doi:10.11887/j.cn.201401005 http://journal.nudt.edu.cn

接近观测最后逼近段最优制导方法*

李广华,张洪波,汤国建
(国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:接近观测是一种新兴的天基观测手段,精确地导引飞行器到达目标附近合适的观测点是关键技术之一。针对接近观测最后逼近段制导问题,提出了一种最优末制导方法。在惯性系中建立了相对运动方程,把目标和观测点的相对位置作为终端约束,引入了综合考虑飞行时间与燃料消耗要求的性能指标,从而把接近目标的过程转化为最优控制问题,求解出最优推力方向、发动机工作时间和飞行时间。在此基础上,设计了最优制导方案。仿真分析表明最优末制导方法的精度较高,能够满足抵近观察任务的要求,同时对深空探测、交会对接等任务具有借鉴意义。

关键词:接近观测;相对运动;最优控制;最后逼近段制导
中图分类号:V448.2 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2014)01-0022-05

Optimal guidance for terminal phase of approaching observation

LI Guanghua, *ZHANG Hongbo*, *TANG Guojian*
(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Approaching observation is a new way of space-based inspection. Precisely steering the flight vehicle to the observing point near the target is one of the key technologies. An optimal terminal guidance is presented for the terminal approaching. Firstly, the process of approaching observation is transformed to an optimal control problem by founding equations of relative motion in inertial coordinate systems and performance index which synthesizes the fight time and fuel consuming. Then optimal thrust direction, nozzle working hours, and time-to-go are derived, based on which a scheme of optimal guidance is designed. Finally, simulations are conducted and results demonstrate that the guidance algorithm can meet the requirements of approaching observation mission with the high precision. The study herein also is helpful to deep space exploration, rendezvous and docking.

Key words: approaching observation; relative motion; optimal control; terminal approaching guidance

近年来,随着空间技术的发展,在轨监测、维修、加注等在轨服务技术成为航天领域的研究热点[1-2]。掌握空间目标运行情况是进行在轨服务的基础,获取目标情报最基本方式是对其进行观测和侦察,但现有的地基监测网很难探测到目标的精确信息,必须利用天基观测手段予以配合。近距离观测作为一种空间态势感知的有效途径,得到高度的重视[3],它包括跟飞、绕飞、接近观测等形式。其中接近观察是一种近距离观测空间目标的切实可行方式,它是指飞行器平时运行在停泊轨道,当接到任务命令后,通过轨道机动,快速达到目标附近合适的观测点,并对其进行短时间侦察观测,获取有效信息。对于可疑目标,它能够协助判定其威胁程度;对于合作目标,则可以提供其健康状况、故障类别等信息,在空间应用中有巨大的潜在价值。

若把观测点看作一个实体,接近观测最后逼近段制导可以借鉴空间目标拦截或交会等末制导方法。比例导引是一种成熟的导引方法,文献[4]对运用比例导引实现非机动目标卫星拦截方法进行了研究,文献[5]利用比例导引对空间交会对接寻的段飞行任务进行了设计。文献[6]针对空间目标飞越式抵近观察末制导问题,提出了基于视线转率的比例制导方法,但由于观测点在空间位置上不是一个实体,利用飞行器针对目标的视线转率来实时计算针对观测点的视线转率,过程比较复杂,并且在接近目标时,视线转率的发散给制导带来了困难。

本文的设计思路是根据最优制导律的原理和方法,把目标与观测点之间的相对位置作为终端

* **收稿日期**:2013-04-11
基金项目:国家863计划资助项目
作者简介:李广华(1987—),男,河南商丘人,博士研究生,E-mail:lighgfkd@163.com;
张洪波(通信作者),男,讲师,博士,E-mail:zhanghb1304@nudt.edu.cn

约束,把最后逼近段过程转化为终时不指定且带有终端约束的最优控制问题,从而解算出发动机工作时间、飞行时间以及最优推力方向。在最优控制的基础上,设计出最优制导方案。利用该制导方法导引飞行器到达观测点,不仅避免了视线转率的解算,而且制导精度较高。

1　问题描述

飞行器和目标的几何关系如图 1 所示。图中 x_0 表示在初始时刻飞行器与目标的绝对位置差,x_f 表示飞行器到观测点时与目标的绝对位置。

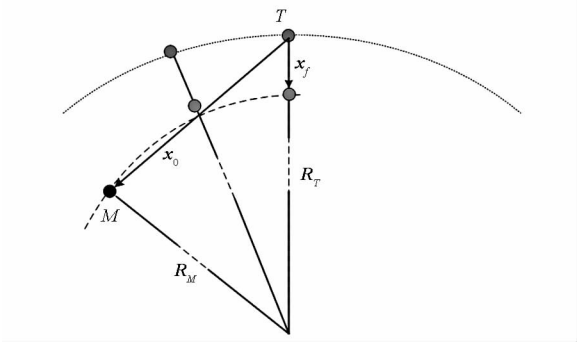


图 1　飞行器与目标器的几何关系

Fig. 1　Position relationship between flight vehicle and target

在惯性坐标系中,飞行器与目标的相对信息满足

$$\begin{cases} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{R}_M - \boldsymbol{R}_T \\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{V}_M - \boldsymbol{V}_T \\ \Delta \boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}_M + \dfrac{F(t)}{m}\boldsymbol{n} - \boldsymbol{g}_T \end{cases} \tag{1}$$

结合质量方程,可以得到飞行器和目标的相对运动状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{R}}_M - \dot{\boldsymbol{R}}_T = \boldsymbol{v}_1 \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \dot{\boldsymbol{V}}_M - \dot{\boldsymbol{V}}_T = \boldsymbol{g}_M + \dfrac{F(t)}{m}\boldsymbol{n} - \boldsymbol{g}_T \\ \dot{m} = -\dfrac{F(t)}{c} \end{cases} \tag{2}$$

式中,$F(t)$ 为轨控发动机推力大小。设发动机为常值推力,F 只取 0 或正数常值。$\boldsymbol{n}$ 为发动机推力方向单位矢量,c 表示有效排气速度,看做常数。$\boldsymbol{g}_M$、$\boldsymbol{g}_T$ 分别为两者的引力加速度,考虑在接近观测逼近段时两者的距离不会太远,因此忽略其差别。这种假设越到任务末端,精度越高。所以方程可简化为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{v}_1 \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \dfrac{F(t)}{m}\boldsymbol{n} \\ \dot{m} = -\dfrac{F(t)}{c} \end{cases} \tag{3}$$

初始条件为

$$\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0 = [x_0, y_0, z_0]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{v}(t_0) = \boldsymbol{v}_0,\ m(t_0) = m_0$$

飞行器到达观测点时,满足的终端条件为

$$\boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{x}_f = [x_f, y_f, z_f]^{\mathrm{T}},\quad \forall \boldsymbol{v}(t_f)\quad m(t_f) > m_f$$

在接近目标过程中,不仅要注重能量节省,还要考虑飞越的快速性,所以取综合指标为其性能指标,表示为

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [c_1 + F(t)]\,\mathrm{d}t \tag{4}$$

其中 c_1 用于调节两者之间的权重,称为时间因子。

结合运动方程和性能指标,可以把飞行器抵近观测点的过程转化为终端时间不确定的最优控制问题,即

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [c_1 + F(t)]\,\mathrm{d}t, t_f \text{ 待定}$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{v} & \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0 \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \dfrac{F(t)}{m}\boldsymbol{n} & \boldsymbol{v}(t_0) = \boldsymbol{v}_0 \\ \dot{m} = -\dfrac{F(t)}{c} & m(t_0) = m_0 \\ \boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{x}_f & \forall \boldsymbol{v}(t_f)\quad m(t_f) > m_f \end{cases} \tag{5}$$

2　最优制导律

2.1　最优控制解算

根据最优控制理论[7-8],作哈密顿函数

$$H = -c_1 - F(t) + \lambda_r \boldsymbol{v} + \lambda_v \frac{F(t)}{m}\boldsymbol{n} - \lambda_m \frac{F(t)}{c} \tag{6}$$

其中 $\lambda_r, \lambda_v, \lambda_m$ 分别是 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, m$ 的协态变量。根据伴随方程可得

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_r = -\dfrac{\partial H}{\partial x} = 0 \\ \dot{\lambda}_v = -\dfrac{\partial H}{\partial v} = -\lambda_r \\ \dot{\lambda}_m = -\dfrac{\partial H}{\partial m} = \dfrac{F(t)}{m^2}\lambda_v \boldsymbol{n} \end{cases} \tag{7}$$

由横截条件可得

$$\begin{cases} \lambda_r(t_f) = \lambda_r^0 \\ \lambda_v(t_f) = 0 \\ \lambda_m(t_f) = 0 \end{cases} \tag{8}$$

其中 λ_r^0 是一个常矢量,它不能为 0。若 $\lambda_r^0 = 0$,整个接近过程都不需要控制,这显然只适用于最特殊的情况。那么结合式(7) 和式(8) 可得

$$\begin{cases} \lambda_r(t) = \lambda_r^0 \\ \lambda_v(t) = \lambda_r^0 (t_f - t) \end{cases} \tag{9}$$

由式(6) 可知,使哈密顿函数 H 达到极大的最优

推力方向为

$$\boldsymbol{n}^* = \frac{\boldsymbol{\lambda}_v^{\mathrm{T}}(t)}{|\boldsymbol{\lambda}_v(t)|} = \frac{\boldsymbol{\lambda}_r^{0\mathrm{T}}(t_f - t)}{|\boldsymbol{\lambda}_r^0 v(t_f - t)|} = \frac{\boldsymbol{\lambda}_r^{0\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{\lambda}_r^0|} \tag{10}$$

把式(10) 代入式(6) 得到

$$H = -c_1 + \boldsymbol{\lambda}_r \boldsymbol{v} + F(t)N(t) \tag{11}$$

其中

$$N(t) = \frac{|\boldsymbol{\lambda}_v(t)|}{m} - \frac{\lambda_m}{c} - 1$$

对 $N(t)$ 进行微分,可得

$$\dot{N}(t) < 0 \quad \ddot{N}(t) < 0$$

所以 $N(t)$ 是一个单调递减的凸函数。假设初始时刻是 0,为了使哈密顿函数为极大并具有最节能的性能,则 $N(0) > 0, N(t_f) < 0$。即存在一个发动机工作时间 $t_e \in [0, t_f]$,当 $t < t_e$ 时,发动机一直工作,即 $F(t) = F$;当 $t \geqslant t_e$ 时,发动机不工作,即 $F(t) = 0$。

对相对运动状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{F(t)}{m}\boldsymbol{n} \end{bmatrix}$$

进行求解,得到在 t_e 时刻有

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t_e) \\ \boldsymbol{v}(t_e) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}(t_e, 0) \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{v}_0 \end{bmatrix} + \int_0^{t_e} \boldsymbol{\Phi}(t_e, \tau) \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{F}{m(\tau)} \dfrac{\boldsymbol{\lambda}_r^{0\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{\lambda}_r^0|} \end{bmatrix} \mathrm{d}\tau \tag{12}$$

其中

$$\boldsymbol{\Phi}(t, \tau) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & (t-\tau)\boldsymbol{I} \\ 0 & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \quad m(\tau) = m_0 - \frac{F}{c}\tau, \tau \leqslant t_e$$

展开式(12),可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(t_e) = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0 t_e + \dfrac{F\boldsymbol{\lambda}_r^{0\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{\lambda}_r^0|} \displaystyle\int_{t_0}^{t_e} \frac{(t_e - \tau)}{m(\tau)} \mathrm{d}\tau \\ \boldsymbol{v}(t_e) = \boldsymbol{v}_0 + \dfrac{F\boldsymbol{\lambda}_r^{0T}}{|\boldsymbol{\lambda}_r^0|} \displaystyle\int_{t_0}^{t_e} \frac{\mathrm{d}\tau}{m(\tau)} \end{cases} \tag{13}$$

记

$$\boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0 t_e \triangleq \boldsymbol{x}_0^e, F\int_0^{t_e} \frac{(t-\tau)}{m(\tau)}\mathrm{d}\tau \triangleq \varphi F \int_0^{t_e} \frac{\mathrm{d}\tau}{m(\tau)} \triangleq \phi$$

在 t_f 时刻,有

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{x}(t_e) + \boldsymbol{v}(t_e)(t_f - t_e) \\ \boldsymbol{v}(t_f) = \boldsymbol{v}(t_e) \end{cases} \tag{14}$$

记

$$\boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0 t_f \triangleq \boldsymbol{x}_f^0$$

在终端相对位置要满足约束条件,可推出

$$\frac{\boldsymbol{\lambda}_r^{0\mathrm{T}}}{|\boldsymbol{\lambda}_r^0|} = \frac{\boldsymbol{x}_f - \boldsymbol{x}_f^0}{\varphi - \phi(t_f - t_e)} \tag{15}$$

结合式(10),从式(15) 可看出,最优推力方向是发动机 t_e 和 t_f 的函数。由于最优推力方向是单位矢量,从式(15) 有

$$(\boldsymbol{x}_f - \boldsymbol{x}_f^0)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_f - \boldsymbol{x}_f^0) = [\varphi - \phi(t_f - t_e)]^2$$

展开,可得

$$A(t_f - t_e)^2 + B(t_f - t_e) + C = 0 \tag{16}$$

其中

$$A = |\boldsymbol{v}_0|^2 - \phi^2, B = 2[\boldsymbol{x}_e^{0\mathrm{T}}\boldsymbol{v}(t_e) - \varphi\phi]$$

$$C = |\boldsymbol{x}_e^0|^2 - \varphi^2$$

根据伴随方程和横截条件,质量的协态变量有

$$\lambda_m(t_f) = \lambda_m(t_e) = 0 \tag{17}$$

所以

$$N(t_e) = \frac{|\boldsymbol{\lambda}_v(t_e)|}{m(t_e)} - 1 = 0$$

由式(9),得

$$|\boldsymbol{\lambda}_r^0|(t_f - t_e) = m(t_e) \tag{18}$$

另一方面,由极大值原理知 $H(t_f) = 0$,可得

$$\boldsymbol{\lambda}_r \boldsymbol{v}(t_f) = c_1 \tag{19}$$

把式(13)~(15)和(18)代入式(19)得

$$\frac{c_1(t_f - t_e)}{m(t_e)} + \frac{(\boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0 t_f - \boldsymbol{x}_f)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_0}{\varphi} - \phi = 0 \tag{20}$$

联立方程(16) 和(20) 可以解出发动机工作时间 t_e 和飞行时间 t_f,由于两式均为超越方程,一般采用数值方法进行迭代求解,这里采用高斯牛顿方法求解。求出结果后,利用式(15) 计算出最优推力方向 $\boldsymbol{n}$。

2.2 最优控制能控性和收敛性

能解出极值控制即推力方向 $\boldsymbol{\lambda}_r^0/|\boldsymbol{\lambda}_r^0|$ 与 t_f 和 t_e 的初值组$(\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{v}_0, m_0)$ 的范围叫做能控区域。其他的初值组范围称作非能控区域。

令

$$\begin{cases} F = A(t_f - t_e)^2 + B(t_f - t_e) + C \\ G = \dfrac{c_1(t_f - t_e)}{m(t_e)} + \dfrac{(x_0 + v_0 t_f - x_f)^{\mathrm{T}} v_0}{\varphi} - \phi \end{cases}$$

利用作图法可得 F 函数和 G 函数的等高线图,若 F 函数和 G 函数的 0 等高线相交,且交点在第一象限,即存在正的实数对(t_f, t_e),使得 F 函数和 G 函数同时为 0,说明所给的初值组属于能控区域。

另外,如果迭代初值和实际值相差较大,有时会导致迭代次数较多或迭代不收敛,因此迭代初

值可取交点附近的值。

2.3　最优制导方案

飞行器飞行过程中,由于存在动力学模型误差、发动机推力误差、测量误差等误差因素,若仅按照上面求得的结果在末制导开始时施加控制,飞行器很难以较高的精度飞过设计的抵近观察点。

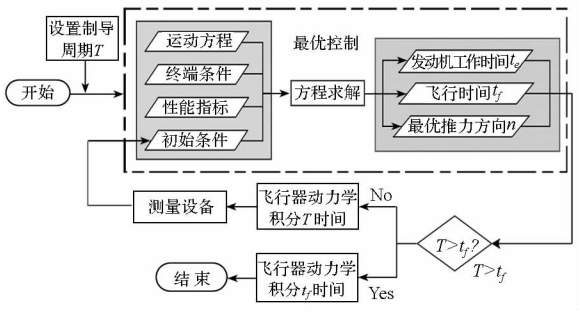


图 2　最优制导方案

Fig. 2　Scheme of optimal guidance

制导方案如图 2 所示,可分为以下几个步骤:

Step1:制导开始,设定制导周期 T;

Step2:利用运动方程、性能指标、初始条件和终端条件,由高斯、牛顿数值方法对式(16)、(20)进行迭代,求解出推力时间 t_e 和飞行时间 t_f,进而根据式(15)计算出最优推力方向 $\boldsymbol{n}$,如图 2 中虚线方框内所示;

Step3:比较 t_f 和 T,如果 $t_f > T$,进入 Step4;否则进入 Step5;

Step4:按照 Step2 中解得到的 t_e 和最优推力方向,开始对飞行器施加控制,当飞行器飞行 T 时间后,根据测量信息计算当前时刻飞行器与目标在惯性坐标系下的位置差、速度差以及飞行器质量,并作为初始条件,进入 Step2;

Step5:按照 Step2 中解得到的 t_e 和最优推力方向,开始对飞行器施加控制,当飞行器飞行 t_f 时间后,制导结束。

3　仿真分析

3.1　制导算法有效性分析

设在惯性坐标系中,目标末制导初始位置为[12855.752, 13268.279, 7660.444]km,初始速度为[-3419.856,2485.147,1434.800]m/s,观测点在卫星下方 10km 处。飞行器末制导初始位置为[11861.928,13681.989,7951.800]km,速度为[5557.142, -1335.772, -1248.382] m/s。c_1 取 1,轨控发动机推力为 750N,比冲为 290s。飞行器质量为 500kg,燃料总重量为 50kg。取表 1 中五组初始速度误差和初始位置误差进行最优制导仿真,制导周期为 2s,仿真步长为 0.01s。以第一组数据为例,得到 F 函数与 G 函数的等高线图如图 3 所示。图中,粗线表示 F 的等高线,细线表示 G 的等高线。可以看出,图中 F 和 G 具有交点,且在第一象限,说明该方程有解。迭代初值可选为(111,10)。

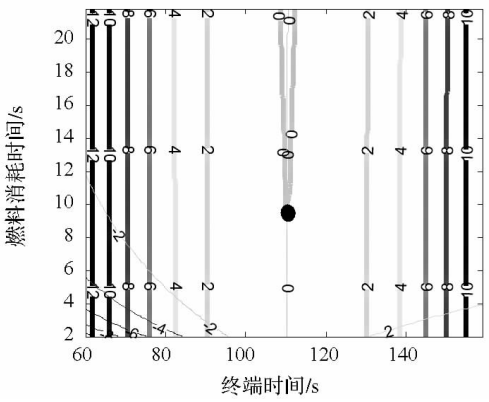


图 3　F 和 G 的等高线图

Fig. 3　Contours of F and G

5 组初值仿真结果如表 1 所示。从表 1 可以看出,终端误差较小,最优制导方法能够有效地导引飞行器精确地到达观测点。

表 1　最优制导仿真结果

Tab. 1　Simulation results of optimal guidance

算例	初始误差 位置(km)	初始误差 速度(m/s)	飞行时间(s)	终端误差(m)	燃耗量(kg)
Case 1	1	1	112.385	0.0806	3.312
Case 2	2	2	112.670	0.0929	6.544
Case 3	3	3	112.970	0.0265	10.109
Case 4	4	4	113.287	0.00392	14.153
Case 5	5	5	113.629	0.0444	18.819

3.2　精度分析

取初始位置误差和速度误差(σ)分别为 2000m 和 2m/s,相对位置和相对速度测量误差(3σ)分别为 3m 和 0.3m/s,发动机推力和推力线偏斜误差(3σ)分别为 10% 和 0.1°,飞行器姿态控制误差为 0.5°,制导周期为 2s,仿真步长为 0.01s,进行 300 次最优制导蒙特卡罗仿真,终端误差和燃料消耗的仿真统计结果如图 4 和图 5 所示。

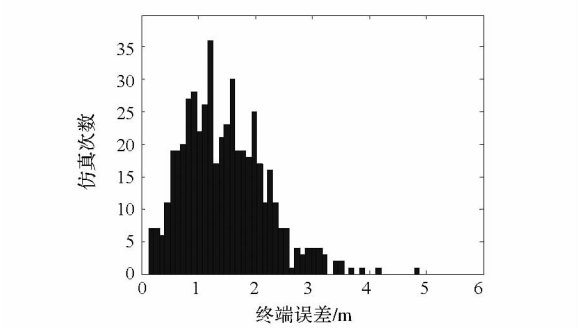


图 4 终端误差的统计结果

Fig. 4 Statistic results of terminal errors

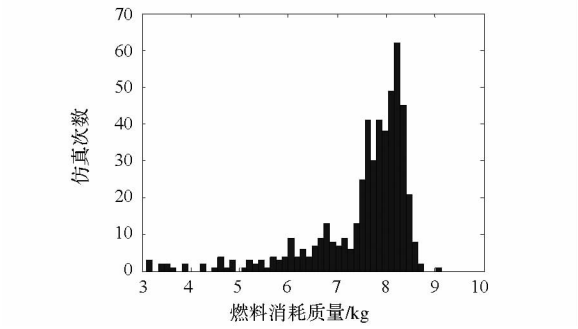


图 5 燃料消耗质量的统计结果

Fig. 5 Statistic results of fuel consumed

表 2 综合误差下最优制导的仿真结果

Tab. 2 Simulation results of optimal guidance under all errors

飞行时间均值(s)	终端误差均值(m)	终端误差均方差(m)	燃料消耗均值(kg)
112.668	1.463	0.727	7.526

把所得仿真数据进行处理,得到表 2 所示结果。从仿真结果可以看出,在制导周期为 2s 时,总体误差下最优制导的脱靶量满足任务要求的精度,说明了该方法在误差条件下仍适用。

4 结论

本文研究了基于最优控制原理的近距离观测目标最后逼近段制导方法,仿真表明制导算法能够有效地导引飞行器到达观测点,精度较高,为近距离观测提供了一种末制导方案,同时对深空探测、交会对接等任务具有借鉴意义。但与无误差仿真结果相比可知,误差精度是影响终端误差的关键因素,所以如何减少制导算法对误差精度的依赖性以及寻求更简单有效地的末制导方法是将来需要继续研究的内容。

参考文献(References)

[1] Matthew G R, Nirav B S, Daniel E H. Agent model of on-orbit servicing based on orbital transfers. AIAA 2007 - 6115.

[2] 朱彦伟, 杨乐平. 航天器在轨服务接近策略研究[J]. 中国空间科学技术, 2007,27(1):14 - 20.
ZHU Yanwei, YANG Leping. Study on approaching strategies for on-orbit servicing of satellite[J]. Chinese Space Science and Technology, 2007,27(1):14 - 20. (in Chinese)

[3] Woffinden D C, Geller D K. Relative angles-only navigation and pose estimation for autonomous orbit rendezvous[C]// Proceedings of AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Keystone, Colorada,2006.

[4] 汤国建, 贾沛然. 运用比例导引视线对目标卫星的拦截[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(2): 25 - 27.
TANG Guojian, JIA Peiran. Implementation of intercepting satellite by using proportional guidance [J]. Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(2): 25 - 27. (in Chinese)

[5] 李九人, 李海阳, 陈磊,等. 基于比例导引的空间交会寻的段飞行任务设计[J]. 飞行力学, 2009, 27(4): 58 - 61.
LI Jiuren, LI Haiyang, CHEN Lei, et al. Homing mission design of space rendezvous based on proportional guidance[J]. Flight Dynamics, 2009, 27(4): 58 - 61. (in Chinese)

[6] 田野. 空间目标飞越式抵近观察制导方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2010.
TIAN Ye. Study on guidance methods of flyby approaching observation of space target[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)

[7] George M S. Missile guidance and control systems[M]. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 2003.

[8] 吴受章. 最优控制理论与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
WU Shouzhang. Optimal control theory and application[M]. Beijing: China Machine Press, 2011. (in Chinese)