doi:10.11887/j.cn.201406014 http://journal.nudt.edu.cn

返回舱着陆工况对着陆冲击特性的影响*

张大鹏,雷勇军
(国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:返回舱着陆工况对冲击响应特性有很大影响。建立了返回舱着陆冲击仿真分析模型,并利用已有试验数据对模型进行验证。通过显式非线性动力学分析方法模拟了返回舱着陆冲击过程,利用正交试验设计法进一步分析了返回舱着陆工况相关参数对冲击响应特性的显著性影响情况及其规律。结果表明:竖直速度、俯仰角、侧倾角及其因子间的交互效应对最大加速度的影响显著,水平速度和滚动角的影响作用不显著。这些结论可为返回舱地面相关试验和结构分析设计提供参考。

关键词:返回舱;着陆冲击;着陆工况;试验设计;冲击特性
中图分类号:V423.5 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2014)06-076-06

Impact analysis of landing conditions on space capsule's impact characteristics

ZHANG Dapeng, LEI Yongjun
(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Landing conditions of space capsule have a great effect on impact characteristics. Firstly, the analysis and simulation model of space capsule was established and validated according to an available experimental data. Methods for explicit nonlinear kinetics analysis were used to simulate the landing impact process of space capsule. And the significance effect and the influence disciplines of parameters related to landing conditions on impact characteristics were analyzed by the orthogonal test design. Results demonstrate that the vertical velocity, the pitch angle, the heeling angle and their interactions significantly influence the maximum impact acceleration, while the horizontal velocity and the rolling angle rarely influence it. These conclusions can provide important reference to both the ground tests of landing impact as well as the structural analysis and design.

Key words: space capsule; landing impact; landing conditions; test design; impact characteristics

由于承载了宇航员及大量精密试验仪器,返回舱能否安全着陆是决定载人航天工程成败的重要标志[1]。通过降落伞减速后的载人返回舱着陆速度一般为6~7m/s,而无人返回舱着陆速度可达10~14m/s[2]。返回舱以这样大的速度着陆时会在着陆瞬间产生很大冲击,对舱体和舱内宇航员及仪器设备造成较大影响[3]。为提高返回舱着陆安全性和可靠性,需要对其进行地面试验[4]。由于地面试验存在成本高、周期长等缺点,通常需要预先从多个着陆工况中选定具有代表性的典型工况进行试验,再根据试验工况对其他着陆工况进行预示,因此需要对返回舱着陆工况冲击响应特性进行研究。返回舱着陆工况主要包括竖直速度 $V_{竖}$、水平速度 $V_{水}$、俯仰角 α、侧倾角 β 和滚动角 γ 5个方面[5]。着陆工况冲击响应特性相关问题研究在返回舱结构分析与设计等方面同样具有重要意义。

由于美国"水星""双子星座"和"阿波罗"系列载人飞船均选择海上回收[6],对返回舱着水冲击问题进行了深入研究[7-9],而在着陆冲击相关问题方面研究较少。因此,我国针对载人航天工程中着陆冲击问题做了大量研究工作,孙国江等[10]利用非线性理论建立了返回舱着陆冲击的动力学模型;郭鹏等[11]在考虑着陆地面弹塑性情况下建立弹塑性接触模型;贾世锦[12-13]通过建立返回舱着陆冲击有限元模型,对刚体舱进行了试验验证,并对比研究了不同土壤模型冲击响应特性;杜汇良、张虚怀、马春生等[1,5,14]利用有限元方法在返回舱着陆和着水冲击等方面进行了相关研究;彭友君等[4]研究了返回舱着陆冲击模拟试验

* 收稿日期:2014-04-22
作者简介:张大鹏(1989—),男,河南新乡人,博士研究生,E-mail:zhangdapenghit@126.com;
雷勇军(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:leiyj108@nudt.edu.cn

床建造相关问题。就目前而言,针对返回舱着陆工况冲击响应特性问题的研究还很少,若能给出返回舱着陆工况相关参数对冲击响应的影响规律,可为返回舱着陆工况选择、地面相关试验和结构分析设计提供参考依据。

本文首先通过文献[1]中试验数据验证了所建模型的正确性,然后采用显式非线性动力学分析方法对返回舱着陆冲击过程进行仿真分析。基于试验设计思路[15],利用正交试验设计法[16]确定着陆工况相关参数中对冲击响应影响显著的参数,并对这些参数的影响规律作进一步研究,从而全面综合地得到了着陆工况冲击响应特性的影响情况。

1　着陆冲击分析模型建立与验证

返回舱着陆冲击系统包括返回舱和着陆场地面两部分,对返回舱和着陆场地面分别进行建模,并根据相关地面试验数据验证其有效性,为下一步分析奠定基础。

1.1　着陆冲击有限元模型

为满足再入时气动外形需要,返回舱整体形状为钟罩形侧壁加球冠状大底的密封结构,主要包括前端框/盖、侧壁蒙皮、大梁、大底及舱内仪器等。根据返回舱各部件构型特点,采用四节点面单元或八节点六面体单元进行建模,并根据具体结构尺寸及质量特性设置模型相应参数。返回舱有限元模型如图 1 所示,模型规模为:单元总数 71 539 个,节点总数 77 827 个。

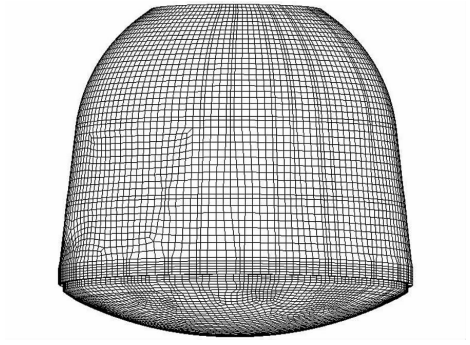


图 1　返回舱模型

Fig. 1　The finite element model of space capsule

返回舱与着陆场地面撞击的过程为非线性大变形过程,着陆场地面模型的选择和建立是分析着陆冲击问题的关键[1]。返回舱着陆冲击过程很短,产生的冲击波所影响的土壤面积有限,通过计算冲击波的影响范围可确定土壤模型的合理尺寸。为降低计算成本并减少计算时间,可建立有限大土壤模型,通过施加无反射边界条件来模拟无限大空间的真实着陆场地面特性。利用强夯法[17]计算返回舱着陆冲击过程中对着陆场地面的影响深度:

$$D = \alpha' \sqrt{MH} \tag{1}$$

式(1)中,D 为影响深度,单位 m;α'为与土质有关的无量纲系数,一般在 0.42 ~ 0.8 之间;M 为落体的质量,单位 t;H 为落体自由下落高度,可通过返回舱初始着陆速度得到,单位 m。通过计算,受影响土壤厚度为 1.12 ~ 2.16m,着陆场地面模型厚度 D 取 2.00m。

着陆场地面采用八节点六面体单元建模,网格从着陆点向边缘由细密逐渐变稀疏。根据学者研究表明[1,12-13],相对其他模型而言,采用可压垮式泡沫模型结合 Ducker-prager 模型能够较好地反映真实土壤力学特性,因此,本文选用可压垮式泡沫模型进行模拟。着陆场地面有限元模型如图 2 所示,模型规模:单元总数 32 419 个,节点总数 39 150 个。

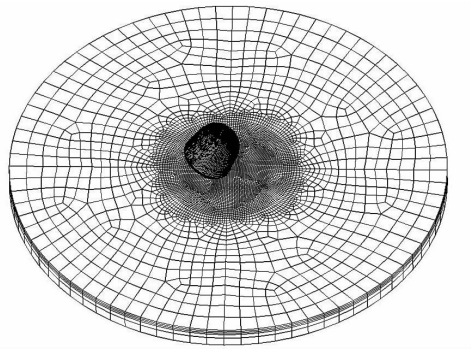


图 2　着陆冲击分析模型

Fig. 2　The finite element model of space capsule and landing bed

可压垮式泡沫模型中屈服函数 ϕ 用第二应力不变量 J_2、静水压力 p 和屈服参数 A_0,A_1 和 A_2 来表示[18-20]:

$$\phi = J_2 - [A_0 + A_1 p + A_2 p^2] \tag{2}$$

在屈服面上有

$$J_2 = \frac{1}{3}\sigma_y^2 \tag{3}$$

式(3)中

$$\sigma_y = \sqrt{3(a_0 + a_1 p + a_2 p^2)} \tag{4}$$

由式(3)、式(4)得

$$J_2 = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 \tag{5}$$

可压垮式泡沫模型中屈服参数 A_0,A_1 和 A_2 表征静水压力 p 对屈服的影响,目前无法经试验测得。利用 Ducker-prager 模型可对其进行初步估算,其表达式为:

$$\sqrt{J_2} + \alpha I_1 - k = 0 \tag{6}$$

$$I_1 = \sigma_{ii} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = -3p \tag{7}$$

$$\alpha=\frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}},\quad k=\frac{\sqrt{3}\cdot c\cdot\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}} \tag{8}$$

式(7)~(8)中,p 为静水压力,φ 为摩擦角,c 为黏结力参数。

由式(6)、式(7)可得

$$J_2=k^2+6\alpha kp+9\alpha^2p^2 \tag{9}$$

对比式(5)、式(9)有

$$A_0=k^2,A_1=6\alpha k,A_2=9\alpha^2 \tag{10}$$

通过试验测得土壤的摩擦角 φ 和黏结力参数 c,从而求得屈服参数 A_0,A_1 和 A_2。

1.2 着陆冲击分析模型有效性验证

基于所建返回舱着陆冲击分析模型,在多种不同着陆工况下对返回舱着陆冲击进行模拟计算。利用相关地面试验数据[1]对着陆场地面模型进行修正[21],可以得到与试验数据较为吻合的计算结果,如表1所示。仿真结果与试验数据误差在允许范围内,从而验证了所建着陆冲击分析模型的有效性,所建模型可以用于下一步分析研究。

表1 返回舱不同工况下计算结果对比

Tab. 1 Comparison of the results in different landing conditions

垂直着陆速度/(m·s^{-1})	加速度峰值/g			最大回弹速度/(m·s^{-1})		
	仿真结果	试验平均值	误差	仿真结果	试验平均值	误差
$V_{竖}=3.5$	14.38	17.78	−3.40	0.50	1.12	−0.62
$V_{竖}=6.0$	30.14	27.41	2.73	0.52	1.32	−0.80
$V_{竖}=8.0$	49.43	51.98	−2.55	1.84	1.63	0.21
$V_{竖}=10.0$	69.20	66.40	2.80	2.52	1.64	0.88

2 影响因子的实验设计与分析

返回舱冲击响应情况是着陆冲击问题中关注的重点,因此本文选取着陆冲击最大加速度值 a 作为分析研究的目标值。返回舱着陆工况中主要影响因素包括竖直速度 $V_{竖}$、水平速度 $V_{水}$、俯仰角 α、侧倾角 β 和滚动角 γ,如图3所示。由于涉及影响因素较多,为减少试验次数并取得足够的精度和可靠性,根据试验设计思路[15],利用正交试验设计法[16]安排试验并对结果进行分析。

表2 因子水平表

Tab. 2 Grade table of factors

因子	因子含义	水平		
		1	2	3
A	竖直速度 $V_{竖}$/(m·s^{-1})	5	9	13
B	水平速度 $V_{水}$/(m·s^{-1})	0	3	6
C	俯仰角 α/(°)	−15	0	15
D	侧倾角 β/(°)	−15	0	15
E	滚动角 γ/(°)	−120	0	120

为表述方便,用 $A\sim E$ 分别表示竖直速度 $V_{竖}$、水平速度 $V_{水}$、俯仰角 α、侧倾角 β 和滚动角 γ,每个因子取3个水平,结合工程实际情况,初步选定各因子水平值如表2所示。

由于所考虑的影响因素较多,为得到全面综合的试验分析结果,在不考虑因子间交互作用情况下对各因子主效应进行分析,并根据分析结果将所有因子按影响大小分为两组,在考虑交互作用情况下分别进行试验分析。

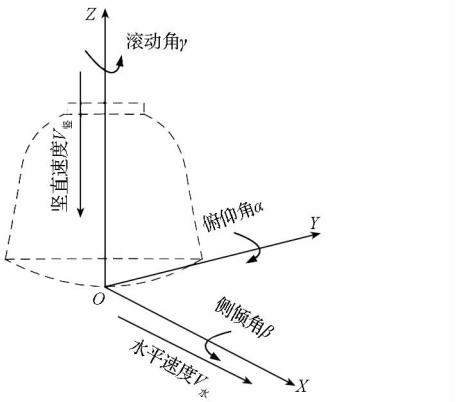


图3 返回舱着陆工况坐标系

Fig. 3 Cartesian coordinates of space capsule's landing condition

2.1 无交互作用下的主效应分析

在不考虑因子间交互作用情况下单独分析以上5个因子的主效应时,所采用的正交表至少需要5列,故采用 $L_{18}(3^7)$ 正交表,其表头设计如表3所示。确定正交表后,根据正交表中参数组合方式进行模拟试验,并对试验结果进行处理分析,可以得到以最大冲击加速度 a 为目标值的方差分析表,如表4所示。

表 3　无交互作用时的表头设计

Tab. 3　The head of table without interaction effect

列数	1	2	3	4	5	6	7
因子	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*		

表 4　无交互作用时的方差分析表

Tab. 4　Variance analysis table without interaction effect

因子	平方和	自由度	均方和	*F* 值
A	22 559	2	11 279	254. 57 **
B	63. 93	2	31. 97	0. 72
C	396. 23	2	198. 12	4. 47 **
D	90. 00	2	45. 00	1. 02
E	68. 40	2	34. 20	0. 77
误差	310. 17	7	44. 31	

注:取 $\alpha = 0.05$,$F_{0.95}(2,9) = 4.26$, ** 表示对最大加速度 a 作用显著

从表 4 中可以看出,因子 *A* 和 *C* 对试验指标(最大冲击加速度 a)有显著作用,其中因子 *A* 的影响作用最大。对其他 3 个因子进行分析可知,*B*,*D* 和 *E* 的 *F* 值相差较小,因此将因子 *B*,*D* 和 *E* 组成一组,在考虑交互作用情况下分析其显著性。

2.2　有交互作用下的显著性分析

在考虑因子间交互作用情况下对因子 *B*,*D* 和 *E* 进行试验设计。其中因子 *A* 和因子 *C* 分别固定为 9 和 0,因子 *B*,*D* 和 *E* 的水平值仍如表 2 所示。由于各因子有 3 个水平值,则每个单因子的自由度为 2,而交叉因子的自由度为 4,至少需占用 2 列,所有因子至少需要 9 列,因此选用 $L_{27}(3^{13})$ 正交表,其表头设计如表 5 所示。

通过对模拟试验数据进行方差分析,可以得到以最大冲击加速度 a 为目标值的方差分析表,如表 6 所示。从表 6 中可以看出,仅因子 *D* 对试验指标(最大冲击加速度 a)有显著作用,即侧倾角 β 对最大冲击加速度 a 作用显著,其他各因子作用均不显著。

表 5　分析 *B*,*D*,*E* 三因子时的表头设计

Tab. 5　The head of table when analyzing factor *B*, *D* and *E*

列数	1	2	3	4	5	6	7
因子	*B*	*D*	BD_1	BD_2	*E*	BE_1	BE_2
列数	8	9	10	11	12	13	
因子	DE_1			DE_2			

表 6　关于 *B*,*D*,*E* 三因子的方差分析

Tab. 6　Variance analysis table of factor *B*, *D* and *E*

因子	平方和	自由度	均方和	*F* 值
B	14. 05	2	7. 03	0. 92
D	1434. 49	2	717. 25	93. 39 **
E	7. 33	2	3. 67	0. 48
BD	23. 46	4	5. 87	0. 76
BE	19. 28	4	4. 82	0. 63
DE	70. 15	4	17. 54	2. 28
误差	61. 44	8	7. 68	

注:取 $\alpha = 0.05$,$F_{0.95}(2,9) = 4.26$,$F_{0.95}(4,9) = 3.63$, ** 表示对最大加速度 a 作用显著

3　不同因子的冲击响应特点

通过正交试验设计法分析了 5 个因子的显著性情况,确定了其中影响较为显著的 3 个因子后,对这 3 个因子的影响效应作进一步分析。在分析过程中,除研究因子外,其他因子均固定在水平值 2 上(如表 2 所示)。

3.1　单因子的冲击响应特点分析

不同水平速度 $V_{水}$ 下最大加速度 a 随竖直速度 $V_{竖}$ 的变化曲线如图 4 所示。从图 4 中可以看出,最大加速度 a 与竖直速度 $V_{竖}$ 近似呈线性关系,且水平速度 $V_{水}$ 对最大加速度 a 的影响很小。

图 5 给出了俯仰角 α 对最大加速度 a 的影响规律,变化曲线近似呈“W”形。当俯仰角 α 由 0°逐渐变为 ±15°时,最大加速度 a 均先减小后增大;当俯仰角 α 为 ±5°时,最大加速度 a 较小。同样地,改变滚动角 γ 对最大加速度 a 影响很小。

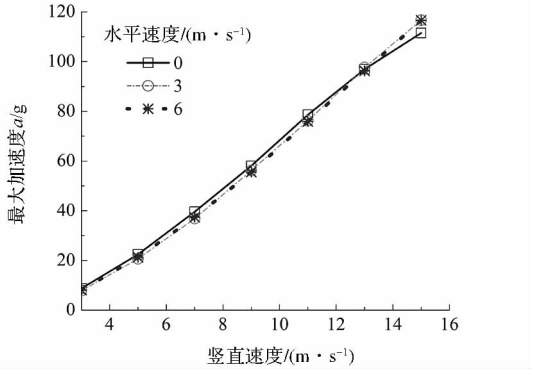


图 4　最大加速度 a 随竖直速度的变化曲线

Fig. 4　Relation of maximum acceleration a and vertical impact velocity

单独改变侧倾角 β,可以得到侧倾角 β 的冲击响应特点曲线。从图 5 中可以看出侧倾角 β 影

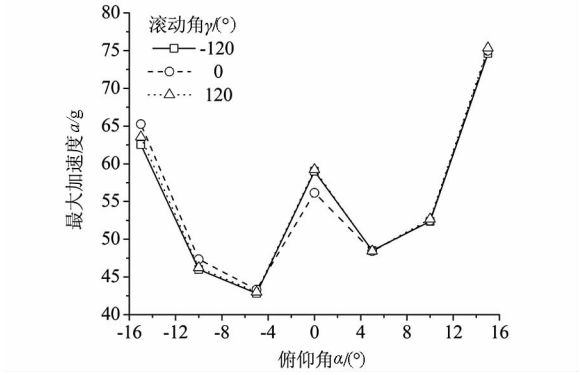


图5 最大加速度 a 随俯仰角 α 的变化曲线

Fig. 5 Relation of maximum acceleration a and pitch angle α

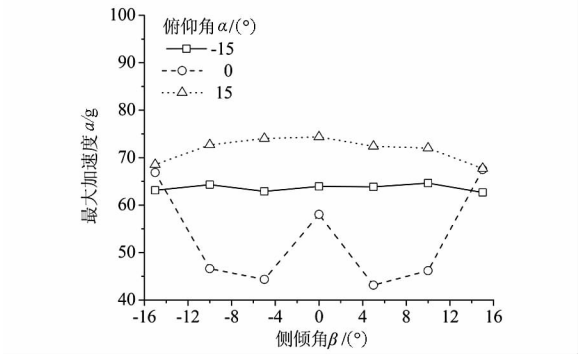


图6 最大加速度 a 随侧倾角 β 的变化曲线

Fig. 6 Relation of maximum acceleration a and heeling angle β

响规律类似于俯仰角 α,同样曲线近似呈“W”形,当侧倾角 β 由 0°逐渐变为 ±15°时,最大加速度 a 均先减小后增大。俯仰角 α 由 0°变为 ±15°时,可以得到 3 条侧倾角 β 冲击响应特点曲线,如图 6 所示。从图 6 中可以看出,当俯仰角 α 变为 ±15°时,侧倾角 β 对最大加速度 a 的影响作用明显变小,且使返回舱侧倾角 β 在 ±13°区间内的最大加速度 a 均明显增大。

3.2 双因子的冲击响应特点分析

其他参数固定,同时改变竖直速度 $V_{竖}$ 和俯仰角 α 进行模拟试验,得到竖直速度 $V_{竖}$ 和俯仰角 α 的双因子响应面,如图 7 所示。从图 7 中可以看出,各俯仰角 α 下最大加速度 a 与竖直速度 $V_{竖}$ 均近似呈线性关系,同时,各竖直速度 $V_{竖}$ 下俯仰角 α 对最大加速度 a 的影响规律相似,均呈“W”形变化规律,且俯仰角 α 的影响效应随竖直速度 $V_{竖}$ 的增大而增大。

同样可以得到竖直速度 $V_{竖}$ 和侧倾角 β 的双因子响应面,如图 8 所示。从图 8 中可以看出,其影响规律类似于竖直速度 $V_{竖}$ 和俯仰角 α 的双因子响应面,侧倾角 β 在各竖直速度 $V_{竖}$ 下的冲击响应特点曲线均呈“W”形变化规律,且影响效应随竖直速度 $V_{竖}$ 的增大而增大。

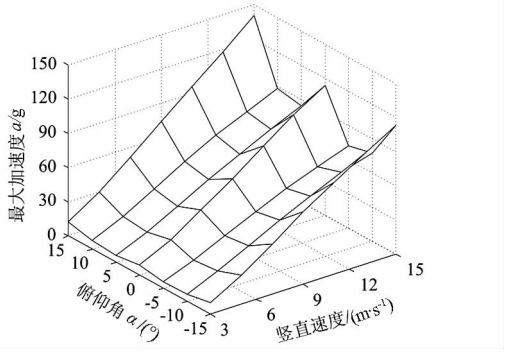


图7 竖直速度和俯仰角 α 的双因子响应面

Fig. 7 The response surface of vertical impact velocity and pitch angle α

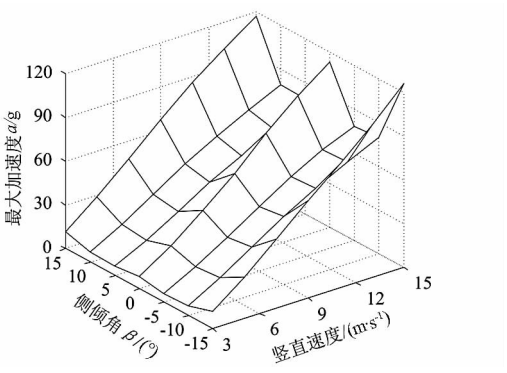


图8 竖直速度和侧倾角 β 的双因子响应面

Fig. 8 The response surface of vertical impact velocity and heeling angle β

4 结 论

本文利用显式非线性动力学分析软件 LS-DYNA 建立了可真实模拟返回舱着陆冲击过程的有限元模型,在此基础上对着陆工况相关参数的冲击响应影响情况进行分析。由于涉及的影响因素较多,按传统分析方法难度较大,本文灵活利用正交试验设计法全面综合地分析了着陆工况相关参数的显著性和影响规律。得到的主要结论如下。

1)通过因子显著性分析表明,对最大加速度 a 影响显著的因子有竖直速度 $V_{竖}$、俯仰角 α、侧倾角 β 及其因子间的交互效应,而水平速度 $V_{水}$ 和滚动角 γ 对其的影响作用不显著。

2)最大加速度 a 与竖直速度 $V_{竖}$ 近似呈线性关系;当俯仰角 α 由 0°逐渐变为 ±15°时,最大加速度 a 均呈先减小后增大趋势;俯仰角 α 为 0°时侧倾角 β 的影响规律与俯仰角 α 相似,而当俯仰角 α 改变为 ±15°时,侧倾角 β 影响作用明显变小,且在 ±13° 区间内的最大加速度 a 均明显增大。

3)竖直速度 $V_{竖}$ 分别与俯仰角 α 和侧倾角 β 的双因子交互效应影响规律相似,各竖直速度 $V_{竖}$

下俯仰角 α 和侧倾角 β 的冲击响应特点曲线均呈“W”形变化规律,且影响效应随竖直速度 $V_{竖}$ 的增大而增大。

这些结论可以为返回舱着陆工况选择、地面相关试验和返回舱结构分析设计提供重要参考。另外,由于本文采用模拟仿真试验进行分析,对返回舱及着陆场地面模型作了必要简化,在真实着陆冲击过程中可能存在更多因素需要考虑和处理,计算结果可能有所变化。针对本文存在的局限性和不足,需要更进一步地深入研究。

参考文献(References)

[1] 杜汇良. 飞船返回舱故障着陆冲击缓冲系统改进计算分析[D]. 北京:清华大学,2003.
DU Huiliang. The calculation analyses of improvement design of buffer system for abnormal landing impact of manned spacecraft[D]. Beijing: Tsinghua University, 2003. (in Chinese)

[2] 林宝华. 着陆缓冲技术综述[J]. 航天返回与遥感,1996,17(3):1 - 16.
LIN Baohua. Landing impact attenuation technologies review[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 1996, 17(3): 1 - 16. (in Chinese)

[3] 刘炳坤,王宪民,王玉兰. 人体对模拟着陆冲击动态响应特性研究[J]. 航空学报,1999,20(z1):68 - 70.
LIU Bingkun, WANG Xianmin, WANG Yulan. Study on characteristics of human body dynamic responses to simulated landing impact [J]. Aeronautica ET Astronautica Sinica, 1999, 20(z1):68 - 70. (in Chinese)

[4] 彭友君,金淮. 航天返回舱着陆冲击模拟试验床建造过程控制研究[J]. 岩土工程技术,2007,21(2):74 - 77.
PENG Youjun, JIN Huai. Research on building process control of the impact imitating test bed of spaceflight's return capsule landing [J]. Geotechnical Engineering Technique, 2007, 21(2):74 - 77. (in Chinese)

[5] 张虚怀,杜汇良,马春生. 返回舱着水的数值模拟及冲击特性分析[J]. 清华大学学报(自然科学版),2010,50(8):1297 - 1301.
ZHANG Xuhuai, DU Huiliang, MA Chunsheng. Water impact simulations and analyses of space capsule response characteristics[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2010,50(8):1297 - 1301. (in Chinese)

[6] 卞韩城,黄宁,袁亚军,等. 国外载人航天器返回着陆分析与启示[J]. 载人航天,2011,17(6):1 - 6.
BIAN Hancheng, HUANG Ning, YUAN Yajun, et al. Enlightenment and analyses of foreign manned spacecraft's landing[J]. Manned Spaceflight, 2011,17(6):1 - 6. (in Chinese)

[7] Seddon C M, Moatamedi M. Review of water entry with applications to aerospace structures[J]. International Journal of Impact Engineering,2006,32(7):1045 - 1067.

[8] Wang J T, Lyle K H. Simulating space capsule water landing with explicit finite element method [C]// Proceedings of 48th AIAA/ ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Honolulu, Hawaii, April 2007: 23 - 26.

[9] Scott J. Roland. Simulation of the Apollo command module uprighting system using LS - DYNA[C]//Proceedings of 21st AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar. Dublin, Ireland, AIAA 2011 - 25911 - 25912: 25911 - 25912.

[10] 孙国江,于登云,吴琼. 飞船返回舱着陆撞击分析数学模型[J]. 航天器工程,1998,7(2):36 - 43.
SUN Guojiang, YU Dengyun, WU Qiong. Mathematic model of space capsule's landing impact[J]. Spacecraft Engineering, 1998,7(2):36 - 43. (in Chinese)

[11] 郭鹏,程文科,秦子增. 返回舱垂直着陆过程动力学研究[J]. 国防科技大学学报,2010,32(6):93 - 99.
GUO Peng, CHENG Wenke, QIN Zizeng. Research on dynamic model of the capsule's vertical landing[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(6): 93 - 99. (in Chinese)

[12] 贾世锦. 返回舱结构缓冲仿真分析[C]//中国宇航学会飞行器专业委员会 2004 年学术研讨会,三亚,中国,2005.
JIA Shijin. Simulation and analyses of structural cushion for space capsule [C]//2004 Academic Seminar of Aircraft Professional Committee of China Society of Astronautics, Sanya, China, 2005. (in Chinese)

[13] 贾世锦. 载人飞船返回舱着陆冲击仿真分析[C]//北京力学会第 17 届学术年会,北京,中国,2011.
JIA Shijin. Landing impact simulation and analyses of manned spacecraft [C]//The 17th Annual Symposium of Beijing Dynamics, Beijing, China, 2011. (in Chinese)

[14] 马春生,黄世霖,张金换,等. LS - DYNA 的 ALE 方法在飞船返回舱着陆仿真中的应用[J]. 清华大学学报(自然科学版),2006,46(8):1455 - 1457.
MA Chunsheng, HUANG Shilin, ZHANG Jinhuan, et al. Simulations of the landing of manned spacecraft with parachutes using the ALE method in LS - DYNA[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2006,46(8):1455 - 1457. (in Chinese)

[15] 王万中. 试验的设计与分析[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
WANG Wanzhong. Experimental design and analysis [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. (in Chinese)

[16] 吴孟达,李兵,汪文浩. 高等工程数学[M]. 北京:科学出版社,2004.
WU Mengda, LI Bing, WANG Wenhao. Advanced engineering mathematics [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)

[17] 孔令伟,袁建新. 强夯的边界接触应力与沉降特性研究[J]. 岩土工程学报,1998,20(2): 86 - 92.
KONG Lingwei, YUAN Jianxin. Study on surface contact stress and settlement properties during dynamic consolidation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1998,20(2):86 - 92. (in Chinese)

[18] 王仁,黄文彬. 塑性力学引论[M]. 北京:北京大学出版社,1981.
WANG Ren, HUANG Wenbin. Introduction to plastic mechanics[M]. Beijing: Peking University Press, 1981. (in Chinese)

[19] LS - DYNA keyword user's manual[M]. Livermore Software Technology Corporation,2003.

[20] 垄晓南. 土塑性力学[M]. 杭州:浙江大学出版社,1990.
LONG Xiaonan. Plastic mechanics of soil [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1990. (in Chinese)

[21] 张大鹏,雷勇军,段静波,等. 土壤参数对返回舱着陆冲击特性的影响分析[J]. 振动与冲击,2014,33(7):120 - 125.
ZHANG Dapeng, LEI Yongjun, DUAN Jingbo, et al. Effects of soil parameters on space capsule's landing impact characteristic[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7):120 - 125. (in Chinese)