tau}^i\| \leq a_{\text{max}}^i \\ & x_{k|\tau+1}^i = A_{k|\tau}^i x_{k|\tau}^i + B_{k|\tau}^i u_{k|\tau}^i \\ & \|\bar{e}_{k|\tau}^{ij}\| \geq d_{\text{safe}} + \sqrt{\frac{\text{tr}(\Sigma_{k|\tau}^{ij})(1 - \varepsilon_k^{ij})}{\varepsilon_k^{ij}}} \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{M_k^D} \varepsilon_k^{ij} \leq \varepsilon_{\text{total}}, \varepsilon_k^{ij} \geq 0 \\ & \hat{p}_{k|\tau}^j = \text{CI} \left( \left\{ \hat{p}_{k|\tau}^{lj}, \Sigma_{k|\tau}^{lj} \right\}_{l \in \{i, \cup \mathcal{N}_i\}} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

其中， $K$  代表预测时域， $p_{k|K}^i$  是  $k$  时刻 LM  $i$  最终预测位置， $p_d^i$  表示 LM  $i$  的目标位置； $Q_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  和  $R_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  是正定的惩罚矩阵； $a_{\text{max}}^i$  是最大加速度。

CI(·)由(10)定义, 实现集群对NCT的融合估计, 且在集群通信拓扑连通时实现全局估计一致性。

求解优化问题(16)面临的挑战包括: (1) 碰撞风险约束的可行集是封闭球的补集(非凸集), 导致碰撞风险约束是非凸的; (2) 风险预算的全局耦合性所内含的协调要求, 造成了集群控制问题的不可直接分解性; (3) LM集群对NCT的融合估计依赖于集群内部的邻居信息交互, 致使估计过程与控制问题动态耦合。

## 2 优化分配风险预算的拦截规避算法

为提高优化问题(16)的求解效率, 结合ADMM和MPC提出优化分配风险预算的拦截规避算法, 将求解耦合、非凸的优化问题(16)近似为迭代求解一个凸的控制优化子问题和一个有解析解的风险预算分配子问题。算法在滚动优化框架下, 利用对NCT的融合估计与预测, 交替优化风险预算和控制输入, 算法框架如图3所示。

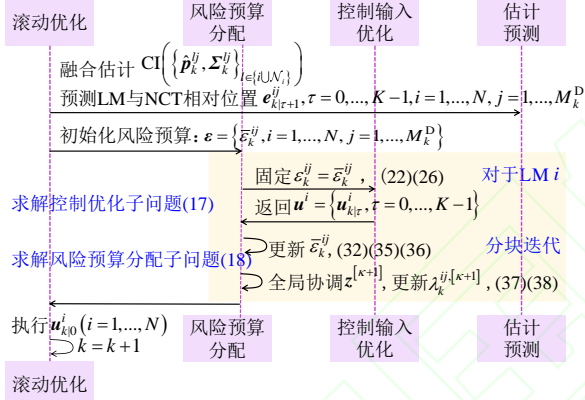


图3 优化分配风险预算的拦截规避算法框架  
Fig.3 Framework for the interception evasion algorithm with optimized risk budget allocation

### 2.1 ADMM 问题分解与框架构建

本节使用ADMM将强耦合变量(控制输入 $\mathbf{u}$ 和风险预算 $\boldsymbol{\varepsilon}$ )分解为可分块迭代的形式, 进而利用两个子问题的结构化优势——控制优化子问题为凸优化问题, 风险预算分配子问题存在解析解——通过分布式迭代降低计算复杂度, 实现复杂集群拦截规避问题的实时求解。

将集中式集群拦截规避问题按LM个体数量分解为 $N$ 个并行子问题, 对每个LM独立优化控制输入与分配风险预算。对于第 $i$ 个LM, 在ADMM迭代过程中临时固定LM $i$ 与NCT $j$ 之间的碰撞风险预算为 $\bar{\varepsilon}_k^{ij}$ , 将原优化问题(16)分解为仅关于控制输入的控制优化子问题

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}^i} & \left\| \mathbf{p}_{k|K}^i - \mathbf{p}_d^i \right\|_{Q_i}^2 + \sum_{\tau=0}^{K-1} \left\| \mathbf{u}_{k|\tau}^i \right\|_{R_i}^2 \\ \text{s.t. } & \mathbf{x}_{k|0}^i = \mathbf{x}_k^i \\ & \left\| \mathbf{u}_{k|\tau}^i \right\| \leq a_{\max}^i \\ & \mathbf{x}_{k|\tau+1}^i = \mathbf{A}_{k|\tau}^i \mathbf{x}_{k|\tau}^i + \mathbf{B}_{k|\tau}^i \mathbf{u}_{k|\tau}^i \\ & \left\| \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k|\tau}^{ij} \right\| \geq d_{\text{safe}} + \sqrt{\frac{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_{k|\tau}^{ij})(1 - \bar{\varepsilon}_k^{ij})}{\bar{\varepsilon}_k^{ij}}} \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{u}^i = \{\mathbf{u}_{k|\tau}^i, \tau=0, \dots, K-1\} \in \mathbb{R}^{3K}$  是LM $i$ 在 $k$ 时刻的控制输入序列。

控制输入变量 $\mathbf{u}^i$ 和碰撞风险预算 $\varepsilon_k^{ij}$ 存在风险决策层面的耦合关系, 二者既相互独立可分块求解, 又通过共识约束实现全局协调。控制优化子问题(17)通过优化控制输入, 保证LM $i$ 与NCT $j$ 之间距离小于安全阈值的事件发生概率小于碰撞风险预算 $\bar{\varepsilon}_k^{ij}$ , 以满足概率安全性要求; 碰撞风险预算 $\bar{\varepsilon}_k^{ij}$ 通过求解风险预算分配子问题确定。风险预算分配子问题的目的是: 通过将有限的风险预算分配给不同NCT使LM $i$ 总体风险代价最小。同时, 为在解耦迭代中兼顾全局风险约束, 将风险预算分配子问题描述为

$$\begin{aligned} \min_{\varepsilon_k^{ij}} & \sum_{i,j} \left( \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_k^j)(1 - \varepsilon_k^{ij})}{\varepsilon_k^{ij}} + \frac{\delta}{2} \left( \varepsilon_k^{ij} - z_k^{ij,[\kappa]} + \lambda_k^{ij,[\kappa]} \right)^2 \right) \\ \text{s.t. } & \sum_{i,j} \varepsilon_k^{ij} \leq \varepsilon_{\text{total}}, \quad \varepsilon_k^{ij} \geq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\delta > 0$ 是ADMM惩罚系数, 用于调节一致性与局部最优性;  $z_k^{ij,[\kappa]}$ 和 $\lambda_k^{ij,[\kappa]}$ 分别是第 $\kappa$  ( $\kappa \leq \kappa_{\max}$ )次迭代时, LM $i$ 对NCT $j$ 的风险预算共识和该共识的偏差乘子; 其中 $\kappa_{\max}$ 为每个离散时刻内控制优化子问题与风险预算分配子问题求解的最大迭代次数, 是算法收敛的终止条件之一。目标函数的第一项是风险预算-不确定性平衡项。分子反映系统对不确定性的敏感度, 协方差矩阵的迹越大(估计越不精确)或者风险预算越小(安全性要求越高), 该项值越大, 惩罚越重。惩罚项的增大将迫使算法在高不确定性场景下分配更大的风险预算, 或在严格安全性要求下降低对不确定性的容忍度。分母避免风险预算过小导致数值不稳定, 同时平衡不同LM和NCT之间的权重分配。目标函数的第二项是一致性惩罚项, 确保局部风险预算和全局协调变量一致, 避免分布式优化中的决策冲突, 保证分布式迭代的收敛性。

### 2.2 控制优化子问题的分布式求解

由(17)可知, 控制优化子问题的目标函数为

$$J(\mathbf{u}^i) = \left\| \mathbf{p}_{k|K}^i - \mathbf{p}_d^i \right\|_Q^2 + \sum_{\tau=0}^{K-1} \left\| \mathbf{u}_{k|\tau}^i \right\|_{R_i}^2 \quad (19)$$

将最终预测位置  $\mathbf{p}_{k|K}^i$  表示为控制输入的线性组合

$$\mathbf{p}_{k|K}^i = \mathbf{C} \left( \mathbf{A}_{0:K}^i \mathbf{x}_k^i + \sum_{s=0}^{K-1} \mathbf{A}_{s+1:K}^i \mathbf{B}_s^i \mathbf{u}_{k|s}^i \right) \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{A}_{0:K}^i = \mathbf{A}_{K-1}^i, \dots, \mathbf{A}_0^i$  是系统矩阵的连乘。  $\mathbf{A}_\tau^i$  和  $\mathbf{B}_\tau^i$  ( $\tau = 0, 1, \dots, K-1$ ) 是由(5)在  $(\mathbf{x}_\tau^i, \mathbf{u}_\tau^i)$  处计算得到的雅可比矩阵, 下标  $\tau$  表示预测时刻, 与“ $k|\tau$ ”同义。  $\mathbf{C} = [\mathbf{I}_3, \mathbf{0}_3]$  从状态中提取位置信息,  $\mathbf{I}_3$  和  $\mathbf{0}_3$  分别是 3 维单位矩阵和零矩阵。于是, 目标函数(19)可以重写为

$$J(\mathbf{u}^i) = (\mathbf{u}^i)^T \left( (\mathbf{A}^i)^T \mathbf{Q}_i \mathbf{A}^i + \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{R}_i \right) \mathbf{u}^i + 2 \left( (\mathbf{b}^i)^T \mathbf{Q}_i \mathbf{A}^i \right) \mathbf{u}^i + (\mathbf{b}^i)^T \mathbf{Q}_i \mathbf{b}^i \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{A}^i = [\mathbf{C}\mathbf{A}_{1:K}^i \mathbf{B}_0^i, \dots, \mathbf{C}\mathbf{B}_{K-1}^i] \in \mathbb{R}^{3 \times 3K}$ ,  $\mathbf{b}^i \in \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{b}^i = \mathbf{C}\mathbf{A}_{0:K}^i \mathbf{x}_k^i - \mathbf{p}_d^i$ ,  $\mathbf{I}_K$  是  $K$  维单位矩阵, “ $\otimes$ ”表示 Kronecker 积。只考虑控制输入相关项, 控制优化子问题的目标函数为

$$J(\mathbf{u}^i) = (\mathbf{u}^i)^T \mathbf{H}^i \mathbf{u}^i + 2 \mathbf{f}^i \mathbf{u}^i \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{H}^i = (\mathbf{A}^i)^T \mathbf{Q}_i \mathbf{A}^i + \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{R}_i$  是正定的 Hessian 矩阵,  $\mathbf{f}^i = (\mathbf{b}^i)^T \mathbf{Q}_i \mathbf{A}^i$  是线性系数向量。

因为 NCT 拦截策略未知, 所以 LM  $i$  在  $k$  时刻利用  $k-1$  时刻对 NCT 的融合估计和位置预测判断是否会被拦截。采用 CA 模型预测 NCT 的位置, 其速度与加速度分别由融合估计位置的一阶差分 and 二阶差分计算得到。假设 LM  $i$  判断未来第  $\tau_c - 1$  步与 NCT  $j$  存在碰撞风险, 根据(15), 碰撞风险约束为

$$\left\| \mathbf{p}_{k|\tau_c-1}^i - \hat{\mathbf{p}}_{k-1|\tau_c}^j \right\| \geq d_{\text{safe}} + \sqrt{\frac{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_{k-1|\tau_c}^{ij})(1 - \bar{\varepsilon}_k^{ij})}{\bar{\varepsilon}_k^{ij}}} \quad (23)$$

在  $\mathbf{p}_{k-1|\tau_c}^i$  处对(23)进行一阶泰勒展开, 近似有

$$\mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{p}_{k|\tau_c-1}^i \geq \zeta_{ij} \xi_{ij} + \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{p}_{k-1|\tau_c}^i - \xi_{ij}^2 \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{p}_{k-1|\tau_c}^i - \hat{\mathbf{p}}_{k-1|\tau_c}^j$ ,  $\xi_{ij} = \left\| \mathbf{p}_{k-1|\tau_c}^i - \hat{\mathbf{p}}_{k-1|\tau_c}^j \right\|$ ,  $\zeta_{ij} = d_{\text{safe}} + \sqrt{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_{k-1|\tau_c}^{ij})(1 - \bar{\varepsilon}_k^{ij})} / \bar{\varepsilon}_k^{ij}$ 。在预测碰撞发生的下一时刻  $\tau_c$  施加碰撞规避约束

$$\mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{p}_{k|\tau_c}^i \geq \varsigma_{ij} \quad (25)$$

其中,  $\varsigma_{ij} = \zeta_{ij} \xi_{ij} + \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{p}_{k-1|\tau_c}^i - \xi_{ij}^2$ 。与(20)同理, 将预测位置  $\mathbf{p}_{k|\tau_c}^i$  表示为控制输入的线性组合, 则碰撞规避约束(25)可以转换为

$$-\mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{B}_{\tau_c}^i \mathbf{u}^i \leq \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{C}\mathbf{A}_{0:\tau_c}^i \mathbf{x}_k^i - \varsigma_{ij} \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{B}_{\tau_c}^i = [\mathbf{C}\mathbf{A}_{1:\tau_c}^i \mathbf{B}_0^i, \mathbf{C}\mathbf{A}_{2:\tau_c}^i \mathbf{B}_1^i, \dots, \mathbf{C}\mathbf{B}_{\tau_c-1}^i] \in \mathbb{R}^{3 \times 3K}$ ,  $\mathbf{A}_{0:\tau_c}^i = \mathbf{A}_{\tau_c-1}^i, \dots, \mathbf{A}_0^i$ ,  $\mathbf{A}_{0:\tau_c}^i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 。

综上, 目标函数(22)的二次项 Hessian 矩阵正定, 是关于决策变量  $\mathbf{u}^i$  的严格凸函数; 碰撞规避约束(26)为线性不等式约束。所以控制优化子问题是严格凸优化问题, 存在唯一全局最优解。

### 2.3 风险预算分配子问题的解析求解

风险预算分配的目的是在给定控制输入条件下, 优化风险预算  $\varepsilon_k^{ij}$ , 使高不确定性 NCT 获得更高的风险预算 (即相对宽松的约束), 避免局部不确定性过大导致全局优化不可解。针对风险预算分配子问题(18), 引入拉格朗日乘子  $\lambda \geq 0$  处理全局约束, 并引入能力参数  $c_j^{\text{scale}}$  区分不同 NCT 的威胁程度。  $c_j^{\text{scale}}$  由 NCT  $j$  与 LM 的最大速度比  $v_j^{\text{scale}}$  和最大加速度比  $a_j^{\text{scale}}$  加权得到, 其值越大, 代表 NCT  $j$  的机动能力越强, 对 LM 的威胁程度越高。

$$c_j^{\text{scale}} = \sigma \frac{v_j^{\text{scale}}}{\sum_{j=1}^{M_k^p} v_j^{\text{scale}}} + (1 - \sigma) \frac{a_j^{\text{scale}}}{\sum_{j=1}^{M_k^p} a_j^{\text{scale}}} \quad (27)$$

据此构造拉格朗日函数

$$\mathcal{L} := \lambda \left( \sum_{i,j} c_j^{\text{scale}} \varepsilon_k^{ij} - \varepsilon_{\text{total}} \right) + \sum_{i,j} \left( \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_k^j)(1 - \varepsilon_k^{ij})}{\varepsilon_k^{ij}} + \frac{\delta}{2} \left( \varepsilon_k^{ij} - z_k^{ij, [\kappa]} + \lambda_k^{ij, [\kappa]} \right)^2 \right) \quad (28)$$

$\mathcal{L}$  关于  $\varepsilon_k^{ij}$  的偏导数为

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varepsilon_k^{ij}} = -\frac{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_k^j)}{(\varepsilon_k^{ij})^2} + \delta \left( \varepsilon_k^{ij} - z_k^{ij, [\kappa]} + \lambda_k^{ij, [\kappa]} \right) + \lambda c_j^{\text{scale}} \quad (29)$$

令偏导数为零, 整理可得风险预算方程

$$\delta \left( \varepsilon_k^{ij} \right)^3 + \left( \lambda c_j^{\text{scale}} - \delta \left( z_k^{ij, [\kappa]} - \lambda_k^{ij, [\kappa]} \right) \right) \left( \varepsilon_k^{ij} \right)^2 - \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_k^j) = 0 \quad (30)$$

风险预算方程(30)是一元三次方程, 令  $a = \lambda c_j^{\text{scale}} / \delta - \left( z_k^{ij, [\kappa]} - \lambda_k^{ij, [\kappa]} \right)$ ,  $c = -\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_k^j) / \delta$ , 则方程(30)的判别式为

$$\Delta = c \left( \frac{a}{3} \right)^3 + \left( \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_k^j)}{2\delta} \right)^2 \quad (31)$$

判别式大于零时, 根据 Cardano 公式, 可以得到方程(30)的最优解

$$\begin{aligned} (\varepsilon_k^{ij})^* &= \sqrt[3]{-\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \frac{\text{tr}(\Sigma_k^j)}{2\delta} + \sqrt{\Delta}} + \\ &\sqrt[3]{-\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \frac{\text{tr}(\Sigma_k^j)}{2\delta} - \sqrt{\Delta} - \frac{a}{3}} \end{aligned} \quad (32)$$

如果协方差矩阵的迹较小或者惩罚系数较大，使得判别式(31)小于零，则存在多个可行解。令  $\varepsilon_k^{ij} = 2r \cos \alpha - a/3$ ，则方程(30)可以转换为

$$8r^3 \cos^3 \alpha + 2pr \cos \alpha + q = 0 \quad (33)$$

其中， $p = -a^2/3$ ， $q = 2a^3/27 + c$ 。采用三倍角余弦公式  $\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$ ，将(33)进一步转换为

$$2r^3 \cos 3\alpha + (2pr + 6r^3) \cos \alpha + q = 0 \quad (34)$$

令  $r = \sqrt{-p/3}$ ，消除(34)中的第二项，则可得到方程(30)的三个可行解为

$$\begin{aligned} (\varepsilon_k^{ij}) &= 2\sqrt{\frac{-p}{3}} \cos \left( \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{3\sqrt{3}q}{2\sqrt{p^3}} \right) + \frac{2\pi n}{3} \right) \\ &- \frac{a}{3}, n = 0, 1, 2 \end{aligned} \quad (35)$$

选择大于零的最小可行解作为最优解  $(\varepsilon_k^{ij})^*$ ，以保守分配风险预算。

将求解风险预算方程得到的最优解  $(\varepsilon_k^{ij})^*$  投影至可行集

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_k^{ij} &= \\ \max \left( 0, \min \left( (\varepsilon_k^{ij})^*, \varepsilon_{\text{total}} - \sum_{(m,o) \neq (i,j)} \varepsilon_k^{mo} \right) \right) \end{aligned} \quad (36)$$

其中， $\min(\cdot)$  和  $\max(\cdot)$  分别为取最小值和最大值运算。

因为各LM分布式计算个体的局部风险预算  $\varepsilon^i = \{\bar{\varepsilon}_k^{ij}, j=1, \dots, M^D\} \in \mathbb{R}^{M^D}$ 。所以，为避免局部决策冲突，强制各LM的局部风险预算  $\varepsilon^i$  向集群对 NCT 风险预算的全局共识  $z = \{z_k^{ij}, j=1, \dots, M^D\} \in \mathbb{R}^{M^D}$  靠拢，并协调各LM对 NCT 风险预算的评估，确保集群满足总风险预算约束  $\sum_j z_k^{ij} \leq \varepsilon_{\text{total}}$ 。先通过分布式平均共识更新全局协调变量，并将其投影到可行集

$$z^{[k+1]} = \text{Proj}_{\mathcal{Z}} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon^i \right) \quad (37)$$

其中， $\mathcal{Z} = \left\{ z \mid \sum_j z_k^{ij} \leq \varepsilon_{\text{total}}, z_k^{ij} \geq \varepsilon_{\text{min}} \right\}$  为可行集，

$\text{Proj}_{\mathcal{Z}}(\cdot)$  表示投影操作，即将向量按比例压缩到可行集。

再通过更新偏差乘子迫使局部风险预算向全局共识靠拢。乘子  $\lambda_k^{ij}$  反映局部风险预算  $\varepsilon_k^{ij}$  和全局共识  $z_k^{ij}$  的偏差，每个LM在本地更新乘子，推动下一次迭代中  $\varepsilon^i$  更接近  $z$

$$\lambda_k^{ij, [k+1]} = \lambda_k^{ij, [k]} + (\bar{\varepsilon}_k^{ij} - z_k^{ij, [k+1]}) \quad (38)$$

若  $\bar{\varepsilon}_k^{ij} > z_k^{ij, [k+1]}$ ，LM  $i$  对 NCT  $j$  的风险评估比集群共识更激进，局部风险预算过松（允许更高碰撞风险），则乘子  $\lambda_k^{ij, [k+1]}$  正向增大，迫使下一轮迭代减小  $\bar{\varepsilon}_k^{ij}$ ；若  $\bar{\varepsilon}_k^{ij} < z_k^{ij, [k+1]}$ ，LM  $i$  对 NCT  $j$  的风险评估比集群共识更保守， $\lambda_k^{ij, [k+1]}$  负向减小，鼓励下一轮局部优化增大  $\bar{\varepsilon}_k^{ij}$ 。

### 3 仿真分析

为验证算法性能，构建了一个包含3个LM（ $N=3$ ）和6个NCT（ $M=6$ ）的对抗场景，如图4所示。LM相关配置为：最大探测距离2000 m；集群通信采用全连通拓扑结构；最小飞行速度20 m/s<sup>2</sup>，最大飞行速度50 m/s；最大加速度50 m/s<sup>2</sup>；飞行高度100-300 m。LM集群的目标位置分别为  $p_d^1 = [4500 \ 1000 \ 200]^T$ 、 $p_d^2 = [4500 \ 2500 \ 200]^T$  和  $p_d^3 = [4500 \ 4000 \ 200]^T$ ；集群探测到NCT后，LM之间随机交换目标位置。根据目标位置，设计LM集群的初始状态如表1所示。NCT部署在目标附近，借助外部探测手段实时获取LM集群状态，初始速度指向距离最近的LM，各NCT初始状态如表1所示。考虑LM的几何尺寸，将LM与NCT之间相对距离的安全阈值设计为： $d_{\text{safe}} = 10$  m；指定集群中至少有两个LM安全到达目标位置，将集群风险预算设计为： $\varepsilon_{\text{total}} = 1 - 2/3 \approx 0.3$ 。其他参数设置为： $K=10$ ； $\sigma_\rho = 1$  m、 $\sigma_\theta = 0.1^\circ$ 、 $\sigma_\phi = 0.1^\circ$ ； $\delta = 0.5$ ； $Q_i = \text{diag}(5, 5, 5)$ ， $R_i = \text{diag}(1, 1, 1)$ ； $\sigma = 0.5$ ； $\kappa_{\text{max}} = 10$ ，ADMM残差收敛阈值为  $10^{-2}$ ；离散时间0.1 s。

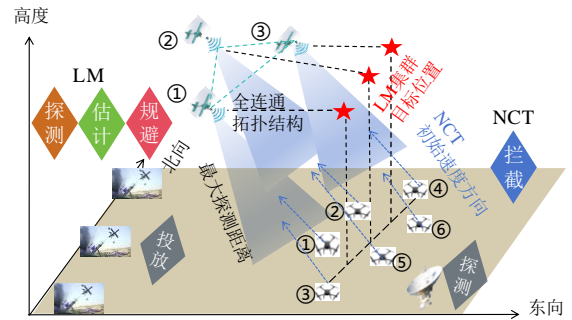


图4 对抗场景示意图  
Fig.4 Illustration of an adversarial scenario

表1 LM集群和NCT初始状态  
Tab.1 Initial state of LMs and NCTs

| 序号   | 位置/m           | 速度/<br>(m/s) | 航迹角/<br>rad | 航线角/<br>rad |
|------|----------------|--------------|-------------|-------------|
| LM1  | [500 1000 200] | 30           | 0           | 0           |
| LM2  | [500 2500 200] | 30           | 0           | 0           |
| LM3  | [500 4000 200] | 30           | 0           | 0           |
| NCT1 | [3500 1500 0]  | 20           | 0.066       | -2.976      |
| NCT2 | [3500 3000 0]  | 20           | 0.066       | -2.976      |
| NCT3 | [4500 500 0]   | 20           | 0.050       | 3.017       |
| NCT4 | [4500 4500 0]  | 20           | 0.050       | -3.017      |
| NCT5 | [5000 2000 0]  | 20           | 0.044       | 3.031       |
| NCT6 | [5000 3500 0]  | 20           | 0.044       | 3.031       |

### 3.1 算法核心环节验证

本节基于图 4 所示的对抗场景，验证所提算法应对 NCT 拦截的三大核心环节：(1) LM 对 NCT 的机载探测与融合估计；(2) 估计不确定性与 NCT 机动能力异构条件下的风险预算迭代分配；(3) LM 模型存在扰动时，集群的安全性能。各异构能力 NCT 的最大速度和最大加速度如表 2 所示，所有 NCT 均采用比例导引法作为拦截策略，其机动加速度指令为

$$\mathbf{a}_m = N_{\text{guide}} \cdot (\boldsymbol{\omega}_{\text{LOS}} \times \mathbf{V}_{\text{NCT}})$$

其中， $N_{\text{guide}}$  是比例系数， $N_{\text{guide}} = 3$ ； $\mathbf{V}_{\text{NCT}}$  是 NCT 的速度矢量； $\boldsymbol{\omega}_{\text{LOS}}$  是视线角速度矢量

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{LOS}} = \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{V}_r}{\|\mathbf{e}\|^2}$$

$\mathbf{e}$  和  $\mathbf{V}_r$  分别是 NCT 与 LM 的相对位置矢量和相对速度矢量。NCT 将距离最近的 LM 作为拦截对象，采用迎击方式拦截，接近速度 ( $V_c = \mathbf{e}^T \mathbf{V}_r / \|\mathbf{e}\|$ ) 大于零时拦截结束。使用 quadprog 求解器求解控制优化子问题。

表 2 各异构能力 NCT 的最大速度与最大加速度  
Tab.2 Maximum velocity and maximum acceleration of heterogeneous NCTs

| NCT 序号                    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---------------------------|----|----|----|----|----|----|
| 最大速度/(m/s)                | 20 | 30 | 30 | 30 | 40 | 50 |
| 最大加速度/(m/s <sup>2</sup> ) | 20 | 20 | 30 | 40 | 40 | 50 |

图 5 展示了 LM 集群与 NCT 的交互轨迹，LM 的轨迹变化是其应对 NCT 拦截的直接体现。在飞行初始阶段，因机载传感器探测范围限制，LM 集群未能发现 NCT，故保持平直航迹。当 NCT 拦截结束后，LM 重新由目标位置导引飞行。上述交互过程的探测时序如图 6 所示，其中信号逻辑值 1 代表 LM 集群探测到 NCT，0 代表其他状

态。时序分析表明，LM 集群于 13.7 秒首次探测到 NCT，拦截过程持续至 67.2 秒。在此时间窗口内，LM 集群视野中同时存在的 NCT 数量最大为 6 个。进一步分析各 NCT 的驻留时间发现，其累计值存在显著差异，其中 NCT3 的驻留时间最长（近 40 秒），而 NCT6 的最短（27.3 秒）。LM 集群对探测到的 NCT 进行融合位置估计，其估计误差范数和协方差矩阵迹的平方根（不确定性）如图 7 所示。基于上述探测和估计，图 8 展示了 3 个典型时刻（13.7 秒，30.4 秒，67.2 秒）的风险预算分配结果。这 3 个时刻探测到的 NCT 数量为  $M_{k=137}^D = 1$ 、 $M_{k=672}^D = 1$ 、 $M_{k=304}^D = 6$  时，相应的风险预算为  $\varepsilon_{k=137}^j = 0.1 (j=2)$ 、 $\varepsilon_{k=672}^j = 0.1 (j=3)$ 、 $\varepsilon_{k=304}^j = [0.021, 0.019, 0.018, 0.015, 0.015, 0.012]^T$ 。结果表明，风险预算分配与探测到的 NCT 数量以及 NCT 机动能力密切相关。得益于全局共识机制，各 LM 可实现风险预算的均衡分配。

各 LM 依据分配的风险预算，以分布式决策方式自主生成拦截规避策略。通过 LM 与 NCT 之间的最小分离距离对规避效果进行量化，最小分离距离大于零，表明 LM 成功规避拦截，可视化结果如图 9 所示。在不同风速条件下分别执行 100 次蒙特卡罗仿真，每次仿真均引入方向随机的风扰动，通过统计与 NCT 最小分离距离始终为正的 LM 数量（记为  $n$ ），计算规避成功率： $n/N \times 100\%$ 。图 10 以箱线图形式呈现了不同风速下的规避成功率分布。在 2 - 18 m/s 风速区间内，尽管各风速条件下均存在异常值，但中位数规避成功率始终稳定在 100%，均值也保持在 90% 以上，充分满足“集群中至少有 2 个 LM 安全到达目标位置”的安全性能要求。当风速提升至 20 m/s 时，算法性能出现明显衰减：中位数降至约 66.7%（即 2/3），均值也接近该水平，表明此时算法已接近对风速扰动的鲁棒边界。

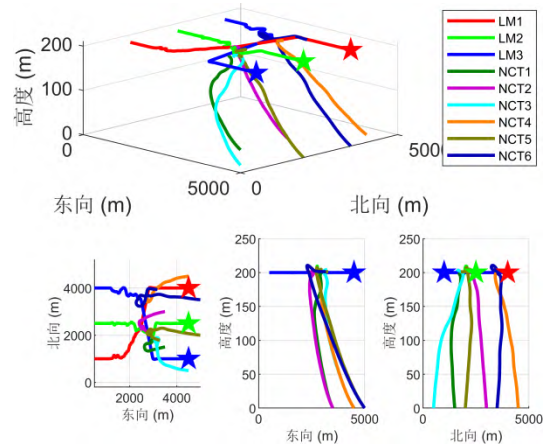


图 5 LM 集群和 NCT 运动轨迹  
Fig.5 Trajectories of the LMs and NCTs

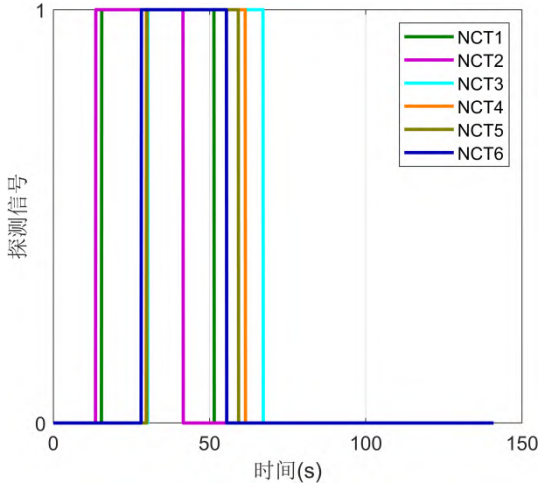


图 6 LM 集群探测信号时序

Fig.6 Detection signal timing for the LMs

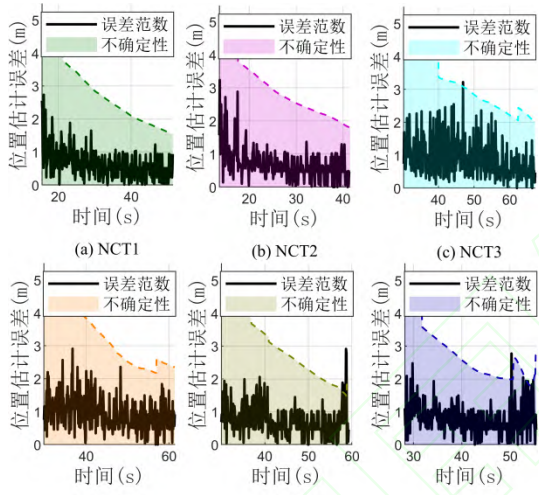


图 7 LM 集群对 NCT 位置的融合估计误差  
Fig.7 Fusion estimation errors of the LMs for the NCTs' positions

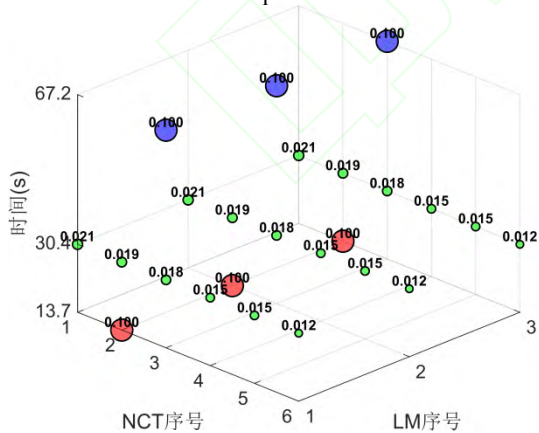


图 8 LM 集群风险预算分配  
Fig.8 Risk budget allocation of the LMs

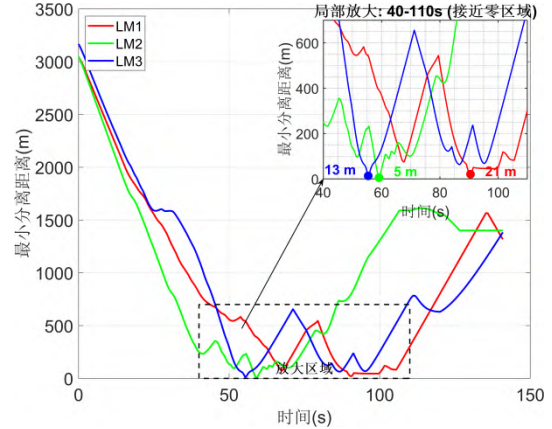


图 9 LM 与 NCT 之间的时变最小分离距离  
Fig.9 Time-varying minimum separation distance between LMs and NCTs

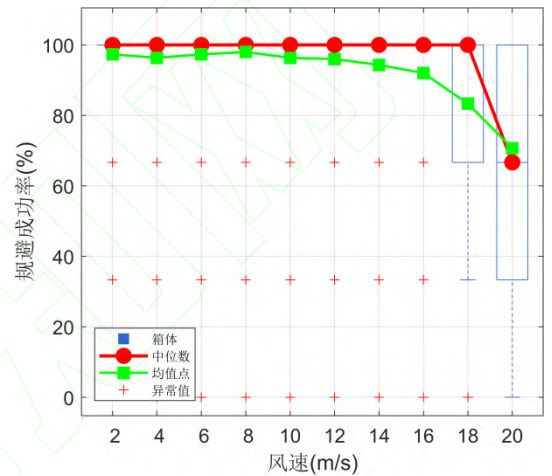


图 10 不同风速条件下 LM 集群规避成功率分布  
Fig.10 Distribution of LMs evasion success rate under different wind speeds

### 3.2 多策略场景适应性测试

为测试所提算法对不同拦截策略的适应性与安全性能,本节分析 NCT 分别采用三类典型拦截策略的场景: 工程中广泛应用的的比例导引法、基于双边优化思想的微分对策法, 以及对扰动具有鲁棒性、可适应机动目标的积分滑模法。仿真中 NCT 为能力同构设置, 其最大速度为 20 m/s, 最大加速度为 20 m/s<sup>2</sup>。

微分对策法的核心思路是拦截方(本文指 NCT)和逃逸方(本文指 LM)根据对方的行为, 实时地、最优地调整各自的机动策略(加速度指令), 是一种双边优化方法。一种典型性能指标<sup>[17]</sup>

$$J = \min_{a_p} \max_{a_e} \|e(t_f)\|$$

$e$  是 NCT 与 LM 的相对位置矢量,  $t_f$  是双方博弈终止时间,  $a_p$  和  $a_e$  分别是拦截方和逃逸方的加速度。

滑模法通过控制系统在滑模面上运动使系统对于扰动具有不变性。Huang 等<sup>[14]</sup>将目标机动视为

扰动，设计视线转率收敛速率可调的跟踪剖面；再根据剖面跟踪误差及其积分设计滑模面。将文献[14]扩展到本文的对抗场景，NCT 拦截策略为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_m &= \frac{a_{m0}}{\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{e}_\theta} \mathbf{n}_m \\ a_{m0} &= -\dot{r}\omega - \dot{r} \frac{dv_c}{dr} + l_1 |x_1|^\alpha \operatorname{sgn}(x_1) \\ &+ l_2 |x_2|^{\frac{2\alpha}{\alpha+1}} \operatorname{sgn}(x_2) + k_1 s + k_2 |s|^\mu \operatorname{sgn}(s) + \frac{\hat{\kappa}s}{2\varepsilon^2} \end{aligned}$$

其中， $a_{m0}$ 是积分滑模制导律，更多细节查看文献[14]； $\mathbf{e}_\theta$ 是NCT运动轨迹的法向，更多物理解释查看文献[18]第16-21页； $\mathbf{n}_m$ 是垂直于NCT速度的单位矢量。

针对每种拦截策略，均进行了100次蒙特卡罗仿真。表3统计了LM集群在三种策略下的生存概率。NCT采用比例导引法时，LM生存概率为81.19%；NCT采用微分对策法时，LM生存概率为73.93%；NCT采用积分滑模法时，LM生存概率为71.29%。结果表明，在给定集群风险预算 $\varepsilon_{\text{total}} = 0.3$ 的条件下，LM的生存概率均高于70%，满足集群安全性能要求。图11随机呈现了单次仿真中各LM与NCT的最近距离，以及最近距离对应的NCT序号。结果显示，在某次蒙特卡罗仿真中，NCT采用比例导引法与微分对策法作为拦截策略时，各LM均与NCT保持安全距离；采用积分滑模法时，LM2与NCT6之间的最小距离低于 $d_{\text{safe}}$ ，即LM2被NCT6拦截。

表3 不同NCT拦截策略下的LM生存概率  
Tab.3 LM survival probability under different NCT interception strategies

| 拦截策略   | 比例导引法  | 微分对策法  | 积分滑模法  |
|--------|--------|--------|--------|
| 集群生存概率 | 81.19% | 73.93% | 71.29% |

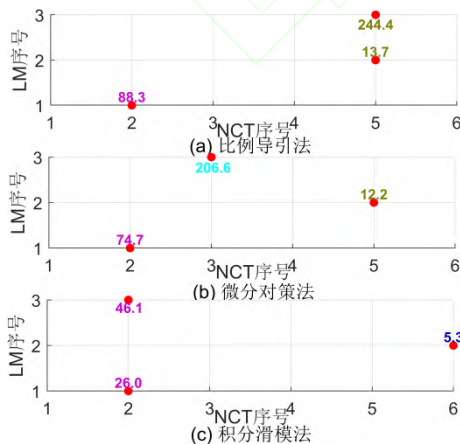


图11 LM与NCT之间的最小距离

Fig.11 Minimum distances between LMs and NCTs

### 3.3 对比分析

本节通过与微分对策方法对比，分析所提算法的实时性和能耗性能。仿真中NCT为能力同构设置，其最大速度为20 m/s，最大加速度为20 m/s<sup>2</sup>。在本文所构建的对抗场景中，LM不仅需要规避NCT拦截，还需抵达预定目标位置。因此，基于微分对策方法设计的加速度由两部分组成

$$\mathbf{a} = (1 - \lambda_a) \mathbf{a}_E + \lambda_a \mathbf{a}_T$$

其中， $\mathbf{a}_E$ 是拦截规避加速度（逃逸方加速度）， $\mathbf{a}_T$ 是目标导引加速度， $\lambda_a$ 是权重系数， $0 < \lambda_a \leq 1$ 。与NCT没有碰撞风险时， $\lambda_a = 1$ 。存在碰撞风险时，令 $\lambda_a = 0.3$ ，此时，基于微分对策方法的集群生存概率与所提算法相当。 $\mathbf{a}_E$ 的解析形式为

$$\mathbf{a}_E = N_E \cdot \frac{\mathbf{e} + \mathbf{V}_r \cdot t_{go}}{t_{go}^2}$$

其中， $t_{go}$ 为预测的碰撞时间（剩余飞行时间）

$N_E = 3$ 。 $\mathbf{a}_T$ 是控制序列 $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_{k|\tau}, \tau = 0, \dots, K-1\}$ 在 $\tau = 0$ 时的取值

$$\min_{\mathbf{u}} \left\| \mathbf{p}_{k|K}^i - \mathbf{p}_d^i \right\|_{Q_i}^2 + \sum_{\tau=0}^{K-1} \left\| \mathbf{u}_{k|\tau} \right\|_{R_i}^2$$

表4统计了NCT使用比例导引作为拦截策略时，微分对策方法和所提算法的平均计算时间和总能量消耗。两种方法都是通过分布式求解一个凸的优化问题和一个有解析解的优化问题，来近似求解原优化问题(16)。因此，平均计算时间几乎相同。而微分对策方法因为权重系数，使得LM向目标运动时有所保留，导致了更长的飞行时间，因此能量消耗更大。

表4 不同算法的性能对比  
Tab.4 Performance comparison of different algorithms

| 性能   | 平均计算时间/ms |     |     | 总能量消耗              |                    |                    |
|------|-----------|-----|-----|--------------------|--------------------|--------------------|
|      | LM1       | LM2 | LM3 | LM1                | LM2                | LM3                |
| 本文算法 | 3.4       | 3.3 | 3.4 | $2.41 \times 10^5$ | $2.20 \times 10^5$ | $1.99 \times 10^5$ |
| 微分对策 | 3.7       | 3.0 | 3.6 | $4.29 \times 10^5$ | $3.22 \times 10^5$ | $3.84 \times 10^5$ |

## 4 结论

针对具备主动拦截能力，感知与数量占优的NCT，本文提出了基于风险预算优化分配的拦截规避算法。该算法能够利用机载测量与融合估计，使LM在面对三种典型NCT拦截策略时，生存概

率始终大于 70% (总风险预算为 0.3), 满足集群安全性能要求。对比仿真结果表明, 在保持与微分对策法相近的任务成功概率与平均计算时间的同时, 本文算法显著降低了消耗。此外, 算法核心的风险预算动态分配机制, 能够根据实时拦截态势、估计不确定性和异构能力 NCT, 自适应地在 LM 集群中均衡调配风险预算。

## 参考文献 (References)

- [1]VOSKUIJL M. Performance analysis and design of loitering munitions: a comprehensive technical survey of recent developments[J]. *Defense Technology*, 2022, 18(3): 325-343.
- [2]Wang P, Chen S W, Wang J, et al. Three-stage trajectory planning and control of miniature munition [C]//*Proceedings of Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2022: 3376-3380.
- [3]HUANG A, Yu J L, LIU Y M, et al. Multitask-constrained reentry trajectory planning for hypersonic gliding vehicle[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 155(2): 1270-9638.
- [4]ZHAO M J, WANG Y D, ZHENG W. Distributed safety flight control for LAV swarm in a hostile environment under multi-constraints and sudden appearing risks[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2024, 96(9): 1172-1180.
- [5]HUANG H X, SHANG Y X, LIU X F, et al. An improved Bi-RRT\*-based path planning algorithm with adaptive search strategy assignment mechanism for ultra-low-altitude penetration of fixed-wing aircraft[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 152(2024): 1-16.
- [6]王齐鹏, 王祥科, 朱琳, 等. 面向突防路径跟踪的预设时间安全控制[J]. *控制理论与应用*, 2025, 42(6): 1208-1215.  
WANG Q P, WANG X K, ZHU L, et al. Predefined-time safety path-following for unmanned aerial vehicle[J]. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(6): 1208-1215. (in Chinese)
- [7]LUO J, LIANG Q C, LI H. UAV penetration mission path planning based on improved holonic particle swarm optimization[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2023, 34(1): 197-213.
- [8]HUI Y L, LI X M, LIANG C, et al. Multi-missile coordinated penetration strategy based on hierarchical reinforcement learning in reduced space[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2025, 38(9): 308-326.
- [9]CHEN J Q, SUN R S, LU Y. Cooperative game penetration guidance for multiple hypersonic vehicles under safety critical framework[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2024, 37(1): 247-255.
- [10]SUN H, LI H Q, LIANG Y, et al. Dynamic penetration decision of loitering munition group based on knowledge-assisted reinforcement learning[J]. *Binggong Xuebao/Acta Armamentarii*, 2024, 45(9): 3161-3176.
- [11]LUO Y X, SONG J, ZHAO K, et al. UAV-cooperative penetration dynamic-tracking interceptor method based on DDPG[J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(3): 1618-1630.
- [12]LEE H S; JUNG S Y; PARK S H. Situation-aware deep reinforcement learning for autonomous nonlinear mobility control in cyber-physical loitering munition systems[J]. *Journal of Communications and Networks*, 2025, 27(1): 10-22.
- [13]SUN H D, DAI L, WANG P Z. An efficient moving obstacle avoidance scheme for UAVs via output feedback robust MPC[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(5): 6199-6212.
- [14]黄景帅, 张洪波, 汤国建, 等. 拦截大气层内机动目标的自适应积分滑模制导律[J]. *宇航学报*, 2019, 40(1): 51-60.  
HUANG J S, ZHANG H B, TANG G J, et al. Adaptive integral sliding-mode guidance law for intercepting endo-atmospheric maneuvering targets[J]. *Journal of Astronautics*, 2019, 40(1): 51-60.
- [15]ZHU H, BRITO B, MORA J A. Decentralized probabilistic multi-robot collision avoidance using buffered uncertainty-aware Voronoi cells[J]. *Autonomous Robots*, 2022, 46(2): 401-420.
- [16]SUN X, CHAI R Q, CHAI S C, et al. Flexible final-time stochastic differential dynamic programming for autonomous vehicle trajectory optimization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(5): 1-12.
- [17]SHINAR J, GLIZER V Y, TURETSKY V. The effect of pursuer dynamics on the value of linear pursuit-evasion games with bounded controls[J]. *Annals of the International Society of Dynamic Games*, 2013, 13(15): 313-350.
- [18]黎克波. 拦截机动目标的微分几何制导律[D]. 长沙: 国防科技大学, 2010.  
LI K B. *Differential Geometry Guidance Law for Intercepting Maneuvering Target* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)