doi:10.11887/j.cn.201703018　　http://journal.nudt.edu.cn

多级可修备件库存的生灭过程建模与优化*

刘任洋[1],李　华[1],李庆民[2],熊宏锦[3]
(1. 海军工程大学 兵器工程系,湖北 武汉　430033;2. 海军工程大学 科研部,湖北 武汉　430033;
3. 海军装备部驻重庆地区军事代表局,重庆　400042)

摘　要:针对 VARI-METRIC 模型在低可用度下结果不准确的问题,建立基于生灭过程的任意等级、任意层级可修件库存优化模型。通过对各级站点、各类备件需求率与到达率的预测,对每个部件建立其生灭过程模型,并提出基于生灭过程的装备可用度计算方法。以整个保障系统的装备可用度为约束指标,以备件总购置费最低为目标,利用边际算法得到最优备件配置方案,并建立仿真模型对所得优化方案进行评估与调整。结合算例,以仿真结果作为检验标准,选取权威的 VMETRIC 软件与该解析模型在优化性能、计算精度及适用性上进行对比和说明。结果表明,无论是解析模型还是 VMETRIC 软件,均存在一定的适用范围,而采用解析与仿真相结合的方法无疑具有更强的适应性。

关键词:生灭过程;可修复备件;可用度;库存优化
中图分类号:E911;TJ761.1;V125.7　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1001-2486(2017)03-111-10

Modeling and optimization of multi-echelon inventory for repairable spares based on birth and death process

LIU Renyang[1], *LI Hua*[1], *LI Qingmin*[2], *XIONG Hongjin*[3]
(1. Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;
2. Office of Research & Development, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;
3. Military Representative Office of Naval Equipment Department in Chongqing, Chongqing 400042, China)

Abstract: For it is not accurate under the condition of low availability, VARI-METRIC model of inventory optimization for multi-echelon multi-indenture repairable spares was built. Firstly, the birth and death process of each component was established by the prediction of demand rate and arrival rate of each spares in each site. Then, a computational method of availability was put forward based on the birth and death process. With the constraints of availability and objective of lowest cost, the optimal inventory distribution result was obtained by marginal algorithm and the simulation model was built to evaluate and adjust the result. In an actual example, the analytic model and the VMETRIC were compared and described in aspects of optimization performance, calculation precision and applicability by simulation verification. Results show that both the analytic model and the VMETRIC have certain scope of applicability and the method combined analytic model and simulation has a stronger applicability.

Key words: birth and death process; repairable spares; availability; inventory optimization

可修复性备件的配置问题是备件规划工作的重要环节。多级维修供应是较为科学的保障模式,目前国内外各军兵种大都采用该模式。由于装备使用现场的维修条件和备件储备能力有限,因此维修、备件储备及供应等保障活动在各级站点之间协调进行。从装备的全寿命周期角度看,由于可以得到包括工业部门或外部供应商在内的所有保障组织体系的支持,备件在供应过程中一般不存在实质性的消耗,具体表现为顶层站点具备较强的维修能力,能对所有故障件进行完全修复,或即使因无法修复而报废但能通过采购方式得到补充。在这种没有实质消耗的情况下,备件在长期的维修、补给过程中,其供应渠道数量、库存概率将趋于稳定[1]。由此可以看出,稳态条件下各级保障站点的库存配置问题是对装备及其备件从列装到退役整个寿命周期的总体规划,对于军方掌控和把握新列装备所需的配套备件具有重要意义。

* **收稿日期**:2016-01-12
基金项目:国家部委基金资助项目(51304010206,51327020105)
作者简介:刘任洋(1989—),男,江西南昌人,博士研究生,E-mail:463572090@qq.com;
李庆民(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:licheng001@hotmail.com

对于稳态条件下可修件多级库存问题的研究,目前主流的解析建模方法是采用可修复备件多级库存控制技术(Multi-Echelon Technology for Recoverable Item Control, METRIC)系列模型理论,包括 METRIC[2]、MOD-METRIC[3]、VARI-METRIC[4]等模型。其中,METRIC 模型是该系列模型的基础,而 VARI-METRIC 模型是最终形式的多等级保障结构、多层级备件配置优化模型。国内外诸多学者基于 VARI-METRIC 模型,并结合实际保障需求对模型进行扩展和改进,解决了一系列诸如有限维修渠道[5-7]、串件拼修[8-10]、横向补给[11-14]等情况下的备件方案评估和优化问题。国外较为先进的备件优化工具 VMETRIC, OPUS10 均将其作为核心模型与算法。然而由于 VARI-METRIC 模型在建模过程中存在一些近似与假设,其结果的准确性和精度如何,没有公开的文献对其进行全面系统的验证。除了 VARI-METRIC 建模思想,是否还有其他效果更好或互补的适用于多级库存的建模方法也是值得研究和探讨的问题。

1 保障过程描述及模型说明

1.1 多级保障过程描述

装备一般包含多个结构层次,根据在装备系统所处的不同结构层次,备件分为现场可更换单元(Line Replacable Unit, LRU)、车间更换单元(Shop Replacable Unit, SRU)等,图 1 所示为一个典型的多层次结构系统。

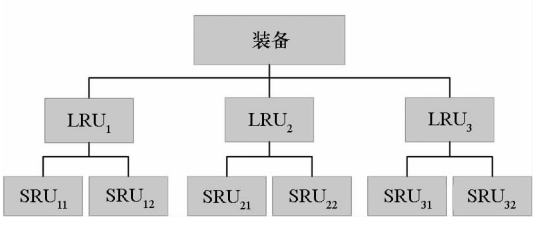


图 1 装备层次结构

Fig. 1 Hierarchical structure of equipment

装备在工作时发生故障而停机,是所属的第一层级部件 LRU 故障导致的,采用换件维修的方式将故障 LRU 拆卸。如果现场有该 LRU 备件,则立刻进行更换完成装备的修理,如果没有 LRU 备件,就发生一次 LRU 备件短缺。受维修条件限制,拆下的故障 LRU 以一定的概率在现场站点修复成功,如果现场站点不能维修,则送往上级保障站点维修并向上级申领一项该备件。在对故障 LRU 进行维修时,故障的原因是其所属的 SRU 故障导致的;如果有该 SRU 备件,则将其安装到 LRU 上,从而完成对 LRU 的修理;如果没有 SRU 备件,则需等待 SRU 的维修,从而造成 LRU 的修理延误。故障 SRU 在各级站点也存在一定的修复概率,其送修和申请补给过程与 LRU 相同。当完成了一件 LRU 的修理或补给时,备件短缺事件就得以解决。图 2 为一个典型的三级保障体系,由一个基地级站点 b_0,两个中继级站点 n_1、n_2 和三个现场站点 j_1、j_2、j_3 构成。

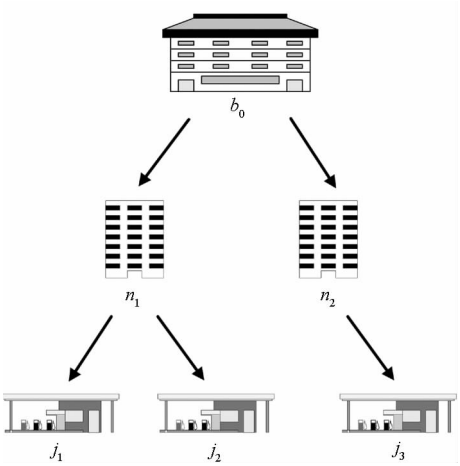


图 2 三级保障组织结构

Fig. 2 Support structure of three-echelon

1.2 模型假设及参数定义

为了简化建模过程,在上述保障过程描述的基础上做出如下几点假设和说明:

1) 所有备件需求率均服从泊松分布;

2) 各级站点均采用连续检测的$(S-1, S)$库存策略,即缺少一件就向上级申请一件;

3) 各级站点维修时间服从指数分布,维修渠道不限,不考虑故障单元之间的维修优先权,且忽略重测完好率、虚警率等维修参数的影响;

4) LRU 的故障只是由于其所属 SRU 的某一故障所致,不考虑多个 SRU 同时故障的情况;

5) 顶层站点具有较强的修复能力,能对所有故障件进行完全维修,不考虑报废问题;

6) 部署于现场站点的多台同型装备之间为独立关系,工作时相互不受影响;装备中同一层级部件之间为串联关系。

模型相关参数定义如下:

j:保障站点编号$(j=1,2,\cdots,J)$,J 表示保障站点总数;

h:站点级别编号$(h=1,2,\cdots,H)$,$h=1$ 表示顶层站点,$h=H$ 表示底层站点(舰员级),$h=2,3,\cdots,H-1$ 表示处于中间级别站点;

Echelon(h):处于第 h 个级别的站点集合;

Unit(j):站点 j 保障的所有下一级别站点集合;

Sup(j):站点 j 的上级站点;

i:部件项目编号($i=1,2,\cdots,I$),I 表示部件类型总数;

c:部件层级编号($c=0,1,\cdots,C$),$c=0$ 表示装备系统,$c=1$ 表示第一层级部件 LRU,$c=C$ 表示处于装备中最底层部件,$c=2,3,\cdots,C-1$ 表示处于中间结构层级部件;

Inden(c):在装备结构中处于第 c 层次的项目集合;

Sub(i):部件 i 所属下一层级的分组件集合;

Aub(i):部件 i 上面所有层级的母体集合;

$MTBF_i$:部件 i 的平均故障间隔时间;

q_{iz}:部件 i 发生故障是由于其所属子部件 z 故障导致的条件概率($z\in Sub(i)$);

S_{ij}:站点 j 第 i 项备件的库存量;

Td_{ij}:站点 j 第 i 项备件的平均短缺时间;

EBO_{ij}:站点 j 第 i 项备件的期望短缺数;

λ_{ij}:单装备下站点 j 第 i 项备件的需求率;

μ_{ij}:单维修渠道下站点 j 第 i 项备件的到达率;

P_S^{ij}:站点 j 第 i 项备件库存量为 S 时的稳态概率;

T_{ij}:部件 i 在站点 j 的平均维修时间;

r_{ij}:部件 i 在站点 j 的维修概率;

O_{ij}:站点 j 第 i 项备件的补给运输时间;

Z_i:部件 i 在其母体中的单机安装数量;

τ_i:备件 i 的单价;

M_j:装备的站点 j 的部署数量;

HD_j:装备在站点 j 平均每天工作时间;

A_j:站点 j 的装备可用度;

2　基于近似生灭过程的多级稳态库存建模

2.1　可修件的生灭过程模型

生灭过程是更新过程的一种特例,其特征是:在很短的时间内,处于状态 s 的系统只能转移到状态 $s+1$ 或 $s-1$ 或保持不变[15]。其中,系统从状态 s 转移到状态 $s-1$ 的概率称为死亡率;系统从状态 s 转移到状态 $s+1$ 称为出生率。如果将备件的现有库存数量 S 定义为系统的状态,假设维修渠道不限,就能建立可修件的生灭过程模型。由于考虑各装备之间为独立关系,现场站点的备件库存数量最低为 $-M$(短缺 M 件),其生灭过程模型如图 3 所示。$-M,\cdots,-1$ 均为缺件状态,也表示装备停机数量。λ 为单装备下的备件需求率,μ 为单维修渠道下的备件到达率。对于单站点,备件到达即指故障件修复成功;对于多级站点,备件到达除了指本站点故障件修复成功外,还应包括上级站点备件的补给成功。

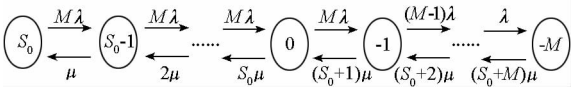


图 3　可修件的生灭过程模型

Fig. 3　Birth and death process model for repairable spares

定义 P_S 表示库存数量为 S 的稳态概率,可列出生灭过程的状态转移方程为:

$$M\lambda P_{S_0}=\mu P_{S_0-1} \tag{1}$$

$$(M\lambda+k\mu)P_{S_0-k}=M\lambda P_{S_0-k+1}+(k+1)\mu P_{S_0-k-1},\quad k=1,2,\cdots,S_0 \tag{2}$$

$$[(M-k+S_0)\lambda+k\mu]P_{S_0-k}=(M-k+S_0+1)\lambda P_{S_0-k+1}+(k+1)\mu P_{S_0-k-1},\quad k=S_0+1,\cdots,S_0+M \tag{3}$$

$$\lambda P_{-M+1}=(S_0+M)\mu P_{-M} \tag{4}$$

结合正则条件 $\sum_{S=-M}^{S_0}P_S=1$ 求解上述方程,可以得到系统在任意库存量下的稳态概率为:

$$P_{S_0}=\left(1+\sum_{k=1}^{S_0+1}\frac{(M\lambda)^k}{\mu^k k!}+\sum_{k=S_0+2}^{S_0+M}\frac{M^{(S_0+1)}(M-1)!\lambda^k}{\mu^k k!(M-S_0-k)!}\right)^{-1} \tag{5}$$

$$P_{S_0-k}=\begin{cases}\dfrac{(M\lambda)^k}{\mu^k k!}P_{S_0} & k=1,2,\cdots,S_0+1\\ \dfrac{M^{(S_0+1)}(M-1)!\ \lambda^k}{\mu^k k!\ (M-S_0-k)!}P_{S_0} & k=S_0+2,\cdots,S_0+M\end{cases} \tag{6}$$

则期望备件短缺数为:

$$EBO=\sum_{k=1}^{M}kP_{-k-M} \tag{7}$$

以上建模过程均针对现场站点(底层站点)的备件,对于上级站点,其生灭过程的缺件状态数为该站点所属下级站点的缺件数之和。通过以上分析,对于任意级别站点的任意层级部件,如果可以求得单装备备件需求率 λ 和单维修渠道下的备件到达率 μ,则可利用生灭过程建立稳态条件下的多级库存模型。然而需要指出的是,生灭过程的应用条件为出生率和死亡率均服从泊松分布,由于假设部件寿命和维修时间均服从指数分布,因此对于单部件而言,其严格满足生灭过程的应用条件,而对于多等级、多层级部件,由于需考虑运输时间、维修延误等因素的影响,其出生率(备件到达率)不再服从泊松分布。故本文利用

生灭过程建模为一种近似方法。

2.2 备件需求率预测

备件需求率的计算需要综合考虑保障站点的级别和备件所处的结构层次。不考虑重测完好率、虚警率等维修参数的影响，对于底层站点 j 的顶层部件 LRU_i（$j \in Echelon(H)$，$i \in Inden(1)$），其备件需求率为：

$$\lambda_{ij} = \frac{HD_j Z_i}{24 \cdot MTBF_i} \tag{8}$$

对于其他层级部件 i（$i \notin Inden(1)$），须由维修其母体组件 l（$l \in Aub(i)$）产生。在所有需要维修的母体组件 l 中，只有一部分比例 q_{li} 会产生对 i 的需求，则底层站点 j 对备件 i（$j \in Echelon(H)$，$i \notin Inden(1)$）的需求率为：

$$\lambda_{ij} = \lambda_{lj} r_{lj} q_{li} \tag{9}$$

其中，由维修母体组件 l 产生对 i 的需求的概率 q_{li} 可根据平均故障间隔时间计算得到，即：

$$q_{li} = MTBF_l / MTBF_i \tag{10}$$

对于其他等级站点 j（$j \notin Echelon(H)$），顶层部件 LRU_i（$i \in Inden(1)$）的需求由 j 所属的下一级别站点 d（$d \in Unit(j)$）因无法维修故障件 i 而需要向 j 送修和申领备件产生，则有：

$$\lambda_{ij} = \sum_{d \in Unit(j)} \lambda_{id} \cdot r_{id} \tag{11}$$

对于站点 j 的其他层级备件 i（$j \notin Echelon(H)$，$i \notin Inden(1)$），需考虑除了下级站点对备件 i 的申领外，还需考虑对其母体 l 维修时产生的对 i 的需求，即：

$$\lambda_{ij} = \sum_{d \in Unit(j)} \lambda_{id} \cdot r_{id} + \sum_{l \in Aub(i)} \lambda_{lj} r_{lj} q_{li} \tag{12}$$

由此，按照式(8) ~ (12)逐项递推计算可以得到整个保障体系中各级站点各项备件的需求率，其中站点递推从底层开始，备件递推从顶层开始。

2.3 备件到达率预测

对于单站点单层级部件而言，备件到达率仅与故障件的维修时间有关；当部件扩展为多层级时，备件到达率除了考虑故障件的维修时间外，还需考虑由于缺少子备件而产生的维修延误时间；当保障站点扩展为多等级时，备件到达率则还需考虑上级站点的补给时间和补给延误时间。因此，与备件需求率类似，备件到达率的计算也需考虑保障站点的级别以及备件所处的结构层次。但与备件需求率不同的是，备件到达率的递推计算过程由顶层站点的底层部件开始。

对于顶层站点 j 的底层部件 i（$j \in Echelon(1)$，$i \in Inden(C)$），由于始终能修复成功，其备件到达率为：

$$\mu_{ij} = \frac{1}{T_{ij}} \tag{13}$$

对于其他层级部件 i（$j \in Echelon(1)$，$i \notin Inden(C)$），除了自身的维修外，还需考虑由于缺少子备件而产生的维修延误，备件到达率为：

$$\mu_{ij} = \frac{1}{T_{ij} + \sum_{z \in Sub(i)} q_{iz} \cdot Td_{zj}} \tag{14}$$

$$Td_{zj} = \frac{EBO_{zj}}{\lambda_{zj}(1 - EBO_{zj}/M_j)} \tag{15}$$

式(15)的分母项因子$(1 - EBO_{zj}/M_j)$为需求率 λ_{zj} 的修正因子。因为由 2.2 节计算得到的备件需求率是在装备持续正常工作下的需求率，而实际上当备件发生短缺而导致装备停机时，在停机期间备件需求不会发生。故以 $\lambda_{zj}(1 - EBO_{zj}/M_j)$ 代替 λ_{zj} 作为对需求率的修正，后文均按此法处理。

对于非顶层站点 j（$j \notin Echelon(1)$），部件以 r_{ij} 的概率在本站点修复成功，以 $(1 - r_{ij})$ 的概率由上级站点 u（$u \in Sup(j)$）完成补给，因此，对于底层备件（$i \in Inden(C)$），其到达率为：

$$\mu_{ij} = \frac{1}{r_{ij} T_{ij} + (1 - r_{ij})(O_{ij} + Td_{iu})} \tag{16}$$

$$Td_{iu} = \frac{EBO_{iu}}{\lambda_{iu}(1 - EBO_{iu} / \sum_{j \in Unit(u)} M_j)} \tag{17}$$

其中，Td_{iu} 为备件 i 在上级站点 u 的平均短缺时间，视为对站点 j 的补给延误。

对于其他层级备件 i（$j \notin Echelon(1)$，$i \notin Inden(C)$），其到达率为：

$$\mu_{ij} = \frac{1}{r_{ij} T_{ij} + (1 - r_{ij})(O_{ij} + Td_{iu} + \sum_{z \in Sub(i)} q_{iz} \cdot Td_{zj})} \tag{18}$$

2.4 装备可用度的计算

通过备件需求率、到达率的预测及生灭过程建模，最终得到底层站点 j（$j \in Echelon(H)$）顶层 LRU_i（$i \in Inden(1)$）的期望短缺数为：

$$EBO_{ij} = \sum_{k=1}^{M_j} k P_{-k}^{ij} \tag{19}$$

VARI-METRIC 模型在求出 LRU 的期望短缺数（可用度）后，直接利用各 LRU 可用度的乘积计算装备可用度，这将导致结果偏小。本节对装备再次利用生灭过程建模，如图 4 所示，由于装备不配备件，因此对装备的建模包含 $M_j + 1$ 个状态：0 代表所有装备正常工作，-1 代表有一台装备停机，$-M_j$ 代表所有 M_j 台装备均停机。其需求率 μ_{0j} 和到达率 λ_{0j} 分别为：

$$\mu_{0j} = \sum_{i \in Inden(1)} q_{0i} \frac{EBO_{ij}}{\lambda_{ij}} \tag{20}$$

$$\lambda_{0j} = \sum_{i \in Inden(1)} \lambda_{ij} \tag{21}$$

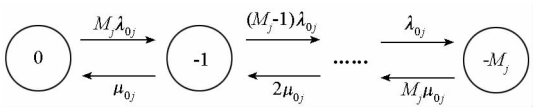


图 4　装备的生灭过程模型

Fig. 4　Birth and death process model for equipment

则现场站点 $j(j \in Echelon(H))$ 的装备可用度为:

$$A_j = 1 - EBO_{0j}/M_j = 1 - \left(\sum_{k=1}^{M_j} kP_{-k}^{0j}\right)/M_j \tag{22}$$

从而整个保障系统的可用度为:

$$A = \sum_{j \in Echelon(H)} M_j A_j \Big/ \sum_{j \in Echelon(H)} M_j \tag{23}$$

3　库存优化模型与算法

对于长期稳态下的备件配置问题,建立优化模型时一般以规定的保障效能指标(如装备可用度、备件满足率等)为约束条件,以寻求整个保障体系内备件总费用的最低值。本文选取部队常用的可用度作为保障效能指标,数学模型如下[16]:

$$\begin{cases} \min \quad \sum_j \sum_i \tau_i S_{ij} \\ \text{s. t.} \quad A \geqslant A_0 \end{cases} \tag{24}$$

边际分析法是求解上述模型的常用方法,其操作简单,运算效率高,迭代过程中通过对增加单项备件导致的成本增量和收益增量进行综合分析以选择效益最高的备件项目。具体步骤如下:

步骤 1:构造 I 行 J 列备件方案矩阵 $\boldsymbol{S}$,并令 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$;

步骤 2:计算站点 j 第 i 项备件的边际效应值,即:

$$\delta(i,j) = \frac{A(\boldsymbol{S} + \boldsymbol{ones}(i,j)) - A(\boldsymbol{S})}{\tau_i} \tag{25}$$

其中,$\boldsymbol{ones}(i,j)$ 表示第 i 行第 j 列元素为 1,其余元素全为 0 的矩阵;$A(\boldsymbol{S})$ 表示备件方案 $\boldsymbol{S}$ 下的装备可用度;

步骤 3:将 $\delta(i,j)$ 最大值所对应的站点 $j_{\max}$ 上的备件 $i_{\max}$ 库存量加 1,由此得到新的库存量矩阵 $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{ones}(i_{\max}, j_{\max})$;

步骤 4:计算在新库存方案 $\boldsymbol{S}$ 下的装备可用度 A,并与规定的可用度指标 A_0 比较,如果 $A \geqslant A_0$,算法结束,此时的 $\boldsymbol{S}$ 即为最优库存配置结果;反之则转入步骤 2 继续迭代。

4　仿真算法设计

采用 MATLAB 平台构造仿真模型对多等级多层级下的备件方案进行评估。仿真采用事件调度法,以故障发生作为原始驱动事件,由此引发后续一系列的维修、更换活动。由于故障发生后是否有备件更换取决于之前的故障维修情况,因此,采用与实际维修保障活动相反的事件顺序进行建模。对于多层级装备,建模顺序为:底层故障件的维修→底层备件数量更新→底层故障件的更换/上层故障件的维修→上层备件数量更新→上层故障件的更换→……直至顶层故障 LRU 的更换。对于多等级保障组织,如果故障件最终在顶层站点修复成功,建模顺序为:顶层站点故障件的维修→顶层站点备件数量更新→顶层站点备件下拨/下级站点备件数量更新→下级站点备件下拨→……直至底层站点备件数量更新和故障件的更换。

为了便于描述,以装备包含 LRU、SRU,保障体系为三等级结构为例,对仿真模型进行说明。其主流程如图 5 所示,包括库存信息模块、故障

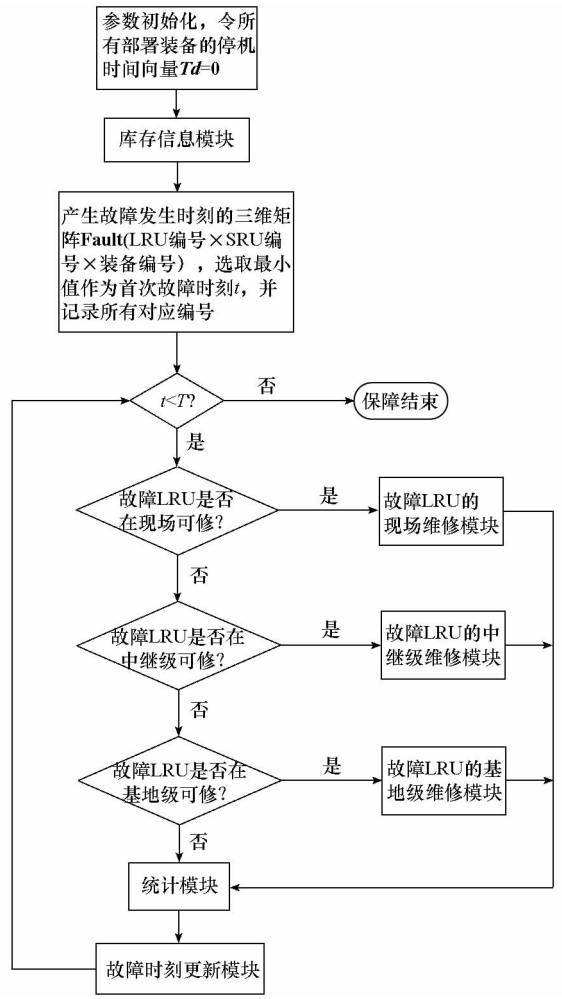


图 5　单次仿真主流程

Fig. 5　Main simulation process of single time

LRU 的现场维修模块、故障 LRU 的中继级维修模块、故障 LRU 的基地级维修模块、统计模块和故障时刻更新模块。为了保证模型进入稳态和仿真结果的稳定性,保障周期 T 和仿真次数取值应足够大。当一次仿真结束后,$\boldsymbol{Td}$ 中储存了每个装备的累积停机时间 $\boldsymbol{Td}_{sys_i}$,则各装备可用度为 $A_{sys_i} = 1 - \boldsymbol{Td}_{sys_i}/T$,现场站点 j 的可用度为站点所部署装备可用度的平均值为:

$$A_j = \sum_i A_{sys_i}/M_j \tag{26}$$

整个保障系统的可用度计算方法同式(23)。

5 算例分析

5.1 案例想定与结果分析

假设由图 2 所示的三级保障体系,对飞机上的某型装备开展维修供应保障,现要求制定各级站点的备件配置方案使整个保障系统的装备可用度值不低于 0.95。装备的组成结构如图 1 所示。装备在三个现场站点的配备数量分别为 2,2,3,平均每天工作时间均为 12 h。中继级站点至三个现场站点的补给运输时间分别为 4 d、5 d、6 d,基地级站点至两个中继级站点的补给运输时间分别为 8 d、10 d。备件及站点的相关可靠性、维修性等参数如表 1 所示。

边际算法历经 43 次迭代,得到最优备件配置方案,如表 2 所示,迭代曲线如图 6 所示,此时的总购置费用 $C = 547.5$ 万元,整个保障系统的装备可用度 $A = 0.950\ 6$。从该备件方案可以看出:现场站点配备的 LRU 数量较多而 SRU 数量较少;基地级站点配备的 LRU 数量较少而 SRU 数量较多;中继级站点配备的 LRU、SRU 数量则居于现场站点和基地站点之间。由此可知,模型所得备件方案符合多级保障模式下的备件配置规律。

表 1 备件输入参数

Tab. 1 Input parameters of the spare parts

Item	$MTBF_i$/h	Z_i	τ_i/万元	T_{ij1}/d	T_{ij2}/d	T_{ij3}/d	T_{in1}/d	T_{in2}/d	T_{ib0}/d	r_{ij1}	r_{ij2}	r_{ij3}	r_{in1}	r_{in2}	r_{ib0}
LRU_1	682.7	1	15	5	5	5	8	8	10	0.45	0.45	0.45	0.65	0.65	1
LRU_2	333.3	1	20	8	8	8	10	10	12	0.60	0.60	0.60	0.70	0.70	1
LRU_3	600	1	30	7	7	7	9	9	11	0.55	0.55	0.55	0.75	0.75	1
SRU_{11}	2200	2	4	4	4	4	7	7	10	0.30	0.30	0.30	0.55	0.55	1
SRU_{12}	1800	1	7	5	5	5	6	6	9	0.40	0.40	0.40	0.60	0.60	1
SRU_{21}	1500	2	5.5	7	7	7	10	10	12	0.35	0.35	0.35	0.50	0.50	1
SRU_{22}	1200	2	4.5	6	6	6	9	9	10	0.45	0.45	0.45	0.65	0.65	1
SRU_{31}	2000	2	10	3	3	3	5	5	8	0.20	0.20	0.20	0.45	0.45	1
SRU_{32}	3000	2	5	5	5	5	7	7	9	0.25	0.25	0.25	0.50	0.50	1

表 2 最优配置方案

Tab. 2 Optimization result of spare parts configuration

Item	b_0	n_1	n_2	j_1	j_2	j_3
LRU_1	0	1	0	1	1	3
LRU_2	0	1	1	2	2	3
LRU_3	0	1	0	1	1	2
SRU_{11}	1	1	1	0	1	0
SRU_{12}	1	0	0	0	0	0
SRU_{21}	1	1	1	0	1	1
SRU_{22}	1	1	1	1	1	1
SRU_{31}	1	1	0	0	0	1
SRU_{32}	1	1	1	0	0	1

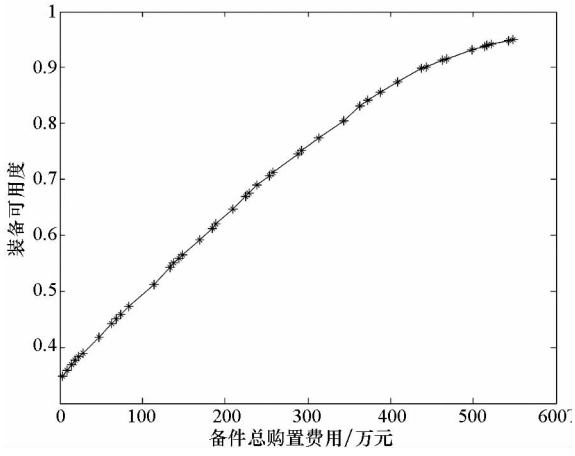


图 6 边际算法迭代曲线

Fig. 6 Iterative curve by using marginal algorithm

将最优备件方案输入仿真模型,得到各现场站点和整个保障系统的装备可用度结果如表 3 所示,表中加入了解析模型的结果进行对比。从表中可以看出,解析模型的计算结果比仿真模型略微偏高,但误差均在合理的范围内,产生误差的原因是在多级保障模式下,备件到达率并没有严格

地满足生灭过程的使用条件,因此利用生灭过程建模是一种近似方法,但从算例结果看,该近似方法合理有效,所得的备件优化方案基本能满足保障要求。另外,通过大量算例表明,本节算例中解析模型的结果偏高并非个例,而是一种普遍现象(详见 5.2 节)。

表 3　解析模型与仿真模型的可用度结果对比

Tab. 3　Comparison of availability between analytic model and simulation model

可用度	A_{j1}	A_{j2}	A_{j3}	A
解析模型	0.936 6	0.938 7	0.967 9	0.950 6
仿真模型	0.914 0	0.918 1	0.945 0	0.925 8
相对误差	2.47%	2.24%	2.42%	2.68%

为了进一步提高保障的精确性,可采取解析与仿真相结合的方法对优化方案进行调整。由于解析模型对可用度的评估结果偏高,调整方法为适当增加边际算法的可用度指标值,使边际算法在初次所得优化方案的基础上继续迭代计算从而得到新的优化方案,并利用仿真模型检验其是否达到原始可用度指标要求,若不满足还可继续调整迭代直到满足为止。这样可通过若干次微调得到更为精准和满意的结果。例如,算例中优化方案的仿真可用度评估结果为 0.928 5,与 0.95 的指标要求仍存在近 0.02 的差距,将边际算法中的可用度指标值增加 0.02(设为 0.97),使边际算法在原备件方案基础上历经 6 次迭代,得到新的优化方案如表 4 所示。经过仿真模型验证,该方案的"真实"可用度结果为 0.953 5,达到了 0.95 的指标要求,则该方案为调整后的最终备件方案,此时的总购置费增加至 623 万元。

表 4　调整后的最优配置方案

Tab. 4　Optimization result of spare parts configuration after adjustment

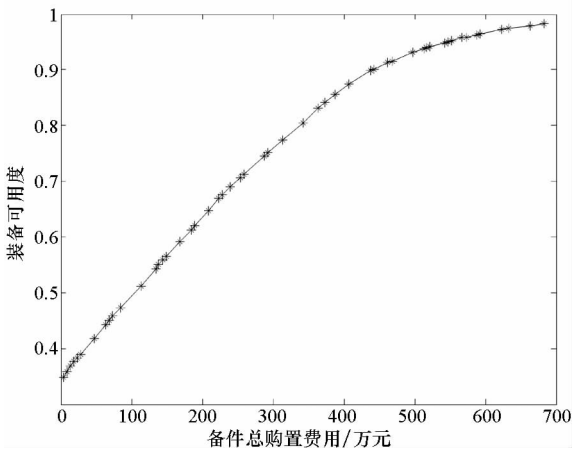
Item	b_0	n_1	n_2	j_1	j_2	j_3
LRU_1	0	1	0	2	2	3
LRU_2	0	1	1	2	2	3
LRU_3	0	1	0	1	1	3
SRU_{11}	1	1	1	0	1	0
SRU_{12}	1	0	0	0	0	0
SRU_{21}	1	1	1	1	1	1
SRU_{22}	1	1	1	1	1	1
SRU_{31}	1	1	0	0	0	1
SRU_{32}	1	1	1	1	1	1

5.2　VMETRIC 软件的验证与对比分析

VMETRIC[16] 是美国 TFD 公司开发的多等级多层级备件优化工具,该软件以 VARI-METRIC 模型为基本内核,可以实现对多个维修供应等级、多个层次备件配置方案的优化,曾多次用于美国各军兵种的装备采办、保障性分析、维修保障方案决策等,具有一定的权威性。本节利用仿真模型对 VMETRIC 软件和本文解析模型进行综合对比分析,对 VMETRIC 软件的准确性和精度进行验证和讨论。

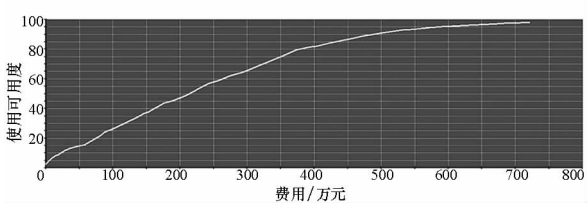
5.2.1　优化性能对比分析

以 5.1 节中的案例为例,在 VMETRIC 软件中建立相关模型和想定。将可用度上限设为 0.98,分别利用本文解析模型与 VMETRIC 软件进行计算,得到的可用度迭代曲线如图 7 所示。从图中可以看出,在可用度不高的迭代前期,两条曲线的差异较大。特别地,在迭代起始点,当备件费用为 0 时(不配备件),本文模型的可用度计算结果为 0.34,而 VMETRIC 软件的结果为 0.02。但在迭代后期,当备件费用超过 400 万元、可用度大于 0.8 后,两者结果逐渐接近,最终在费用为 700 万元左右时,迭代相继结束,达到 0.98 的规定指标值。



(a) 解析模型

(a) Analytic model



(b) VMETRIC

图 7　解析模型与 VMETRIC 软件的可用度迭代曲线对比

Fig. 7　Comparison of iterative curve for availability between analytic model and VMETRIC

由于与 VMETRIC 软件结果存在明显的差异,分别选取两条曲线上可用度迭代值达到 0.4,0.6,0.9,0.98 的备件优化方案输入仿真模型进行评估和验证,所得结果如表 5 ~8 所示。表中加入了利用仿真模型对解析模型修正后的结果(解析 - 仿真模型)。从表中结果可以看出:

表 5 $A_0=0.4$ 时各模型方法对比

Tab. 5 Comparison of results among different methods when $A_0=0.4$

模型	解析模型	解析 - 仿真模型	VMETRIC
计算结果	0.417 7	0.403 0	0.409 4
仿真评估	0.403 0	—	0.561 3
相对误差	3.65%	—	27.06%
总费用/万元	48	48	167

表 6 $A_0=0.6$ 时各模型结果对比

Tab. 6 Comparison of results among different methods when $A_0=0.6$

模型	解析模型	解析 - 仿真模型	VMETRIC
计算结果	0.612 6	0.600 1	0.619 8
仿真评估	0.590 0	—	0.693 3
相对误差	3.83%	—	10.60%
总费用/万元	184	189	274

表 7 $A_0=0.9$ 时各模型方法对比

Tab. 7 Comparison of results among different methods when $A_0=0.9$

模型	解析模型	解析 - 仿真模型	VMETRIC
计算结果	0.901 1	0.903 8	0.910 1
仿真评估	0.878 8	—	0.893 3
相对误差	2.54%	—	1.88%
总费用/万元	442.5	498	500

表 8 $A_0=0.98$ 时各模型方法对比

Tab. 8 Comparison of results among different methods when $A_0=0.98$

模型	解析模型	解析 - 仿真模型	VMETRIC
计算结果	0.982 3	0.980 1	0.981 7
仿真评估	0.970 3	—	0.970 6
相对误差	1.24%	—	1.14%
总费用/万元	683	737	723

1)在可用度较低时(0.4、0.6),VMETRIC 软件与仿真结果差异很大,最大相对误差为 27.06%,具有极强的保守性;而解析模型的相对误差较小,最大值为 3.83%;

2)在可用度较高时(0.9、0.98),VMETRIC 软件和解析模型的误差均在合理范围内,但 VMETRIC 软件的误差无疑更小,优化性能强于解析模型。

3)采用仿真模型对解析模型进行修正的方法可以得到比 VMETRIC 软件更符合指标要求的结果,且能找到费效比更优的备件方案。如当 $A_0=0.9$ 时,本文模型计算得到的备件方案以 498 万元的费用使可用度达到 0.903 8,而 VMETRIC 的备件方案在 500 万元更多耗费的情况下其可用度仅为 0.893 3。

由此可以看出,VMETRIC 软件在高可用度时(0.8 以上)计算结果精确,而在低可用度下计算结果明显偏低,并不能对备件方案进行准确的定量评估。究其原因,是 VMETRIC 软件的核心算法——VARI-METRIC 模型导致的,因为VARI-METRIC模型算法中存在两个关键近似:一是用各 LRU 可用度的乘积去计算装备可用度,将导致结果偏低;二是对需求率的计算没有考虑装备停机时的影响(装备钝化)使需求率的估计比实际偏高,也将导致可用度结果偏低。以上两个因素在可用度较高时,影响微乎其微,而当可用度逐渐降低时,影响会越来越明显。这与算例结果完全吻合。尽管如此,但从实际使用的角度,由于保障人员关心的一般是高可用度指标下的备件方案,在此情况下,VMETRIC 不失为一款实用、优化性能优良、计算结果精确的软件。而本文解析模型在此案例中不论对于低可用度还是高可用度,其计算结果与仿真评估值相差均在 4% 以内,因此可以对任意备件方案下的可用度进行较准确的评估。

5.2.2 参数对模型精度的影响分析

为了更全面地了解模型的适应性,本节通过改变典型的输入参数值,分析它们对 VMETRIC 软件和本文解析模型精度的影响。

1)维修时间对模型精度的影响分析

仅以 LRU 在现场站点的维修时间为例,在 5.1 节的案例想定中保持其他参数不变,将所有现场站点 LRU 的维修时间 T_{LRU} 分别均设为 5 d、10 d、15 d、20 d、25 d、30 d,在表 4 所示的备件方案下利用 VMETRIC 软件、解析模型、仿真模型对可用度进行评估计算,所得结果如表 9 所示。从表中可以看出,在一定区间内随着 LRU 维修时间的增加,

VMETRIC 软件误差逐渐增大,而解析模型误差反而逐渐减小。这是因为解析模型是近似利用生灭过程建模,由于仅假设维修时间服从指数分布,因此实际备件到达时间并不服从指数分布。而当维修时间较长,维修时间对备件到达时间的影响会更大,使备件到达时间更贴近指数分布,从而使生灭过程建模产生的误差更小。其他站点的其他部件其维修时间的影响与此相同,不再举例。

表 9　不同维修时间下各模型的可用度结果对比

Tab. 9　Comparison of availability among models with different maintenance time

模型	解析模型	仿真模型	VMETRIC
$T_{LRU}=5$ d	0.979 2	0.963 5	0.973 9
$T_{LRU}=10$ d	0.960 1	0.942 1	0.949 4
$T_{LRU}=15$ d	0.934 9	0.920 4	0.914 5
$T_{LRU}=20$ d	0.904 7	0.891 7	0.869 2
$T_{LRU}=25$ d	0.871 0	0.864 6	0.814 0
$T_{LRU}=30$ d	0.835 6	0.835 2	0.749 9

2)运输时间对模型精度的影响分析

仅以中继级站点对现场站点的运输时间为例,在 5.1 节的案例想定中保持其他参数不变,将所有中继级站点至现场站点的运输时间 O 分别均设为 5 d、10 d、15 d、20 d、25 d、30 d,在表 4 所示的备件方案下利用 VMETRIC 软件、解析模型、仿真模型对可用度进行评估计算,所得结果如表 10 所示。从表中可以看出,在一定区间范围内当运输时间增大时,VMETRIC 软件误差较小,而解析模型误差越来越大。这是因为运输时间也是备件到达时间的重要决定部分,由于假设其为常数,并非指数分布,因此运输时间越大,运输时间对备件到达时间的影响会更大,使备件到达时间与指数分布的贴近度较低,从而使生灭过程建模产生的误差更大。其他站点运输时间的影响与此相同,不再举例。

表 10　不同运输时间下各模型的可用度结果对比

Tab. 10　Comparison of availability among models with different transportation time

模型	解析模型	仿真模型	VMETRIC
$O=5$ d	0.969 8	0.952 9	0.966 1
$O=10$ d	0.940 2	0.916 6	0.935 4
$O=15$ d	0.907 0	0.873 3	0.893 0
$O=20$ d	0.868 1	0.826 5	0.838 7
$O=25$ d	0.833 9	0.781 3	0.773 5
$O=30$ d	0.803 6	0.743 6	0.698 5

6　结论

1)无论是本文提出的解析模型还是 VMETRIC 软件,在建模过程中采取了一些近似处理手段,均无法保证在任何情况下都能得到精确甚至是正确的结果。具体表现为:VMETRIC 在高可用度时(0.8 以上)计算结果精确,而在低可用度或维修时间过长时计算结果明显偏低,并不能对备件方案进行准确的定量评估;本文解析模型在运输时间相对较短(低于各部件平均故障间隔时间的最小值)或维修时间相对较长时,基本能保证结果的准确性(误差在 4% 以内),但当运输时间过长时,也无法对备件方案进行准确的定量评估。

2)虽然仿真模型结果更精确可信,但面对大批量备件的优化计算时,耗时将不可估量。因此,首先通过解析模型快速计算初始优化方案,再利用仿真模型对初始优化方案实施评估和调整,从而得到的最终优化方案(本文解析 - 仿真模型)无疑是更好的选择。

参考文献(References)

[1] Ruan M Z, Luo Y, Li H. Configuration model of partial repairable spares under batching ordering policy on inventory state[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(3): 558 - 567.

[2] Sherbrooke C C. METRIC: a multi-echelon technique for recoverable item control[J]. Operations Research, 1968, 16(1): 122 - 141.

[3] Muckstadt J. A model for a multi-item, multi-echelon, multi-indenture inventory system[J]. Management Science, 1973, 20(4): 472 - 481.

[4] Sherbrooke C C. VARI-METRIC: improved approximations for multi-indenture multi-echelon availability models[J]. Operations Research, 1986, 34(2): 311 - 319.

[5] Sleptchenko A, Van Der Heijden M C, Van Harten A. Using repair priorities to reduce stock investment in spare part networks[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 163(3): 733 - 750.

[6] Adan I, Sleptchenko A, Van Houtum G J. Reducing costs of spare parts supply system via static priorites[J]. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 2009, 26(4): 559 - 585.

[7] Van Der Heijden M C, Alvarez E M, Schutten J M J. Inventory reduction in spare part networks by selective throughput time reduction[J]. International Journal of Production Economics, 2013, 143(8): 509 - 517.

[8] Salman S, Cassady C R, Pohl E A, et al. Evaluating the impact of cannibalization on fleet performance[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2007, 23(4): 445 - 457.

[9] 李羚伟, 张建军, 张涛, 等. 面向任务的拼修策略问题及其求解算法[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(7): 97 - 104.

LI Lingwei, ZHANG Jianjun, ZHANG Tao, et al. Mission oriented cannibalization policy problem and its solving algorithm[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2009, 29(7): 97 – 104. (in Chinese)

[10] 罗祎, 阮旻智, 李庆民. 多级维修供应下不完全串件系统可用度评估[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(6): 1182 – 1186.
LUO Yi, RUAN Minzhi, LI Qingmin. Evaluation of availability for incomplete cannibalization system under multi-echelon maintenance supply[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(6): 1182 – 1186. (in Chinese)

[11] Olsson F. An inventory model with unidirectional lateral transshipments [J]. European Journal of Operations Research, 2010, 200(3): 725 – 732.

[12] Tiacci L, Saetta S. Reducing the mean supply delay of spare parts using lateral transshipments policies[J]. International Journal of Production Economics, 2011, 133(1): 182 – 191.

[13] 刘任洋, 李庆民, 李华. 基于横向转运策略的可修件三级库存优化模型[J]. 航空学报, 2014, 35(12): 3341 – 3349.
LIU Renyang, LI Qingmin, LI Hua. Optimal model of three-echelon inventory for repairable spare parts with lateral transshipments[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(12): 3341 – 3349. (in Chinese)

[14] 刘任洋, 黎放, 李庆民, 等. 基于横向转运策略的不完全修复件库存配置与订购模型[J]. 航空学报, 2015, 35(6): 1964 – 1974.
LIU Renyang, LI Fang, LI Qingmin, et al. Modeling for inventory distribution and ordering of imperfect repairable spare parts with lateral transshipments[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 35(6): 1964 – 1974. (in Chinese)

[15] 任敏, 陈全庆, 沈震, 等. 备件供应学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
REN Min, CHEN Quanqing, SHEN Zhen, et al. The supplying of the spare parts[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013. (in Chinese)

[16] Sherbrooke C C. Optimal inventory modeling of system: multi-echelon techniques[M]. 2nd ed. Boston, US: Artech House, 2004.