doi:10.11887/j.cn.201605020 http://journal.nudt.edu.cn

惯性平台自标定中惯性仪表安装误差可观测性分析*

丁智坚,蔡 洪,张文杰
(国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:针对惯性平台自标定中惯性仪表安装误差可观测性问题,深入研究了系统模型与平台坐标系对惯性仪表安装误差可观测性的影响。根据不同系统动力学模型和观测量构建四种系统模型。从可观测性定义出发,分析与判断惯性仪表安装误差在不同系统模型和不同平台坐标系下的可观测性。理论分析和仿真结果均表明惯性仪表安装误差在以下两种情况完全可观:观测量为平台框架角和加速度计输出,系统动力学模型为框架角模型,平台坐标系以平台六面体为基准定义;观测量为加速度输出,系统动力学模型为姿态角或失准角模型,平台坐标系以加速度计敏感轴为基准定义。

关键词:可观测性;安装误差;自标定;惯性平台
中图分类号:V448.12 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2016)05-127-10

Observability analysis for misalignments of inertial sensors in inertial platform self-calibration

DING Zhijian, *CAI Hong*, *ZHANG Wenjie*
(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: For the observability of inertial sensor misalignments in inertial platform self-calibration problem, the effects of the system model and platform coordinate frame on observability were analyzed. Based on different system dynamic models and measurement vectors, four system models were built. The observability of inertial sensors misalignments in different models with different definitions of platform coordinate frame was investigated. The theory conclusions and simulation results show that the system is observable only in two conditions: the system measurement models are built up with platform angles and accelerometer triad outputs, the system dynamic model is built up with platform angles and the platform coordinate frame should be defined with the benchmark hexahedron of platform; the system measurement models are built up only with accelerometers triad outputs, the system dynamic models are built up with platform attitude or misalignment models and the platform coordinate frame should be defined with the accelerometer sensor axes.

Key words: observability; misalignment; self-calibration; inertial platform

惯性仪表安装误差是高精度惯性平台主要误差源之一,故使用前需对其进行标定与补偿。然而传统的惯性平台多位置自标定[1-2]或多位置静漂[3-4]等方法均无法有效地标定惯性仪表安装误差。

惯性平台连续翻滚自标定技术[5-10]是一种高精度惯性平台自标定方法。通过框架系统控制平台在1g重力场内连续翻滚,利用Kalman滤波技术完成平台姿态角(或失准角)、惯性仪表安装误差以及仪表自身误差等众多误差项的标定与补偿,提高惯性平台使用精度。相对于多位置自标定和多位置静漂自标定方法,连续翻滚自标定技术能够有效地分离出惯性器件安装误差,且标定精度较高,故引起了广泛的研究兴趣。

然而,不同文献[4-11]对惯性平台连续翻滚自标定问题建立了不同的系统模型。其中系统动力学模型有平台失准角模型[5-7]、框架角模型[11]和姿态角模型等多种模型,观测模型存在加速度计输出模型[5-10]和框架角模型[4,11]等不同模型。由不同的动力学模型和观测模型可以构建多种系统模型。而模型的不一致,会造成仪表安装误差的可观性不同。不合适的系统模型会降低仪表安装误差的可观度,甚至导致其不可观。此外,上述文献关于平台坐标系存在两种不同定义:一种以平台六面体为基准定义[11];另一种以石英加速度计输入轴为基准定义[5]。不同的平台坐标系定

* **收稿日期**:2015-05-18
基金项目:航天科技创新基金资助项目(CASC201105)
作者简介:丁智坚(1988—),男,新疆乌鲁木齐人,博士研究生,E-mail:dzjqe@126.com;
蔡洪(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:hcai@nudt.edu.com

义会导致惯性仪表(加速度计和陀螺仪)安装误差矩阵不同,例如加速度计安装误差矩阵,在前者定义方式下存在六项安装误差角,而后者只有三项安装误差角。进而会影响惯性仪表安装误差的可观性。

针对上述两个问题,以惯性平台连续翻滚自标定问题为研究对象,根据不同的系统动力学模型和观测模型建立了四种可行的系统模型。从可观性定义角度出发,以系统唯一解的存在与否为判据,分别分析了惯性仪表安装误差在各个系统模型和不同平台坐标系定义下的可观性。通过仿真对理论分析结果进行了验证。最后,给出了满足仪表安装误差可观的条件。

1 惯性平台自标定模型

1.1 相应坐标系定义

假设惯性平台为三轴平台,其三个单自由度积分陀螺仪和三个石英加速度计以平台六面体为基准安装于惯性平台之上。为了分析问题简便,定义下述坐标系:

1)导航系(n 系):以当地地理系作为导航坐标系,即北 - 天 - 东坐标系。

2)平台基座坐标系(r 系):以惯性平台基座为基准建立,其与导航坐标系之间存在基座安装误差角 λ。假设 λ 为小角度,则由 n 系到 r 系姿态转移矩阵 $\boldsymbol{C}_n^r$ 可写为:

$$\boldsymbol{C}_n^r = \boldsymbol{I} - [\lambda \times] \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{C}$ 表示坐标系之间转移矩阵,$\boldsymbol{I}$ 为 3 阶单位矩阵。

3)以平台六面体为基准定义的平台坐标系(ps 系):以平台六面体三个正交轴为基准,建立平台坐标系。不考虑框架安装误差,当框架均处于零位时,ps 系的三个轴与平台三个框架轴平行。

4)以石英加速度计输入轴为基准定义平台坐标系(pa 系):取平台几何中心 O 为原点;OX_{pa} 轴与 X 石英加速度计敏感轴平行;OY_{pa} 轴平行于 X 和 Y 石英加速度计敏感轴所确定的平面,并与 OX_{pa} 轴垂直;OZ_{pa} 轴与 OX_{pa} 轴以及 OY_{pa} 轴构成右手坐标系。

5)加速度计敏感轴坐标系(sa 系):该坐标系是非正交坐标系,坐标轴与三个石英加速度计敏感轴平行。

6)陀螺仪敏感轴坐标系(sg 系):与加速度计坐标系定义类似,定义 sg 系三个坐标轴分别与三个陀螺仪敏感轴方向平行。

7)计算平台坐标系(c 系):定义计算机建立的数学平台坐标系为计算平台坐标系,其与平台坐标系之间存在失准角 ψ,则 c 系到 p 系的坐标转移矩阵为:

$$\boldsymbol{C}_c^p = \boldsymbol{I} - [\psi \times] \tag{2}$$

1.2 惯性仪表安装误差矩阵

根据上述定义可以看出,从惯性仪表敏感轴坐标系(sa 系与 sg 系)转到平台坐标系(ps 系或 pa 系)需要经历两个过程:“扶正”和“转动”。其中“扶正”是指将非正交的敏感轴坐标系正交化的过程。定义正交化后的坐标系满足 X 轴与惯性器件的 X 敏感轴平行,Y 敏感轴与正交化坐标系的 XY 平面平行。假设所有非正交角均满足小角度假设,根据定义,加速度计和陀螺仪“扶正”矩阵 $\boldsymbol{T}_a$ 与 $\boldsymbol{T}_g$ 可表示为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T}_a = \boldsymbol{I} + [\boldsymbol{\theta}_{aT}] \\ \boldsymbol{T}_g = \boldsymbol{I} + [\boldsymbol{\theta}_{gT}] \end{cases} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ 与 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ 分别为加速度计和陀螺仪非正交安装误差角矢量;$[\boldsymbol{x}]$ 为由 $\boldsymbol{x}$ 构成的下三角矩阵。“转动”指将正交化后的坐标系转至平台坐标系过程。故仪表安装误差矩阵 $\boldsymbol{C}_{sa}^p$ 与 $\boldsymbol{C}_{sg}^p$ 可写为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{C}_{sa}^p = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{aC})\boldsymbol{T}_a \\ \boldsymbol{C}_{sg}^p = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{gC})\boldsymbol{T}_g \end{cases} \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ 与 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ 表示从正交系到平台坐标系的误差角矢量。根据平台坐标系的不同定义,式(4)中的矩阵 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{aC})$ 与 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{gC})$ 有不同的表达式,进而引起仪表安装误差存在不同形式。

1.2.1 平台坐标系(p 系)为 ps 系

当 ps 系为平台坐标系时,矩阵 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{aC})$ 与 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{gC})$ 为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{aC}) = \boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\theta}_{aC} \times] \\ \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{gC}) = \boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\theta}_{gC} \times] \end{cases} \tag{5}$$

将式(3)、式(4)代入式(5)且忽略小角度乘积,有

$$\begin{cases} \boldsymbol{C}_{sa}^{ps} = (\boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\theta}_{aC} \times])(\boldsymbol{I} + [\boldsymbol{\theta}_{aT}]) \approx \boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\theta}_{aC} \times] + [\boldsymbol{\theta}_{aT}] \\ \boldsymbol{C}_{sg}^{ps} = (\boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\theta}_{gC} \times])(\boldsymbol{I} + [\boldsymbol{\theta}_{gT}]) \approx \boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\theta}_{gC} \times] + [\boldsymbol{\theta}_{gT}] \end{cases} \tag{6}$$

从式(6)中可以看出,当以六面体为基准定义平台坐标系时,加速度计和陀螺仪组件各存在 6 项安装误差角。

1.2.2 平台坐标系(p 系)为 pa 系

当选择 pa 系作为平台坐标系时,根据相关定义,$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{aC})$ 与 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{gC})$ 可写为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{aC}) = \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{gC}) = \boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\theta}_{gC}^* \times] \end{cases} \tag{7}$$

其中上标 * 用于区分在 pa 系下和 ps 系下陀螺仪的非正交安装误差角矢量 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$。

将式(3)和式(4)代入式(7),忽略小量乘积,有:

$$\begin{cases}\boldsymbol{C}_{sa}^{pa}=\boldsymbol{I}(\boldsymbol{I}+[\boldsymbol{\theta}_{aT}])\approx\boldsymbol{I}+[\boldsymbol{\theta}_{aT}]\\ \boldsymbol{C}_{sg}^{pa}=(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}\times])(\boldsymbol{I}+[\boldsymbol{\theta}_{gT}])\approx\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}\times]+[\boldsymbol{\theta}_{gT}]\end{cases}\tag{8}$$

从式(8)中可以看出,当以石英加速度计输入轴为基准定义平台坐标系时,加速度计有 3 项安装误差,陀螺仪有 6 项安装误差角。

此外,根据 pa 系定义和式(5),有

$$\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}\times]=(\boldsymbol{I}+[\boldsymbol{\theta}_{aC}\times])(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\theta}_{gC}\times])\tag{9}$$

忽略小量乘积,有

$$\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}=\boldsymbol{\theta}_{gC}-\boldsymbol{\theta}_{aC}\tag{10}$$

式(6)与式(8)反映了惯性仪表安装误差矩阵与平台坐标系定义之间的关系。从中可以看出,平台坐标系定义不同会导致惯性仪表安装误差角个数的不同,进而引起仪表安装误差矩阵的差别。特别地,当 pa 系为平台坐标系时,加速度计安装误差角个数可从 6 项降为 3 项。

1.3　系统模型

由于系统观测量选取不同以及平台坐标系定义不同,惯性平台连续翻滚自标定存在不同系统模型,其中系统动力学模型有失准角、框架角和姿态角等模型,观测模型有框架角、加速度计等模型。

为了简化分析,假设惯性仪表自身误差已由多位置等标定方案标定并已予补偿。

1.3.1　系统运动学方程

惯性平台失准角运动学方程[5]可写为:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}=\boldsymbol{\omega}_{cp}^{p}\approx\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_{c}-[\boldsymbol{\omega}_{c}\times]\boldsymbol{\psi}\tag{11}$$

其中,$\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\triangleq\boldsymbol{C}_{sg}^{p}-\boldsymbol{I}$,$\boldsymbol{\omega}_{c}$ 为平台指令角速度。

平台框架角运动学方程[11]为:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{A}=\boldsymbol{T}[\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_{c}-\boldsymbol{C}_{r}^{p}\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\tag{12}$$

其中:$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{A}=[\dot{\alpha}\quad\dot{\beta}\quad\dot{\gamma}]^{\mathrm{T}}$;$\alpha$,$\beta$ 和 γ 表示平台三个框架角;$\boldsymbol{T}$ 为框架角耦合矩阵,具体形式见文献[10];$\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}$为平台基座角速度。

考虑到平台基座安装误差角,基座角速度可表示为:

$$\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}=\boldsymbol{C}_{n}^{r}\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n}=(\boldsymbol{I}-[\lambda\times])\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n}\tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n}$ 为地球自转角速度在导航坐标系下的投影。

若式(12)中 α,β 和 γ 为平台坐标系姿态角,则式(12)可以改写为:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{p}=\boldsymbol{T}[\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_{c}-\boldsymbol{C}_{n}^{p}\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n}]\tag{14}$$

其中:$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{p}=[\dot{\alpha}^{*}\quad\dot{\beta}^{*}\quad\dot{\gamma}^{*}]^{\mathrm{T}}$;$\alpha^{*}$,$\beta^{*}$ 和 γ^{*} 表示平台坐标系相对 n 系的姿态角。

1.3.2　系统观测方程

惯性平台自标定中,采用的观测量有平台框架角和加速度计输出等。其中框架角观测方程可写为:

$$\boldsymbol{Z}_{k}=[\alpha\quad\beta\quad\gamma]^{\mathrm{T}}\tag{15}$$

不考虑加速度计自身误差时,加速度计输出可写为:

$$\boldsymbol{Z}_{a}=\boldsymbol{C}_{p}^{sa}\boldsymbol{C}_{r}^{p}\boldsymbol{C}_{n}^{r}\boldsymbol{a}_{in}^{n}=\boldsymbol{C}_{p}^{sa}\boldsymbol{C}_{c}^{p}\boldsymbol{C}_{n}^{c}\boldsymbol{a}_{in}^{n}=\boldsymbol{C}_{p}^{sa}\boldsymbol{C}_{n}^{p}\boldsymbol{a}_{in}^{n}\tag{16}$$

其中 $\boldsymbol{a}_{in}^{n}$ 指加速度计输入值在地理系下的投影。若平台自标定处于 $1g$ 条件下,$\boldsymbol{a}^{n}=-\boldsymbol{g}^{n}$,即与当地重力矢量大小相同,方向相反。

由上述系统方程和观测方程可构建不同的系统模型。

1)系统模型一。选择平台失准角运动方程和加速度计输出方程作为系统模型,即:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\psi}}=\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_{c}-[\boldsymbol{\omega}_{c}\times]\boldsymbol{\psi}\\ \boldsymbol{Z}_{a}=\boldsymbol{C}_{p}^{sa}\boldsymbol{C}_{c}^{p}\boldsymbol{C}_{n}^{c}\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{17}$$

为了反映观测量与平台失准角之间联系,可采用加速度计输出误差为观测量,即:

$$\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{Z}_{a}-\boldsymbol{a}_{in}^{c}=\boldsymbol{C}_{p}^{sa}\boldsymbol{C}_{c}^{p}\boldsymbol{C}_{n}^{c}\boldsymbol{a}_{in}^{n}-\boldsymbol{a}_{in}^{c}\tag{18}$$

其中 $\boldsymbol{a}_{in}^{c}$表示加速度计输入在 c 系下的投影。根据式(2)且忽略二阶小量乘积,式(18)可改写为:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Z}&=(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{p}^{sa})(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\psi}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{c}-\boldsymbol{a}_{in}^{c}\\&=(\Delta\boldsymbol{C}_{p}^{sa}-[\boldsymbol{\psi}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{c}\end{aligned}\tag{19}$$

故系统模型一可表示为:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\psi}}=\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_{c}-[\boldsymbol{\omega}_{c}\times]\boldsymbol{\psi}\\ \boldsymbol{Z}=(\Delta\boldsymbol{C}_{p}^{sa}-[\boldsymbol{\psi}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{c}\end{cases}\tag{20}$$

其中仪表安装误差矩阵 $\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$和 $\Delta\boldsymbol{C}_{p}^{sa}$ 与平台坐标系的定义有关。

2)系统模型二。选择平台框架角运动方程和框架角观测方程以及加速度计输出方程作为系统模型,即:

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{\theta}}_{A}=\boldsymbol{T}[\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_{c}-\boldsymbol{C}_{r}^{p}\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\\&\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}_{A}\\ \boldsymbol{C}_{p}^{sa}\boldsymbol{C}_{r}^{p}(\boldsymbol{I}-[\lambda\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{21}$$

其中 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$和 $\boldsymbol{C}_{p}^{sa}$ 均与平台坐标系的定义有关。

3)系统模型三。选择平台框架角运动方程和加速度计输出方程作为系统模型,即:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A = \boldsymbol{T}[\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_c - \boldsymbol{C}_r^{p}\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}] \\ \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{C}_p^{sa}\boldsymbol{C}_r^{p}(\boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases} \tag{22}$$

其中，$\boldsymbol{\theta}_A = [\alpha \quad \beta \quad \gamma]^{\mathrm{T}}$ 表示平台框架角，$\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 和 $\boldsymbol{C}_p^{sa}$ 均与平台坐标系的定义有关。

4）系统模型四

选择平台姿态角运动方程和加速度计输出方程作为系统模型，即：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\theta}}_p = \boldsymbol{T}[\boldsymbol{C}_{sg}^{p}\boldsymbol{\omega}_c - \boldsymbol{C}_n^{p}\boldsymbol{\omega}_{in}^{n}] \\ \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{C}_p^{sa}\boldsymbol{C}_n^{p}\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases} \tag{23}$$

其中 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 和 $\boldsymbol{C}_p^{sa}$ 均与平台坐标系的定义有关。

综上所述，在惯性平台自标定中，根据不同的系统动力学模型和观测模型共可构建四种系统模型，而每种模型中惯性仪表安装误差矩阵形式与惯性平台坐标系的定义息息相关。

2　惯性仪表安装误差可观测性分析

针对上述四种模型在不同平台坐标系定义下惯性仪表安装误差的可观测性展开分析。

2.1　模型一可观测性分析

2.1.1　*pa* 系为平台坐标系

根据系统模型(20)和 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 与 $\boldsymbol{C}_p^{sa}$ 的定义(8)，系统模型一可写为：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\psi}} = (-[\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}\times] + [\boldsymbol{\theta}_{gT}])\boldsymbol{\omega}_c - [\boldsymbol{\omega}_c\times]\boldsymbol{\psi} \\ \boldsymbol{Z} = [\boldsymbol{\theta}_{aT}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a}_{in}^{c} + [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times]\boldsymbol{\psi}\end{cases} \tag{24}$$

由式(24)易知，模型一属于线性时变系统，其中单个时间段内系统可观测性矩阵 $\boldsymbol{Q}_j$ 为：

$$\boldsymbol{Q}_j = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times] & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & [\boldsymbol{a}_{in}^{c}] \\ -[\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c\times] & [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c\times] & [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c] & 0_{3\times3} \\ -[\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c\times]^2 & \boldsymbol{a}_{in}^{c}[\boldsymbol{\omega}_c\times]^2 & [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c]^2 & 0_{3\times3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -[a_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c\times]^{n-1} & [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c\times]^{n-1} & [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times][\boldsymbol{\omega}_c]^{n-1} & 0_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{25}$$

当 $\boldsymbol{\omega}_c$ 存在多个非共线值时，即可保证系统满秩。根据 PWCS 理论[12]，模型一在 *pa* 系定义下，系统是完全可观的。

2.1.2　*ps* 系为平台坐标系

根据系统模型(20)和 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 与 $\boldsymbol{C}_p^{sa}$ 的定义(6)，系统模型一可写为：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\psi}} = (-[\boldsymbol{\theta}_{gC}\times] + [\boldsymbol{\theta}_{gT}])\boldsymbol{\omega}_c - [\boldsymbol{\omega}_c\times]\boldsymbol{\psi} \\ \boldsymbol{Z} = ([\boldsymbol{\theta}_{aC}\times] + [\boldsymbol{\theta}_{aT}]^{\mathrm{T}} - [\boldsymbol{\psi}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{c}\end{cases} \tag{26}$$

考虑到式(10)，式(26)可改写为：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\psi}} = (-[\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}\times] + [\boldsymbol{\theta}_{gT}])\boldsymbol{\omega}_c - [\boldsymbol{\omega}_c\times](\boldsymbol{\psi} - \boldsymbol{\theta}_{aC}) \\ \boldsymbol{Z} = [\boldsymbol{\theta}_{aT}]^{\mathrm{T}} + [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times](\boldsymbol{\psi} - \boldsymbol{\theta}_{aC})\end{cases} \tag{27}$$

由于 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{aC} = \boldsymbol{0}$，令 $\boldsymbol{\psi}^{*} = \boldsymbol{\psi} - \boldsymbol{\theta}_{aC}$，则式(27)可改写为：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\psi}}^{*} = (-[\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}\times] + [\boldsymbol{\theta}_{gT}])\boldsymbol{\omega}_c - [\boldsymbol{\omega}_c\times]\boldsymbol{\psi}^{*} \\ \boldsymbol{Z} = [\boldsymbol{\theta}_{aT}]^{\mathrm{T}} + [\boldsymbol{a}_{in}^{c}\times]\boldsymbol{\psi}^{*}\end{cases} \tag{28}$$

式(28)表明，模型一在 *ps* 系的定义下，无法区分平台失准角 $\boldsymbol{\psi}$ 与加速度计部分安装误差角 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$。而 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ 的错误估计会影响 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ 以及 $\boldsymbol{\psi}$ 的估计，因此系统中 $\boldsymbol{\psi}$，$\boldsymbol{\theta}_{gC}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ 不可观，仅 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ 可观。

综上所述，当系统采用平台失准角模型和加速度计输出构建系统模型时，平台坐标系必须以 *pa* 系为定义，否则系统不完全可观。

2.2　模型二可观测性分析

根据惯性平台工作原理，平台指令角速度信号由陀螺仪传递至平台各框架轴的力矩电机，驱动平台按照指令旋转。实际上，陀螺仪与平台框架均以平台六面体为基准进行安装，故平台框架角运动学方程中平台坐标系必须以平台六面体为基准进行定义，即模型为：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A = \boldsymbol{T}[(\boldsymbol{I} + \Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{ps})\boldsymbol{\omega}_c - \boldsymbol{C}_r^{ps}\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}] \\ \boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}_A \\ \boldsymbol{C}_{ps}^{sa}\boldsymbol{C}_r^{ps}(\boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{bmatrix}\end{cases} \tag{29}$$

假设 $\boldsymbol{\omega}_c$ 远大于地球自转角速度 $\boldsymbol{\omega}_{ie}$，当 $\boldsymbol{\theta}_A$ 已知时，有：

$$\boldsymbol{T}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A = (\boldsymbol{I} + \Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{ps})\boldsymbol{\omega}_c \tag{30}$$

由于方程左边已知，故可利用不同 $\boldsymbol{\omega}_c$ 下的观测值结合最小二乘算法获得陀螺仪安装误差 $\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{ps}$。

此外，加速度计输出中 $(\boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}$ 项可以写为：

$$\boldsymbol{a}_r = (\boldsymbol{I} - [\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n} = [\lambda_z \quad 1 \quad \lambda_x]^{\mathrm{T}} \tag{31}$$

从式(31)可以看出，安装误差角 λ_y 与加速度计输出和平台框架角无关，即 λ_y 不影响系统输出，因此 λ_y 不可观。由于 $\boldsymbol{C}_r^{ps}$ 与 $\boldsymbol{a}_{in}^{n}$ 均已知，故可利用最小二乘等方法获得加速度计安装误差 $\boldsymbol{C}_{ps}^{sa}$ 和平台基座安装误差角 λ_x 与 λ_z。

综上所述，当系统模型以框架角运动学方程和框架角以及加速度计输出观测方程建模时，必须以平台六面体为基准定义平台坐标系，此时加速度计 6 项安装误差、陀螺仪 6 项安装误差和 2 项平台基座安装误差可观，1 项平台基座安装误

差不可观。

2.3　模型三可观测性分析

2.3.1　*pa* 系为平台坐标系

根据系统模型(22)和 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 与 $\boldsymbol{C}_{p}^{sa}$ 的定义(8),系统模型三可写为:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A=\boldsymbol{T}[(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa})\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{C}_r^{pa}\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\\ \boldsymbol{Z}=\boldsymbol{C}_{pa}^{sa}\boldsymbol{C}_r^{pa}(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{32}$$

由于系统始终处于 1g 重力场内,故有 $\|\boldsymbol{a}_n\|=1$,则式(32)可写为:

$$\|\boldsymbol{C}_{sa}^{pa}\boldsymbol{Z}\|=\|\boldsymbol{C}_r^{pa}\|\cdot\|(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\|\cdot\|\boldsymbol{a}_{in}^{n}\|=1\tag{33}$$

根据文献[13]可确定加速度计安装误差矩阵 $\boldsymbol{C}_{pa}^{sa}$。

利用 $\boldsymbol{C}_{pa}^{sa}$ 的估计值和 $\boldsymbol{Z}$ 构建新的观测量:

$$\boldsymbol{Z}_1^{*}=\boldsymbol{C}_{sa}^{pa}\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{C}_r^{pa}(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\tag{34}$$

两边同时对时间求导并化简,有:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{Z}}^{*}&=\boldsymbol{C}_r^{pa}[\boldsymbol{\omega}_{pr}^{r}\times](\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\\&=[(\boldsymbol{C}_r^{pa}\boldsymbol{\omega}_{pr}^{r})\times]\boldsymbol{C}_r^{pa}(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{aligned}\tag{35}$$

由系统运动学方程(32)得:

$$\boldsymbol{\omega}_{rpa}^{pa}=\boldsymbol{T}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A=[(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa})\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{C}_r^{p}\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\tag{36}$$

相对于指令角速度 $\boldsymbol{\omega}_c$,地球自转角速度 $\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}$ 可忽略不计,故式(36)可简化为:

$$\boldsymbol{\omega}_{rpa}^{pa}\approx[(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa})\boldsymbol{\omega}_c]\tag{37}$$

将式(37)和式(34)代入式(35),有:

$$\dot{\boldsymbol{Z}}^{*}=-[(\boldsymbol{C}_r^{pa}\boldsymbol{\omega}_{rpa}^{r})\times]\boldsymbol{Z}^{*}=[\boldsymbol{Z}^{*}\times](\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa})\boldsymbol{\omega}_c\tag{38}$$

当 $\boldsymbol{\omega}_c$ 为恒值时,有:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{Z}_1^{*}\times\\ \boldsymbol{Z}_2^{*}\times\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{Z}}_1^{*}\\ \dot{\boldsymbol{Z}}_2^{*}\end{bmatrix}=(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa})\boldsymbol{\omega}_c\tag{39}$$

式(39)表明通过采集平台在不同位置下加速度计输出 $\boldsymbol{Z}_1^{*}$ 和 $\boldsymbol{Z}_2^{*}$ 即可获得陀螺仪安装误差矩阵 $\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa}$。

当惯性仪表安装误差均已知时,利用文献[14]可获得平台初始姿态阵 $\boldsymbol{C}_n^{pa}(0)$。由于 $\boldsymbol{C}_n^{pa}(0)=\boldsymbol{C}_r^{pa}(0)(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])$,而加速度计输出只与 $\boldsymbol{C}_n^{pa}(0)$ 有关,因此无法通过加速度计输出将 $\boldsymbol{C}_r^{pa}(0)$ 与基座安装误差角 $\boldsymbol{\lambda}$ 分离。

综上所述,模型三中仪表安装误差可观,而基座安装误差角不可观。

2.3.2　*ps* 系为平台坐标系

根据系统模型(22)和 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 与 $\boldsymbol{C}_{p}^{sa}$ 的定义(6),系统模型三可写为:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A=\boldsymbol{T}[(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{ps})\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{C}_r^{ps}\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\\ \boldsymbol{Z}=\boldsymbol{C}_{ps}^{sa}\boldsymbol{C}_r^{ps}(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{40}$$

式(40)可改写为:

$$\begin{cases}\boldsymbol{\omega}_{rps}^{r}=\boldsymbol{C}_{ps}^{r}\boldsymbol{T}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A=[\boldsymbol{C}_{sg}^{r}\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\\ \boldsymbol{Z}=\boldsymbol{C}_{ps}^{sa}\boldsymbol{C}_r^{ps}(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{41}$$

假设平台上存在两个六面体,由其确定的平台坐标系为 *ps*1 和 *ps*2 两个坐标系,系统模型(41)在上述两个坐标系下可分别写为:

$$\begin{cases}\boldsymbol{\omega}_{rp1s}^{r}=\boldsymbol{C}_{p1s}^{r}\boldsymbol{T}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A=[\boldsymbol{C}_{sg}^{r}\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\\ \boldsymbol{Z}_1=\boldsymbol{C}_{ps1}^{sa}\boldsymbol{C}_r^{ps1}(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{42}$$

和

$$\begin{cases}\boldsymbol{\omega}_{rps2}^{r}=\boldsymbol{C}_{ps2}^{r}\boldsymbol{T}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_A=[\boldsymbol{C}_{sg}^{r}\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{\omega}_{ir}^{r}]\\ \boldsymbol{Z}_2=\boldsymbol{C}_{ps2}^{sa}\boldsymbol{C}_r^{ps2}(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times])\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{43}$$

因为六面体与平台固连,故:

$$\begin{cases}\boldsymbol{\omega}_{rp1s}^{r}=\boldsymbol{\omega}_{rps2}^{r}\\ \boldsymbol{Z}_1=\boldsymbol{Z}_2\end{cases}$$

上式可以看出,系统(42)与系统(43)具有相同的动力学方程和观测量。假设系统完全可观,则必然可以确定($\boldsymbol{C}_{ps1}^{sa}$,$\boldsymbol{C}_{ps1}^{sg}$)与($\boldsymbol{C}_{ps2}^{sa}$, $\boldsymbol{C}_{ps2}^{sg}$),这意味着对于同一系统存在两组不同的解,这与系统可观的假设相矛盾。因此,模型三在 *ps* 系下不可观。因此,模型三不可观。

2.4　模型四可观测性分析

2.4.1　*pa* 系为平台坐标系

根据系统模型(20)和 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 与 $\boldsymbol{C}_{p}^{sa}$ 的定义(8),系统模型四可写为:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\theta}}_p=\boldsymbol{T}[(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa})\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{C}_n^{p}\boldsymbol{\omega}_{in}^{n}]\\ \boldsymbol{Z}=\boldsymbol{C}_{pa}^{sa}\boldsymbol{C}_n^{pa}\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{44}$$

由于系统模型中利用姿态角代替框架角构建系统动力学模型,故模型中不包含基座安装误差。由 2.3 节中的结论可知,此时系统完全可观。

2.4.2　*ps* 系为平台坐标系

根据系统模型(20)和 $\boldsymbol{C}_{sg}^{p}$ 与 $\boldsymbol{C}_{p}^{sa}$ 的定义(6),系统模型四可写为:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\theta}}_p=\boldsymbol{T}[(\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{C}_{sg}^{pa})\boldsymbol{\omega}_c-\boldsymbol{C}_n^{p}\boldsymbol{\omega}_{in}^{n}]\\ \boldsymbol{Z}=\boldsymbol{C}_{pa}^{sa}\boldsymbol{C}_n^{pa}\boldsymbol{a}_{in}^{n}\end{cases}\tag{45}$$

由 2.3 节中的结论,系统模型四在六面体定义下不可观。

综上所述,当系统模型以姿态角模型和加速度计输出模型建立时,为保证系统完全可观,平台坐标系必须以 *pa* 系定义,此时,系统不包含基座安装误差,加速度计 3 项安装误差和陀螺仪 6 项

安装误差完全可观。

3 仿真

3.1 仿真参数

将惯性仪表安装误差设置为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{\theta}_{aT}=[0.1 \quad -0.1 \quad 0.2]^{\mathrm{T}}(^\circ)\\ \boldsymbol{\theta}_{aC}=[0.2 \quad 0.1 \quad -0.1]^{\mathrm{T}}(^\circ)\\ \boldsymbol{\theta}_{gT}=[0.1 \quad 0.2 \quad -0.1]^{\mathrm{T}}(^\circ)\\ \boldsymbol{\theta}_{gC}=[0.3 \quad -0.3 \quad 0.2]^{\mathrm{T}}(^\circ)\\ \boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}=[0.1 \quad -0.4 \quad 0.3]^{\mathrm{T}}(^\circ)\end{cases}$$

平台初始框架角为 $\boldsymbol{\theta}_A=[0.21 \quad -0.08 \quad 0.13]^{\mathrm{T}}(^\circ)$；基座安装误差为 $\boldsymbol{\lambda}=[0.2 \quad -0.1 \quad 0.1]^{\mathrm{T}}(^\circ)$；平台初始姿态阵 $\boldsymbol{C}_n^p$ 由 $\boldsymbol{\theta}_A$ 和 $\boldsymbol{\lambda}$ 决定，即：

$$\boldsymbol{C}_n^p=\boldsymbol{C}_r^p\boldsymbol{C}_n^r=\boldsymbol{C}_r^p(\boldsymbol{I}-[\boldsymbol{\lambda}\times]) \tag{46}$$

平台连续翻滚路径与文献[5]一致，即初始对准导航系，平台按照绕南旋转 180°，绕东旋转 90°，绕南旋转 180°，绕东旋转 90°顺序转动，其中转速为 0.1°/s；测量噪声为 1×10^{-6} g；陀螺仪测量噪声为 0.1°/h；框架角测量噪声为 10″。

滤波器初值为 0，滤波周期为 1s，其余参数根据系统进行设置，采用 4 阶龙格库塔积分算法。

3.2 仿真结果

图 1 ~ 28 为加速度计和陀螺仪安装误差角在不同模型不同平台坐标系定义下的仿真结果，其中所有图中 y 轴单位为°。

3.2.1 模型一仿真结果

图 1 ~ 3 为模型一以 *pa* 系定义平台坐标系时滤波结果示意图。从图中可以看出，加速度计 3 项安装误差、陀螺仪 6 项安装误差滤波曲线收敛较好，估计误差较小，系统完全可观。

图 4 ~ 7 为模型一以 *ps* 系为平台坐标系时滤波结果示意图。从图中可以看出，$\boldsymbol{\theta}_{gC}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ 滤波曲线收敛至错误值，$\boldsymbol{\theta}_{aT}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ 滤波曲线收敛较好，估计误差较小，因此 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ 不可观，$\boldsymbol{\theta}_{aT}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ 可观，该结论与理论分析结果一致。

综上所述，当采用失准角和加速度计输出构建系统模型时，必须以加速度计敏感轴坐标系定义平台坐标系，否则系统不可观。

3.2.2 模型二仿真结果

图 8 ~ 12 为模型二在 *ps* 系为平台坐标系定义方式下的仿真结果图。从图中可以看出加速度计 6 项安装误差和陀螺仪 6 项安装误差角估计效果较好，收敛精度高。对于基座安装误差 λ，由于 λ_y 没有激励，其估值一直为零。因此，除了 λ_y 以外，系统各项误差系数滤波效果较好。仿真结果与 2.2 节理论分析结果一致。

3.2.3 模型三仿真结果

图 13 ~ 16 为模型三在 *pa* 系为平台坐标系定义方式下仿真结果图。从图中可以看出，仪表安装误差滤波效果较好，均可观。但基座安装误差滤波曲线收敛至错误值，即不可观。图 17 ~ 21 为模型三在 *ps* 系为平台坐标系定义方式下的仿真结果图。从图中可以看出，除部分误差系数收敛至真值以外，大多数误差系数收敛至错误值甚至不收敛，即系统不可观。

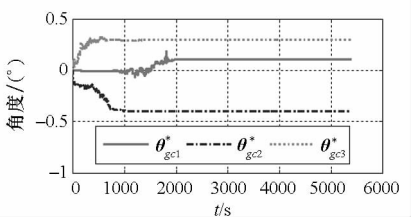


图 1 模型一在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}$ 滤波曲线

Fig. 1 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}$ with model 1 and *pa* coordinate frame

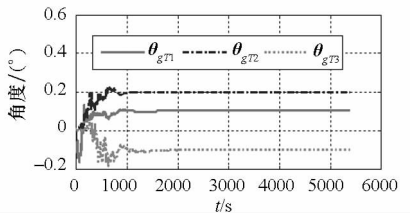


图 2 模型一在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ 滤波曲线

Fig. 2 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ with model 1 and *pa* coordinate frame

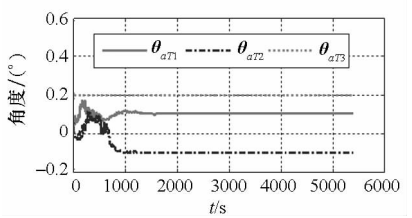


图 3 模型一在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ 滤波曲线

Fig. 3 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ with model 1 and *pa* coordinate frame

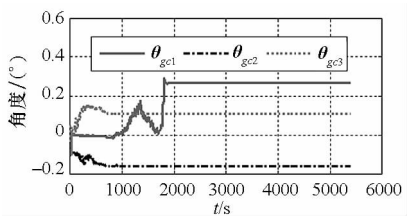


图 4 模型一在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ 滤波曲线

Fig. 4 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ with model 1 and *ps* coordinate frame

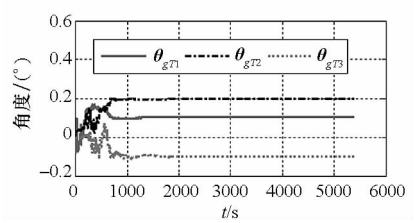


图 5　模型一在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$滤波曲线

Fig. 5　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ with model 1 and *ps* coordinate frame

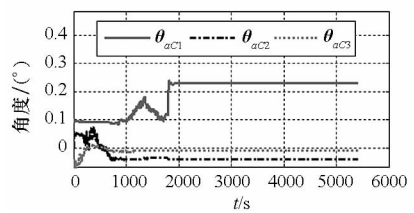


图 6　模型一在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$滤波曲线

Fig. 6　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ with model 1 and *ps* coordinate frame

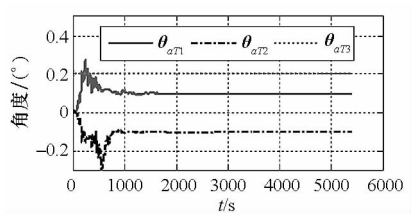


图 7　模型一在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$滤波曲线

Fig. 7　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ with model 1 and *ps* coordinate frame

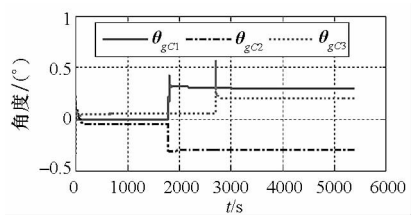


图 8　模型二在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$滤波曲线

Fig. 8　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ with model 2 and *ps* coordinate frame

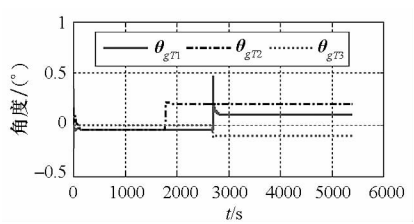


图 9　模型二在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$滤波曲线

Fig. 9　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ with model 2 and *ps* coordinate frame

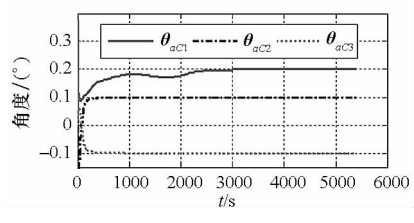


图 10　模型二在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$滤波曲线

Fig. 10　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ with model 2 and *ps* coordinate frame

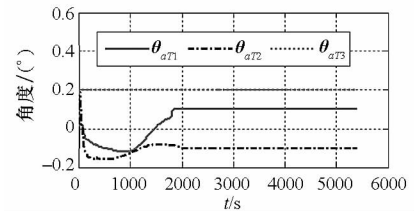


图 11　模型二在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$滤波曲线

Fig. 11　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ with model 2 and *ps* coordinate frame

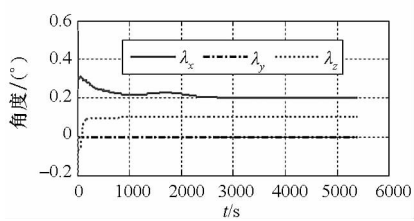


图 12　模型二在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\lambda}$ 滤波曲线

Fig. 12　Flitting curve of $\boldsymbol{\lambda}$ with model 2 and *ps* coordinate frame

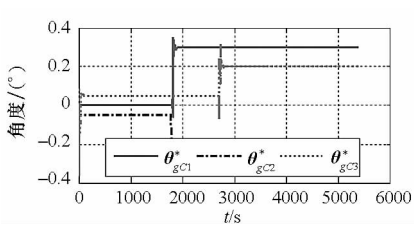


图 13　模型三在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}$滤波曲线

Fig. 13　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}^{*}$ with model 3 and *pa* coordinate frame

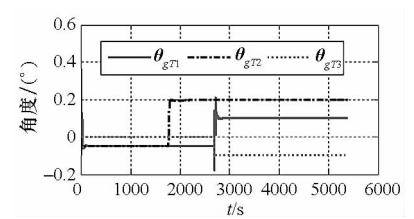


图 14　模型三在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$滤波曲线

Fig. 14　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ with model 3 and *pa* coordinate frame

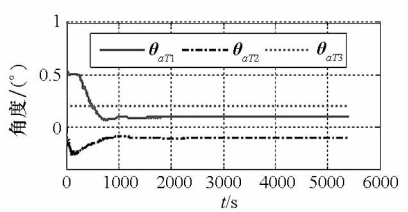


图 15 模型三在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$滤波曲线

Fig. 15 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ with model 3 and *pa* coordinate frame

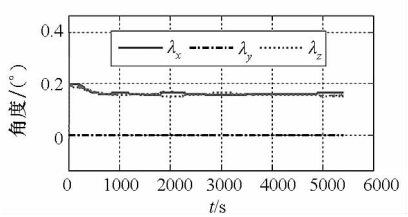


图 16 模型三在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\lambda}$ 滤波曲线

Fig. 16 Flitting curve of $\boldsymbol{\lambda}$ with model 3 and *pa* coordinate frame

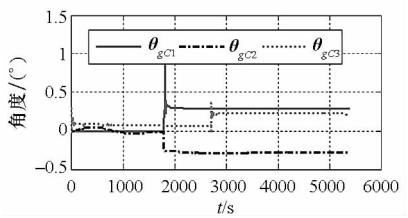


图 17 模型三在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$滤波曲线

Fig. 17 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ with model 3 and *ps* coordinate frame

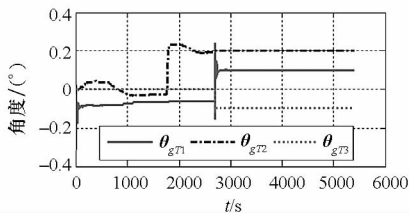


图 18 模型三在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$滤波曲线

Fig. 18 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ with model 3 and *ps* coordinate frame

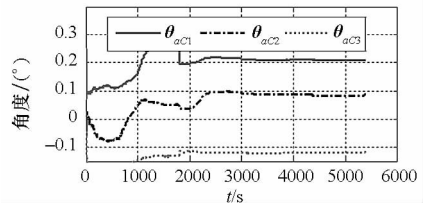


图 19 模型三在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$滤波曲线

Fig. 19 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ with model 3 and *ps* coordinate frame

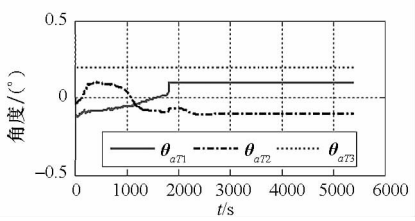


图 20 模型三在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$滤波曲线

Fig. 20 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ with model 3 and *ps* coordinate frame

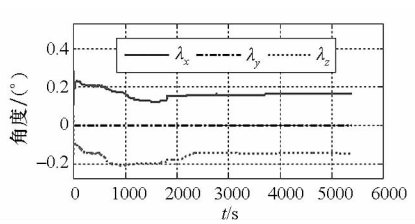


图 21 模型三在 *ps* 系下 λ 滤波曲线

Fig. 21 Flitting curve of λ with model 3 and *ps* coordinate frame

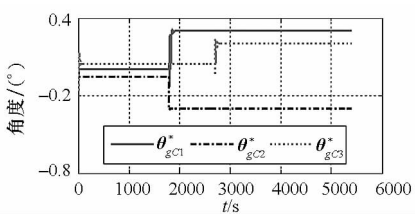


图 22 模型四在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}^*_{gC}$滤波曲线

Fig. 22 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}^*_{gC}$ with model 4 and *pa* coordinate frame

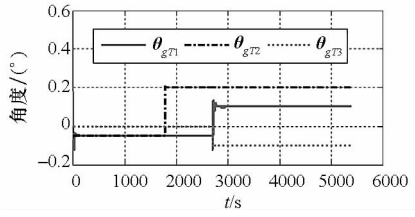


图 23 模型四在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$滤波曲线

Fig. 23 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ with model 4 and *pa* coordinate frame

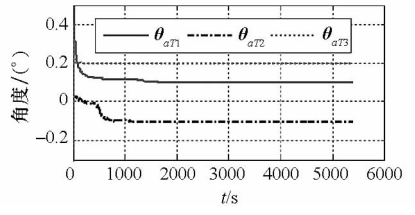


图 24 模型四在 *pa* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$滤波曲线

Fig. 24 Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ with model 4 and *pa* coordinate frame

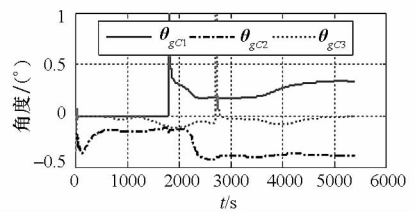


图 25　模型四在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ 滤波曲线

Fig. 25　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gC}$ with model 4 and *ps* coordinate frame

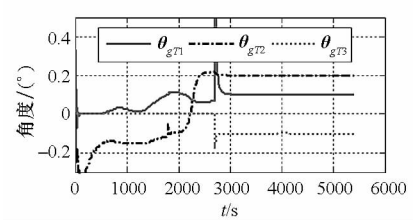


图 26　模型四在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ 滤波曲线

Fig. 26　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{gT}$ with model 4 and *ps* coordinate frame

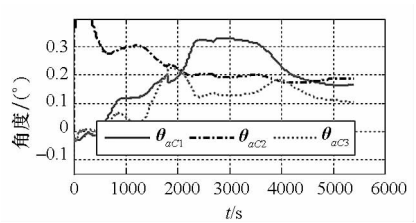


图 27　模型四在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ 滤波曲线

Fig. 27　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aC}$ with model 4 and *ps* coordinate frame

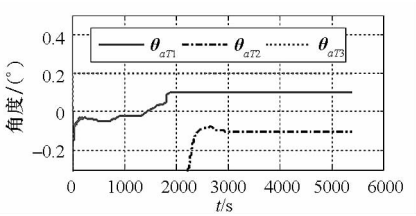


图 28　模型四在 *ps* 系下 $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ 滤波曲线

Fig. 28　Flitting curve of $\boldsymbol{\theta}_{aT}$ with model 4 and *ps* coordinate frame

上述仿真结果验证了 2.3 节中理论分析结果。

4)模型四仿真结果

图 22 ~ 24 为模型四在 *pa* 系为平台坐标系定义方式下的仿真结果图。从图中可以看出,各项惯性仪表安装误差滤波曲线收敛较快,收敛精度高,此时系统完全可观。

图 25 ~ 28 为模型四在 *ps* 系为平台坐标系定义方式下的仿真结果图。从图中可以看出,除部分误差系数收敛至真值以外,大多数误差系数收敛至错误值甚至不收敛,此时系统不可观。

上述仿真结果与前一节中理论分析结果一致,充分验证了理论分析结果的正确性,也直观地反映了系统模型和平台坐标系定义方式对惯性仪表安装误差可观测性的影响。

4　结论

针对惯性平台自标定中惯性仪表安装误差可观测性问题,研究了系统模型、平台坐标系定义方式和惯性仪表安装误差可观测性之间的关系。通过理论推导与分析,可以得到以下结论:

1)当观测量仅为加速度计输出时,为保证系统完全可观,系统动力学模型可选择失准角模型或姿态角模型,但平台坐标系以 *pa* 系为其定义,此时系统包含加速度计 3 项安装误差,陀螺仪 6 项安装误差,不需考虑基座安装误差。

2)当观测模型中包含平台框架角时,系统动力学模型必须选择框架角模型,平台坐标系必须按照 *ps* 系定义。此时,系统模型中包含加速度计 6 项安装误差、陀螺仪 6 项安装误差和 3 项基座安装误差。各仪表安装误差可观,但仅有 2 项基座安装误差角可观。

上述结论为惯性平台连续翻滚自标定方案中系统模型的建立和平台坐标系的选择提供了理论支撑,并可用于后续平台旋转路径设计中,具有重要意义。

参考文献(References)

[1]　包为民, 申功勋, 李华滨. 惯性平台在系统中多位置翻滚自标定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(4): 462 - 465.
BAO Weimin, SHEN Gongxun, LI Huabin. Investigation on inertial platform multi-position rolling self-calibration [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(4): 462 - 465. (in Chinese)

[2]　杨华波, 蔡洪, 张士峰. 高精度惯性平台误差自标定方法[J]. 上海航天, 2006, 23(2): 33 - 36.
YANG Huabo, CAI Hong, ZHANG Shifeng. Calibration for the errors of a high accurate inertial platform [J]. Aerospace Shanghai, 2006, 23(2): 33 - 36. (in Chinese)

[3]　唐江河, 付振宪, 邓正隆. 基于灵敏度分析的惯导平台参数分步辨识方法[J]. 宇航学报, 2008, 29(6): 1845 - 1851.
TANG Jianghe, FU Zhenxian, DENG Zhenglong. The sub-step identification of inertial platform drift error coefficients based on sensitivity analysis [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6): 1845 - 1851. (in Chinese)

[4]　付振宪, 邓正隆. 灵敏度分析在惯导平台误差参数辨识中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(7): 55 - 57.
FU Zhenxian, DENG Zhenglong. Application of sensitivity analysis in inertial platform error parameters identification [J]. Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(7): 55 - 57. (in Chinese)

[5] Andrew D J. Continuous calibration and alignment techniques for an all-attitude inertial platform [C]//Proceedings of AIAA Guidance and Control Conference, 1973: 20 – 22.

[6] Fitzgerald W J, Shapanka M J. An azimuth verification technique for an advanced inertial reference sphere [C]// Proceedings of Eighth Guidance and Control Conference, 1977.

[7] 杨华波, 蔡洪, 张士峰, 等. 高精度惯性平台连续自标定自对准技术[J]. 宇航学报, 2006, 27(4): 600 – 604.
YANG Huabo, CAI Hong, ZHANG Shifeng, et al. Continuous calibration and alignment techniques for a high precision inertial platform [J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(4): 600 – 604. (in Chinese)

[8] 曹渊, 张士峰, 杨华波, 等. 惯导平台误差快速自标定方法研究[J]. 宇航学报, 2011, 32(6): 1281 – 1287.
CAO Yuan, ZHANG Shifeng, YANG Huabo, et al. Research on rapid self-calibration method for inertial platform [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(6): 1281 – 1287. (in Chinese)

[9] 曹渊, 张士峰, 杨华波, 等. 一种新的惯性平台快速连续旋转自对准方法[J]. 兵工学报, 2011, 32(12): 1468 – 1473.
CAO Yuan, ZHANG Shifeng, YANG Huabo, et al. Fast self-alignment method for inertial platform through continuous rotation [J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(12): 1468 – 1473. (in Chinese)

[10] Cao Y, Cai H, Zhang S F, et al. A new continuous self-calibration scheme for a gimbaled inertial measurement unit [J]. Measurement science and technology, 2012, 23(1): 385 – 394.

[11] Hellings F J. Application of extended Kalman filtering to a dynamic laboratory calibration of an inertial navigation system [R]. AD 763718: 77 – 118.

[12] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piece-wise constant systems-part I: theory [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(4): 1056 – 1067.

[13] Ding Z J, Cai H, Yu C M, et al. Novel low cost calibration methods for MEMS inertial/magnetic integrated sensors [C]// Proceedings of IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, 2014: 505 – 511.

[14] Wu Y X, Zhang H L, Wu M P, et al. Observability of strapdown INS alignment: a global perspective [J]. IEEE Transation on aerospace and electronic systems, 2012, 48(1): 78 – 102.