doi:10.11887/j.cn.201401018 http://journal.nudt.edu.cn

浅海中船舶轴频电场建模方法*

熊 露,姜润翔,龚沈光
(海军工程大学 兵器工程系,湖北 武汉 430033)

摘 要:为了对浅海环境中的船舶轴频电场进行建模,以基本模拟单元——水平时谐电偶极子为例,根据惟一性原理结合边界条件求解赫兹矢量势。通过电磁场与赫兹矢量势的关系式,推导了其在浅海环境下在海水中产生的电磁场的计算公式。对水平直流电偶极子在三层介质下的电磁场分布进行了求解,对其在海水中产生电场的空间分布特性及通过特性进行了分析。在实验室中模拟浅海海洋环境和水平时谐电偶极子,将水平时谐电偶极子和直流电偶极子在轴频段的电场分布仿真结果与实际测量结果做对比。结果表明,时谐电偶极子实际电场分布与理论计算结果一致,证明了推导过程和所得解析表达式的正确性;水平直流电偶极子在对轴频电场的信号包络中进行求解时建模精度高,可替代水平时谐电偶极子的计算模型,且具有更高的工程实用性。

关键词:轴频电场;三层媒质;赫兹矢量势;时谐电偶极子;直流电偶极子
中图分类号:TP316 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2014)01-098-06

Ship modeling method of shaft-ELFE in shallow sea

XIONG Lu, *JIANG Runxiang*, *GONG Shenguang*
(Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: In order to ship model the Shaft-ELFE in shallow sea, the basic simulation unit-time-harmonic horizontal electric dipole was taken for example, the Hertz vector potential was solved based on the uniqueness principle combined with boundary conditions. The electromagnetic field in shallow seawater was derived from the relational expression between Hertz vector potential and electromagnetic field. The electromagnetic field distribution of DC dipole in three media was solved. The simulated results show that the horizontal electric cell can be used to compute the harmonic cell at sufficiently low frequencies between 1Hz and 7Hz. The conclusion was further confirmed in laboratory, utilizing the horizontal electric cell and the horizontal harmonic electric cell source in man-made seawater. Finally, the shallow marine environment and horizontal time-harmonic electric dipole were simulated in the laboratory, the electric field distributions of time-harmonic electric dipole and DC dipole were compared. The results show that the time-harmonic electric dipole electric field distribution was consistent with the theoretical calculation, which proved that the derivation and analytical expression are correct; the horizontal time-harmonic current model can be replaced by horizontal DC dipole when the envelop of shaft-ELFE is simulated, and has a higher accuracy and practicability.

Key words: shaft-ELFE; three layer medium; Hertz vector; time-harmonic dipole; DC dipole

船舶在海水中航行时,不同金属之间产生的电化学腐蚀电流及由外加电流阴极保护(ICCP)系统产生的防腐电流会在船舶周围形成准静电场信号,在螺旋桨的调制下会产生轴频电场信号[1-2],该信号因具有频率特征明显,传播距离远和不可避免等特点,可被应用于船舶主轴系的故障诊断以及水中目标的定位跟踪。

采用合理的数学模型对轴频电磁场进行建模,是研究其在海水中传播规律的基础。对于船舶轴频电磁场,可以采用水平时谐电偶极子进行建模[3]。文献[3-4]对轴频电场信号建立了不同的模型,并在广义索莫非的解析计算[5]或数值计算方法上取得了很多成果。但是其所使用的算法均存在计算量大的问题,不利于水中兵器使用。

考虑到轴频电场信号频率较低(主要集中在1~7Hz),本文利用时谐电偶极子在海水中的场分布公式推导了相对简单的水平直流电偶极子的场分布,并对轴频电场信号建立三层计算模型。通过数值算例和实验验证了这种方法的实用性,为远程探测和目标定位、跟踪提供了新思路。

* **收稿日期**:2013-07-10
基金项目:国家自然科学基金资助项目(51109215)
作者简介:熊露(1986—),女,湖北武汉人,博士研究生,E-mail:litubaier@163.com;
龚沈光(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:gongshenguang@yahoo.com

1　轴频电场的产生机理系统模型

由于船舶由不同的金属材料制成,海水又是良导体,当船舶在海水中时,不同金属材料之间(如钢质船壳和铜质螺旋桨)会发生电化学反应,从而在船舶周围产生了腐蚀电流,使钢质船壳受到腐蚀[6-7]。为保护船壳体不受腐蚀,现代船舶上普遍采用了外加电流阴极保护(ICCP)系统和牺牲阳极阴极保护(PCP)系统产生保护电流进行防腐。腐蚀电流和保护电流都会经海水从船壳流向螺旋桨,然后通过各种轴承、密封和机械线路从螺旋桨返回到船壳,如图 1 所示。

工程上,由于螺旋桨、轴承和大轴不能完全做到同轴,回路中电阻抗 R_B 将随着螺旋桨的旋转而发生周期变化,使流经海水的电流受到调制,从而在船舶周围产生以螺旋桨转动频率为基频的时变电场信号,该电场称为轴频电场[1]。

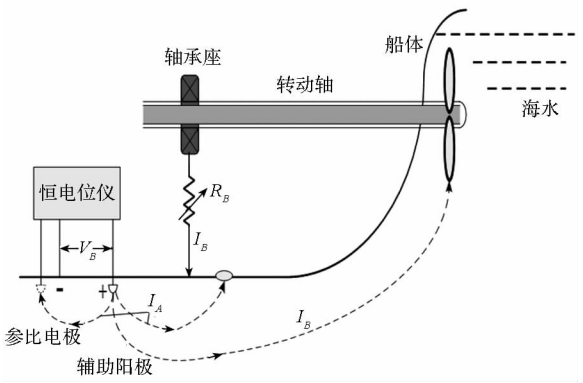


图 1　轴频电场产生原理

Fig. 1　The principle of shaft-ELFE

2　轴频电场在三层介质下的建模

船舶轴频电磁场的场源是流经主轴并以主轴转速为基频的时谐电流,理论分析[1,3-4]和海上实测数据[2,5-6]结果表明,海水中轴频电场信号的建模问题可转化为对水平时谐电偶极子电场分布的求解。文献[3-4]对深海环境下的轴频电场进行了建模,所利用的模型为空气—海水两层模型,此时将海水视为无限水深。由于大量水中武器的使用环境为浅海海域,在实际应用中比较常见的是空气、海水以及海床三层介质组成的浅海模型,所以在对船舶轴频电磁场建模之前,必须先研究水平时谐电偶极子在三层介质中产生的电磁场。

2.1　三层模型下的水平时谐电流元物理模型

在浅海环境下,全空间由空气 - 海水 - 海底三层媒质组成,物理模型如图 2 所示。建立直角坐标系 $O-xyz$,原点 O 位于水面,x 轴和 y 轴平行于水面,z 轴垂直于水面且向下方向为正,即 $z<0$ 区域为空气,$z\geqslant 0$ 区域为海水和海底。设海水中的水平电偶极子 $Id\boldsymbol{l}$ 位于(x_0,y_0,z_0)处,指向 x 轴的正方向,$z_0<d$(d 为海水深度),即电偶极子源位于海水区域中。场点坐标为(x,y,z),其中,若 $0\leqslant z\leqslant d$,则表示场点位于海水区域中;若 $z<0$,则表示场点位于空气区域中。海水中的场点坐标为(x,y,z),取电偶极距为 $Id\boldsymbol{l}=I_x\mathrm{d}\boldsymbol{l}$,电磁场对时间的关系为 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}$。

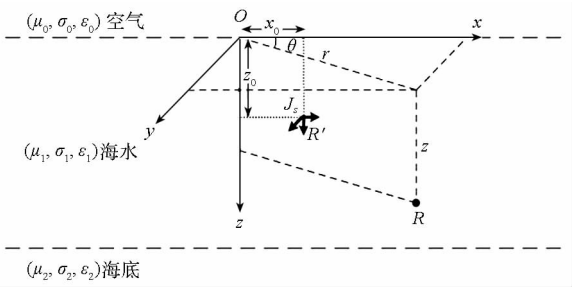


图 2　三层媒质模型

Fig. 2　Three medium model

由电磁场的基础理论可知,一旦确立赫兹矢量的公式,水平时谐电偶极子在海水中产生的电场信号电场 E 和磁场 H 就可以通过标准表达式计算[8-9]:

$$E = k^2\Pi + \mathrm{grad\ div}\,\boldsymbol{\Pi} \tag{1}$$

$$H = (\sigma' + \mathrm{j}\omega\varepsilon)\,\mathrm{curl}\,\boldsymbol{\Pi} \tag{2}$$

上式中 $k^2 = -\mathrm{j}\omega\mu_0(\sigma+\mathrm{j}\omega\varepsilon)$ 和 $\sigma' = \sigma + \mathrm{j}\omega\varepsilon$ 是所要计算层的复导电率。在海水环境中,对于直流情况,$\sigma' = \sigma_2$ 并且为实数,但是在真空中,$\sigma' = \mathrm{j}\omega\varepsilon_0$。因此在 $\omega\to 0$ 时,必须要注意公式(1)右边的限制。

根据 Sommerfeld 的推导结果,坐标系中水平电偶极子在海水中的赫兹矢量表达式为[7-8]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Pi}_{x2} = \dfrac{Idl}{4\pi\sigma_2^*}\displaystyle\int_0^\infty (\lambda/u_2\mathrm{e}^{-u_2|z-z_0|} \\ \qquad\qquad + A\mathrm{e}^{-u_2z} + B\mathrm{e}^{u_2z}) \times J_0(\lambda\rho)\mathrm{d}\lambda \\ \boldsymbol{\Pi}_{y2} = 0 \\ \boldsymbol{\Pi}_{z2} = \dfrac{Idl}{4\pi\sigma_2^*}\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_0^\infty (C\mathrm{e}^{-u_2z} + D\mathrm{e}^{u_2z})J_0(\lambda\rho)\mathrm{d}\lambda \end{cases} \tag{3}$$

式中,

$$A = \frac{\lambda}{u_2}\mathrm{e}^{-u_2z_0}R_{21}\left(\frac{1+R_{23}\mathrm{e}^{-2u_2(d-z_0)}}{1+R_{21}R_{23}\mathrm{e}^{-2u_2d}}\right) \tag{4}$$

$$B = \frac{\lambda}{u_2}\mathrm{e}^{-u_2z_0(2d-z_0)}R_{23}\left(\frac{1+R_{21}\mathrm{e}^{-2u_2z_0}}{1-R_{21}R_{23}\mathrm{e}^{-2u_2d}}\right) \tag{5}$$

$$C = \frac{F - GR''_{21}\mathrm{e}^{-u_2d}}{1-R''_{21}R''_{23}\mathrm{e}^{-2u_2d}} \tag{6}$$

$$D = \frac{(FR''_{23}e^{-u_2d} - G)e^{-u_2d}}{1 - R''_{21}R''_{23}e^{-2u_2d}} \tag{7}$$

$$F = \left(\frac{\lambda}{u_2}e^{-u_2z_0} + A + B\right)\left(\frac{k_1^2 - k_2^2}{k_2^2u_1 + k_1^2u_2}\right) \tag{8}$$

$$G = \left(\frac{\lambda}{u_2}e^{-u_2(d-z_0)} + Ae^{-u_2d} + Be^{u_2d}\right)\left(\frac{k_3^2 - k_2^2}{k_2^2u_3 + k_3^2u_2}\right) \tag{9}$$

$$R_{21} = \frac{u_2 - u_1}{u_2 + u_1} \tag{10}$$

$$R_{23} = \frac{u_2 - u_3}{u_2 + u_3} \tag{11}$$

$$R''_{21} = \frac{k_1^2u_2 - k_2^2u_1}{k_1^2u_2 + k_2^2u_1} \tag{12}$$

$$R''_{23} = \frac{k_3^2u_2 - k_2^2u_3}{k_3^2u_2 + k_2^2u_3} \tag{13}$$

$$u_i = \sqrt{\lambda^2 - k_i^2}, i = 1,2,3 \tag{14}$$

根据式(4)~(14)可求出时谐水平电偶极子在海水中的电场和磁场场强表达式。由于表达式中含有无穷项求和以及难以解析求解的广义索莫非积分,难以从公式中直接看出各因素对电场分布的影响。因此在不能得到其解析解的情况下,只好求助于繁杂的数值计算方法[10-11]。

2.2 三层模型下水平直流电偶极子电场计算

上节中的计算方法,需要求解复杂的索莫非积分,大量学者提出了不同的计算方法,但计算量仍然很大[12-13]。考虑到轴频电场信号的频率主要集中在1~7Hz,属于极低频率,应尝试使用直流电偶极子模型对轴频电场进行计算。我们通过现有的用赫兹矢量推导的交流电偶极子产生的电磁场公式来推导直流电偶极子的解析表达式。这部分工作也是为了验证交流电偶极子公式的推导和计算程序。当$\omega \to 0$时,索莫非参量$u = (\lambda^2 - k^2)^{1/2}$可以由$\lambda$代替。因此,在直流情况下,在海水中的赫兹矢量可以写成如下形式:

$$R_{21} = R_{23} = 0 \tag{15}$$

因此,$\boldsymbol{\Pi}_{x2}$中仅有第一个积分项起作用。

另外$\omega \to 0$时,有:

$$R''_{21} = -1 \tag{16}$$

$$R''_{23} = \frac{(\sigma_3 - \sigma_2)}{(\sigma_3 + \sigma_2)} \tag{17}$$

将式(16)和式(17)代入式(6)、式(7)中,可得

$$\begin{cases} C = \dfrac{1}{Q\lambda}(-e^{-\lambda z_0} + e^{-\lambda(2d-z_0)}R''_{23}) \\ D = -\dfrac{1}{Q\lambda}R''_{23}(-e^{-\lambda(2d+z_0)} + e^{-\lambda(2d-z_0)}) \end{cases} \tag{18}$$

式中,

$$Q = 1 + R''_{23}e^{-2\lambda d} \tag{19}$$

综合上述条件,利用0阶和1阶贝塞尔函数的拉普拉斯变换[9],可得到式(3)的解析表达式为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Pi}_{x2} = \dfrac{Idl}{4\pi\sigma_2}\dfrac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \\ \boldsymbol{\Pi}_{z2} = \dfrac{Idl}{4\pi\sigma_2}x\left(\dfrac{1}{R_{10}^2 + R_{10}r_{10}} + s_i\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{4}\dfrac{(-R''_{23})^n}{R_{in}^2 + R_{in}r_{in}}\right) \end{cases} \tag{20}$$

式中,

$$\begin{cases} s_i = 1, i = 1,2 \\ s_i = -1, i = 3,4 \end{cases} \tag{21}$$

$$R_{in}^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + r_{in}^2 \tag{22}$$

$$r_{1n} = 2nd + z_0 + z \tag{23}$$

$$r_{2n} = 2nd - z_0 + z \tag{24}$$

$$r_{3n} = 2nd + z_0 - z \tag{25}$$

$$r_{4n} = 2nd - z_0 - z \tag{26}$$

$$r_{10} = z + z_0 \tag{27}$$

$$R_{10}^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+z_0)^2 \tag{28}$$

由式(2)和式(24)可推出海水中三分量电场的表达式为:

$$E_x = E_0\left(\frac{3(x-x_0)^2}{D^{5/2}} - \frac{1}{D^{3/2}}\right) - E_0\frac{R_{10}^2 - 3(x-x_0)^2}{(R_{10})^{5/2}} - E_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{4}(-R''_{23})^n\frac{R_{in} - 3(x-x_0)^2}{(R_{in})^{5/2}} \tag{29}$$

$$E_y = E_0\left(\frac{3(x-x_0)(y-y_0)}{D^{5/2}}\right) + E_0\frac{3(x-x_0)(y-y_0)}{(R_{10})^{5/2}} + E_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{4}(-R''_{23})^n\frac{3(x-x_0)(y-y_0)}{(R_{in})^{5/2}} \tag{30}$$

$$E_z = E_0\left(\frac{3(x-x_0)(z-z_0)}{D^{5/2}}\right) + E_0\frac{3(x-x_0)(z+z_0)}{(R_{10})^{5/2}} + E_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{4}s_i(-R''_{23})^n\frac{3(x-x_0)r_{in}}{(R_{in})^{5/2}} \tag{31}$$

其中,

$$D^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$$

$$E_0 = \frac{Idl}{4\pi\sigma_2}$$

对于直流情况,积分形式可以用拉普拉斯变换数值计算。这种方法会出现无穷级数的展开,比

较容易计算[14-15]。对比式(3) 和式(24),可明显发现,赫兹矢量由复杂的数值积分运算转化为累计求和运算,大大减小了计算量。每个级数都对应着一个处于界面上方或者下方的特殊的源。毋庸置疑,无穷级数的这个应用比其他任何数值积分法计算电偶极子的电磁场都要快。

2.3　典型算例

在轴频电场信号的频率范围内,为了检验用水平直流电偶极子的计算模型代替水平时谐电偶极子是否合理,将两种算法进行了对比计算。仿真计算时,具体参数设定如下:电流元坐标($x_0 = -10$m, $y_0 = 0$, $z_0 = 5$m),电流元偶极矩 $Id\boldsymbol{l} = 10$ A·m,海水电导率 $\sigma_2 = 4.0$S/m, $\varepsilon_2 = 81\varepsilon_1$, $\varepsilon_3 = 30\varepsilon_1$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$H/m,海水深度 $d = 100$m,海底电导率 $\sigma_3 = 0.04$S/m,场点坐标位于 oyz 平面上的两条的水平线上。第一条水平线与 oz 轴平行,$y = 10$m,z 点坐标分别为 10m,20m,…,100m,共计 10 个场点;第二条水平线与 oy 轴平行,$z = 40$m,y 点坐标分别为 10m,20m,…,100m,共计 10 个场点。由于两条水平线存在相交点,因此测试场点共计 19 个。计算过程中,式(24) 中的 n 上限值取 31。为了对比不同频率下的差异,选取轴频电场信号频率的两个典型值 1Hz 和 7Hz 进行比较。两大场点的计算结果分别如表 1 和表 2 所示。另外,图 3 给出了 $y = 10$m、$z = 40$m 时,E_x、E_y 和 E_z 沿 x 方向的信号包络曲线,图中实线为 DC 模型计算结果,点划线为 AC 模型(频率为 7Hz) 计算结果。

表 1　场点($x = 0$m, $y = 10$m, $z = 40$m)计算结果

Tab. 1　The calculations of field point coordinate as ($x = 0$m, $y = 10$m, $z = 40$m)

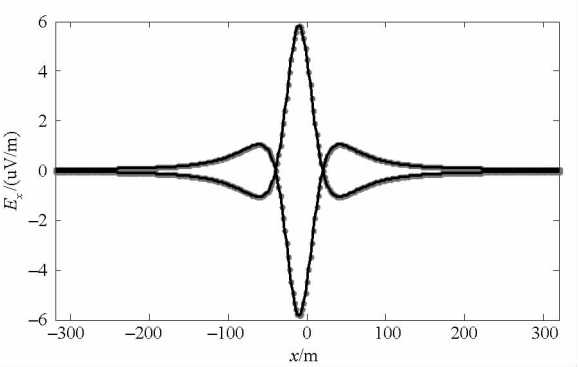
电场分量 (μV/m)	DC 模型	AC 模型 (1Hz)	AC 模型 (7Hz)
E_x	4.7010	4.7001	4.6968
E_y	1.0355	1.0321	1.0316
E_z	3.8606	3.8598	3.8592

表 2　场点($x = 0$m, $y = 40$m, $z = 40$m)计算结果

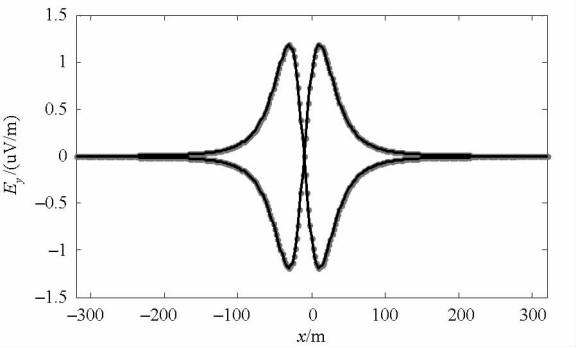
Tab. 2　The calculations of field point coordinate as ($x = 0$m, $y = 40$m, $z = 40$m)

电场分量 (μV/m)	DC 模型	AC 模型 (1Hz)	AC 模型 (7Hz)
E_x	2.0656	2.0610	2.0609
E_y	0.8023	0.8011	0.8009
E_z	0.7561	0.7512	0.7508

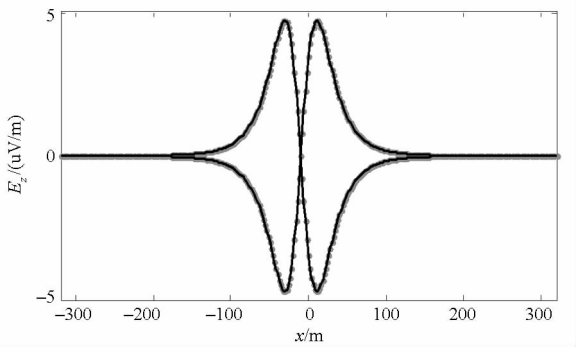
由表 1、表 2 和图 3 可明显发现,两种算法相对误差不大于 1%。考虑到当利用轴频电场进行远程探测时,系统本身也存在的误差,所以此处 1% 的误差可完全忽略不计。结果表明,利用水平直流电偶极子计算低频电偶极子电场比用数值积分法计算水平时谐电流元(频率 1 ~ 7Hz)产生的电场更具有工程实用性,且模拟精度高。



(a) E_x 分量



(b) E_y 分量



(c) E_z 分量

图 3　仿真电场信号及直流等效算法的信号包络

Fig3　Simulation of the electric field signal and the envelope of DC equivalent algorithm signal

3　实验验证

研究水平电偶极子在海水中产生的电磁场,最终目的是将其应用于船舶轴频电磁场的建模。为了进一步验证水平电偶极子在海水中产生的场理论推导的正确性,以及直流电偶极子模型计算轴频电场的有效性,将计算的结果与实验室条件

下测量得到的模拟海水环境下的水平电偶极子电场分布做比对。

在长、宽、深分别为 8m,5m,1.2m 的无磁性实验水池中,用通入低频交流电的铂铌丝对来模拟时谐电偶极子,铂铌丝直径为 0.2mm,裸露段长 1mm,间距为 5mm。其余用绝缘材料密封,保证与海水绝缘。经测试,系统与海水串联电阻为 26Ω,信号发生器输出电压为 0.4V,频率为 2Hz。池中填有由工业盐调制的人造海水,电导率为 0.027 S/m,水深 1m。水池底部铺满钢化玻璃。实验中采用三轴测量系统。为了既能够采得整个平面上的电场分布,又能节约电极数量,采用测量电极固定、电偶极子源用步进电机匀速拖动的方式进行,即电偶极子从测量电极的一侧移动到另一侧。测量电极的输出信号通过数据采集系统连续采集并记录,从而获得整个平面上的电场分布。步进电机带动电偶极子以 4cm/s 的速度前进。为了减少外界环境电磁噪声的干扰,利用同轴电缆连接 Ag/AgCl 电场传感器和采集系统,系统采样频率为 40Hz。图 4 是实验原理示意图。测量电极分布示意图如图 5 所示,3 个正交方向测量电极对(1 – 2)、(1 – 3)和(1 – 4)之间的距离为 10cm,其中电极 4 距离水面高度为 22cm,电极 1、2、3 和 5 距水面高度为 12cm,参考电极 1 距离潜艇模型正横距为 43cm。正横距表示铂铌丝与纵向和垂直测量电极所组成的平面之间的距离。

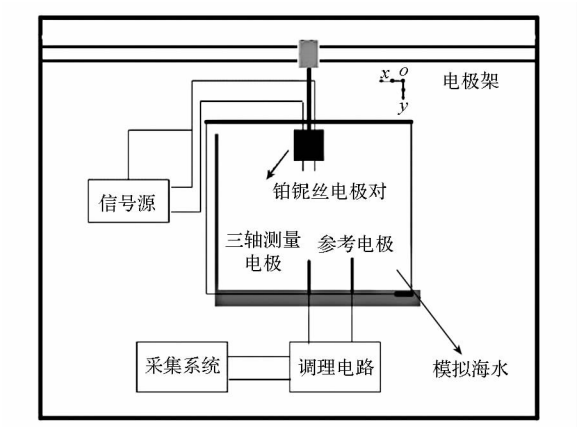


图 4 实验原理示意图

Fig4 Experimental schematic program

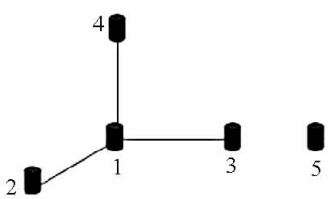
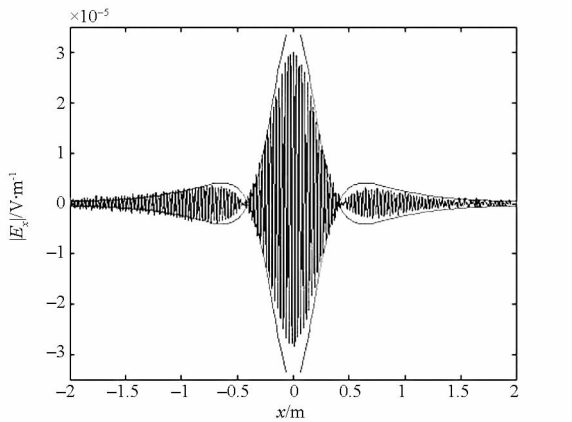


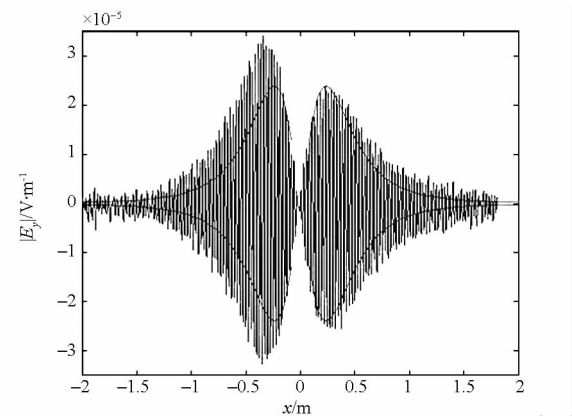
图 5 测量电极分布示意图

Fig5 Measuring electrode distribution diagram

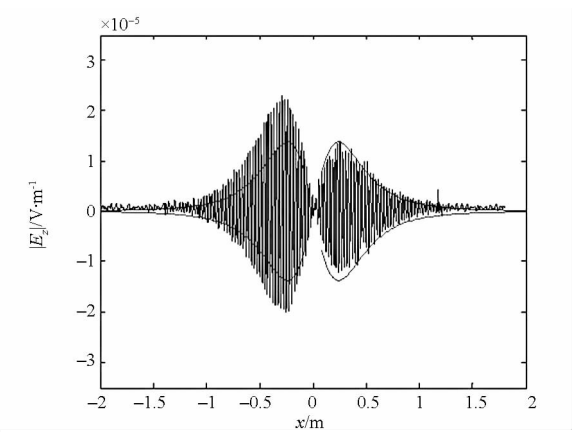
系统噪声在 1 ~ 10Hz 内峰 – 峰值小于 200nV,实测三分量电场信号及直流等效算法的信号包络如图 6 所示。计算该时谐电偶极子在上述环境中产生的电场,与在同样参数情况下的实验结果进行拟合,两个方向的拟合结果如图 6 所示。图 6 为理论时谐电偶极子包络曲线和直流电偶极子水下电场分布的实际测量数据曲线。E_x 与 E_y 分量的拟合程度优于 E_z 分量,这是由于,z 方向的两电极中有一个电极相比于 x,y 方向的



(a) E_x 分量



(b) E_y 分量



(c) E_z 分量

图 6 实测电场信号及直流等效算法的信号包络

Fig6 The measured electric signal and the envelope of DC equivalent algorithm

电极距水面较近,因此,测量信号明显大于仿真信号。另外,E_x 与 E_y 分量的的实测波形相比于仿真信号,存在波形不对称的现象,这是由于测量传感器三轴的正交性存在误差造成的。但从图 6 中仍可明显发现,实测数据与仿真计算结果拟合较好。这说明在极低频频段内,求解海水中电场分布时,可以利用水平直流电偶极子的计算模型代替水平时谐电流元的计算模型。

4　结论

本文通过电磁场与赫兹矢量势的关系式求解了水平时谐电偶极子在三层介质中产生的电磁场,利用水平直流电偶极子对船舶轴频电场在三层介质下的电场分布进行了求解,并与水平时谐电偶极子在此频段的计算结果进行了对比。结果表明,两者之间的计算结果差别较小。在实验室中模拟浅海海洋环境和水平时谐电偶极子,将直流电偶极子电场分布的仿真结果与实验室水平时谐电偶极子的电场分布测量结果对比。发现两者分布特性相似,证明在工程应用上可以用水平直流电偶极子对船舶轴频电场进行计算。用直流电偶极子计算船舶轴频电场,过程清晰明了,计算简便,精度高。研究结果对船舶和水中武器在海水中的电场分布分析和目标源反演有重要价值。

参考文献(References)

[1] 林春生,龚沈光. 舰船物理场[M]. 北京:兵器工业出版社,2007:290 - 292.
LIN Chunsheng, GONG Shenguang. Ship physical field[M]. Beijing: Weapon Industry Press, 2007: 290 - 292. (in Chinese)

[2] 陈重,崔正勤. 电磁场理论基础[M]. 北京:北京理工大学出版社,2003:201 - 206.
CHEN Zhong, CHUI Zhengqin. Electromagnetic field theory[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2003:201 - 206. (in Chinese)

[3] 毛伟,林春生. 两层介质中运动水平时谐偶极子产生的电磁场[J]. 兵工学报,2009,30(5):555 - 560.
MAO Wei, LING Chunsheng. The EM fields produced by a moving horizontally-directed time-harmonic dipole in two-layer media[J]. Acta Armamentari, 2009, 30(5): 555 - 560. (in Chinese)

[4] 谭浩,龚沈光,贾利. 基于神经网络的船舶轴频电场特征控制实验[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2012,40(4):84 - 87.
TAN Hao, GONG Shenguang, JIA Li. Controlling shaft-rate electric field using RBF neural networks [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2012, 40(4): 84 - 87. (in Chinese)

[5] 谭浩,胡鹏,龚沈光. 不同电导率对全固态 Ag/AgCl 电极自噪声影响的实验研究[J]. 探测与控制学报,2010,32(5):65 - 68.
TAN Hao, HU Peng, GONG Shenguang. Study on experiment of the noise of Ag/AgCl all-solid-state electrodes influenced by different conductivity [J]. Journal of Detection & Control, 2010, 32(5): 65 - 68. (in Chinese)

[6] 戴幻尧,李永祯,陈志杰,等. 电扫偶极子相控阵天线的空域极化特性分析[J]. 国防科技大学学报,2010,32(1):84 - 89.
DAI Huanyao, LI Yongzhen, CHEN Zhijie, et al. Spatial polarization characteristics of electronically scanning dipole phased arrays antenna[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(1): 84 - 89. (in Chinese)

[7] 张雷,潘仲明. 非晶丝 GMI 磁传感器信号的小波分析[J]. 国防科技大学学报,2012,34(4):143 - 147.
ZHANG Lei, PAN Zhongming. Wavelet analysis of data from GMI magnetic sensors[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(4): 143 - 147. (in Chinese)

[8] Bannister P R, Dube R L. Quasi-static range propagation equations for the approximate fields within a conducting slab [R]. NUSC, Technical Report, 1978.

[9] 贾亦卓,姜润翔,龚沈光. 基于小波模极大值的船舶轴频电场检测算法研究[J]. 兵工学报,2013,34(5):549 - 584.
JIA Yizhuo, JIANG Runxiang, GONG Shenguang. Research on wavelet modulus maximum-based detection algorithm of Ship's shaft-rate electric field[J]. Acta Armamentari, 2013, 34(5): 549 - 584. (in Chinese)

[10] 包中华,龚沈光,马珂. 使用电场传感器阵列的水下运动目标检测与参数估计[J]. 海军航空工程学院学报,2012,27(5):530 - 534.
BAO Zhonghua, GONG Shenguang, MA Ke. Underwater moving target detection and parameter estimation of the array electric field sensor[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2012, 27(5): 530 - 534. (in Chinese)

[11] 熊华俊,王金凤. 球坐标下时谐电偶极子的二阶矢量位[J] 郑州大学学报(工学版),2004,25(4):98 - 100.
XIONG Huajun, WANG Jinfeng. The second-order vector potential due to an arbitrary current dipole in spherical coordinates [J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2004, 25(4): 98 - 100. (in Chinese)

[12] 黄凡,林春生,杨振宇. 海底为各向异性媒质时垂直时谐电偶极子产生的电场求解[J]. 海军工程大学学报,2011,23(6):81 - 85.
HUANG Fan, LING Chunsheng, YANG Zhenyu. Calculation of electric field produced by a horizontal dipole immersed in shallow sea with anisotropic seabed medium[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2011, 23(6): 81 - 85. (in Chinese)

[13] 毛伟,周萌,周耀忠. 浅海中运动时谐垂直电偶极子产生的电磁场[J]. 哈尔滨工程大学学报,2010,31(12):1580 - 1586.
MAO Wei, ZHOU Meng, ZHOU Yaozhong. EM fields produced by amoving, vertically-directed, time-harmonic dipole in a three-layermedium [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(12): 1580 - 1586. (in Chinese)

[14] 包中华,龚沈光,孙剑英,等. 使用双矢量传感器定位深海中水平直流电偶极子源[J]. 海军工程大学学报,2011,23(3):54 - 57.
BAO Zhonghua, GONG Shenguang, SUN Jianying, et al. Localization of a horizontal electric dipole source embedded in deep sea by using two vector - sensors[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2011, 23(3): 54 - 57. (in Chinese)

[15] 陈聪,龚沈光,李定国. 基于电偶极子的舰船腐蚀防腐相关静态磁场研究[J]. 兵工学报,2010,31(1):113 - 118.
CHEN Cong, GONG Shenguang, LI Dingguo. Research on the static magnetic field related with corrosion and anticorrosion of ships based on the electric dipole model[J]. Acta Armamentari, 2010, 31(1): 113 - 118. (in Chinese)