国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
一九八五年第四期　总第五十二期　No. 4 1985 Sum.52

二维空间几何下角度积分通量的数值计算方法

王尚武

摘　要　本文比较详细地讨论了二维空间几何下角度积分通量数值计算中的求积点和求积权重的选取方法，并给出了数值积分的求积点和求积系数以及角度积分通量的数值计算公式。

一、问题的提出

在源和散射均是各向同性的假定下，稳态多组中子输运问题的本征值方程为

$$\hat{\Omega}\cdot\nabla\varphi_g(\vec{r},\hat{\Omega})+\Sigma_{tg}\varphi_g(\vec{r},\hat{\Omega})=\sum_{g'=1}^{G}\left(\frac{\chi_g}{k_{eff}}\nu\Sigma_{fg'}+\Sigma_{g'\to g}^{s}\right)\phi_{g'}(\vec{r}) \tag{1.1}$$

其中　Σ_{tg} 是宏观输运截面；

$\Sigma_{g'\to g}^{s}$ 是 g' 组到 g 组的宏观散射截面；

χ_g 是裂变谱，即裂变中子在第 g 组中的份额。

ν 是每次裂变放出的平均中子数目；

$\varphi_g(\vec{r},\hat{\Omega})$ 是第 g 组的中子角通量；

k_{eff} 是本征值；$\Sigma_{fg'}$ 是第 g' 组的裂变截面。

而　$\phi_{g'}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi}\int_{4\pi}d\hat{\Omega}\varphi_{g'}(\vec{r},\hat{\Omega})$ 为角度积分通量（标通量）。

如图1，在二維(x,y)几何下，方程(1.1)变为：

$$\mu\frac{\partial\varphi_g}{\partial x}+\eta\frac{\partial\varphi_g}{\partial y}+\Sigma_{tg}\varphi_g(x,y,\mu,\eta)=\sum_{g'=1}^{G}\left(\frac{1}{k_{eff}}\chi_g\nu\Sigma_{fg'}+\Sigma_{g'\to g}^{s}\right)\phi_{g'}(x,y) \tag{1.2}$$

其中　$\mu=\hat{e}_x\cdot\hat{\Omega}$，　$\eta=\hat{e}_y\cdot\hat{\Omega}$ 分别为中子运动方向 $\hat{\Omega}$ 对 x,y 轴的方向余弦。

$$\text{而}\quad\phi_{g'}(x,y)=\frac{1}{4\pi}\int_{-1}^{1}d\mu\int_{0}^{2\pi}d\psi\varphi_{g'}(x,y,\mu,\eta) \tag{1.3}$$

ψ 是关于 μ 轴的旋转角。独立变量是(μ,ψ).

η 和 ξ 完全由(μ,ψ)决定：

$$\begin{aligned}\eta&=\sqrt{1-\mu^2}\cos\psi\\ \xi&=\sqrt{1-\mu^2}\sin\psi\end{aligned} \tag{1.4}$$

一九八五年四月二十五日收到

如图2，在二維柱几何(r,z)下，方程(1.1)变为：

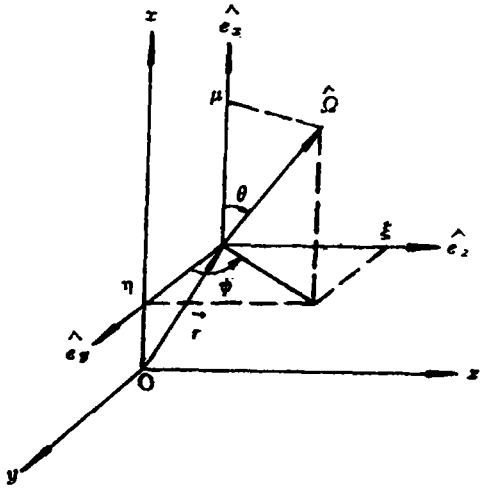


图 1 直角坐标系。空间局部坐标是($\hat{e}_x$,$\hat{e}_y$,$\hat{e}_z$)

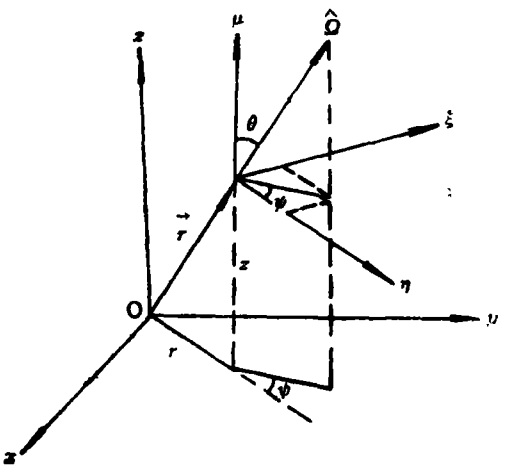


图 2 柱坐标系。μ轴平行于z轴，η轴平行于r（显然η轴垂直于μ轴），再在μ轴的垂直面上把η轴反时针方向转动$\frac{\pi}{2}$就得ξ轴。

$$\mu\frac{\partial}{\partial z}\varphi_g(r,z,\mu,\psi)+\sqrt{1-\mu^2}\left(\cos\psi\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\sin\psi}{r}\frac{\partial}{\partial\psi}\right)\varphi_g(r,z,\mu,\psi)$$

$$+\Sigma_{tg}\varphi_g(r,z,\mu,\psi)=\sum_{g'=1}^{G}\left(\frac{\chi_g}{k_{eff}}\nu\Sigma_{fg'}+\Sigma^s_{g'\to g}\right)\phi_{g'}(r,z) \tag{1.5}$$

其中 $\mu=\hat{\Omega}\cdot\hat{e}_z=\cos\theta$;

$$\phi_g(r,z)=\frac{1}{4\pi}\int_{-1}^{1}d\mu\int_0^{2\pi}d\psi\varphi_g(r,z,\mu,\psi) \tag{1.6}$$

由上面的(1.3)和(1.6)两式可知，在二維空间几何下，均会遇到如下的角度积分问题：

$$A=\frac{1}{4\pi}\int_{-1}^{1}d\mu\int_0^{2\pi}d\psi f(\mu,\eta) \tag{1.7}$$

其中
$$\eta=\sqrt{1-\mu^2}\cos\psi \tag{1.8}$$

本文的主要目的就是探讨怎样用数值方法计算方程(1.7)。

二、分立方向$\Omega_s(\mu,\eta,\xi)$任一分量离散集的选取

方程(1.7)一般用数值求积法来完成积分。連续变量$\mu\in[-1,1]$，$\psi\in[0,2\pi]$。但在许多物理问题中，函数f关于$\psi=\pi$为对称。于是方程(1.7)变为：

$$A=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}d\mu\int_0^{\pi}d\psi f(\mu,\eta) \tag{2.1}$$

$$\eta=\sqrt{1-\mu^2}\cos\psi \tag{2.2}$$

要计算积分(2.1)，必须适当地选取求积点和求积系数。由于(μ，ψ)是独立变量，故要

的求积点和求积系数就是一组(μ_s,ψ_m)以及相应地w_{ms}，使得

$$A=\sum_{m,s} w_{ms}f(\mu_s,\eta_{ms}) \tag{2.1'}$$

$$\eta_{ms}=\sqrt{1-\mu_s^2}\cos\psi_m \tag{2.2'}$$

通常，数值积分求积集的选取的方法有多种，但每种取法都必须遵循物理上的对称性，这样选取的求积集将与问题的几何取向无关。

一般来说，方向矢量$\hat{\Omega}(\mu,\eta,\xi)$所有可能的取向在$(\mu,\eta,\xi)$空间定义一个单位球。完全对称性要求，单位球上离散方向集$\{\Omega_s\}$应该对所有关于μ,η,ξ轴90°旋转不变，而且关于单位球的三个赤道面反射对称，进一步要求在每个轴上的离散点集应该完全相同。这样，我们只需在单位球的一个卦限内研究问题。

对于S_n近似，就是在(μ,η,ξ)轴的任一轴$[-1,1]$上取n个离散点$\mu_s(s=1,2,\cdots,n)$，那么单位球的每个卦限内应有$n(n+2)/8$个离散方向。

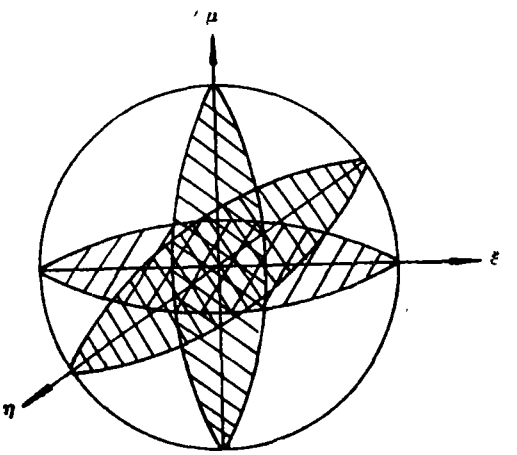


图 3 单位球

对于单位球每个卦限内的某一点$\Omega_s(\mu_i,\mu_j,\mu_k)$（其中$\mu_i,\mu_j,\mu_k$分别为方向$\Omega_s$在$\mu,\eta,\xi$轴上的投影），由于完全对称，应有

$$i+j+k=\frac{n}{2}+2 \tag{2.3}$$

依方向余弦定理 $$\mu_i^2+\mu_j^2+\mu_k^2=\mu_i^2+\mu_j^2+\mu^2_{\frac{n}{2}+2-i-j}=1 \tag{2.4}$$

其中 $$i=1,2,\cdots,\frac{n}{2};\quad j=1,2,\cdots,\frac{n}{2}-i+1$$

由(2.4)可解得[1]：

$$\mu_i^2=\mu_1^2+(i-1)\triangle. \qquad (i=1,2,\cdots,n/2) \tag{2.5}$$

其中 $$\triangle=2(1-3\mu_1^2)/(n-2) \tag{2.6}$$

因此，一旦我们取定μ_1^2，便可由(2.5)、(2.6)递推求解出其余的μ_i^2 $(i=2,3,\cdots,n/2)$

μ_i^2排列的顺序为$\mu_1^2<\mu_2^2<\cdots<\mu_{n/2}^2$。

目前，比较流行的求积权重的取法就是所谓的等权重法。下面以$n=6$的情况来说明等权重取法的意义。如图4，在$\frac{1}{8}$个单位球面上有6个离散方向，离散点(i,j,k)代表该点在(μ,ξ,η)三轴上的投影分量分别为(μ_i,ξ_j,η_k)。对于这6个点中的某一个点s，具有一个点权重p_s与之对应。显然这6个离散点可以分为二类。三个指标(i,j,k)中具有两个1指标的点（由于制约关系(2.3)，另一个指标肯定为3）为第一类；具有两个2指

标的点（另一个指标肯定为1）为第二类。所谓等权重法，就是属于同一类型的点，其权重 p_s 相同。为简化，将图4用图5表示。

对于单位球上给定的纬度圈，定义水平权重 w_j 为该纬度圈上所有离散点的权重之和。如图4，与极点 A 相对的第 j 个纬度圈上，有 $\frac{n}{2}-j+1$ 个方向点。

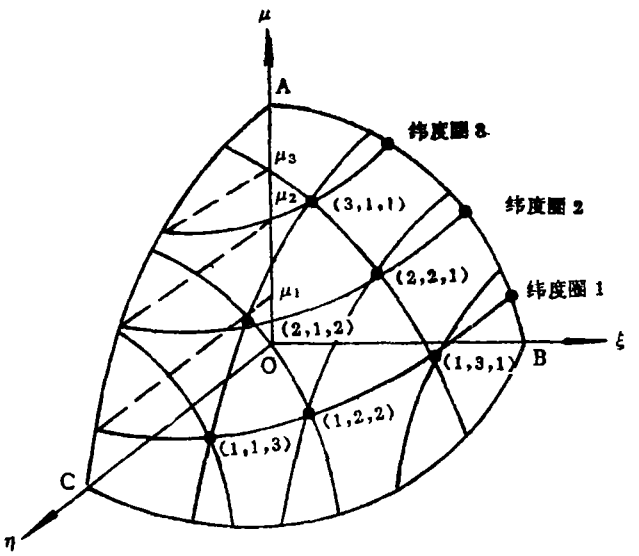


图 4 $n=6$ 时完全对称的离散点

$$w_j=\Sigma p_s$$

（对纬圈度上 j 所有离散点求和）

$$j=1,2,\cdots,n/2 \quad (2.7)$$

$n=6$	1	$w_3=p_1$
	2 2	$w_2=2p_2$
	1 2 1	$w_1=2p_1+p_2$

图 5 （指标1,2分别表示该点所属类。指标的个数就是单位球一个卦限内离散方向数目）

下面将几个 n 值（$n=2,4,6,8$）的点权重 p_s 与水平权重 w_j 的关系示于图6：

n	离散点类型排列方式	水平权重
2	1	$w_1=p_1$
4	1	$w_2=p_1$
	1 1	$w_1=2p_1$
6	1	$w_3=p_1$
	2 2	$w_2=2p_2$
	1 2 1	$w_1=2p_1+p_2$
8	1	$w_4=p_1$
	2 2	$w_3=2p_2$
	2 3 2	$w_2=2p_2+p_3$
	1 2 2 1	$w_1=2p_1+2p_2$

图 6 作为 n 的函数的等权重的点排列方式，右边的方程是点权重 p_s 和水平权重 w_j 之间的关系。对于 $2<n<14$，不同的点权重 p_s 有 $\frac{n}{2}-1$ 个。

不难证明[2]，如果 $\frac{1}{8}$ 单位球面以 $\frac{\pi}{2}$ 为单位，即

如果 $$\sum_{j=1}^{n/2} w_j=1 \quad (2.8)$$

那么，必有 $$\sum_{j=1}^{n/2} w_j \mu_j^2 = \frac{1}{3} \tag{2.9}$$

由$\frac{n}{2}+1$个偶阶矩条件：

$$\int_{-1}^{1} \frac{\mu^{2i}}{2} d\mu = \int_{0}^{1} \mu^{2i} d\mu = \frac{1}{2i+1} = \sum_{j=1}^{n/2} w_j \mu_j^{2i} \tag{2.10}$$

其中 $i=0,1,\cdots,\frac{n}{2}$。(显然，当 $i=0,1$时，(2.10)分别为(2.8)和(2.9)两式。)

可以解出$(n/2+1)$个未知量 $w_j(j=1,2,\cdots,n/2)$和 μ_1^2。然后按(2.5)和(2.6)两式决定所有的 $\mu_i^2(i=2,3,\cdots,n/2)$

满足偶阶矩条件(2.10)的完全对称的求积集列于表 1。

表 1 满足偶阶矩条件的完全对称的求积集。 $(\sum_{i=1}^{n/2} w_i = 0.5)$

	i	μ_i	μ_i^2	w_i	p_i
$n=4$	1	0.3500212	0.1225148	0.3333333	0.3333333
	2	0.8688903	0.7549704	0.1666667	
$n=6$	1	0.2666355	0.0710945	0.2547297	0.1761263
	2	0.6815076	0.4644527	0.1572071	0.1572071
	3	0.9261808	0.8578110	0.0880631	
$n=8$	1	0.2182179	0.0476191	0.2117283	0.1209877
	2	0.5773503	0.3333333	0.1370370	0.0907407
	3	0.7867958	0.6190476	0.0907407	0.0925926
	4	0.9511897	0.9047619	0.0604938	

从表 1 看到，$n\geqslant 6$ 时，离散方向 Ω_s 的点权重是不相同的。

另外，我们也可以利用$\left(\frac{n}{2}+1\right)$个半域矩条件：

$$\int_{0}^{1} \mu^i d\mu = \frac{1}{i+1} = \sum_{j=1}^{n/2} w_j \mu_j^i \qquad (i=0,1,2,\cdots,n/2) \tag{2.11}$$

解出$\left(\frac{n}{2}+1\right)$个未知量 $w_j\left(j=1,2,\cdots,\frac{n}{2}\right)$和 μ_1^2。不过，这种逐级增高的高阶矩条件，对于 $n\geqslant 12$ 将导致 $w_j\left(j=1,2,\cdots,\frac{n}{2}\right)$的某些值为负[8]。另一种保持水平权重 w_j 始终为正的低阶矩方法同样可参见文献[3]。

三、积分(2.1)的求积集选取及相应的求积公式

在上节中，我们讨论了 μ_s 以及相应于μ_s的权重 $w_s(s=1,2,\cdots,n/2)$的选取方案。但要取得 η 的分立值 η_{ms}，还需要考虑 $\psi\in[0,\pi]$的分立值 ψ_m 及相应权重w_m的取法，文献[4]的作者将 $\psi\in[0,\pi]$均匀地分为M个小区间。区间端点为

$$\psi_m=\pi\left[1-\frac{m}{M}\right],\quad m=0,1,2\cdots,M \tag{3.1}$$

并假定了角通量 $\varphi(\mu,\psi)$在 ψ 的每个小区间$\triangle\psi$内随 ψ 线性变化；而对另一个角度变量 μ 取高斯求积集$\{\mu_n\}$，导出了角度积分通量 ϕ 的求积公式：

$$\phi=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}d\mu\int_{0}^{\pi}d\psi\varphi(\mu,\psi)=\sum_{n=1}^{N}d_{nm}\sum_{m=1}^{M}\varphi(\mu_n,\psi_{m-\frac{1}{2}}) \tag{3.2}$$

其中　$d_{nm}=d_n/2M$（d_n是高斯求积系数）

显然，方程(2.1)的积分也可类似(3.2)来进行计算。不过，此时方位角 ψ 的分立区间数目M此时不受S_n法的制约，即单位球的某个卦限上分立方向数目不是 $n(n+2)/8$ 个。因此，我们对(2.1)的积分不按(3.2)那样进行。

令　$y=\cos\psi$，则　$d\psi=-\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}dy$ (3.3)

将(3.3)代入(2.1)，就有

$$A=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}d\mu\int_{-1}^{1}f(\mu,y)\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} \tag{3.4}$$

利用 Mehler 公式[5]：

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{1}\frac{f(y)}{\sqrt{1-y^2}}dy&=\frac{\pi}{M}\sum_{m=1}^{M}f(y_m)+E[f]\\&=\frac{\pi}{M}\sum_{M=1}^{M}f(y_m)+\frac{\pi}{(2M)!\,2^{2M-1}}f^{(2M)}(\xi)\quad\xi\in(-1,1)\end{aligned} \tag{3.5}$$

其中，$E[f]$为求积误差。$y_m(m=1,2,\cdots,M)$为切贝雪夫多项式

$$T_M(y)=\frac{1}{2^{M-1}}\cos(M\arccos y) \tag{3.6}$$

的全部零点：　$y_m=\cos\frac{2m-1}{2M}\pi$　　$(m=1,2,\cdots,M)$ (3.7)

在二維 S_n 方法中，半个单位球面上分立方向数目是 $(n+2)n/2$。因此，M 的取值受 $\mu_s(s=1,2,\cdots,n)$的制约。故我们采用次数为$M=M_s$的切贝雪夫多项式。

例如，S_4 近似时，　$s=1,2,3,4$　　$\begin{pmatrix}M_1=M_4=2\\M_2=M_3=4\end{pmatrix}$

$m=1,2,\cdots,M_s$

略去 Mehler 公式的求积误差，(3.4)变为

$$A=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}d\mu\cdot\frac{\pi}{M_s}\sum_{m=1}^{M_s}f(\mu,y_m)$$

$$=\frac{1}{2\pi}\sum_{s=1}^{n}w_s\cdot\frac{\pi}{M_s}\sum_{m=1}^{M_s}f(\mu_s,y_m)$$

$$=\sum_{s=1}^{n}\frac{w_s}{2M_s}\cdot\sum_{m=1}^{M_s}f(\mu_s,y_m)$$

$$=\sum_{s=1}^{n}\sum_{m=1}^{M_s}w_{ms}f(\mu_s,\eta_{ms}) \tag{3.8}$$

其中 $w_{ms}=\frac{w_s}{2M_s}$满足归一化条件$\sum_{m,s}w_{ms}=1$ (3.9)

(μ_s,w_s) $(s=1,2,\cdots,n)$ 可从表 1 查得（此时只列出了$\mu_s>0$的值）

$$\eta_{ms}=\sqrt{1-\mu_s^2}y_m=\sqrt{1-\mu_s^2}\cos\frac{2m-1}{2M_s}\pi\quad\begin{pmatrix}s=1,2,\cdots,n\\m=1,2,\cdots,M_s\end{pmatrix} \tag{3.10}$$

下面将S_4和S_8近似的求积点和求积系数列于表2.1与表2.2。

表 2.1 S_4近似

1. μ_s的取法

s	1	2	3	4
μ_s	−0.8688903	−0.3500212	0.3500212	0.8688903
$\sqrt{1-\mu_s^2}$	0.4950047	0.9367418	0.9367418	0.4950047

2. $\eta_{ms}=\sqrt{1-\mu_s^2}\cos\frac{2m-1}{2M_s}\pi$ $\begin{pmatrix}s=1,2,3,4\\m=1,2,\cdots,M_s\end{pmatrix}$的取法：

s \ m	1	2	3	4
1	0.3500212	−0.3500212		
2	0.8654366	0.3584756	−0.3584756	−0.8654366
3	0.8654366	0.3584756	−0.3584756	−0.8654366
4	0.3500212	−0.3500212		

3. $w_{ms}=w_s/2M_s$ $\begin{pmatrix}s=1,2,3,4\\m=1,2,\cdots,M_s\end{pmatrix}$的取法：

s \ m	1	2	3	4
1	0.0833333	0.0833333		
2	0.0833333	0.0833333	0.0833333	0.0833333
3	0.0833333	0.0833333	0.0833333	0.0833333
4	0.0833333	0.0833333		

表 2.2 S_8 近似

1. μ_s的取法($s=1,2,\cdots,8$)

s	1	2	3	4	5	6	7	8
μ_s	-.9511897	-.7867958	-.5773503	-.2182179	.2182179	.5773503	.7867958	.9511897
w_s	.1209877	.1814814	.2740740	.4234568	.4234568	.2740740	.1814814	.1209877
$\sqrt{1-\mu_s^2}$	.3086068	.6172134	.8164966	.9759001	.9759001	.8164966	.6172134	.3086068

2. $\eta_{ms}=\sqrt{1-\mu_s^2}\cos\dfrac{2m-1}{2M_s}\pi$ $\begin{pmatrix}s=1,2,\cdots,8\\ m=1,2,\cdots,M_s\end{pmatrix}$的取法

m / s	1	2	3	4	5	6	7	8
1	.2182179	-.2182179						
2	.5702308	.2361973	-.2361973	-.5702308				
3	.7886752	.5773503	.2113249	-.2113249	-.5773503	-.7886752		
4	.9571485	.8114313	.5421810	.1903887	-.1903887	-.5421810	-.8114313	-.9571485
5	.9571485	.8114313	.5421810	.1903887	-.1903887	-.5421810	-.8114313	-.9571485
6	.7886752	.5773503	.2113249	-.2113249	-.5773503	-.7886752		
7	.5792308	.2361973	-.2361973	-.5702208				
8	.2182179	-.2182179						

3. $w_{ms}=\dfrac{w_s}{2M_s}$ $\begin{pmatrix}s=1,2,\cdots,8\\ m=1,2,\cdots,M_s\end{pmatrix}$的取法

m / s	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.0302469	0.0302469						
2	0.0226852	0.0226852	0.0226852	0.0226852				
3	0.0228395	0.0229395	0.0228395	0.0228395	0.0228395	0.0228395		
4	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661
5	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661	0.0264661
6	0.0228395	0.0228395	0.0228395	0.0228395	0.0228395	0.0228395		
7	0.0226852	0.0226852	0.0226852	0.0226852				
8	0.0302469	0.0302469						

区别于上面的处理，在积分(3.4)中，对μ的积分采用 Legendre 求积，对y积分仍然用切贝雪夫求积。此时为保证单位球的一个卦限内离散方向数目是$n(n+2)/8$，切贝雪夫求积集要受到 Legendre 求积集的制约。给出$\mu_s>0$时的高斯求积集如下：

$$(\mu_s,w_s)\qquad(s=1,2,\cdots,n/2)\qquad\sum_{s=1}^{n/2}w_s=1$$

$$\text{而}\quad \eta_{ms}=\sqrt{1-\mu_s^2}\cos\psi_m=\sqrt{1-\mu_s^2}\cos\left(\frac{2n-4s-2m+5}{2n-4s+4}\pi\right) \tag{3.11}$$

$$w_{ms}=\frac{1}{2}\cdot\frac{w_s}{n+2-2s}\qquad (m=1,2,\cdots,n+2-2s) \tag{3.12}$$

上面原则上只给出了 $\mu_s>0$ 的情况，但根据对称性要求，我们可以构造出$\mu_s<0$时的情况。

按照(3.11)和(3.12)，我们将S_4近似的求积点和求积系数列于表3，将 S_8近似的求积点和求积系数列于表4。

表 3. S_4近似（角度积分通量的计算按(3.8)式进行）

1. $\{\mu_s,w_s\}$ $(s=1,2,3,4)$的取法。（高斯求积集）

s	1	2	3	4
μ_s	−.8611363	−.3399810	.3399810	.8611363
w_s	.3478548	.6521452	.6521452	.3478548
$\sqrt{1-\mu_s^2}$	.5083741	.9404823	.9404323	.5083741

2. η_{ms}的取法 $(s=1,2,3,4,\ m=1,2,\cdots,M_s)$

m / s	1	2	3	4
1	−.3594748	.3594748		
2	−.8688462	−.3598879	.3598879	.8688462
3	−.8688462	−.3598879	.3598879	.8688462
4	−.3594748	.3594748		

3. w_{ms} $\begin{pmatrix}m=1,2,\cdots,M_s\\ s=1,2,\cdots,4\end{pmatrix}$的取法。$\left(\sum_{m,s} w_{ms}=1\right)$

m / s	1	2	3	4
1	.0869637	.0869637		
2	.0815182	.0815182	.0815182	.0815182
3	.0815182	.0815182	.0815182	.0815182
4	.0869637	.0869637		

表 4 S_8近似

1. $\{\mu_s, w_s\}$ $(s=1,2,\cdots,8)$的选取（高斯求积集）

s	1	2	3	4	5	6	7	8
μ_s	-.9602899	-.7966665	-.5255324	-.1834346	.1834346	.5255324	.7966665	.9602899
w_s	.1012285	.2223810	.3137066	.3626838	.3626838	.3137066	.2223810	.1012285
$\sqrt{(1-\mu_s^2)}^1$	.2790041	.6044191	.8507736	.9830319	.9830319	.8507736	.6044191	.2790041

2. η_{ms} $(s=1,2,\cdots,8;\ m=1,2,\cdots,M_s)$的选取

m / s	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-.1972857	.1972857						
2	-.5584104	-.2313012	.2313012	.5584104				
3	-.8217842	-.6015878	-.2201964	.2201964	.6015878	.8217842		
4	-.9641432	-.8173612	-.5461433	-.1917800	.1917800	.5461433	.8173612	.9641432
5	-.9641432	-.8173612	-.5461433	-.1917800	.1917800	.5461433	.8173612	.9641432
6	-.8217842	-.6015878	-.2201964	.2201964	.6015878	.8217842		
7	-.5584104	-.2313012	.2313012	.5584104				
8	-.1972857	.1972857						

3. w_{ms} $(s=1,2,\cdots,8;\ m=1,2,\cdots,M_s)$的选取$(\sum_{m,s} w_{ms}=1)$

m / s	1	2	3	4	5	6	7	8
1	.0253072	.0253072						
2	.0277977	.0277977	.0277977	.0277977				
3	.0261422	.0261422	.0261422	.0261422	.0261422	.0261422		
4	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678
5	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678	.0226678
6	.0261422	.0261422	.0261422	.0261422	.0261422	.0261422		
7	.0277977	.0277977	.0277977	.0277977				
8	.0253072	.0253072						

致 谢

本文的完成得到二〇二教研室陈翔、张树发两位老师的指点，在此深表谢意。

参 考 文 献

[1] J.J. Duderstadt and W.R.Martin,"Transport Theory,"P-427(1979)

[2] C.E.Lee, "The Discrete Sn Approximation to Transport Theory," Los Alamos Scientific Lab. Rpt. LA-2595(1961)

[3] LathropK.D. and Calson B.G.,"Discrete Ordinates Angular Quadrature of The Neutron Transport Equation," Los Alamos Scientific Lab. Rpt. LA-3186(1965)

[4] 邢静如，张树发，陈翔，胡爱民，用 S_N 方法 求解二维动态多速迁移方程，国防科技大学 学报 4(1984)

[5] 徐利治，王仁宏，周蕴时，函数逼近的理论与方法，上海科技出版社，P257(1983)

The Numerical Evaluation Method of Angle-Integrated Flux in Two-Dimensional Space Geometry

Wang Shangwu

ABSTRACT

In this paper, the method of choosing quadrature sets of numerical evaluation of angle-integrated flux in two-dimensoinal space geometry is discussed in detail, and the quadrature sets of numerical evaluation are derived and tabulated. At last, the numerical evaluation formula ofangle-integrated flux is given.