doi:10.11887/j.cn.201702009 http://journal.nudt.edu.cn

平流层飞艇抗风场干扰约束 Unscented 卡尔曼滤波算法设计与应用*

赵 岩[1],高社生[2],丁 晓[3],韦道知[1]
(1.空军工程大学 防空反导学院,陕西 西安 710051;
2.西北工业大学 自动化学院,陕西 西安 710129;
3.中国航发西安动力控制科技有限公司 技术中心,陕西 西安 710077)

摘 要:为了提高风场干扰环境下飞艇的导航精度,研究飞艇抗风场干扰导航算法。在建立风场干扰条件下飞艇速度误差约束模型的基础上,设计抗风场干扰的约束 Unscented 卡尔曼滤波算法。确定风场干扰条件下飞艇的速度误差约束量,将该约束与 Unscented 卡尔曼滤波算法相结合,对速度误差进行估计和补偿,以减小风场对飞艇定位精度的影响;证明该算法的状态估计量不仅是无偏的,而且协方差小于标准 Unscented 卡尔曼滤波的协方差;将提出的算法应用于捷联惯导/天文/合成孔径雷达组合导航系统中进行仿真验证,并与自适应扩展卡尔曼滤波和抗差自适应 Unscented 卡尔曼滤波算法进行比较。结果表明:提出的约束 Unscented 卡尔曼滤波算法的滤波性能明显优于自适应扩展卡尔曼滤波和抗差自适应 Unscented 卡尔曼滤波算法,能够有效抑制风场对飞艇定位精度的影响,提高飞艇的导航定位精度。

关键词:组合导航;平流层飞艇;风场估计;约束 Unscented 卡尔曼滤波
中图分类号:V249 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2017)02-064-07

Design and application on constraints unscented Kalman filter for stratospheric airship with wind field disturbance

ZHAO Yan[1], *GAO Shesheng*[2], *DING Xiao*[3], *WEI Daozhi*[1]
(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;
2. School of Automatics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;
3. Technology Center, AECC Xi'an Engine Control Technology Co. Ltd., Xi'an 710077, China)

Abstract: To improve the navigation accuracy of airship in the disturbance environment of wind field, a navigation algorithm with anti-interference of wind field was studied. Based on building up an error constraints model of the airship velocity in wind field disturbance, a constraints unscented Kalman filter algorithm which resists wind field disturbance was designed. The error constraint vector of airship velocity was determined. To decrease the impact of wind field on positional accuracy of airship, the velocity error was estimated and compensated by the combination of unscented Kalman filter and error constraint vector. The state estimation value of proposed algorithm was proved to be unbiased, and the covariance was less than that of the standard unscented Kalman filter. The proposed algorithm was applied to SINS/CNS/SAR integrated navigation system and conducted simulation, and was compared with the adaptive extended Kalman filter and robust adaptive unscented Kalman filter. The simulation results show that not only the filter performance of the proposed constraints unscented Kalman filter was much better than those of adaptive extended Kalman filtering and robust adaptive unscented Kalman filter, but also the impact of wind filed on positional accuracy of was reduced and the navigation accuracy of airship was improved effectively.

Key words: integrated navigation; stratospheric airship; wind filed estimation; constraints unscented Kalman filter

临近空间是指高度在 10 km ~ 100 km 范围内的空间,是目前人类活动较少的空间区域。平流层位于临近空间底层,高度在 10 km ~ 50 km 之间,气流以平流运动为主,特别适合高空飞行。平流层飞艇具有飞行高度高、生存能力强、覆盖范围大、成本低、信息获取快、可快速布置和转移等优势,具有很高的军事应用价值[1-2]。因此,在国防建设中具有重要的作用和地位。正是由于临近空间所具有的重要战略位置,近年来,世界各军事强国都在大力开发临近空间资源[3-4]。

但是,飞艇具有大跨度柔性气囊结构,飞行速度相对较低,因此,自身的定位精度容易受到风场

* **收稿日期**:2015-09-16
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61174193)
作者简介:赵岩(1983—),男,陕西西安人,讲师,博士,E-mail:zytyler@163.com

的影响[5-6]。为了减小风场对飞艇导航定位精度的影响,需要研究风场干扰条件下的飞艇导航定位算法。近几年,国内外关于风场对飞艇导航精度的研究已有报道。文献[7]采用势流理论的方法,研究了风场对飞艇导航精度的影响;文献[8]为了研究风场对飞艇导航精度的影响,建立了高空飞艇(High Altitude Airships, HAA)空气动力学模型和六自由度动力学方程。但文献[7-8]都是针对飞艇线性动力学模型研究风场对飞艇的影响,由于线性模型的局限性,难以准确描述飞艇在复杂大气中的飞行特性,需要做进一步研究。文献[9]研究了飞艇非线性动力学模型的高频振动反馈镇定控制律,但高频控制输入在实际应用时受到一定条件的限制。文献[10]设计了自适应联邦滤波算法,通过改善 SINS/GPS/陆标组合导航系统平台误差角的估计精度,来提高飞艇自身的定位精度,但该方法需要精确已知量测噪声统计特性,这在实际工程应用中较难满足。文献[11]建立了飞艇俯仰角姿态控制的动力学模型,设计了离散滑模变结构控制方案,从姿态分析的角度对飞艇进行控制,提高飞艇的定位精度。上述文献虽然从不同角度研究了飞艇导航定位算法,但没有分析风场对飞艇定位精度的影响,以及如何抑制风场的干扰。

本文以减小风场对飞艇导航精度的影响为目的,建立风场干扰下的飞艇速度误差约束模型,设计抗风场干扰下的约束 Unscented 卡尔曼滤波(Constraints Unscented Kalman Filter, CUKF)算法。

1　风场模型

20 km 的平流层垂向风速变化较小,且飞艇的垂向位置变化也不大,因此,忽略风速的垂向变化,建立如式(1)所示的风速模型。

$$\begin{cases} v_{w.x} = v_w \cos\alpha_1 \\ v_{w.y} = v_w \sin\alpha_1 \end{cases} \tag{1}$$

式(1)中,v_w 表示风速,$v_{w.x}$ 和 $v_{w.y}$ 分别表示风速在横轴和纵轴方向的分量,α_1 为风速与横轴的夹角。风速合成关系如图 1 所示。

图 1 中,v_a 表示飞艇空速,v_e 为飞艇地速,α_2 表示 v_e 与横轴的夹角,α_3 为 v_a 与横轴的夹角。从图 1 可以看出式(2)成立。

$$\begin{cases} v_w = \sqrt{v_{w.x}^2 + v_{w.y}^2} \\ \alpha_1 = \arctan(v_{w.y}/v_{w.x}) \end{cases} \tag{2}$$

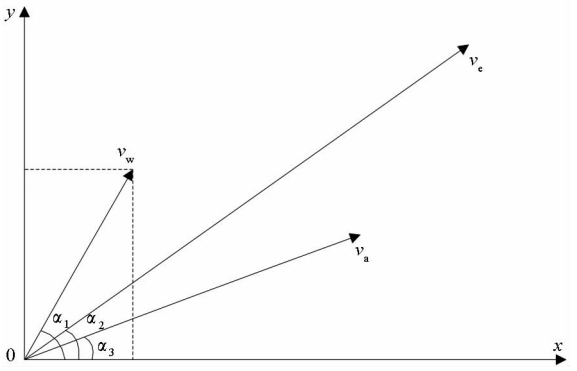


图 1　速度合成关系图

Fig. 1　Speed synthetic relationship diagram

2　风场约束模型

假设飞艇飞行的风场环境可用式(1)和式(2)描述,则风场干扰下的飞艇状态误差方程为:

$$\begin{cases} \delta\dot{x} = \delta v_a \cos\alpha_3 + \delta v_{w.x} = \delta v_e \cos\alpha_2 \\ \delta\dot{y} = \delta v_a \sin\alpha_3 + \delta v_{w.y} = \delta v_e \sin\alpha_2 \\ \dot{\alpha}_3 = \omega \end{cases} \tag{3}$$

式(3)中,δx 和 δy 分别是飞艇在 x 轴和 y 轴上的位置误差,δv_a 和 δv_e 分别为飞艇空速和地速误差,$\delta v_{w.x}$ 和 $\delta v_{w.y}$ 分别为风速误差在 x 轴和 y 轴上的投影,ω 为转角速率。

3　CUKF 算法

假设非线性动力学系统方程为:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_{k+1} = f(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{z}_{k+1} = h(\boldsymbol{x}_{k+1}) + \boldsymbol{v}_{k+1} \end{cases} \tag{4}$$

式(4)中,$\boldsymbol{x}_k$ 为 k 时刻系统的状态向量,$f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 均为非线性函数,$\boldsymbol{w}_k$ 为系统噪声,$\boldsymbol{z}_k$ 为量测向量,$\boldsymbol{v}_k$ 为量测噪声。

3.1　提出的约束 UKF 算法步骤

Step 1:初始化,得到初始状态估值和初始方差。

$$\hat{\boldsymbol{x}}_0 = E(\boldsymbol{x}_0) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{P}_0 = E[(\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_0)(\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_0)^{\mathrm{T}}] \tag{6}$$

Step 2:采样和对应权值。

采用比例对称采样方法,选取 $L = 2n + 1$ 个采样点。其对应的估值权系数和协方差权系数为:

$$\{\boldsymbol{\chi}_i\} = \begin{cases} \boldsymbol{x}_0, & i = 0 \\ \boldsymbol{x}_0 + \gamma\sqrt{\boldsymbol{P}_0}, & i = 1, \cdots, n \\ \boldsymbol{x}_0 - \gamma\sqrt{\boldsymbol{P}_0}, & i = n+1, \cdots, 2n+1 \end{cases} \tag{7}$$

$$W_i^{\mathrm{m}} = \begin{cases} \lambda/(n+\lambda), & i = 0 \\ 1/[2(n+\lambda)], & i \neq 0 \end{cases} \tag{8}$$

$$W_i^c=\begin{cases}\lambda/(n+\lambda)+(1+\beta-\alpha^2), & i=0\\ 1/[2(n+\lambda)], & i\neq 0\end{cases} \tag{9}$$

式(8)和式(9)中,

$$\gamma=\sqrt{n+\lambda} \tag{10}$$

$$\lambda=\alpha^2(n+k)-n \tag{11}$$

其中:$n=9$, $k=0$, $\alpha=1\mathrm{E}-4$, $\beta=2$[12-13]。

Step 3:预测方程。

$$\boldsymbol{\chi}_i(k+1|k)=f[\boldsymbol{\chi}_i(k|k)] \tag{12}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)=\sum_{i=0}^{L-1}W_i^m\boldsymbol{\chi}_i(k+1|k) \tag{13}$$

$$\boldsymbol{P}(k+1|k)=\sum_{i=0}^{L-1}\{W_i^c[\boldsymbol{\chi}_i(k+1|k)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)]\cdot[\boldsymbol{\chi}_i(k+1|k)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)]^{\mathrm{T}}\} \tag{14}$$

$$z_i(k+1|k)=h[\boldsymbol{\chi}_i(k+1|k)] \tag{15}$$

$$\hat{\boldsymbol{z}}(k+1|k)=\sum_{i=0}^{L-1}W_i^m z_i(k+1|k) \tag{16}$$

$$\boldsymbol{P}_{zz}(k+1|k)=\sum_{i=0}^{L-1}\{W_i^c[z_i(k+1|k)-\hat{\boldsymbol{z}}(k+1|k)]\cdot[z_i(k+1|k)-\hat{\boldsymbol{z}}(k+1|k)]^{\mathrm{T}}\} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{P}_{xz}(k+1|k)=\sum_{i=0}^{L-1}\{W_i^c[\boldsymbol{\chi}_i^x(k+1|k)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)]\cdot[z_i(k+1|k)-\hat{\boldsymbol{z}}(k+1|k)]^{\mathrm{T}}\} \tag{18}$$

其中,$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)$为状态量的一步预测的加权和,$\boldsymbol{P}(k+1|k)$为状态量协方差的一步预测加权和,$\hat{\boldsymbol{z}}(k+1|k)$为量测量的加权和,$\boldsymbol{P}_{zz}(k+1|k)$和$\boldsymbol{P}_{xz}(k+1|k)$分别为量测量的自协方差和量测量的互协方差。

Step 4:更新方程。

$$\boldsymbol{K}(k+1)=\boldsymbol{P}_{xz}(k+1|k)\boldsymbol{P}_{zz}^{-1}(k+1|k) \tag{19}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)=\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)+\boldsymbol{K}(k+1)[z(k+1)-\hat{\boldsymbol{z}}(k+1|k)] \tag{20}$$

$$\boldsymbol{P}(k+1|k+1)=\boldsymbol{P}(k+1|k)-\boldsymbol{K}(k+1)\boldsymbol{P}_{zz}(k+1|k)[\boldsymbol{K}(k+1)]^{\mathrm{T}} \tag{21}$$

其中,$\boldsymbol{K}(k+1)$为滤波增益,$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)$和$\boldsymbol{P}(k+1|k+1)$分别为状态量的估值和协方差。

Step 5:约束估计。

约束条件为:

$$\boldsymbol{D}\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{d} \tag{22}$$

式(22)中,$\boldsymbol{D}$为约束方程的状态约束矩阵,$\boldsymbol{d}$为约束向量。

为了得到带有约束的状态估计值,需要求解极值方程:

$$\tilde{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)=\min[\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)]^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}[\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)] \tag{23}$$

构造拉格朗日函数:

$$L=[\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)]^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}[\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)]+2\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)-\boldsymbol{d}] \tag{24}$$

分别对$\hat{\boldsymbol{x}}^*$和$\boldsymbol{\lambda}$求导并令其为零,有

$$\boldsymbol{\Sigma}^{-1}[\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)-\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)]+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\lambda=0 \tag{25}$$

和

$$\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)-\boldsymbol{d}=0 \tag{26}$$

求解式(25)和式(26)得:

$$\hat{\boldsymbol{x}}^*(k+1|k+1)=\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)-\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}[\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k+1)-\boldsymbol{d}] \tag{27}$$

给定初始状态值,可递推计算出任意 k 时刻的状态估计值。

3.2 算法性能分析

下面两个定理,给出了所提出的 CUKF 算法状态估计的均值和协方差的性质。

定理 1:如果存在已知的对称正定矩阵$\boldsymbol{\Sigma}$,则对于式(4)所描述的非线性系统,利用 CUKF 算法得到的状态估计是无偏的。即

$$E(\hat{\boldsymbol{x}}^*)=E(\boldsymbol{x}) \tag{28}$$

证明:用状态量$\boldsymbol{x}$与式(27)左右两边同时做差,并代入式(22),得:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^*&=\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}(\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{d})\\&=\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}[\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{d}-(\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{d})]\\&=\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}(\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{x})\\&=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}](\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})\end{aligned} \tag{29}$$

对式(29)两边取均值,得:

$$E(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^*)=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}]\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}) \tag{30}$$

其中,$\hat{\boldsymbol{x}}$是由 UKF 算法计算得到$\boldsymbol{x}$的估计值,$\hat{\boldsymbol{x}}^*$是通过 CUKF 算法计算得到$\boldsymbol{x}$的估计值。由于$\hat{\boldsymbol{x}}$是$\boldsymbol{x}$的无偏估计[14];因此,有$E(\boldsymbol{x})=\hat{\boldsymbol{x}}$,即$E(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})=0$,故等式左边等于零,即$\hat{\boldsymbol{x}}^*$也是$\boldsymbol{x}$的无偏估计。

□

定理 2:如果存在已知对称正定矩阵$\boldsymbol{\Sigma}$,则对于式(4)所描述的非线性系统,由 CUKF 算法得到的状态估计值的协方差小于未加约束的标准 UKF 算法状态估计值的协方差。即

$$Cov(\hat{\boldsymbol{x}}^*)<Cov(\hat{\boldsymbol{x}}) \tag{31}$$

证明:令$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}$,由式(29)得:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^*&=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}](\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})\\&=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J})(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})\end{aligned} \tag{32}$$

那么

$$
\begin{aligned}
&Cov(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^{*})\\
&=E[(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^{*})(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^{*})^{\mathrm{T}}]\\
&=E\{[(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J})(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})][(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J})(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})]^{\mathrm{T}}\}\\
&=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J})Cov(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J})^{\mathrm{T}}\\
&=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J})\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J})^{\mathrm{T}}\\
&=\boldsymbol{\Sigma}-\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Sigma}-\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \qquad (33)
\end{aligned}
$$

由于 $\boldsymbol{J}=\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}$,得到:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\\
&=[\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}]\boldsymbol{\Sigma}[\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}]^{\mathrm{T}}\\
&=[\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{D}]\boldsymbol{\Sigma}[\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}]^{\mathrm{T}}\\
&=\boldsymbol{\Sigma}[\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{D}]^{\mathrm{T}}\\
&=\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \qquad (34)
\end{aligned}
$$

将式(34)代入式(33),得:

$$Cov(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^{*})=\boldsymbol{\Sigma}-\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Sigma} \qquad (35)$$

即

$$Cov(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^{*})-\boldsymbol{\Sigma}=-\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Sigma} \qquad (36)$$

由于矩阵 $\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Sigma}$ 正定[15],所以

$$Cov(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}^{*})<\boldsymbol{\Sigma} \qquad (37)$$

□

从定理 1 和定理 2 可以看出 CUKF 的状态估计值性能优于标准 UKF 的性能。

4　组合导航系统建模

由于捷联惯导(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)、天文导航(Celestial Navigation System, CNS)和合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)三套系统工作时均不向外辐射信号,具有较好的自主性,有利于提高长时间滞空飞行的平流层飞艇的生存能力。且 SINS 具有导航参数全面和抗干扰能力强等优点,因此,以 SINS 为主系统,CNS 和 SAR 为辅助系统,构建 SINS/CNS/SAR 组合导航系统。该系统兼备了 SINS、CNS 和 SAR 各自的优点,通过 CNS 和 SAR 对 SINS 的修正,克服了 SINS 导航误差随时间积累的缺点。同时也避免了 CNS 导航参数不全面、SAR 针对沙漠和海洋环境难以精确匹配的问题。该系统具有自主性好、隐蔽性强、全天候、全天时工作等特点,能满足飞行器对导航系统性能的要求。

4.1　组合系统的状态方程

选取东、北、天地理坐标系为导航坐标系,建立组合导航系统的数学模型。

系统状态向量为:

$$\boldsymbol{X}(t)=[\phi_{\mathrm{E}}\ \phi_{\mathrm{N}}\ \phi_{\mathrm{U}}\ \delta v_{\mathrm{E}}\ \delta v_{\mathrm{N}}\ \delta v_{\mathrm{U}}\ \delta\lambda\ \ \delta L\ \ \delta h] \qquad (38)$$

式(38)中,ϕ_{E}、ϕ_{N} 和 ϕ_{U} 为 SINS 在东北天三个方向的数学平台失准角,δv_{E}、δv_{N} 和 δv_{U} 为东北天三个方向的速度误差,$\delta\lambda$、δL 和 δh 为位置误差。

系统状态方程为:

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=f[\boldsymbol{X}(t)]+\boldsymbol{W}(t) \qquad (39)$$

式(39)中,$f(\cdot)$为非线性函数,其表达式由式(40)给出,$\boldsymbol{X}(t)$为系统状态向量,$\boldsymbol{W}(t)$为系统噪声。

$$
f[\boldsymbol{X}(t)]=\begin{bmatrix}
\boldsymbol{C}_{\omega}^{-1}[(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{c}})\hat{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{c}}\delta\omega_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\delta\omega_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}]\\
\boldsymbol{A}\\
\dfrac{v_{\mathrm{N}}}{R_{\mathrm{M}}+h}-\dfrac{v_{\mathrm{N}}-\delta v_{\mathrm{N}}}{(R_{\mathrm{M}}-\delta R_{\mathrm{M}})+(h-\delta h)}\\
\dfrac{v_{\mathrm{E}}\sec L}{R_{\mathrm{N}}+h}-\dfrac{(v_{\mathrm{E}}-\delta v_{\mathrm{E}})\sec(L-\delta L)}{(R_{\mathrm{N}}-\delta R_{\mathrm{N}})+(h-\delta h)}\\
\delta v_{\mathrm{U}}
\end{bmatrix} \qquad (40)
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{A}=&[\boldsymbol{I}-(\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{c}})^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\hat{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{b}}+(\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{c}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}\delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{b}}-\\
&(2\delta\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\delta\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\boldsymbol{v}-(2\hat{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\hat{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\delta\boldsymbol{v}+\\
&(2\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\times\delta\boldsymbol{v}+\delta\boldsymbol{g}
\end{aligned}
$$

式(40)中:$\boldsymbol{C}_{\omega}$ 为欧拉平台误差角矩阵,$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{c}}$ 为导航坐标系(n)至计算坐标系(c)的姿态变换矩阵,$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{c}}$ 机体坐标系(b)至 c 系的姿态变换矩阵;$\hat{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}$ 和 $\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}$ 为地球坐标系(e)至地心惯性坐标系(i)角速度实际值和理想值在 n 系上的投影,下同;$\delta\omega_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}$ 和 $\delta\omega_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 分别为 $\omega_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}}$ 和 $\omega_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 的计算误差;$\hat{\boldsymbol{f}}_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{b}}$ 和 $\delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{sf}}^{\mathrm{b}}$ 分别为实际加速度计比力输出和加速度计测量误差;$\boldsymbol{v}$ 和 $\delta\boldsymbol{v}$ 分别为实际速度和速度误差;$\delta\boldsymbol{g}$ 为重力加速度误差;L 和 h 分别为纬度和高度;R_{M} 和 R_{N} 分别为当地子午圈和卯酉圈曲率半径。

4.2　组合系统量测方程

SINS/SAR 子系统的量测方程为:

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{I}}(t)=\boldsymbol{H}_{\mathrm{I}}\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{V}(t) \qquad (41)$$

系统的量测误差为:

$$\boldsymbol{V}(t)=[V_{\delta L\mathrm{S}}\quad V_{\delta\lambda\mathrm{S}}\quad V_{\delta\psi\mathrm{S}}\quad V_{\delta\theta\mathrm{C}}\quad V_{\delta\gamma\mathrm{C}}\quad V_{\delta\psi\mathrm{C}}]^{\mathrm{T}} \qquad (42)$$

由于 SAR 只能提供载体的位置和航向角信息,由 SINS 和 SAR 输出的经度、纬度和航向角信息作差得到 SINS/SAR 子系统的量测量 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{I}}(t)$。

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{I}}(t)=[L_{\mathrm{I}}-L_{\mathrm{S}}\quad \lambda_{\mathrm{I}}-\lambda_{\mathrm{S}}\quad \psi_{\mathrm{I}}-\psi_{\mathrm{S}}]^{\mathrm{T}} \qquad (43)$$

式(43)中,L_{I}、λ_{I}、ψ_{I} 为 SINS 输出的经度、纬度和航向角信息,L_{S}、λ_{S}、ψ_{S} 为 SAR 输出的经度、纬度和航向角信息。SINS 的状态方程采用数学平台失准角,因此需要将量测方程中的姿态误差角转换成数学平台失准角,即

$$
\begin{cases}
\delta\theta_{\mathrm{I}}=-\phi_{\mathrm{E}}\cos\psi_{\mathrm{I}}+\phi_{\mathrm{N}}\sin\psi_{\mathrm{I}}\\
\delta\gamma_{\mathrm{I}}=\dfrac{\phi_{\mathrm{E}}\sin\psi_{\mathrm{I}}-\phi_{\mathrm{N}}(\cos\psi_{\mathrm{I}}-2\sin\theta_{\mathrm{I}}\sin\gamma_{\mathrm{I}}\cos\gamma_{\mathrm{I}}\sin\psi_{\mathrm{I}})}{\cos\theta_{\mathrm{I}}}\\
\delta\psi_{\mathrm{I}}=(-\phi_{\mathrm{E}}\sin\psi_{\mathrm{I}}\tan\theta_{\mathrm{I}}+\phi_{\mathrm{N}}\cos\psi_{\mathrm{I}}\tan\theta_{\mathrm{I}})/\cos\theta_{\mathrm{I}}-\phi_{\mathrm{U}}
\end{cases} \qquad (44)
$$

式(44)中,θ_{I}、γ_{I} 和 ψ_{I} 分别为 SINS 的俯仰角、横

滚角和航向角。

$$\boldsymbol{H}_1=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0&0&0&1&0&0\\ 0 & 0 & 0 & 0&0&0&0&1&0\\ \dfrac{-\sin\psi_I\tan\theta_I}{\cos\theta_I} & \dfrac{\cos\psi_I\tan\theta_I}{\cos\theta_I} & -1 & 0&0&0&0&0&0\end{bmatrix} \tag{45}$$

SINS/CNS 子系统的量测方程为：

$$\boldsymbol{Y}_2(t)=\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{V}(t) \tag{46}$$

该子导航系统量测量为：

$$\boldsymbol{Y}_2(t)=[\theta_I-\theta_C\quad \gamma_I-\gamma_C\quad \psi_I-\psi_C]^T \tag{47}$$

其中，θ_C、γ_C 和 ψ_C 分别表示 CNS 中星敏感器输出的俯仰角、横滚角和航向角。

$$\boldsymbol{H}_2=\begin{bmatrix}-\cos\psi_I & \sin\psi_I & 0&0&0&0&0&0&0\\ \dfrac{\sin\psi_I}{\cos\theta_I} & -\dfrac{(\cos\psi_I-2\sin\theta_I\sin\gamma_I\cos\gamma_I\sin\psi_I)}{\cos\theta_I} & 0&0&0&0&0&0&0\\ \dfrac{-\sin\psi_I\tan\theta_I}{\cos\theta_I} & \dfrac{\cos\psi_I\tan\theta_I}{\cos\theta_I} & -1&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix} \tag{48}$$

4.3 风场约束条件

由式(3)和式(38)可得到 SINS/CNS/SAR 组合导航系统风场环境下的约束条件[16]，由此得到约束方程(22)中，状态约束矩阵 $\boldsymbol{D}$ 和约束向量 $\boldsymbol{d}$ 的表达式分别为：

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0&0&0&\sin\psi_I&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&\cos\psi_I&0&0&0&0\end{bmatrix} \tag{49}$$

$$\boldsymbol{d}=[\delta v_{w\cdot E}+\delta v_a\cos\psi_I\quad \delta v_{w\cdot N}+\delta v_a\sin\psi_I]^T \tag{50}$$

式(50)中，$\delta v_{w\cdot E}$、$\delta v_{w\cdot N}$分别为东向和北向风速。

式(49)和式(50)构成了 SINS/CNS/SAR 组合导航系统的风场约束条件。

4.4 组合导航信息融合算法

采用联邦滤波结构，SINS/CNS/SAR 组合导航系统分布式信息融合原理如图 2 所示。

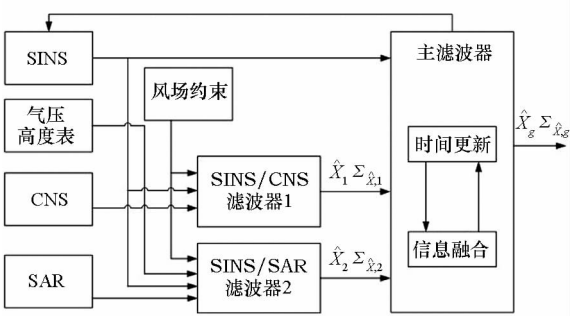


图 2 SINS/CNS/SAR 系统导航信息融合原理

Fig. 2 Information fusion principle of SINS/CNS/SAR navigation system

以 SINS 为主导航系统，CNS、SAR 和气压高度表为辅助系统，设计 SINS/CNS、SINS/SAR 组合导航局部滤波器。由于系统方程呈现非线性特性，首先通过非线性滤波算法对 SINS/CNS 和 SINS/SAR 子滤波器进行滤波计算，获得组合导航系统状态量的两组局部最优估计值 $\hat{\boldsymbol{X}}_i(i=1,2)$ 及其协方差阵估计值 $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},i}(i=1,2)$；然后，采用分布式信息融合技术，将两组局部最优估计值送入主滤波器中进行信息融合，得到系统状态的全局最优估计值 $\hat{\boldsymbol{X}}_g$ 及其全局最优协方差阵 $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},g}$；最后，利用获得的捷联惯导误差状态的全局最优估计值 $\hat{\boldsymbol{X}}_g$ 实时对捷联惯导系统进行误差校正。分布式最优估计信息融合算法为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},g}=(\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},1}^{-1}+\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},2}^{-1})^{-1}\\ \hat{\boldsymbol{X}}_g=\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},g}(\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},1}^{-1}\hat{\boldsymbol{X}}_1+\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{X},2}^{-1}\hat{\boldsymbol{X}}_2)\end{cases} \tag{51}$$

5 仿真实验与分析

5.1 仿真实验条件

为了比较提出的 CUKF 算法与现有滤波算法的性能，将自适应扩展卡尔曼滤波(Adaptive Extended Kalman Filtering, AEKF)、抗差自适应 UKF(Robust Adaptive UKF, RAUKF)和提出的抗风干扰 CUKF 算法分别应用于 SINS/CNS/SAR 组合导航系统中进行仿真计算与比较分析。

假设飞艇初始位置为东经 108.997°，北纬 34.246°，高度 20 km，以 20 m/s 的速度匀速向东飞行，仿真时间为 1000 s。SINS、SAR 和 CNS 的采样周期分别为 0.01 s、1 s 和 0.5 s，滤波周期为 1 s。飞艇的初始位置误差 $\delta\lambda=1''$，$\delta L=1''$，$\delta h=100$ m；速度误差 $\delta V_E=\delta V_N=\delta V_U=0.1$ m/s；陀螺的常值漂移为0.1°/h，随机游走为0.01°/$\sqrt{\text{h}}$。加速度计常值误差为$10^{-3}g$，随机游走为 $5\times10^{-4}g/\sqrt{\text{s}}$。SAR 的水平定位精度为 25 m，SAR 的航向角均方差为 1°，气压高度表误差为20 m，星敏感器的量测精度为 20″。假设飞行空间区域以西风为主，主要由恒定风和随机风组成。海拔 20 km 处恒定风速在 10 m/s 以下[17]，初始风速设为10 m/s，在 200 s ~ 800 s 内，将 5 m/s ~ 10 m/s的风速随机干扰量加入系统进行仿真，随机风的风向也随机给出，区间为西偏北 45°到西偏南 45°。得到平流层

飞艇的位置误差和速度误差,见表 1。仿真结果　　如图 3 ~ 6 所示。

表 1　组合导航抗风场干扰算法性能比较

Tab. 1 Algorithm performance comparison of integrated navigation with wind field disturbance

算法名称		均值		标准差	
		位置误差/m	速度误差/(m/s)	位置误差/m	速度误差/(m/s)
AEKF	未加入风场干扰	2.37	0.326	1.53	0.178
	加入风场干扰	4.56	0.496	2.36	0.361
RAUKF	未加入风场干扰	1.50	0.120	0.50	0.066
	加入风场干扰	3.01	0.309	1.56	0.276
CUKF	未加入风场干扰	1.63	0.123	0.51	0.070
	加入风场干扰	2.02	0.151	1.26	0.121

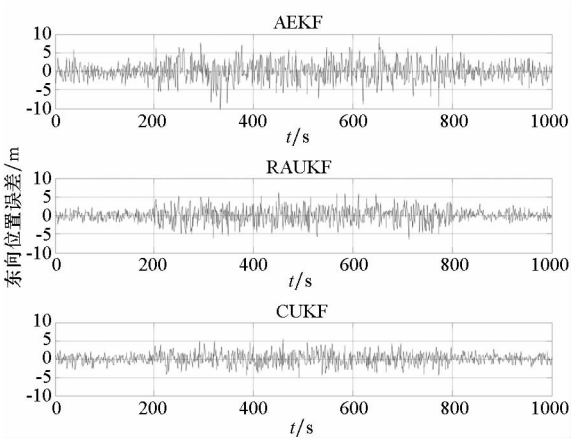


图 3　组合导航抗风场干扰算法的东向位置误差

Fig. 3　East position error of integrated navigation algorithm with wind field interference

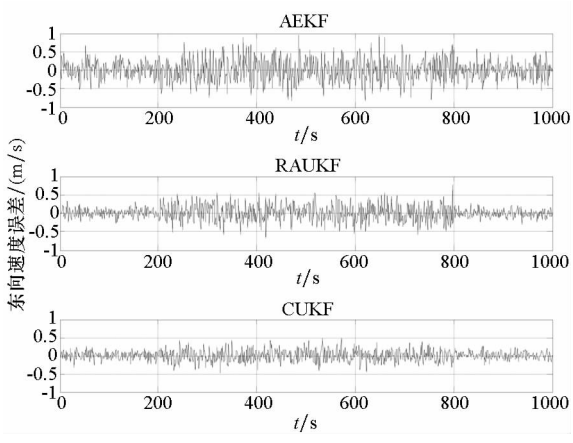


图 5　组合导航抗风场干扰算法的东向速度误差

Fig. 5　East velocity error of integrated navigation algorithm with wind field interference

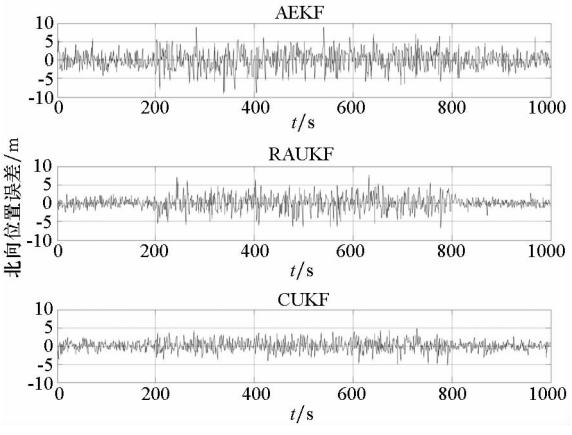


图 4　组合导航抗风场干扰算法的北向位置误差

Fig. 4　North position error of integrated navigation algorithm with wind field interference

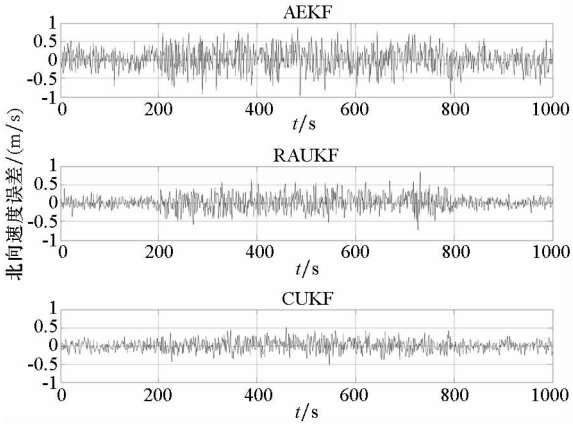


图 6　组合导航抗风场干扰算法的北向速度误差

Fig. 6　North velocity error of integrated navigation algorithm with wind field interference

5.2　结果分析

从表 1 和图 3 ~ 6 可以看出:①在 0 s ~ 200 s 时间内,系统未加入风场干扰情况下(不考虑风场影响),由 AEKF 算法得到组合导航位置误差和速度误差分别在 3 m 以内和 0.35 m/s 以内,而 RAUKF 和 CUKF 算法的位置误差和速度误差分别在 2 m 以内和 0.15 m/s 以内。此时,RAUKF 与 CUKF 算法精度相当,并高于 AEKF

算法的精度。②在 200 s ~ 800 s 内,系统加入风场干扰情况下,AEKF 和 RAUKF 算法在风场影响下位置误差和速度误差都明显增大,AEKF 算法估计的位置误差和速度误差分别在 5 m 以内和 0.5 m/s 以内,RAUKF 算法估计的位置误差和速度误差分别在 3.5 m 以内和 0.35 m/s 以内。而 CUKF 算法估计的位置误差和速度误差变化不大,在 2.5 m 以内和 0.2 m/s 以内。因此,CUKF 算法能够抵抗 15 m/s ~ 20 m/s 的风场干扰,且抗风场干扰能力明显优于 RAUKF 和 AEKF 算法。③仿真时间在 800 s ~ 1000 s 内,通过 AEKF 计算的位置误差和速度误差较大,证明了 AEKF 在处理非线性问题时的缺陷,而 UKF 的改进算法能够克服 EKF 算法的此类问题。

6 结论

以平流层飞艇自主精确定位为研究对象,建立了风场干扰下飞艇的速度误差约束模型,提出了抗风场干扰 CUKF 算法,并将提出的算法应用于 SINS/CNS/SAR 组合导航系统中进行仿真验证,并与自适应 EKF 算法和抗差自适应 UKF 算法进行比较。结果表明:提出的 CUKF 算法不仅克服了自适应 EKF 算法在处理非线性滤波问题的缺陷,而且 CUKF 算法抗风场干扰能力强,能抑制风场对飞艇定位精度的影响,提高了飞艇定位精度。

参考文献(References)

[1] 谭惠丰, 王超, 王长国. 实现结构轻量化的新型平流层飞艇研究进展[J]. 航空学报, 2010, 31(2): 257 - 264.
TAN Huifeng, WANG Chao, WANG Changguo. Progress of new type stratospheric airships for realization of lightweight[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(2): 257 - 264. (in Chinese)

[2] 刘屿, 邬依林, 胡跃明. 自治飞艇动力学建模及反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(8): 991 - 1000.
LIU Yu, WU Yilin, HU Yueming. Autonomous dynamics-modeling and feedback control for an airship[J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(8): 991 - 1000. (in Chinese)

[3] Colozza A. Initial feasibility assessment of a high altitude long endurance airship: NASA/CR - 2003 - 212724, E - 14248[R]. NASA, 2003.

[4] Colozza A, Dolce J L. High-altitude, long-endurance airships for coastal surveillance: NASA/TM - 2005 - 213427, E - 14961[R]. NASA, 2005.

[5] Paul T, Krogstad T R, Gravdahl J T. Modelling of UAV formation flight using 3D potential field[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2008, 16(9): 1453 - 1462.

[6] Augiar A P, Hespaha J P, Kokotovic P V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(2): 234 - 239.

[7] Azinheira R J, de Paiva E C, Bueno S S. Influence of wind speed on airship dynamics[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(6): 1116 - 1124.

[8] Mudler J B, Paluszek M A, Zhao Y Y. Development of an aerodynamic model and control law design for a high altitude airship[C]//Proceedings of AIAA 3rd "Unmanned UMimited" Technical Conference, Workshop and Exhibit, 2004: 1 - 17.

[9] Beji L, Abichou A, Bestaoui Y. Stabilization of a nonlinear underactuated autonomous airship—a combined averaging and backstepping approach[C]//Proceedings of IEEE the 3rd International workshop on Robot Motion and Control, 2002: 223 - 229.

[10] 刘彤, 李智斌. SINS/GPS/陆标组合导航在平流层飞艇中的应用[J]. 中国空间科学技术, 2008, 28(3): 29 - 36, 44.
LIU Tong, LI Zhibin. Application of SINS/GPS/landmark integrated navigation in stratospheric airship[J]. Chinese Space Science and Technology, 2008, 28(3): 29 - 36, 44. (in Chinese)

[11] 方存光, 王伟. 自主飞艇俯仰角姿态动力学建模[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 231 - 238.
FANG Cunguang, WANG Wei. Pitching attitude dynamics modeling and its control of unmanned dirigible airship[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(2): 231 - 238. (in Chinese)

[12] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear systems[C]//Proceedings of the American Control Conference, 1995: 1628 - 1632.

[13] 潘泉, 杨峰, 叶亮, 等. 一类非线性滤波器——UKF 综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 481 - 487.
PAN Quan, YANG Feng, YE Liang, et al. Survey of a kind of nonlinear filters—UKF[J]. Control and Decision, 2005, 20(5): 481 - 487. (in Chinese)

[14] Julier S J, Laviola J J, Jr.. On Kalman filtering with nonlinear equality constraints[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(6): 2774 - 2784.

[15] Anderson B, Moore J. Optimal filtering prentice hall[M]. USA: Prentice Hall, 1979: 335.

[16] Simon D. Kalman filtering with state constraints (tutorial)[EB/OL]. (2009 - 05 - 02)[2015 - 08 - 03]. http://academic.csuohio.edu/simond/ConstrKF.

[17] 任一鹏, 田中伟, 吴子牛. 飞艇空气动力学及其相关问题[J]. 航空学报, 2010, 31(3): 431 - 443.
REN Yipeng, TIAN Zhongwei, WU Ziniu. Some aerodynamics problems of airship[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(3): 431 - 443. (in Chinese)