doi:10.11887/j.cn.201703006　　http://journal.nudt.edu.cn

GNSS 接收机离散化处理对解扩性能的影响*

刘小汇,李峥嵘,陈华明
(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙　410073)

摘　要:建立扩频信号防混叠滤波、采样、量化与解扩输出关系的数学解析模型,推导得到解扩输出信噪比的解析表达式。分析与仿真表明,当量化位数大于等于 4 bit,解扩得到总的信噪比损失可以分解为由量化引起的损失和滤波加采样引起损失的乘积,且量化器最优限幅系数只与量化位数相关;当量化位数小于 4 bit 时,信噪比损失在一定条件下可近似为量化损失和滤波加采样损失的乘积。当量化位数大于 4 bit、滤波器带宽大于 5 倍码率、采样频率大于 4 倍码率时,再增大上述参数引起的信噪比损失波动小于 0.05 dB,对解扩性能提升不明显。该结论可为实用型全球导航卫星系统接收机前端离散化处理优化设计提供理论指导。

关键词:滤波;采样;量化;信噪比;全球导航卫星系统接收机
中图分类号:TN967.1　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1001-2486(2017)03-036-05

Discrete processing influence on de-spreading performance of GNSS receiver

LIU Xiaohui, *LI Zhengrong*, *CHEN Huaming*
(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The analytical model for the output relations of anti-aliasing filtering, sampling, quantization and de-spreading was established. The formulation of de-spreading output SNR (signal to noise ratio) under the influence of three factors was deduced. Analysis and simulation results show that the total SNR loss can be separated to the product of quantization, filtering and sampling loss when the quantization length up to 4 bit; besides, the optimized clipping level coefficient is only related to quantization length. When the quantization length is less than 4 bit, the total SNR loss approximates to the product of the quantization and sampling plus filtering loss. In the condition of the quantization length up to 4 bit, the filter bandwidth up to 5 times of PN (pseudo-random) code rate, the sample rate up to 4 times of PN code rate, increasing the parameters mentioned above cause the SNR loss less than 0.05 dB, thus the de-spreading performance cannot be increased obviously. Results can be used to optimize the design of the front-end of low-cost global navigation satellite system receiver.

Key words: filtering; sampling; quantization; signal to noise ratio; global navigation satellite system receiver

对连续信号离散化是全数字卫星导航接收机工作的前提,在模数转换前,无限带宽的模拟信号经过抗混叠滤波器,将信号带外的噪声滤除,形成有限带宽信号。模数转换由模数转换器完成,包括采样和量化。采样是卫星导航接收机中模拟信号到数字信号转换的第一步,奈奎斯特采样定理指出,当采样频率大于信号带宽的两倍时,由离散的采样点可以无失真地恢复出被采样信号[1]。卫星导航信号是直接序列扩频信号,对于导航信号的采样,由于需进行精密伪距测量,除了信号不失真外,还要保证解扩后的伪码相关峰不失真。与采样的线性变换不同,量化是典型的非线性变换,量化位数同样决定着输出信号的信噪比,通常认为量化位数越高,信号失真度越小[1]。

由此可知,卫星导航信号离散化处理的性能是滤波、采样、量化等诸多因素共同影响下的结果。由于量化的非线性使得建立完备的解析式较困难,导致多数对采样和量化的研究立足于数值样本仿真[2-3]。在解析建模分析方面,为了得到解析结果,多数研究均简化了某些处理环节,导致所得到的结论具有片面性。如文献[4]研究了采样频率对解扩信号不失真的影响,但没有考虑量化的作用,文献[5-6]分析了离散扩频信号经过滤波器和量化器后输出的信噪比损失情况,但忽略了采样频率对输出的影响。

本文通过建立完备的接收机前端处理数学模型,推导扩频信号在滤波、采样和量化下的解析表达式,确立扩频信号解扩输出的信噪比与理想解

* **收稿日期**:2016-01-08
基金项目:航天支撑基金资助项目(2011-HTGFKD)
作者简介:刘小汇(1976—),女,广西柳州人,副研究员,博士,E-mail: lululiu_nudt@sina.com

扩信噪比之间的关系,从而得到上述三个因素对解扩性能的影响。

1　信号建模与统计特性分析

1.1　信号建模

如图 1 所示,卫星导航接收机从天线端接收到射频信号,经过下变频和滤波后得到中频信号:

$$x_{\mathrm{IF}}(t) = AD(t)c(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta) + w(t) \quad (1)$$

其中:A 为信号幅度;$D(t) = \pm 1$ 为数据信息;f_0 为载波频率;θ 为载波相位;$w(t)$ 为双边功率谱密度等于 $N_0/2$ 的高斯白噪声,服从正态分布;$c(t)$ 为伪随机码,码率为 R_c。

假设解扩积累均在一个数据位内(不妨设 $D(t)=1$)进行,由于本文只分析滤波器带宽、采样频率、量化位数与解扩输出信噪比的关系,以上三个因素对信号中心频率 f_0 和相位 θ 没有影响,且 f_0 和 θ 可在后续处理中通过相位旋转的方法去除,则式(1)信号部分可以化简成 $s(t) = Ac(t)$。

$x_{\mathrm{IF}}(t)$ 经过理想匹配滤波器后得到 $x(t)$:

$$x(t) = x_{\mathrm{IF}}(t) * h(t) = s_f(t) + w_f(t) \quad (2)$$

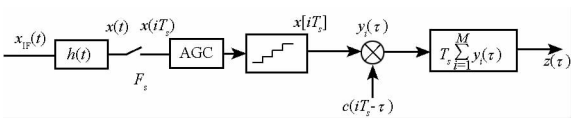


图 1　直扩信号离散处理模型

Fig. 1　Direct spread signal model of discrete processing

其中,$s_f(t) = s(t) * h(t)$,$w_f(t) = w(t) * h(t)$ 分别表示信号和噪声经过滤波器的输出。滤波器输出经过周期 T_s 的采样后得到离散信号 $x(iT_s)$,再经过量化器后得到有限精度的离散信号 $x[iT_s]$。量化是一种非线性运算,通常采用对称均匀量化[1],其运算过程可写为:

$$x[iT_s] = Q_B^{\Delta}[x(iT_s)] \quad (3)$$

量化运算符 Q_B^{Δ} 定义为[7]:

$$Q_B^{\Delta}(x) = \frac{\Delta}{2}\left[-(2^B-1) + 2\sum_{i=-L}^{L} u\left(\frac{x}{\Delta} - i\right)\right] \quad (4)$$

其中:B 为量化位数;量化级数 $L = 2^{B-1} - 1$;$u(t)$ 为单位阶跃函数;量化间隔 $\Delta = 2V_m/(2^B - 1)$;$V_m = KA$ 为限幅电平,通常取量化信号幅度的倍数,K 为幅度因子。

量化结果与本地伪码的离散形式 $c(iT_s - \tau)$ 进行相关累加,假设积累时间 $T_I = MT_s$ 足够长,则:

$$z[\tau] = T_s\sum_{i=1}^{M} x[iT_s]c(iT_s - \tau) = T_s\sum_{i=1}^{M}\{x_s[iT_s]c(iT_s-\tau) + x_w[iT_s]c(iT_s-\tau)\} \quad (5)$$

其中:$x_s[iT_s]$ 和 $x_w[iT_s]$ 为量化器输出的信号和噪声部分;τ 表示本地伪码与接收伪码相位之间的延时。为了表达简洁,本文的采样周期、延时、滤波器带宽均为伪码周期 T_c 的归一化函数。

1.2　输出信噪比计算

1.2.1　信号功率

解扩输出的信号部分为:

$$z_s(\tau) = T_s\sum_{i=1}^{M} x_s[iT_s]c(iT_s - \tau) \quad (6)$$

扩频信号解扩以前,由于信号分量远远小于噪声分量,为了计算方便,可以忽略信号的影响。在信噪比较低时(< -25 dB),得到的近似表达式[7]为:

$$x_s[iT_s] = s_f(iT_s)K_Q \quad (7)$$

即量化器输出的有用信号为输入的有用信号与量化系数的乘积。设 $Ag = 1/\Delta$,量化系数 K_Q 为[7]:

$$K_Q = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}Ag\sigma_{wf}}\left[2\sum_{i=-L}^{L}\exp\left(-\frac{i^2}{2Ag^2\sigma_{wf}^2}\right)\right] \quad (8)$$

式中,σ_{wf}^2 为滤波器输出的噪声项 $w_f(t)$ 的方差。假设采样频率 F_s 满足扩频信号解扩后相关峰不失真的条件时[4],采样的离散信号解扩可以等效于连续模式 $T_s \to 0$ 的解扩信号。于是输出信号可进一步计算:

$$z_s(\tau) = AK_Q\int_{-\infty}^{\infty} T_s\sum_{i=1}^{M} c(iT_s - \tau)c(iT_s - v)h^*(v)\mathrm{d}v \quad (9)$$

式中上标"*"为共轭运算符。当 $T_s \to 0$ 时,有:

$$\lim_{T_s\to 0} T_s\sum_{i=1}^{M} c(iT_s - \tau)c(iT_s - v) = T_I\Lambda(\tau - v) \quad (10)$$

其中,$\Lambda(x)$ 为三角波函数,对应的傅里叶变换为 $F_\Lambda(\omega) = \mathrm{sinc}^2(\omega/2)$。对于带宽为 b 的理想低通滤波器(b 经码率 R_c 归一化),并且假设滤波器带宽大于伪码码率,即 $b \geqslant 1$,信号部分为:

$$z_s(\tau) = AT_IK_Q\int_{-b}^{b}\mathrm{sinc}^2(\pi f)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}f \quad (11)$$

当本地伪码与接收伪码相位严格对齐时($\tau = 0$),信号的功率为:

$$\sigma_s^2 = A^2T_I^2K_Q^2\left[\int_{-b}^{b}\mathrm{sinc}^2(\pi f)\mathrm{d}f\right]^2 \quad (12)$$

1.2.2 噪声功率

对于噪声部分,积累解扩输出为:

$$z_w(\tau) = T_s \sum_{i=1}^{M} x_w[iT_s]c(iT_s - \tau) \quad (13)$$

其中,$x_w[iT_s]$为量化器输出的噪声。由前面分析可知,滤波器输出噪声分量的第 i 个采样点的信号为:

$$w_f(iT_s) = \int_{-\infty}^{\infty} w(iT_s)h^*(v)\mathrm{d}v \quad (14)$$

其中,均值为 $E[w_f(iT_s)]=0$,自相关函数为:

$$\begin{aligned} R_{wf}(i,k) &= E[w_f(iT_s)w_f{}^*(kT_s)] \\ &= E\Big[\int w(v)h^*(iT_s - v)\mathrm{d}v \cdot \\ &\quad \int w(\xi)h(kT_s - \xi)\mathrm{d}\xi\Big] \end{aligned} \quad (15)$$

其中,$w(t)$为高斯白噪声,其自相关函数为冲击函数:

$$E[w(t_1)w(t_2)] = N_0\delta(t_1 - t_2) \quad (16)$$

因此式(15)可计算为:

$$\begin{aligned} R_{wf}(i,k) &= N_0\int_{-\infty}^{\infty} h(iT_s + v)h^*(kT_s + v)\mathrm{d}v \\ &= N_0\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f(k-i)T_s}\mathrm{d}f \end{aligned} \quad (17)$$

当滤波器为带宽 b 的理想低通滤波器时,由式(17)得自相关函数为:

$$R_{wf}(i,k) = 2N_0 b\mathrm{sinc}[2\pi(k-i)T_s b] \quad (18)$$

当 $k=i$ 时,得到滤波器输出的噪声功率为:

$$\sigma_{wf}^2 = 2N_0 b \quad (19)$$

以下求噪声 $w_f(iT_s)$ 经过量化器后的输出。文献[8]指出,带限白噪声经过量化器后其自相关函数将被改变,即量化器输出噪声项 $x_w[iT_s]$ 的自相关函数 $R_{xw}(\tau)$,与输入噪声项的自相关函数 $R_{wf}(\tau)$ 将有所不同。

假设 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$ 是 x 的两种非线性运算过程,则对于输入的高斯随机过程中的任意两个采样点($x_1 = x(t)$ 与 $x_2 = x(t+\tau)$)而言,非线性运算输出的互相关函数 $R(\tau)$ 与互相关系数 $\rho(\tau)$ 具有如下的 k 阶偏导数关系[7]:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^k R(\tau)}{\partial\rho(\tau)^k} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1^{(k)}(x_1)f_2^{(k)}(x_2)\exp\left(-\dfrac{x_1^2 + x_2^2 - 2\rho x_1 x_2}{2(1-\rho^2)}\right)}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}}\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \end{aligned} \quad (20)$$

其中,$f_i^{(k)}(x)$ 为函数 $f_i(x)$ 对 x 的 k 阶偏导数($i=1,2$)。当非线性运算为量化运算时,得到 $f_i(x)$ 的表达式为:

$$f_1(x) = f_2(x) = Q_B^{\Delta}[x] \quad (21)$$

对 x 的一阶偏导数为:

$$\frac{\partial f_1(x)}{\partial x} = \frac{\partial f_2(x)}{\partial x} = \sum_{i=-L}^{L} u\left(\frac{x}{\Delta} - i\right) \quad (22)$$

由以上推导得到噪声通过量化器后输出的相关函数为:

$$\begin{aligned} &R_{xw}(\tau) \\ &= \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 \frac{2}{\pi}\sum_{i=-L}^{L}\sum_{k=-L}^{L}\int_0^{\rho_{wf}(\tau)} \frac{\exp\left(-\dfrac{\Delta^2}{\sigma_{wf}^2}\cdot\dfrac{i^2 + k^2 - 2ikr}{2(1-r^2)}\right)}{\sqrt{1-r^2}}\mathrm{d}r \end{aligned} \quad (23)$$

其中,$\rho_{wf}(\tau)$ 为相关系数,对于平稳随机过程,是自相关函数与功率的比值。当 $(i-k)T_s = \tau$ 时,由式(18)得到输入量化器的噪声相关函数为 $R_{wf}(\tau) = 2N_0 b\mathrm{sinc}(2\pi\tau b)$。于是相关系数为:

$$\rho_{wf}(\tau) = \frac{R_{wf}(\tau)}{R_{wf}(0)} = \mathrm{sinc}(2\pi\tau b) \quad (24)$$

将量化器输出的相关函数 $R_{xw}(\tau)$ 对输入功率 σ_{wf}^2 进行归一化,得到量化归一化相关系数为:

$$\eta_{xw} = \frac{R_{xw}(\tau)}{\sigma_{wf}^2} = \frac{R_{xw}(\tau)}{2N_0 b} \quad (25)$$

得到量化器的输出与本地伪码相乘积累进行解扩,解扩输出噪声项的自相关函数为:

$$R_{zw}(\tau_1,\tau_2) = T_s T_I \sum_{n=1-M}^{M-1} R_{xw}(nT_s)\Lambda(nT_s + \tau_1 - \tau_2) \quad (26)$$

1.2.3 输出信噪比及损失

扩频信号经过滤波、采样和量化后,解扩积累后输出的信噪比为:

$$SNR = \frac{R_{zs}(0)}{R_{zw}(0)} = \frac{T_I A^2 K_Q{}^2\left[\int_{-b}^{b}\mathrm{sinc}^2(\pi f)\mathrm{d}f\right]^2}{T_s\sum_{n=1-M}^{M-1} R_{xw}(nT_s)\Lambda(nT_s)} \quad (27)$$

由于扩频信号的带宽被扩展为 $2R_c$,定义窄带扩频信号的信噪比为带宽 $2R_c$ 之内的信号与噪声功率的比值,经过 T_I 的解扩积累后输出的信噪比为:

$$SNR_{\mathrm{ideal}} \approx \frac{T_I A^2}{N_0} \quad (28)$$

定义扩频信号经过滤波、采样和量化后,信噪比损失为:

$$SNR_{\mathrm{loss}} = \frac{SNR_{\mathrm{ideal}}}{SNR} = \frac{T_s\sum_{n=1-M}^{M-1}\eta_{xw}(nT_s)\Lambda(nT_s)}{K_Q^2\left[\int_{-b}^{b}\mathrm{sinc}^2(\pi f)\mathrm{d}f\right]^2/2b} \quad (29)$$

2　仿真分析

2.1　仅有量化时的信噪比损失

忽略滤波器和采样的影响,扩频信号在仅有量化操作时,即 $b\to\infty$,$T_s\to 0$,代入式(29)可得输出的信噪比损失为:

$$SNR_{\text{loss1}} = \frac{\int_{-1}^{1} R_{xw}(t)\Lambda(t)\,\mathrm{d}t}{K_Q^2} \approx \frac{R_{xw}(0)}{K_Q^2} \tag{30}$$

如图 2 所示,量化位数越小,信噪比损失越大,存在使得损失最小的最优限幅因子。另外,当量化位数大于 4 bit 后,其最小信噪比损失均小于 0.05 dB,再增大量化位数对性能影响不大。

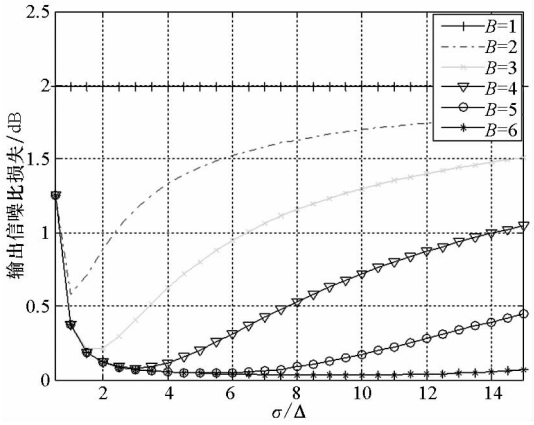


图 2　不同量化位数下输出信噪比损失

Fig. 2　SNR_{loss} of different quantization

2.2　仅有滤波和采样时的信噪比损失

由式(29)可知,当只有滤波和采样操作时,信号量化系数 $K_Q=1$,噪声经过滤波器的相关函数 $R_{xw}(nT_s)=2N_0 b\rho_{wf}(\tau)=2N_0 b\,\mathrm{sinc}(2\pi nT_s b)$,于是输出的信噪比损失为:

$$SNR_{\text{loss2}} = \frac{T_s\sum_{n=1-M}^{M-1}\mathrm{sinc}(2\pi nT_s b)\Lambda(nT_s)}{\left[\int_{-b}^{b}\mathrm{sinc}^2(\pi f)\,\mathrm{d}f\right]/2b} \tag{31}$$

为了保证采样对信号的影响可以等效于连续的三角函数形式,文献[4]指出采样周期应取 $T_s=k/m$($k,m\in Z^+$)且 k,m 互素。设 $T_s=1/(2bm)$($m>1$,且 $2bm$ 非整数),式(31)变为:

$$SNR_{\text{loss2}} = \frac{\sum_{n=1-M}^{M-1}\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi n}{m}\right)\Lambda\left(\frac{n}{2mb}\right)}{m\left[\int_{-b}^{b}\mathrm{sinc}^2(\pi f)\,\mathrm{d}f\right]^2} \tag{32}$$

图 3 所示为 $m\geqslant 1$ 时(即采样周期满足奈奎斯特采样定理要求),解扩输出信噪比损失与滤波器带宽的关系。信噪比损失由滤波器带宽 b 和采样周期 T_s 共同影响,即使 T_s 在满足奈奎斯特采样定理的条件下,由于滤波器带宽的影响,输出信噪比仍然有损失,随着带宽的增大,信噪比损失逐渐减小。当滤波器带宽 $b\geqslant 5$ 时,再增大带宽所带来的输出信噪比只提高不到 0.01 dB,性能提升已不明显。

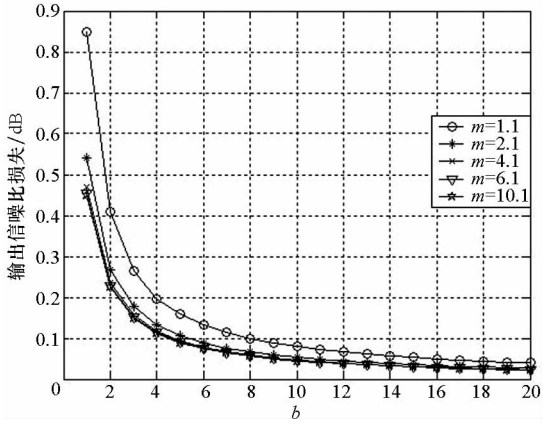


图 3　滤波和采样共同作用下的信噪比损失

Fig. 3　SNR_{loss} due to filtering and sampling

2.3　三种因素共同影响下的信噪比

2.3.1　高比特量化

由上述信噪比损失的三个式子,当量化位数 $B\geqslant 4$ 时,$\eta_{xw}(t)\approx\mathrm{sinc}(\pi t)$,得到如下关系:

$$SNR_{\text{loss}} = SNR_{\text{loss1}}\cdot SNR_{\text{loss2}} \tag{33}$$

2.3.2　低比特量化

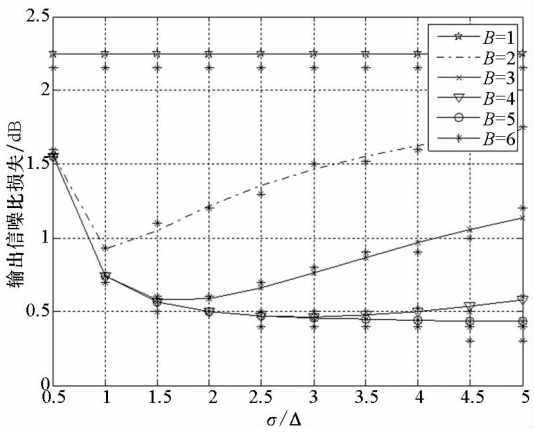
对于量化位数 $B<4$ 的低比特量化情况,由上节知,量化归一化系数由 b 和 T_s 共同影响:

当 b 不变,T_s 较大时,考虑到式子 $\sum R_{xw}(\tau)\Lambda(\tau)$,由于在一个正负码片区间内($\Lambda(\tau)$的定义域),有限的采样点使得高、低比特量化下,$R_{xw}(\tau)$函数覆盖的面积相差不大,即高、低比特的计算结果相近,因此低比特量化的信噪比损失也可以使用式(33)来近似计算;当采样周期 T_s 较小时,低比特量化的 $R_{xw}(\tau)$函数覆盖面积比高比特的小,即实际计算得到的 SNR_{loss} 比使用式(33)的结果偏小。

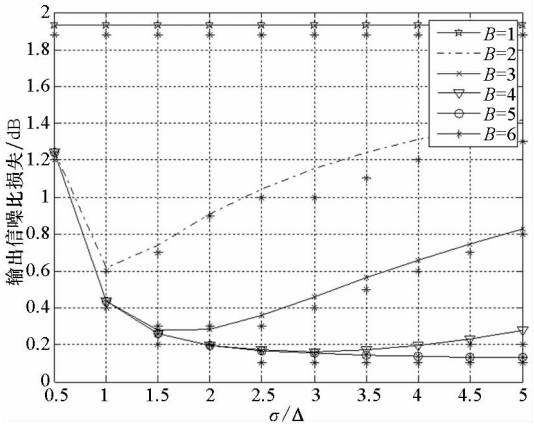
当采样周期 T_s 不变时,随着 b 的增大,$R_{xw}(\tau)$在码片区间内的能量减小,高、低比特量化的能量相差不大,低比特可以使用式(33)近似计算;当 b 减小时,低比特量化时 $R_{xw}(\tau)$在码片区间内的能量小于高比特的,因此实际计算的信噪比损失比用式(33)的要小。

为了更进一步对比,本文使用了北斗二号导航系统 B1 频点(1561.098 MHz)的民码信号作为

输入信号,输入中频的信噪比 $SNR = -25$ dB,信号带宽 2.046 MHz,使用基带信号处理板进行测试,每种情况测试 10 次。图 4 列出了 $b=2$、$T_s = 1/2.200\ 02b$ 与 $b=8$、$T_s = 1/2.200\ 02b$ 两种情况下,实际测试数据与理论计算结果的对比情况,其中散点为测试的结果,可见实验结果与理论计算相符。



(a) $b=2, Ts = 1/2.200\ 02b$



(b) $b=8, Ts = 1/2.200\ 02b$

图 4　测试与理论计算的对比

Fig. 4　Result of testing and theoretic analysis

3　结论

综上所述,全球导航卫星系统接收机的解扩性能,接收前端处理时,由滤波器带宽、采样周期和量化位数共同决定,其输出解扩信号的信噪比与理想解扩信号相比,存在损失:

1)对于高比特量化(大于等于 4 bit),总的信噪比损失可以分解为由量化引起的损失与滤波采样引起的损失的乘积;对于低比特量化(小于 4 bit),当采样周期较大(大于 0.1 倍码率)时,或者滤波器带宽较大(大于 4 倍码率)时,总的信噪比损失也可以近似分解为量化与滤波采样两部分损失的乘积,其余情况使用分解形式得到的结果比实际计算结果偏大。

2)当总的信噪比损失可分解时,最优的限幅系数不随采样周期和前端滤波器带宽而改变。

3)当量化位数大于 4 bit,滤波器带宽大于 5 倍码率、采样频率大于 4 倍码率后,再增大这些参数,得到的信噪比损失差异小于 0.05 dB,对于解扩性能的提升已不明显。

参考文献(References)

[1] Oppenheim A V, Schafer R W, Buck J R. Discrete-time signal processing [M]. 2nd ed. US: Prentice - Hall, Inc. 1999: 157 - 160.

[2] Wang Y J, Li M. Novel adaptive method for compensation of timing-skew in time-interleaved ADC [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(10): 2164 - 2168.

[3] Santipach W. Signature quantization in fading CDMA with limited feedback [J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 59(2): 569 - 577.

[4] 许晓勇. 卫星导航接收机高精度建模、分析及优化设计研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.
XU Xiaoyong. Study on high-precision modeling, analysis and optimization design for satellite navigation receiver [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)

[5] Zhao H W, Lian B W, Feng J, et al. Research of 2-bit quantization arithmetic in DS - SS receiver[C]//Proceedings of 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2009: 2695 - 2698.

[6] 王世练, 张尔扬. 直扩数字接收机中 AD 量化比特数的确定[J]. 通信学报, 2004, 25(8): 124 - 128.
WANG Shilian, ZHANG Eryang. Decision of the length of AD quantization in DS digital receiver [J]. Journal of China Institute of Communications, 2004, 25(8): 124 - 128. (in Chinese)

[7] Borio D. A statistical theory for GNSS signal acquisition[D]. Italy: Politecnico di Torino, 2008.

[8] Baum R F. The correlation function of Gaussian noise passed through nonlinear devices [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1969, 4(IT-4): 448 - 456.