doi:10.11887/j.cn.201704008 http://journal.nudt.edu.cn

考虑弹体动态特性的机动效率约束导引律*

王超伦,薛 林,闫晓勇
(中国航天科工二院,北京 100039)

摘 要:针对考虑交会角和过载约束导引律在大机动时能量损失大的问题,提出一种考虑导弹机动效率的多约束制导律。应用最优二次型原理推导出考虑一阶弹体延迟的时变导引系数闭环次优制导形式,将导弹机动时刻阻力系数引入时变权系数,并通过迭代确定机动效率约束边界。将时变约束表示成剩余时间与弹体延迟时间的函数,代入制导指令,进行弹道仿真。结果表明,对于常值与机动目标,文中制导律与过载约束导引律同只考虑交会角约束的导引律相比,对目标均能实现末端弹道成型要求,而考虑机动效率的制导指令分配更为合理,在避免指令加速度饱和的同时有效降低了拦截末端速度损耗,提高制导精度与毁伤效果。且该制导律中时变权系数无须配平求解,在保证精度的同时极大地提高了迭代速度。

关键词:防空导弹;制导律;动态特性;多约束条件;最优控制;机动效率
中图分类号:TJ765 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2017)04-048-08

Guidance law with maneuvering efficiency constraint considering missile dynamic characteristics

WANG Chaolun, XUE Lin, YAN Xiaoyong
(The Second Academy of China Aerospace Science & Industry Corporation, Beijing 100039, China)

Abstract: Due to the guidance law with terminal intercept angle and payload constraints which can cause big engorge loss, a guidance law considering maneuvering efficiency constraint was proposed. A closed-loop sub-optimum guidance law with time-varying control weight coefficient considering first-order missile dynamic characteristics was elicited according to the optimal quadratic theory; The drag coefficient was introduced into the time-varying control weight coefficient, and the constraint boundary of maneuvering efficiency through iterations was obtained; the time-varying weight coefficient was changed into function of time-to-go and delay time, and the trajectories with guidance law considering maneuvering efficiency was emulated. Results indicate that, for constant velocity and maneuvering target, the new guidance law and the guidance law with payload constraint can meet the requirement of trajectory shaping when compared with the guidance law with intercept angle, and the acceleration command of guidance law with constraint considering maneuvering is more reasonable. And the new guidance law can reduce the velocity loss and avoid the payload saturation at the same time, and enhance the guidance accuracy and damage effect. Moreover, it is not necessary to balance solutions of time-varying weight coefficient, so the iteration speed will be improved when accuracy is guaranteed.

Key words: air-defense missile; guidance law; dynamic characteristics; multiple constraints; optimal control; maneuvering efficiency

在某些实际战术应用中,防空导弹需满足精度要求和交会角约束[1]。受大气层内稠密空气的影响,还要尽量提高导弹拦截的末速度,使导弹能以最低能量损耗实现对空袭目标的有效打击[2]。因此,对弹目交会角与机动效率约束条件下的导引律进行研究具有重要意义。

在考虑交会角度约束的制导策略方面。Ryoo等以剩余时间函数作为权函数,以最小值原理推导了一种指定攻击角度对固定目标攻击的导引律[3]。Vitaly等以线性二次型理论推导了一种指定终端交会角的导引律,能对机动目标进行有效拦截[4]。王辉、林德福等以导弹剩余时间的幂函数构建扩展的目标罚函数,并探讨了不同指数对弹道成型的影响[5]。然而,这些制导律都未考虑导弹的过载限制。

James的研究[6]、Gyorgy对随机最优导引律的研究[7]、董晨等对落角与控制约束制导律的研究[8],都是基于过载约束在导弹拦截阶段为常值,这与稠密大气中导弹过载随速度与高度剧烈变化的实际情况不符。

* **收稿日期**:2016-08-23
基金项目:国家自然科学基金资助项目(11202023)
作者简介:王超伦(1987—),男,辽宁本溪人,博士研究生,E-mail:waichilun@163.com;
薛林(通信作者),男,研究员,硕士,博士生导师,E-mail:majie283@sina.com

Cho 等提出一种最优制导律,该制导律考虑了导弹时变速度对制导带来的影响,并推导出适用于反舰导弹的带落角约束导引律[9-10]。Ilan 推导了时变过载约束下的导引形式,但约束边界只是对可用过载的近似估计,该制导律能量损耗明显[11],随后提出了一种时变速度约束的次优导引形式,但未考虑弹体动态延迟的影响[12]。

文中针对考虑时变制导增益的带交会角与弹体动态特性约束的导引律展开研究,以可用过载为时变权系数的基础上,引入当地阻力系数,提出一种不仅满足时变过载约束又能保证导弹机动损耗能量最小的次优导引形式——考虑机动效率约束导引律,并通过迭代确定约束边界,保证了时变约束的精度,为防空导弹对高速机动目标的拦截提供了方法参考。

1　弹目相对运动数学模型

交会角,即目标速度与导弹速度反方向之间的夹角[13]。建立导弹与目标相对运动关系如图 1所示,M 为导弹所在位置, T 为目标所在位置,V_M 为导弹速度方向,V_T 为目标速度方向。

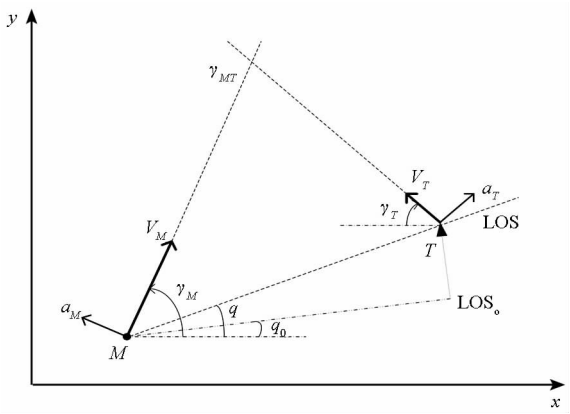


图 1　弹目相对运动关系示意图

Fig. 1　Missile and target relative movement geometry

q 为弹目视线角, R 为弹目相对距离,有

$$\begin{cases}\dot{q}=\dfrac{V_q}{R}=\dfrac{-V_M\sin(\varphi_M)+V_T\sin(\varphi_T)}{R}\\ \dot{R}=V_R=-[V_M\cos(\varphi_M)+V_T\cos(\varphi_T)]\end{cases}\tag{1}$$

式中,$\varphi_M=\gamma_M-q$,$\varphi_T=\gamma_T+q$。

γ 为弹目交会角,则相对速度 $\dot{y}$ 和相对交会角速度 $\dot{\gamma}$ 分别为:

$$\begin{cases}\dot{y}=V_R\sin q+V_q\cos q\\ \dot{\gamma}=\dfrac{a_M}{V_M}+\dfrac{a_T}{V_T}\end{cases}\tag{2}$$

当 q 为小量,对以上进行线性化,则:

$$\begin{cases}y=Rq\\ \dot{y}=V_Rq+R\dot{q}=V_Rq+V_q\\ \ddot{y}=a_T\cos\varphi_{T0}-a_M\cos\varphi_{M0}\end{cases}\tag{3}$$

状态空间可表示为:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}u\tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{x}=[y,\dot{y},\gamma,a_T,a_M^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。

对 $\boldsymbol{x}$ 求导,可得

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}\dot{y}\\ \ddot{y}\\ \dot{\gamma}\\ \dot{a}_T\\ \dot{a}_M\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{y}\\ a_T\cos\varphi_{T0}-a_M\cos\varphi_{M0}\\ \dfrac{a_M}{V_M}+\dfrac{a_T}{V_T}\\ 0\\ A_Ma_M+B_Mu\end{bmatrix}\tag{5}$$

则

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1&0&0&\boldsymbol{0}_{1\times n}\\ 0&0&0&\cos\varphi_{T0}&-C_M\cos\varphi_{M0}\\ 0&0&0&1/V_T&C_M/V_M\\ 0&0&0&0&\boldsymbol{0}_{1\times n}\\ \boldsymbol{0}_{n\times1}&\boldsymbol{0}_{n\times1}&\boldsymbol{0}_{n\times1}&\boldsymbol{0}_{n\times1}&A_M\end{bmatrix}\tag{6}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0\\ -d_M\cos\varphi_{M0}\\ d_M/V_M\\ 0\\ B_M\end{bmatrix}\tag{7}$$

该问题中,目标函数可表示为[14]:

$$J=\frac{1}{2}k_yx_1^2(t_f)+\frac{1}{2}k_\theta[x_3(t_f)-\gamma_f]+\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}[k_uu^2(\xi)]\mathrm{d}\xi\tag{8}$$

式中,$k\gamma$、$k\theta$、ku 分别为位置加权系数、交会角加权系数、控制量加权系数。期望的终端位置 $x_1(t_f)=0$,终端交会角 $x_3(t_f)=\gamma_f$。

2　多约束制导律设计

设导弹近似具有一阶动态特性,a_M 为过载输出,u 为过载输入,设时间常数为 τ,拉普拉斯反变换后,得到:

$$\dot{a}_M=-\frac{1}{\tau}a_M+\frac{1}{\tau}u\tag{9}$$

引入拉格朗日乘子矢量 $\boldsymbol{\lambda}$,有 Hamilton 函数:

$$H=\frac{1}{2}k_uu^2+\lambda_1x_2+\lambda_2(x_4\cos\varphi_{T0}-x_5\cos\varphi_{M0})+\lambda_3\left(\frac{x_4}{V_T}+\frac{x_5}{V_M}\right)+\lambda_5\frac{u-x_5}{\tau}\tag{10}$$

控制方程(10)对 u 求偏导,则:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = k_u u + \frac{\lambda_5}{\tau} = 0 \tag{11}$$

解得最优控制量为:

$$u^*(t) = -\frac{\lambda_5}{k_u \tau} \tag{12}$$

根据最优二次型原理[14],得协态方程为:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\dfrac{\partial H}{\partial x_1} = 0 \\ \lambda_1(t_f) = k_y x_1(t_f) \\ \dot{\lambda}_2 = -\dfrac{\partial H}{\partial x_2} = -\lambda_1 \\ \lambda_2(t_f) = 0 \\ \dot{\lambda}_3 = -\dfrac{\partial H}{\partial x_3} = 0 \\ \lambda_3(t_f) = k_\theta[x_3(t_f) - \lambda_f] \\ \dot{\lambda}_5 = -\dfrac{\partial H}{\partial x_5} = \lambda_2 cos\varphi_{M0} - \dfrac{\lambda_3}{V_M} + \dfrac{\lambda_5}{\tau} \\ \lambda_5(t_f) = 0 \end{cases} \tag{13}$$

解得

$$\begin{cases} \lambda_1(t) = k_y x_1(t_f) \\ \lambda_2(t) = k_y x_1(t_f)(t_f - t) \\ \lambda_3(t) = k_\theta[x_3(t_f) - \lambda_0] \\ \lambda_5(t) = -k_y \tau^2 \cdot m(\xi) x_1(t_f) \cos\varphi_{M0} - \dfrac{k_\theta \tau \cdot n(\xi)[x_3(t_f) - \lambda_0]}{V_M} \end{cases} \tag{14}$$

式中,ξ 定义为待飞时间与时间常数的比,即 $\xi = t_g/\tau$,$m(\xi) = e^{-\xi} + \xi - 1$,$n(\xi) = e^{-\xi} - 1$。

将式(14)中 λ_5 代入式(12),有:

$$u^*(t) = k_y \tau m(\xi) x_1(t_f) \cos\varphi_{M0} + \frac{k_\theta n(\xi)[x_3(t_f) - \lambda_0]}{V_M} \tag{15}$$

定义 $\sigma_m = \int_t^{t_f} \tau^2 m^2 d\xi$,$\sigma_{mn} = \int_t^{t_f} \tau m n d\xi$,$\sigma_n = \int_t^{t_f} n^2 d\xi$。对式(5)中 $\dot{x}$ 积分,得方程组(16)。

$$\begin{cases} x_1(t_f) = x_1(t) + (t_f - t)x_2(t) + \dfrac{t_g^2}{2}x_4(t) - \tau^2 m\cos\varphi_{M0} x_5(t) - k_y \cos^2\varphi_{M0} x_1(t_f)\sigma_m - k_\theta \dfrac{x_3(t_f) - \gamma_0}{V_M}\sigma_{mn} \\ x_3(t_f) - \gamma_0 = x_3(t) + t_g \dfrac{x_4(t)}{V_T} - \tau n \dfrac{x_5(t)}{V_M} - \gamma_0 - k_y \dfrac{\cos\varphi_{M0}}{V_M} x_1(t_f)\sigma_{mn} - k_\theta \dfrac{x_3(t_f) - \gamma_0}{V_M^2}\sigma_n \end{cases} \tag{16}$$

考虑弹体的动态延迟,则此时零效脱靶量与零效角误差为:

$$\begin{cases} ZEM = x_1(t) + (t_f - t)x_2 + \dfrac{t_g^2}{2}x_4 - \tau^2 m\cos\varphi_{M0} x_5 \\ ZEAE = x_3 + t_g \dfrac{x_4}{V_T} - \tau n \dfrac{x_5}{V_M} - \gamma_0 \end{cases} \tag{17}$$

解二元方程组(16),得:

$$\begin{cases} x_1(t_f) = \dfrac{(V_M^2 + k_\theta \sigma_n) ZEM - k_\theta \cos\varphi_{M0} V_M \sigma_{mn} ZEAE}{(k_y \cos^2\varphi_{M0}\sigma_m + 1)V_M^2 + k_y k_\theta \cos^2\varphi_{M0}(\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2) + k_\theta\sigma_n} \\ x_3(t_f) - \gamma_0 = -\dfrac{V_M[k_y \cos\varphi_{M0}\sigma_{mn} ZEM - V_M(k_y \cos^2\varphi_{M0}\sigma_m + 1) ZEAE]}{(k_y \cos^2\varphi_{M0}\sigma_m + 1)V_M^2 + k_y k_\theta \cos^2\varphi_{M0}(\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2) + k_\theta\sigma_n} \end{cases} \tag{18}$$

将式(16)~(18)代入式(15),得最优控制量为:

$$u^*(t) = \frac{k_y \cos\varphi_{M0}[\tau m(k_\theta\sigma_n + V_M^2) - k_\theta n\sigma_{mn}]}{k_u[(k_y \cos^2\varphi_{M0}\sigma_m + 1)V_M^2 + k_y k_\theta \cos^2\varphi_{M0}(\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2) + k_\theta\sigma_n]} \cdot ZEM - \frac{k_u k_\theta V_M[k_y \tau m \cos^2\varphi_{M0}\sigma_{mn} - n(k_y \cos^2\varphi_{M0}\sigma_m + 1)]}{k_u[(k_y \cos^2\varphi_{M0}\sigma_m + 1)V_M^2 + k_y k_\theta \cos^2\varphi_{M0}(\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2) + k_\theta\sigma_n]} \cdot ZEAE \tag{19}$$

令 $k_y \to \infty$,$k_\theta \to \infty$,则式(16)可转化为:

$$u^*(t) = \frac{1}{k_u \cos\varphi_{M0}}\left(\frac{\tau m\sigma_n - n\sigma_{mn}}{\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2}\right) \cdot ZEM - \frac{V_M}{k_u}\left(\frac{n\sigma_m - \tau m\sigma_{mn}}{\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2}\right) \cdot ZEAE \tag{20}$$

将式(20)转成零效脱靶量形式,得导引律为:

$$\begin{cases} u^*(t) = \dfrac{N_{\mathrm{ZEM}}}{t_g^2 \cos\varphi_{M0}} ZEM + V_M \dfrac{N_{\mathrm{ZEAE}}}{t_g} ZEAE \\ N_{\mathrm{ZEM}} = \dfrac{t_g^2}{k_u}\left(\dfrac{\tau m\sigma_n - n\sigma_{mn}}{\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2}\right) \\ N_{\mathrm{ZEAE}} = \dfrac{t_g}{k_u}\left(\dfrac{n\sigma_m - \tau m\sigma_{mn}}{\sigma_m\sigma_n - \sigma_{mn}^2}\right) \end{cases} \tag{21}$$

视线转率可表示为由零效脱靶量垂直于视线的分量[15],有:

$$Rt_g\dot{q} = ZEM \tag{22}$$

将 ZEM、$ZEAE$ 代入式(20),转化为工程上易接受的形式,则:

$$u^*(t) = \frac{1}{\cos\varphi_{M0}} N_{\mathrm{ZEM}} V_r \dot{q} + N_{ZEAE}\frac{V_M}{t_g}(\gamma - \gamma_f) + N_T a_T + N_M a_M \tag{23}$$

式中,$N_T = \dfrac{\cos\varphi_{T0}}{2\cos\varphi_{M0}} N_{\mathrm{ZEM}} + \dfrac{V_M}{V_T} N_{\mathrm{ZEAE}}$,$N_M = -\dfrac{\mathrm{e}^{-\xi}+\xi-1}{\xi^2} N_{\mathrm{ZEM}} - \dfrac{\mathrm{e}^{-\xi}-1}{\xi} N_{\mathrm{ZEAE}}$,$\xi = t_g/\tau$。

由式(21),比例导引系数受加速度项权系数 k_u 影响,当 $k_u = 1$ 时,即为交会角约束导引律。

可见,在考虑弹体动态特性情况下,控制方程里多一个法向过载的反馈项 a_M,比例系数 N_M 是待飞时间 t_g 与时间常数 τ 之比的函数。在动态响应无限快,即 $\tau = 0$ 的理想情况下,$N_M = 0$,导引律形式与不考虑动态特性时的结论相一致。

传统空气动力控制防空导弹响应时间大约为 0.1 ~ 0.9 s,分别对典型时间常数 τ 对比例系数的影响进行仿真。式(23)中位置项、角度项比例系数 N_{ZEM}、N_{ZEAE} 随待飞时间 t_g 与时间常数 τ 的变化关系分别如图 2、图 3 所示。

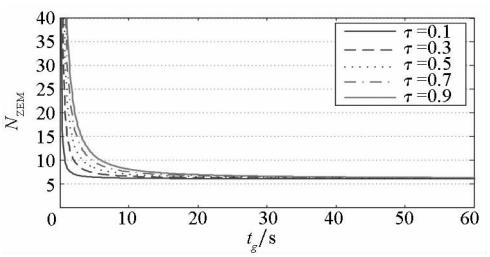


图 2　位置项比例系数 N_{ZEM} 随 t_g 与 τ 变化关系

Fig. 2　Location coefficient N_{ZEM} varies with t_g and τ

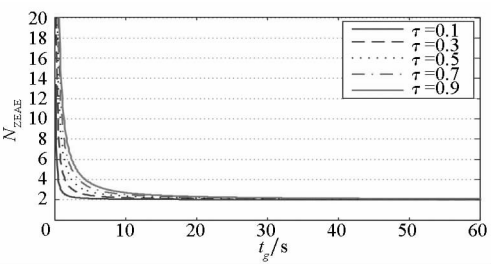


图 3　角度项比例系数 N_{ZEAE} 随 t_g 与 τ 变化关系

Fig. 3　Angle coefficient N_{ZEAE} varies with t_g and τ

由图 2、图 3 可见,响应时间 τ 对最优比例系数 N_{ZEM}、N_{ZEAE} 有不可忽视的影响。时间常数越大,待飞时间 t_g 越短时,对比例系数的影响越大,当待飞时间趋于无穷,则 N_{ZEM} 无限趋近于 6,N_{ZEAE} 无限趋近于 2,响应时间的增大则相当于延长了趋近的时间,降低了趋近的速度。

式(23)中目标机动项比例系数 N_T 随待飞时间 t_g 与时间常数 τ 的变化关系如图 4 所示。

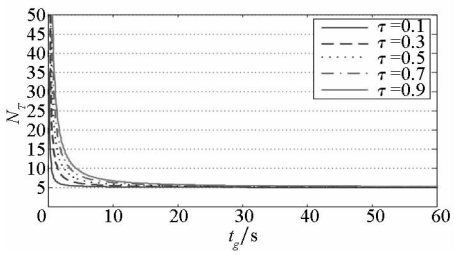


图 4　目标机动项比例系数 N_T 随 t_g 与 τ 变化关系

Fig. 4　Target maneuver coefficient N_T varies with t_g and τ

目标机动比例项系数 N_T 受弹目相对速度比 V_M/V_T 影响较大,随响应时间 τ 与待飞时间 t_g 的变化趋势与 N_{ZEM}、N_{ZEAE} 相同。称 N_M 为弹体动态延迟项比例系数,如图 5 所示,N_M 受弹体时间常数 τ 影响较大,在待飞时间 t_g 趋于 0 时,τ 越大,N_M 变化越剧烈,可见随着时间常数 τ 的增大,弹体为实现最优导引律所需要的动态延迟补偿也更迫切。

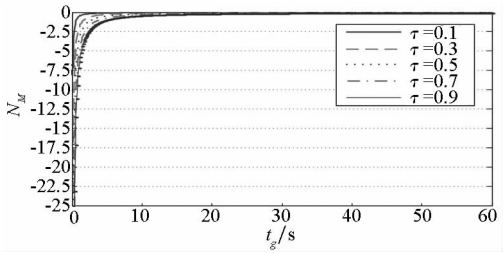


图 5　动态延迟项比例系数 N_M 随 t_g 与 τ 变化关系

Fig. 5　Dynamic delay coefficient N_M varies with t_g and τ

由以上分析,考虑弹体动态特性的制导律中,比例系数 N_{ZEM}、N_{ZEAE}、N_M、N_T 无法近似为与待飞时间和响应时间无关的常数,而是随弹目交会的待飞时间 t_g 与弹体响应时间 τ 剧烈变化的时变系数。

3　机动性能权系数的确定

防空导弹可用过载较大时,有利于完成需要大机动动作,如较大的转弯。然而,在导弹具有较大可用过载的同时,一般具有较大的动压,阻力特性也较为显著,导弹在大可用过载下完成大机动会带来大的能量损耗,这在试图保证末速和射程的防空导弹弹道设计中是不希望出现的。

针对以上分析,提出一种新的控制项加权系数,在避免指令加速度饱和的同时有效地降低了能量损耗,即机动效率最优。

防空导弹基本保持在大气层内飞行,空气密度直接取决于导弹飞行高度,导弹速度受阻力、重

力共同作用,而阻力又是空气密度与飞行速度的函数,几个因素共同影响弹道形式,从而影响导弹飞行高度。这决定了过载边界无法得到解析解,若希望得到闭环制导形式,须通过迭代计算。

导弹法向过载可按式(24)计算[16]:

$$\begin{cases} n_{y\max} = n_y^{\delta_z}\delta_{z\max} \\ n_y^{\delta_z} = \dfrac{1}{mg}\left[\dfrac{-m_z^{\delta_z}}{m_z^{\alpha}}\left(\dfrac{P}{57.3}+Y^{\alpha}\right)+Y^{\delta_z}\right] \end{cases} \tag{24}$$

式中,导弹飞行被动段推力 $P=0$。Y^{α}、$Y^{\delta z}$ 为单独攻角产生升力、单独舵偏产生升力,$m\alpha_z$、$m_z^{\delta z}$ 分别为攻角引起的俯仰力矩系数与舵偏角引起的俯仰力矩系数。$\delta_{z\max}$ 表示俯仰通道舵偏限幅。

当舵偏达到限幅,需验证此时攻角是否达到临界攻角,如达到则需要用临界攻角反算舵偏,求得平衡状态下可用过载如式(25)所示。

$$n_{y\max} = \frac{Y^{\alpha^*}+Y^{\delta_z^*}}{mg} = (C_y^{\alpha^*}\alpha^* + C_y^{\delta^*}\delta^*)\frac{qs}{mg} \tag{25}$$

式中,α^*,δ^* 为平衡攻角与平衡舵偏角。

将式(26)除以导弹当地阻力系数,有:

$$n_{\mathrm{LD}} = \left(\frac{C_y^{\alpha^*}\alpha^* + C_y^{\delta^*}\delta^*}{C_x^{\alpha^*}\alpha^* + C_x^{\delta^*}\delta^*}\right)\frac{qs}{mg} \tag{26}$$

由式(26)可见,导弹机动效率可以看成由两部分变量导弹升阻比 C_y/C_x 与动压 q,再乘以常量 s/mg 组成,如式(27)所示。

$$n_{\mathrm{LD}} = (C_y/C_x)\cdot q\cdot\frac{s}{mg} \tag{27}$$

常规防空导弹升阻特性如图 6 所示(图 6 中 $Ma=1.5$ 和 $Ma=2.5$ 较为接近)。升阻比 C_y/C_x 是马赫数 Ma 和攻角 α 的函数,达到使 C_y/C_x 最大的攻角前,C_y/C_x 随攻角变化近似满足线性关系,而在给定攻角下,C_y/C_x 随 Ma 变化也近似线性变化,故可将马赫数、攻角的函数 C_y/C_x 降维为仅关于马赫数 Ma 的函数。

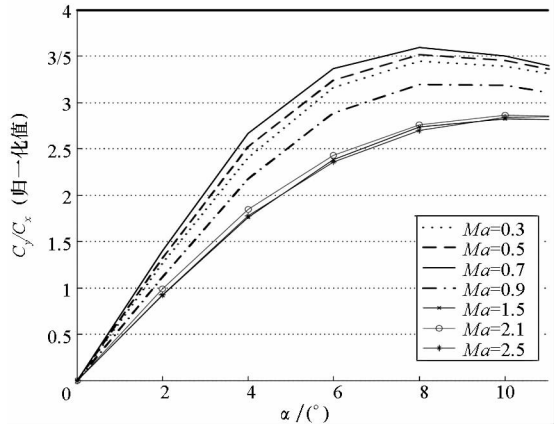


图 6 常规防空导弹升阻比曲线

Fig. 6 Common air-defense missile lift-drag ratio

$$C_y/C_x(Ma,\alpha) = C_y/C_{x(\max)}(Ma) \tag{28}$$

可用 $C_y/C_{x(\max)}$ 表征导弹满足需用过载时的能量消耗程度,即机动效率。

令

$$k_u'(t_g) = \frac{1}{n_{\mathrm{LD}}} \tag{29}$$

式中,n_{LD} 越小,表示导弹做同等机动需要消耗的能量越大;k_u' 越大,则此时对控制指令的"惩罚"越厉害。通过权系数 k_u' 的选取,使导弹在机动效率较高情况下尽量做大机动,在机动效率较低的情况下做小机动,使防空导弹在满足一定交会角的前提下对空袭目标进行有效拦截。

n_{LD} 要通过迭代确定,当最后两次迭代仿真结果误差在 0.1% 以内,认为结果收敛。机动效率时变权系数的确定无须经过配平迭代,仅需知道制导弹道的速度与动压信息,在保证导弹机动效率的同时,极大地提高了时变权系数的计算速度。

4 弹道仿真分析

基于以上分析,取典型防空导弹进行弹道仿真。取低空常速飞行目标 $V_{Tx}=-100$ m/s,$V_{Ty}=0$ m/s,以末端交会角 75°拦截,导弹初速 $V_0=1050$ m/s,弹体动态延迟时间 $\tau=0.3$ s。

防空导弹 $C_y/C_{x(\max)}$ 随 Ma 的变化如图 7 所示。

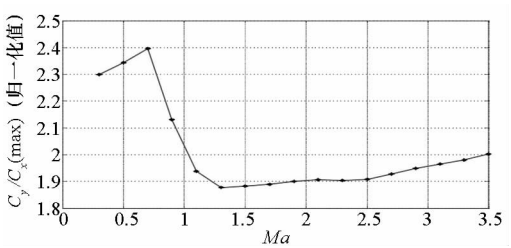


图 7 常规防空导弹 $C_y/C_{x(\max)}$ 随 Ma 变化

Fig. 7 Common air-defense missile $C_y/C_{x(\max)}$ with Ma

图 8 为导弹机动效率随迭代次数的变化曲线,其中第 3 次、第 4 次迭代曲线基本一致,说明迭代收敛一般约束边界须经过 4 ~ 7 次迭代确定。

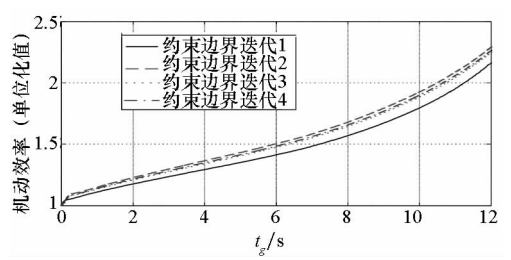


图 8 导弹机动效率随迭代次数变化

Fig. 8 Missile maneuvering efficiency varies with iterations

分别对比不考虑机动约束、考虑可用过载约束、考虑机动效率约束三种不同制导规律下末制导弹道仿真结果,如图 9 ~ 12 所示。

对比不考虑机动约束、考虑可用过载约束、考虑机动效率约束的末制导弹道仿真结果,如图 9 所示,由于所要求交会角较大,三种制导律使导弹在末制导阶段机动策略各不相同。考虑可用过载约束与考虑机动效率约束的导引律均保证在较大机动能力的时刻实现了较大机动。

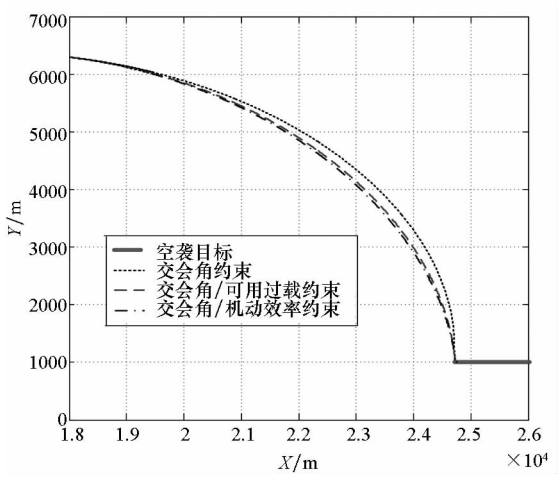


图 9　三种导引律末制导弹道对比(匀速目标)

Fig. 9　Three guidance laws terminal trajectory contrast(constant speed target)

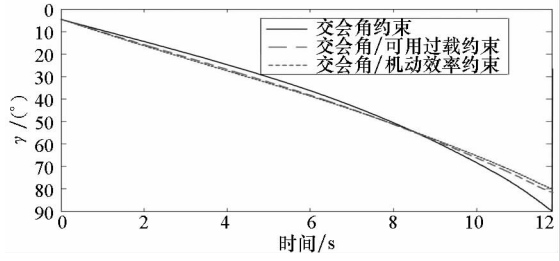


图 10　三种导引律弹目交会角对比(匀速目标)

Fig. 10　Three guidance laws missile-target intercept angle contrast(constant speed target)

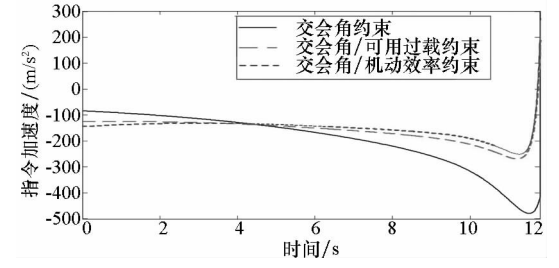


图 11　三种导引律指令加速度对比(匀速目标)

Fig. 11　Three guidance laws terminal trajectory command acceleration contrast(constant speed target)

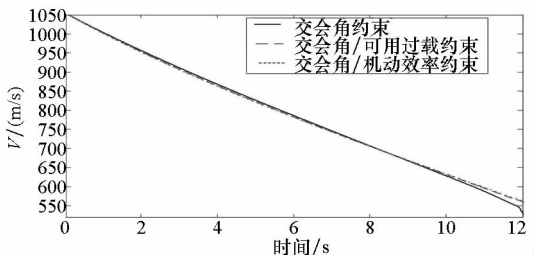


图 12　三种导引律下速度对比(匀速目标)

Fig. 12　Three guidance laws velocity contrast (constant speed target)

对比三种导引律下的弹目交会角变化情况,如图 10 所示,考虑可用过载约束与考虑机动效率约束的制导律在导弹机动性能较好的情况下实现较大转弯,而单纯考虑交会角约束的导引律在导引末端期望实现较大转弯,因可用过载难以满足指令需求,导致较大的交会角误差。

图 11 分别对比三种导引律下的指令加速度,对比结果显示,考虑可用过载约束与考虑机动效率约束的制导律过载指令在末制导阶段充分考虑了导弹的机动过载能力,保证导弹在大可用过载下做较大机动,分配更为合理。而考虑可用过载与考虑机动效率的导引方式因权系数的侧重因素不同,导致过载指令有明显差异。

图 12 分别对比三种导引律下速度随时间变化曲线,对比结果显示,考虑机动效率约束的导引律末速度明显高于交会角约束导引律,略微高于可用过载约束导引律速度曲线,这是由于该导引律避免加速度饱和的同时兼顾了阻力因素,使导弹在机动效率较高的情况下完成机动。

对比三种导引规律下,拦截末端时刻的仿真结果,如表 1 所示。结果对比表明,单纯考虑交会角约束的导引律因对机动性能分配不合理导致脱靶。考虑可用过载约束与机动效率约束的两种导引律均能实现对空袭目标的有效拦截,而考虑机动效率约束的导引律相比考虑可用过载约束的导引律能有效降低导弹的拦截时间,说明导弹平均速度得到提升,导弹末速度提高,有效提高了防空导弹的拦截能力与毁伤效果。

取低空蛇形机动目标 $V_{Tx} = -100$ m/s, $V_{Ty} = 0$ m/s,机动过载 $3.5g$,机动频率 3 rad/s,以末端交会角 50°拦截,导弹初速 $V_0 = 1050$ m/s,弹体动态延迟时间 $\tau = 0.5$ s。三种不同制导规律下末制导弹道仿真结果,如图 13 ~ 16 所示。

表 1 不同制导规律仿真结果对比(匀速目标)

Tab. 1 Different guidance laws emulation results contrast(constant speed target)

仿真结果对比	脱靶量/m	末速度/(m/s)	末端交会角/(°)	拦截时间/s	交会角误差/(°)
单独交会角约束	5.969	446.22	88.86	12.56	13.86
交会角/可用过载约束	0.930	533.27	73.69	12.24	-1.31
交会角/机动效率约束	0.655	539.67	73.38	12.18	-1.62

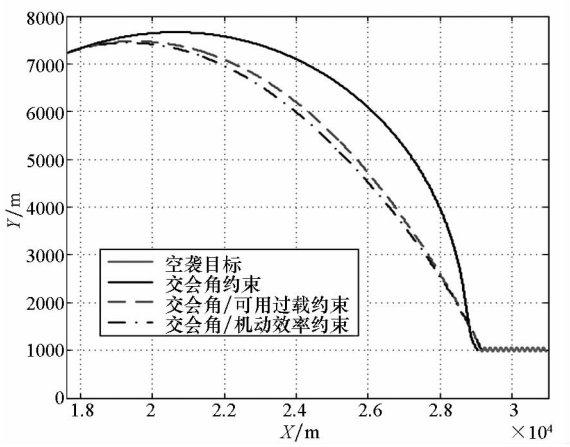


图 13 三种导引律末制导弹道对比(机动目标)

Fig. 13 Three guidance laws terminal trajectory contrast(maneuvering target)

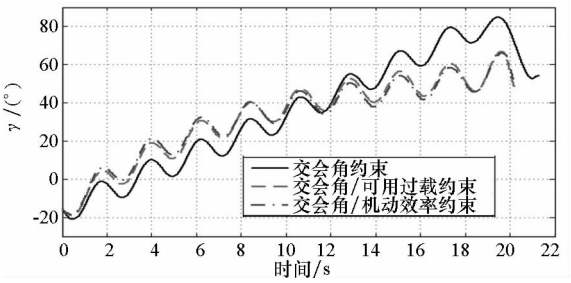


图 14 三种导引律弹目交会角对比(机动目标)

Fig. 14 Three guidance laws missile-target intercept angle contrast(maneuvering target)

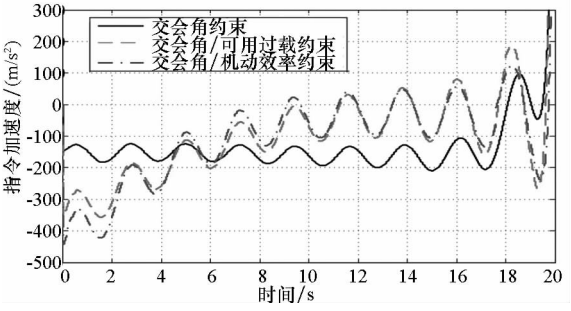


图 15 三种导引律指令加速度对比(机动目标)

Fig. 15 Three guidance laws terminal trajectory command acceleration contrast(maneuvering target)

由图 14、图 15 可见,随目标的蛇形机动,导弹

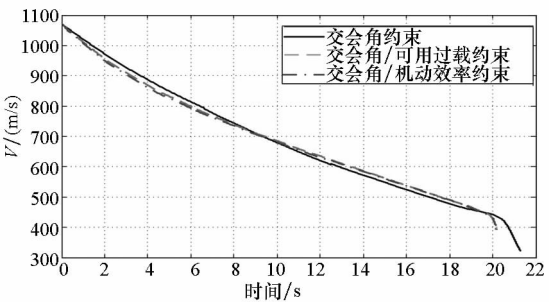


图 16 三种导引律下速度对比(机动目标)

Fig. 16 Three guidance laws velocity contrast (maneuvering target)

交会角与指令加速度会随目标运动周期性变化,这是脱靶量和交会角误差较大的主要原因。由图 16可见,仅考虑交会角约束的导引律在拦截末端为弥补较大的脱靶量和交会角误差进行较大机动,在低空空气密度较大的条件下,带来极大的速度损失,机动能力衰减又起到增大脱靶量与交会角误差的反效果,而考虑可用过载与机动效率约束速度曲线较为接近,考虑机动效率约束的末速度要高于考虑可用过载约束的导引律。

对比表 2 中不同制导律下的仿真结果。单纯考虑交会角约束的导引律因对机动性能分配不合理导致脱靶。由于蛇形机动目标的速度方向实时变化,导致较大的交会角误差和脱靶量,考虑可用过载约束与机动效率约束的两种导引律较单纯考虑交会角约束的导引律脱靶量和交会角误差均有所降低,这表明文中导引律对拦截机动目标仍然有效,然而考虑机动效率约束的导引律相比考虑可用过载约束的导引律能有效降低导弹的拦截时间,提高导弹平均速度,同时导弹末速度也得到提高,增强了防空导弹的拦截能力与毁伤效果。

文中制导律是以小角度线性化假设为前提推导的,仿真算例中,初始角度 $\varphi_{M0} = q_0 = 21.5°$,视线角已不符合小角度线性化假设条件。因此,说明文中导引律推导中,当 φ_{M0}、q_0 较大的情况下,仍具有适用性。

表 2　不同制导规律仿真结果对比(机动目标)

Tab. 2　Different guidance laws emulation results contrast(maneuvering target)

仿真结果对比	脱靶量/m	末速度/(m/s)	末端交会角/(°)	拦截时间/s	交会角误差/(°)
单独交会角约束	19.838	327.23	54.38	21.28	4.38
交会角/可用过载约束	5.131	393.49	48.90	20.18	-1.10
交会角/机动效率约束	5.079	406.03	52.49	20.13	2.49

5　结论

本文针对考虑时变增益系数的带交会角约束导引规律展开研究,在考虑弹体动态延迟的同时,推导了一种通过迭代确定时变控制项权系数的闭环制导规律。针对以过载约束的导引律在机动同时会带来较大的能量损耗,在以过载约束为时变权系数的基础上,引入当地阻力系数,提出一种避免指令加速度饱和的同时有效降低拦截能量损耗的导引形式。将三种导引规律分别针对匀速与机动目标进行仿真验证,证明所设计导引律不仅能对弹体动态延迟做出有效补偿,并能够有效降低末端速度损耗,提高了制导精度与毁伤效果。同时可以极大提高迭代速度,为防空导弹拦截高速机动目标提供了方法参考。

参考文献(References)

[1] 蔡洪, 胡正东, 曹渊. 具有终端角度约束的导引律综述[J]. 宇航学报, 2010, 31(2): 315 - 323.
CAI Hong, HU Zhengdong, CAO Yuan. Survey of guidance law with terminal impact angle constraints[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2): 315 - 323. (in Chinese)

[2] 戈卢别夫. 防空导弹设计[M]. 北京:中国宇航出版社, 2004: 111 - 116.
Grubief N C. Air-defense missile design[M]. Beijing: Chinese Space Press, 2004: 111 - 116. (in Chinese)

[3] Ryoo C K, Cho H, Tahk M J. Time-to-go weighted optimal guidance with impact angle constraints [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(3): 483 - 492.

[4] Shaferman V, Shima T. Linear quadratic guidance laws for imposing a terminal intercept angle[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2008, 31(5): 1400 - 1412.

[5] 王辉, 林德福, 崔晓曦. 一类扩展的弹道成型制导律[J]. 北京理工大学学报, 2014, 34(6): 597 - 602.
WANG Hui, LIN Defu, CUI Xiaoxi. Extended trajectory shaping guidance laws[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2014, 34(6): 597 - 602. (in Chinese)

[6] Hexner G. Practical stochastic optimal guidance law for bounded acceleration missiles [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2011.

[7] Hexner G, Shima T. Stochastic optimal control guidance law with bounded acceleration [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 71 - 78.

[8] 董晨, 晁涛, 王松艳, 等. 带落角约束与控制约束的纵向制导律[J]. 固体火箭技术, 2014, 37(3): 285 - 290.
DONG Chen, CHAO Tao, WANG Songyan, et al. Longitudinal guidance law with constraints on impact angle and control[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2014, 37(3): 285 - 290. (in Chinese)

[9] Song T L, Shin S J, Cho H. Impact angle control for planer engagements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(4): 1439 - 1444.

[10] Ryoo C K, Cho H, Tahk M J. Closed-form solutions of optimal guidance with terminal impact angle constraint[C]// Proceedings of IEEE Conference on Control Application, 2003: 504 - 509.

[11] Taub I, Shima T. Intercept angle missile guidance under time varying acceleration bounds [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(3): 688 - 699.

[12] Taub I. Intercept angle guidance under time varying speed [C]// Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA 2015 - 0090, 2015.

[13] 王丽英, 张友安, 黄诘. 带约束的末制导律与伪谱法轨迹优化[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015: 92 - 96.
WANG Liying, ZHANG Youan, HUANG Jie. Guidance law under multiple constrained and GPOPS trajectory optimization [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015: 92 - 96. (in Chinese)

[14] 王青, 陈宇, 张颖昕, 等. 最优控制:理论、方法与应用[M]. 北京:高等教育出版社, 2010: 65 - 71.
WANG Qing, CHEN Yu, ZHANG Yingxin, et al. Optimal control: theory, method and application [M]. Beijing: Higher Education Press, 2010. (in Chinese)

[15] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance, progress in astronautics and aeronautics [M]. Washington DC, US: AIAA, 2003.

[16] 钱杏芳, 林瑞雄. 导弹飞行力学[M]. 北京:北京理工大学出版社, 2008: 62 - 63.
QIAN Xingfang, LIN Ruixiong. Missile flight dynamics[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2008: 62 - 63. (in Chinese)