doi:10.11887/j.cn.201603017 http://journal.nudt.edu.cn

基于改进线性二次型调节器的近地轨道编队卫星鲁棒控制*

杏建军,于 洋,王 祎,郑黎明,陈子昂
(中南大学 航空航天学院,湖南 长沙 410083)

摘 要:为解决编队卫星在近地空间复杂力学环境特别是地球非球形摄动作用下构型易发散的问题,给出一种基于改进线性二次型调节器的编队卫星构型控制方法。该方法先估计近地空间编队卫星构型设计时由未建模摄动力引起的误差最大有界范围,再利用误差最大有界范围的二范数改进经典的线性二次型调节器控制方法,提高经典线性二次型调节器控制器在控制编队卫星构型时的鲁棒性。为评价改进方法的有效性,给出了一种鲁棒性强弱的量化评判标准。仿真结果表明,改进的方法可以大大提高经典线性二次型调节器方法的鲁棒性,增强编队卫星控制方法对各种不确定项的抵御能力。

关键词:编队卫星;J_2 摄动;线性二次型控制;鲁棒控制
中图分类号:V412.41 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2016)03-100-07

Robust control of low earth orbit satellites formation based on improved linear quadratic regulator

XING Jianjun, *YU Yang*, *WANG Yi*, *ZHENG Liming*, *CHEN Ziang*
(School of Aeronautics and Astronautics, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: In order to solve the configuration divergence problems of formation satellites under the complex mechanics environment in near-earth space, especially under the non-spherical perturbation influence, a formation satellites configuration control method based on improved LQR (linear quadratic regulator) was presented. The method estimated the maximum bounded range of error caused by an un-modeled perturbative force in near-earth space formation satellites configuration design, then used the 2-norm of maximum bounded range to improve the classical LQR method and improved the robustness of classical LQR controller in controlling formation satellites configuration. In order to evaluate the effectiveness of improved method, a quantitative criterion for judging the robustness was given. The simulation results show that the improved method can greatly improve the robustness of classical LQR method and improve the resistance ability of formation satellites control methods for all kinds of uncertainty.

Key words: satellites formation; J_2 perturbation; linear quadratic regulator control; robust control

编队卫星飞行技术是当今航天领域的一个热点,它利用若干颗小卫星替代传统的大卫星,具有费用低、性能好、适应性强等优点。编队卫星飞行技术为对地观测和宇宙探测等领域带来了革命性的影响,为卫星的应用开辟了一个崭新的空间,因此成为21世纪航天领域的战略制高点。

编队卫星飞行技术的实现依赖于编队卫星的构型。近地轨道编队卫星在实际运行中会受到空间各种复杂摄动力的影响,导致其不按设计的构型飞行,因此编队卫星的构型保持是编队卫星成功应用的关键技术之一。国内外众多学者对此问题进行了研究[1]。在线性控制器设计方面:Sparks[2]和Gurfil等[3]利用C-W方程设计了满足圆参考轨道的线性二次型调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)控制律;Vaddi等[4]和Sengupta等[5]建立基于线性化的T-H方程对椭圆参考轨道的构型控制进行了研究;Tillerson和How[6]提出误差盒的概念,将空间摄动力考虑在构型控制模型中,只有当误差积累达到设定条件时才启用控制,有效地减少了能耗;Liu等[7]设计了一种使LQR模型鲁棒的控制方法,增强了系统的抗干扰性。在非线性控制器设计方面:Queiroz等[8]利用非线性轨道动力学方程描述编队卫星的相对运动,设计了非线性自适应控制器;曹喜滨等[9]研究只利用星载设备而无须地面站的参与,能够在主星机动与控制、环境干扰未知的情况下完成对编队系统自适应控制的方法;Massey[10]提出了一种鲁棒性较强的跟踪控制方法,并设计了

* 收稿日期:2015-05-26
基金项目:中国博士后基金资助项目(20080440217,200902666)
作者简介:杏建军(1975—),男,甘肃兰州人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:xjj@csu.edu.cn

自适应滑模控制器;杏建军等[11]用约束力控制法,通过修正有效地抑制了编队卫星初始化、参考卫星轨道确定及相对动力学建模等误差的影响,提高了系统的鲁棒性。

尽管国内外许多学者已对编队卫星的构型控制进行了大量研究,但还存在有待改进的地方。在线性控制器设计方面,虽然有方法简单、易于执行等优点,但由于采用了线性化的模型,存在鲁棒性不足的问题;在非线性控制器设计方面,虽然有数学模型精确、鲁棒性强的优点,但存在方法复杂、不易执行的缺点。

1　数学模型

1.1　坐标系的选取[12]

①地心赤道惯性坐标系 *O-XYZ*:简称惯性坐标系,定义坐标原点 *O* 为地心,*X* 轴沿赤道面与黄道面的交线指向春分点,*Z* 轴指向地球北极,*Y* 轴由右手定则确定,垂直于 *X* 轴和 *Z* 轴所组成的平面。②相对运动坐标系 *o-xyz*:也称轨道坐标系,定义坐标原点 *o* 为参考星质心,*x* 轴由地心指向参考星的质心,*z* 轴沿卫星轨道面正法线方向,*y* 轴由右手定则确定,垂直于 *x* 轴和 *z* 轴所组成的平面。图 1 给出了这两坐标系的示意图。

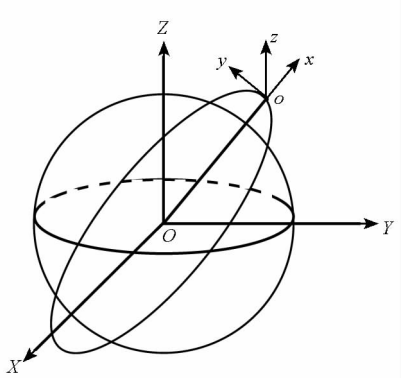


图 1　坐标系示意图

Fig. 1　Coordinate system schematic diagram

1.2　相对动力学建模

为了尽可能真实地反映编队卫星在近地轨道的运行情况,考虑近地轨道最主要的 J_2 摄动,采用地心赤道惯性坐标系数值积分和坐标变换的方式计算编队卫星之间的相对运动,用于编队卫星构型控制器的验证。同时由于近地空间力学环境的复杂性,诸多摄动无法全都考虑在动力学模型中,故为了保证模型的精确性,在动力学模型中加入白噪声代替未建模误差。

在地心赤道惯性坐标系中,J_2 摄动条件下参考卫星和伴随卫星的绝对运动方程为:

$$\begin{cases} \ddot{X}_{i,j} = -\dfrac{\mu X_{i,j}}{r_{i,j}^3} - \dfrac{3\mu J_2 R_e^2 X_{i,j}}{2r_{i,j}^5}\left(1 - 5\dfrac{Z_{i,j}^2}{r_{i,j}^2}\right) + W_{Xj} \\ \ddot{Y}_{i,j} = -\dfrac{\mu Y_{i,j}}{r_{i,j}^3} - \dfrac{3\mu J_2 R_e^2 Y_{i,j}}{2r_{i,j}^5}\left(1 - 5\dfrac{Z_{i,j}^2}{r_{i,j}^2}\right) + W_{Yj} \\ \ddot{Z}_{i,j} = -\dfrac{\mu Z_{i,j}}{r_{i,j}^3} - \dfrac{3\mu J_2 R_e^2 Z_{i,j}}{2r_{i,j}^5}\left(3 - 5\dfrac{Z_{i,j}^2}{r_{i,j}^2}\right) + W_{Zj} \end{cases} \tag{1}$$

式中:i ,j 分别代表参考卫星和伴随卫星;μ 为地球引力常数;J_2 为地球扁率因子;R_e 为地球半径;$r_{i,j} = \sqrt{X_{i,j}^2 + Y_{i,j}^2 + Z_{i,j}^2}$为卫星轨道半径; W_{Xj}, W_{Yj}, W_{Zj}分别为 3 个方向上的白噪声,用于表示未建模的摄动力。

对式(1)积分分别得到参考卫星和伴随卫星在惯性坐标系中的绝对运动参数,然后求差并转换到相对运动坐标系中,得到 J_2 摄动条件下伴随卫星相对参考卫星的运动状态参数:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \boldsymbol{S}\begin{bmatrix} X_j - X_i \\ Y_j - Y_i \\ Z_j - Z_i \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \boldsymbol{S}\begin{bmatrix} X_j - X_i \\ Y_j - Y_i \\ Z_j - Z_i \end{bmatrix} + \boldsymbol{\psi}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{3}$$

其中:$\boldsymbol{\psi} = [\,0 \quad 0 \quad \|\boldsymbol{r}_i \times \dot{\boldsymbol{r}}_i\|/\|\boldsymbol{r}_i\|^2\,]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{r}_i = [X_i \quad Y_i \quad Z_i]^{\mathrm{T}}$; $\dot{\boldsymbol{r}}_i = [\dot{X}_i \quad \dot{Y}_i \quad \dot{Z}_i]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{S}$ 为由惯性坐标系到相对运动坐标系的转换矩阵。

1.3　控制器设计

1.3.1　经典 LQR 控制器

在近地轨道编队卫星的线性控制系统中,应用较成熟的是 LQR 控制器[13]。将系统的动力学模型写成状态空间形式为:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \tag{4}$$

通过设计输入量 $\boldsymbol{u}$,使系统满足性能指标:

$$J_1 = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{u})\,\mathrm{d}t \tag{5}$$

其中,$\boldsymbol{x}$ 为系统的状态变量,且 $\boldsymbol{x} = [x \;\dot{x}\; y \;\dot{y}\; z \;\dot{z}]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{u}$ 为输入变量,$\boldsymbol{A}$ 为状态矩阵,$\boldsymbol{B}$ 为控制矩阵,$\boldsymbol{Q}_1$ 和 $\boldsymbol{R}_1$ 分别为状态变量和输入变量的加权矩阵。

为使性能指标泛函值最小,控制输入应为:

$$\boldsymbol{u}^* = -\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} \tag{6}$$

式中,矩阵 $\boldsymbol{P}$ 满足 Riccati 微分方程,即:

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{0} \tag{7}$$

经典 LQR 控制方法可得到状态线性反馈的

最优控制律,并能兼顾系统的多项性能指标,且方法简单易于实现,因此应用非常广泛。但此方法仅适用于线性动力学方程,对于复杂非线性系统鲁棒性较差。

1.3.2 改进 LQR 控制器

针对近地编队卫星运行的力学环境复杂、非线性强,传统 LQR 控制器鲁棒性不足的问题,在经典 LQR 控制的基础上,考虑未建模摄动力的误差,给出一种改进的 LQR 控制器,提高其在近地编队构型控制中的鲁棒性。

考虑如式(8)所示的动力学系统:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})$为未建模的摄动力。

改进LQR 的鲁棒控制是通过寻找反馈控制律$\boldsymbol{u}$使系统在不确定干扰 $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})$作用下全局渐进稳定[14]。

将式(8)的动力学方程写成带有不确定项的状态空间表达式[15]为:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{v} \tag{9}$$

通过寻找反馈控制律$[\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}]^{\mathrm{T}}$使系统满足目标函数:

$$J_3 = \int_0^{\infty} [\alpha^2 f_{\max}^2 + \rho^2 g_{\max}^2 + \beta^2 (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{u} + \rho^2 \|\boldsymbol{v}\|^2]\,\mathrm{d}t \tag{10}$$

且有:

$$\|\boldsymbol{B}^{+}\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\|^2 = \|\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\|^2 \leqslant f_{\max}^2 = g_{\max}^2 \tag{11}$$

其中,$\boldsymbol{v}$为解决不确定项的辅助扩展控制量;

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{+} = \mathrm{diag}([1,0,1,0,1,0]) \tag{12}$$

$\boldsymbol{B}^{+}$为矩阵$\boldsymbol{B}$的广义逆矩阵;$\boldsymbol{F}$和$\boldsymbol{D}$均为对角矩阵;$\alpha \geqslant 0, \beta \geqslant 0, \rho \geqslant 0$,且

$$2\rho^2 \|\boldsymbol{v}\|^2 \leqslant \beta^2 \|\boldsymbol{x}\|^2 \tag{13}$$

当取 $\alpha = \rho = 0, \beta = 1$,且 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Q}_1, \boldsymbol{D} = \boldsymbol{R}_1$ 时,即转换为式(5)所示的经典 LQR 控制问题。

为使系统性能指标泛函值最小,控制输入应为:

$$[\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}]^{\mathrm{T}} = -\boldsymbol{R}_2^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} \tag{14}$$

式中,矩阵$\boldsymbol{P}$同样满足式(7)的 Riccati 微分方程。因此,由式(10)可知,在改进 LQR 控制方法中:

$$\boldsymbol{Q}_2 = (\alpha^2 f_{\max}^2 + \rho^2 g_{\max}^2)\boldsymbol{I} + \beta^2 \boldsymbol{F} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{R}_2 = [\boldsymbol{D} \quad \rho^2 \boldsymbol{I}] \tag{16}$$

1.3.3 J_2 摄动对编队卫星构型影响的估计

考虑地球 J_2 摄动线性化的影响,得到 J_2 摄动修正的编队卫星相对动力学方程[16]为:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2 x = \dfrac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}[(1 - 3\sin^2 i\sin^2 u)x + (\sin^2 i\sin 2u)y + (\sin 2i\sin u)z] + u_x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = \dfrac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}\left\{(\sin^2 i\sin 2u)x - \left[\dfrac{1}{4} + \sin^2 i \cdot \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{7}{4}\sin^2 u\right)\right]y - \left(\dfrac{\sin 2i\cos u}{4}\right)z\right\} + u_y \\ \ddot{z} + n^2 z = \dfrac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}\left\{(\sin 2i\sin u)x - \left(\dfrac{\sin 2i\cos u}{4}\right)y - \left[\dfrac{3}{4} + \sin^2 i\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{4}\sin^2 u\right)\right]z\right\} + u_z \end{cases} \tag{17}$$

式中,$n = \sqrt{\mu / r^3}$为卫星运动的平均角速度。

将式(17)写成状态空间形式:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -n^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \frac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}\begin{bmatrix} 0 \\ (1 - 3\sin^2 i\sin^2 u)x + (\sin^2 i\sin 2u)y + (\sin 2i\sin u)z \\ 0 \\ (\sin^2 i\sin 2u)x - \left[\dfrac{1}{4} + \sin^2 i\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{7}{4}\cdot\sin^2 u\right)\right]y - \left(\dfrac{\sin 2i\cos u}{4}\right)z \\ 0 \\ (\sin 2i\sin u)x - \left(\dfrac{\sin 2i\cos u}{4}\right)y + \left[-\dfrac{3}{4} + \sin^2 i\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{4}\sin^2 u\right)\right]z \end{bmatrix} \tag{19}$$

将式(19)进行有界处理,得到上界:

$$\|\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\|^2 \leqslant \left(\frac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}\right)^2 \times \left(\frac{51}{2}\|x\|^2 + \frac{143}{16}\|y\|^2 + \frac{143}{16}\|z\|^2\right) \tag{20}$$

1.4 控制器鲁棒性的量化评判标准

文献[17]中给出了三种定量方法评判控制系统的鲁棒性,并认为第三种评判方法最准确。因此,本文采用文献[17]中的第三种方法比较经典 LQR 控制和改进 LQR 控制的鲁棒性强弱。第

三种量化评判标准为:

$$M = \min_{1\leqslant i\leqslant n}\{s(\lambda_i)^{-1}\,|\,\mathrm{sub}\{\lambda_i\}\,|\} \tag{21}$$

式中,λ_i 表示系统加入的反馈控制矩阵 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK}$ 的特征值($\boldsymbol{K}$ 为 LQR 的增益矩阵),$s(\lambda_i)=\|\boldsymbol{t}_i\|\cdot\|\boldsymbol{v}_i\|$,$\boldsymbol{t}_i$ 表示矩阵 $\boldsymbol{T}$ 中的行,$\boldsymbol{v}_i$ 表示矩阵 $\boldsymbol{V}$ 中的列,$\boldsymbol{V}$ 为 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK}$ 的对角转换矩阵,$\boldsymbol{T}$ 为 $\boldsymbol{V}$ 的逆矩阵,$\mathrm{sub}\{\lambda_i\}$ 表示特征值到临界稳定值之间的距离,即 $|\lambda_i|$。

此评判标准的 M 值越大,说明系统的鲁棒性越强,抗干扰能力也越强。该方法因考虑了每个特征值的临界稳定性,确保每一个特征值都不会引起系统的不稳定,因而对于评判系统的鲁棒性强弱更精确也更全面。

2　仿真验证

2.1　初始条件

采用 C-W 方程设计的水平圆编队作为仿真算例。初始时刻参考星和伴随星在地心赤道惯性坐标系下总的位置和速度如表 1 所示。

在经典 LQR 控制中,由式(4)~(7)得:

$$\boldsymbol{A}_1=\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{B}$$

$$\boldsymbol{Q}_1=\mathrm{diag}([n^6,0,n^6,0,n^6,0]),$$

$$\boldsymbol{R}_1=\mathrm{diag}([n^4,n^4,n^4])$$

在改进 LQR 的鲁棒控制中,取 $\alpha=\beta=\rho=1$,由式(9)~(20)可得:

$$\boldsymbol{A}_2=\boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{B}_2=[\boldsymbol{B}\quad\boldsymbol{C}]=\begin{bmatrix}0&0&0&1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}=\mathrm{diag}([n^6,0,n^6,0,n^6,0])$$

$$\boldsymbol{D}=[\boldsymbol{D}_1\quad\boldsymbol{0}_{3\times3}]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{D}_1=\mathrm{diag}([n^4,n^4,n^4])$$

$$\boldsymbol{Q}_2=\mathrm{diag}\left([n^6+2\times\left(\frac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}\right)^2\times\frac{51}{2},0,n^6+2\times\left(\frac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}\right)^2\times\frac{143}{16},0,n^6+2\times\left(\frac{6J_2\mu R_e^2}{r^5}\right)^2\times\frac{143}{16},0]\right)$$

$$\boldsymbol{R}_2=\mathrm{diag}([n^4,n^4,n^4,1,1,1,1,1,1)]$$

其中:仿真时间均取 20 000 s;$J_2=0.001\,082\,629\,989\,052$;$r=7\,000\,000$ m;$\mu=3.986\,004\,418\times10^{14}$ m^3/s^2;$R_e=6\,378\,137$ m。

2.2　仿真结果

2.2.1　不考虑其他摄动时的仿真结果比较

首先只考虑 J_2 摄动,不考虑其他摄动,即式(1)中白噪声为 0。分别考虑编队卫星在无控、经典 LQR 控制和改进 LQR 控制三种情况下,与基于 C-W 方程设计的理想水平圆相比,伴随卫星的位置误差曲线及推进剂消耗曲线如图 2 所示。

表 1　参考卫星和伴随卫星的初始位置和速度

Tab. 1　Initial position and velocity of the reference satellite and adjoint satellite

	X/m	Y/m	Z/m	V_X/(m/s)	V_Y/(m/s)	V_Z/(m/s)
参考卫星	7 000 000	0	0	0	4939.714	5704.573
伴随卫星	7 000 000	3273.044	3779.839	−2.695	4935.633	5708.094

由图 2(a)可知,只考虑 J_2 摄动,系统无控时,伴随卫星的位置误差曲线逐渐发散,在 20 000 s时就已基本达到了 1500 m,说明若系统不加控制,位置误差会无限制地增大,不可能精确地保持 C-W 方程设计的编队构型。

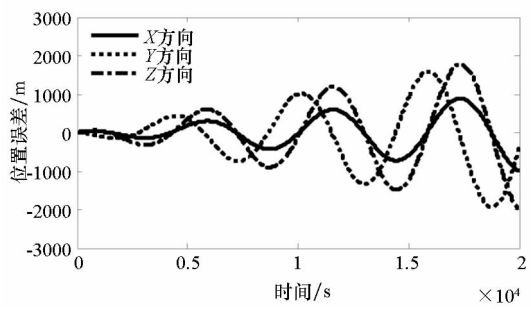
由图 2(b)可知,只考虑 J_2 摄动,当系统采用经典 LQR 控制时,伴随卫星的位置误差保持收敛,且基本收敛在 0.3 m 范围内。

由图 2(c)可知,只考虑 J_2 摄动,当系统采用改进 LQR 的鲁棒控制时,伴随卫星的位置误差保持收敛,基本收敛在 0.06 m 范围内。

再由图 2(d)可知,无白噪声时经典 LQR 和改进 LQR 的推进剂消耗曲线重合,在20 000 s时推进剂消耗均在 5.76 m/s 左右。

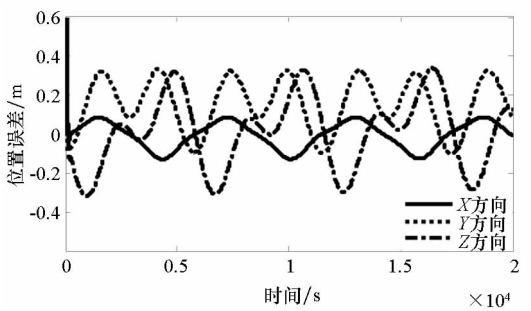
不考虑其他摄动,系统无控制、经典 LQR 控制和改进 LQR 鲁棒控制三种情况的推进剂消耗 ΔV 如表 2 所示。

因此,由图 2 和表 2 可以看出,只考虑 J_2 摄动时,无控制系统的位置误差随时间逐渐发散,而经典 LQR 控制和改进 LQR 鲁棒控制的位置误差均收敛在很小的范围内,且改进 LQR 的鲁棒控制误差收敛范围明显比经典 LQR 控制收敛范围小。这说明只考虑 J_2 摄动时,改进的 LQR 控制方法在推进剂消耗相同的情况下,较经典的 LQR 控制方法控制精度更高。



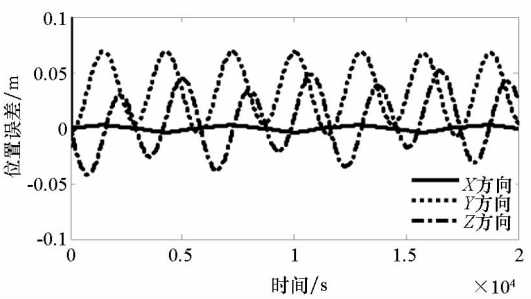
(a) 无白噪声时不加控制的位置误差曲线

(a) Uncontrolled position error with no white noise



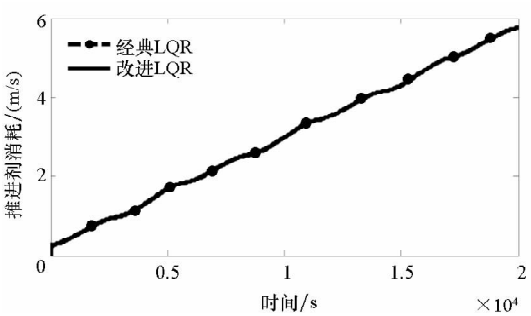
(b) 无白噪声时经典 LQR 控制的位置误差曲线

(b) Classical LQR control position error with no white noise



(c) 无白噪声时改进 LQR 控制的位置误差曲线

(c) Improved LQR control position error with no white noise



(d) 无白噪声时两种控制方法的推进剂消耗曲线

(d) Propellant consumption of two control methods with no white noise

图 2 无白噪声时的位置误差和推进剂消耗曲线

Fig. 2 Position error and propellant consumption with no white noise

表 2 无白噪声时的系统推进剂消耗比较

Tab. 2 Comparison of the propellant consumption with no white noise

	无控	经典 LQR	改进 LQR
ΔV/(m/s)	0	5.760	5.761

2.2.2 考虑白噪声时的仿真结果比较

考虑除 J_2 摄动外其他摄动的影响,且认为其他摄动可由功率谱密度为 10^{-4} 的白噪声模拟。分别考虑编队卫星在无控、经典 LQR 控制和改进 LQR 控制三种情况下,与基于 C-W 方程设计的理想水平圆相比,伴随卫星的位置误差曲线及推进剂消耗曲线如图 3 所示。

由图 3(a)可知,加入功率谱密度为 10^{-4} 的白噪声,系统无控时,伴随卫星的位置误差曲线逐渐发散,在 20 000 s 时就已基本达到 2.2×10^5 m。这说明若系统不加控制,伴随卫星的位置误差会无限制地增大,不可能精确地保持 C-W 方程设计的编队构型。

由图 3(b)可知,加入功率谱密度为 10^{-4} 的白噪声,当系统采用经典 LQR 控制时,伴随卫星的位置误差仍保持收敛,但误差范围明显增大,基本收敛在 8 m 左右。

由图 3(c)可知,加入功率谱密度为 10^{-4} 的白噪声,当系统采用改进 LQR 的鲁棒控制时,伴随卫星的位置误差虽然增大,但仍保持在较小的收敛范围内,且基本收敛在 0.6 m 左右。

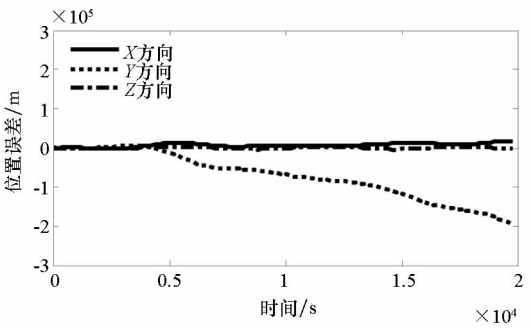
再由图 3(d)可知,加入白噪声后改进 LQR 的推进剂消耗曲线明显高于经典 LQR 的,在 20 000 s时推进剂消耗分别达到了 607.41 m/s 和281.10 m/s。

加入功率谱密度为 10^{-4} 的白噪声,系统无控制、经典 LQR 控制和改进 LQR 的鲁棒控制三种情况下的推进剂消耗如表 3 所示。

因此,由图 3 和表 3 可以看出,加入功率谱密度为 10^{-4} 的白噪声后,无控制的编队已不按预定构型运行,经典 LQR 控制和改进 LQR 的鲁棒控制误差虽仍收敛,但前者误差明显增大,后者依旧保持较小的误差范围。同时,改进 LQR 的鲁棒控制较经典 LQR 控制消耗的推进剂更多,因为前者将系统的未建模摄动考虑在内,通过消耗燃料来控制构型的精确性。

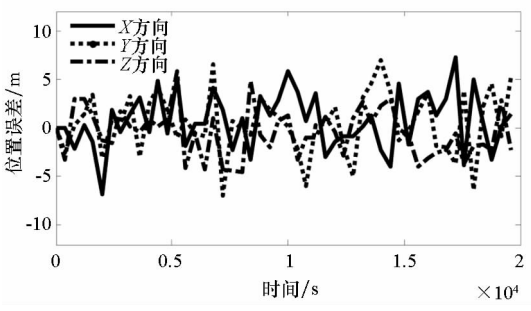
由此说明,加入功率谱密度为 10^{-4} 的白噪声后,经典 LQR 控制的误差会随着白噪声的增加而明显增大,系统的鲁棒性较弱,抗干扰能力较差;而改进 LQR 的鲁棒控制仍将误差控制在很小的

范围内,系统具有很强的鲁棒稳定性,抗干扰能力较强,更利于编队构型的精确保持。



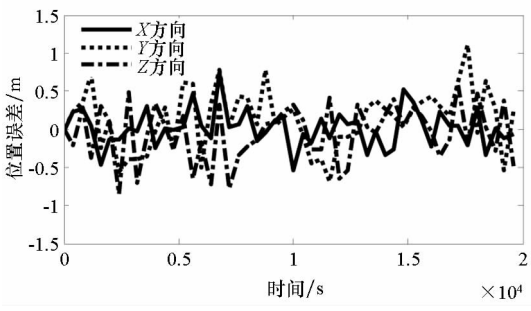
(a) 有白噪声时不加控制的位置误差曲线

(a) Uncontrolled position error with white noise



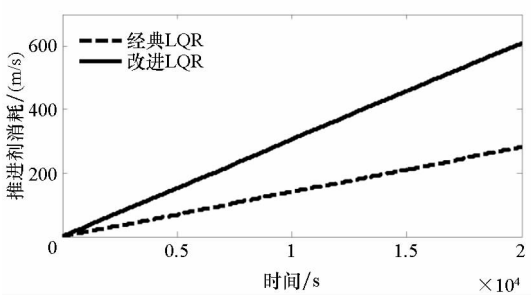
(b) 有白噪声时经典 LQR 控制的位置误差曲线

(b) Classical LQR control position error with white noise



(c) 有白噪声时改进 LQR 控制的位置误差曲线

(c) Improved LQR control position error with white noise



(d) 有白噪声时两种控制方法的推进剂消耗曲线

(d) Propellant consumption of two control methods with white noise

图 3　有白噪声时的位置误差和推进剂消耗曲线

Fig. 3　Position error and propellant consumption with white noise

表 3　有白噪声时的系统推进剂消耗比较

Tab. 3　Comparison of the propellant consumption with white noise

	无控	经典 LQR	改进 LQR
ΔV/(m/s)	0	281.10	607.41

2.2.3　利用评判标准进行鲁棒性的验证

利用文献[17]给出的评判标准,由式(21)分别求出经典 LQR 控制方法和改进 LQR 鲁棒控制方法的 M 值(见表 4),验证所给出的改进 LQR 控制方法的鲁棒性。

表 4　两种方法的 M 值

Tab. 4　M value of two methods

	经典 LQR	改进 LQR
M 值	$1.517\,3\times10^{-3}$	$3.032\,7\times10^{-2}$

由表 4 可知,对于同一编队卫星模型系统,改进 LQR 鲁棒控制的 M 值比经典 LQR 控制的 M 值基本高一个数量级,说明所给出的改进 LQR 控制方法的系统鲁棒性明显强于经典 LQR 控制方法。又由图 3 可得,在加入随机扰动后,两种方法的鲁棒性与此评判标准一致,从而验证了所给出的改进 LQR 控制方法的有效性。

3　结论

1)针对线性控制器鲁棒性不足、非线性控制器模型复杂不易实现的问题,给出一种基于改进 LQR 的鲁棒控制方法,将线性控制器中的 LQR 控制器和系统鲁棒性有机结合在一起,并把估计出的近地空间不确定性引起的最大有界范围误差加入编队卫星的动力学模型中。该方法既继承了经典 LQR 控制器简单易执行的优点,又在很大程度上提高了系统的鲁棒性,因此可以提高近地复杂力学环境下编队卫星构型控制的鲁棒性。

2)通过仿真比较加入白噪声前后系统无控、经典 LQR 控制及改进 LQR 控制情况下伴随卫星的位置误差和推进剂消耗,结果说明所给出的改进 LQR 控制器具有更好的鲁棒性和抗干扰性,其能有效提高伴随卫星的位置精度。

3)评判系统给出的鲁棒性强弱的量化标准与仿真结果一致,继而验证了文中给出的改进 LQR 控制方法的有效性,同时也为今后的鲁棒性评判提供了方法。

参考文献(References)

[1] Kristiansen R, Nicklasson P J. Spacecraft formation flying: a review and new results on state feedback control [J]. Acta Astronautica, 2009, 65(11/12): 1537 – 1552.

[2] Sparks A. Satellite formation keeping control in the presence of gravity perturbations [C]// Proceedings of the American Control Conference, 2000: 844 – 848.

[3] Gurfil P, Kasdin N J. Stability and control of spacecraft formation flying in trajectories of the restricted three-body problem[J]. Acta Astronautica, 2004, 54(6): 433 – 453.

[4] Vaddi S S, Vadali S R, Alfriend K T. Formation flying: accommodating nonlinearity and eccentricity perturbations [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(2): 214 – 223.

[5] Sengupta P, Vadali S R, Alfriend K T. Modeling and control of satellite formations in high eccentricity orbits[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2004, 52(1/2): 149 – 168.

[6] Tillerson M, How J P. Advanced guidance algorithm for spacecraft formation-keeping [C]// Proceedings of the American Control Conference, 2002: 2830 – 2835.

[7] Liu X D, Wu Y J, Zhang Y, et al. A control method to make LQR robust: a planes cluster approaching mode [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2014, 12(2): 302 – 308.

[8] de Queiroz M S, Kapila V, Yan Q. Adaptive nonlinear control of multiple spacecraft formation flying[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(3): 385 – 390.

[9] 曹喜滨, 董晓光, 张锦绣, 等. 编队飞行自主控制的自适应方法[J]. 宇航学报, 2012, 33(7): 903 – 909.
CAO Xibin, DONG Xiaoguang, ZHANG Jinxiu, et al. An adaptive control law for autonomous formation flight [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(7): 903 – 909. (in Chinese)

[10] Massey T E. Satellite formation control using continuous sliding modes [D]. Huntsville, Alabama, USA: University of Alabama, 2003.

[11] 杏建军, 唐国金, 程文科, 等. 一种基于约束力的鲁棒的编队卫星构形非线性控制方法[J]. 中国科学: 技术科学, 2011, 41(9): 1190 – 1196.
XING Jianjun, TANG Guojin, CHENG Wenke, et al. Robust nonlinear control of spacecraft formation flying using constraint forces[J]. Science China: Technological Sciences, 2011, 41(9): 1190 – 1196. (in Chinese)

[12] 张玉锟, 戴金海, 王石, 等. 基于 Hill 方程的编队卫星群运动分析与轨道设计[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22(6): 1 – 5.
ZHANG Yukun, DAI Jinhai, WANG Shi, et al. Motion analysis and orbit design of formation flying satellites based on Hill-equation[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2000, 22(6): 1 – 5. (in Chinese)

[13] Chang I, Park S Y, Choi K H. Decentralized coordinated attitude control for satellite formation flying via the state-dependent Riccati equation technique [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2009, 44(8): 891 – 904.

[14] 胡永攀, 陶利民, 吕伟, 等. 并联波浪补偿系统的鲁棒控制方法[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(6): 171 – 179.
HU Yongpan, TAO Limin, LYU Wei, et al. Robust control method of parallel wave compensation system[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(6): 171 – 179. (in Chinese)

[15] Lin F. Robust control design: an optimal control approach[M]. UK: John Wiley & Sons Ltd, 2007.

[16] 李文成. 近地轨道卫星编队及其最优控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
LI Wencheng. LEO satellites formation and optimal control[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012. (in Chinese)

[17] Tsui C C. Robust control system design: advanced state space techniques[M]. USA: CRC Press, 2003.