doi:10.11887/j.cn.201706014 http://journal.nudt.edu.cn

带扩张观测器的三维有限时间收敛导引律*

王华吉[1],雷虎民[1],张 旭[1],何绍溟[2],周 觐[1]
(1. 空军工程大学 防空反导学院,陕西 西安 710051;2. 北京理工大学 宇航学院,北京 100081)

摘 要:为了保证视线角速率在弹目碰撞前收敛到零附近的较小邻域内,从而达到准平行接近的状态,基于自抗扰控制的不确定性估计补偿思想,应用反演控制方法设计了一种考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性和目标机动的三维有限时间收敛导引律。根据有限时间收敛控制理论,严格证明了系统的有限时间收敛特性;为抑制量测噪声,将传统跟踪微分器进行改进并应用于扩张状态观测器与反演控制的设计中。仿真结果表明,在自动驾驶仪响应延迟情况下,所设计的导引律能够导引导弹在有限时间内精确地拦截高速机动目标;改进的跟踪微分器精度高、响应快;基于改进跟踪微分器的扩张观测器估计效果理想。

关键词:三维导引律;扩张状态观测器;反演控制;有限时间收敛;自动驾驶仪延迟
中图分类号:V448.133 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2017)06-088-10

Three-dimensional finite time convergence guidance law with extended state observer

WANG Huaji[1], *LEI Humin*[1], *ZHANG Xu*[1], *HE Shaoming*[2], *ZHOU Jin*[1]
(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;
2. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Aiming at sending the line-of-sight angular rate to a small neighborhood of zero before hitting the target to achieve the interception of the missile to the target to quasi-parallel approaching state. Based on the active disturbance rejection control to estimate and compensate the uncertainties, a novel three-dimensional finite time convergence guidance law was presented accounting for the second order dynamics of missile's autopilot and target's maneuver. The finite time convergence of system was strictly proved based on the finite time convergence control theory. For the purpose of restraining measurement noise, the traditional tracking differentiator was modified to be applied in the process of designing a novel extended state observer and backstepping control. Simulation results demonstrate that the proposed guidance law can guide missiles to accurately intercept a maneuvering target with finite time, even if the autopilot has a lag, modified tracking differentiator has the advantages of high precision, fast response and strong ability of noise restraint, the extended state observer based on the modified tracking differentiator has better estimation effect.

Key words: three-dimensional guidance; extended state observer; back-stepping control; finite time convergence; autopilot lag

在拦截高速目标时,导弹的末制导时间只限于几秒,为了实现对目标的直接碰撞杀伤,就需要使弹目视线(Line-Of-Sight, LOS)角速率在有限时间内收敛到零附近的较小邻域内。实际应用中,寻的导弹自动驾驶仪延迟特性通常会使制导精度变差,特别是对于机动目标。因此,在拦截高速机动目标时,研究考虑自动驾驶仪动态特性和目标机动的有限时间收敛导引律具有很大的现实意义。

在控制系统的诸多性能指标中,系统状态的收敛速度是很关键的一个因素。收敛性能差的系统是难以满足实际应用需要的。闭环系统最快的收敛速度为指数形式,但不能使系统在有限时间内收敛到平衡点。有限时间控制方法可以使得闭环系统在有限时间内收敛到平衡点[1],与传统的非有限时间收敛的控制方法相比较,它不仅可以使系统状态有限时间收敛,而且还有更强的鲁棒性[2]。近几年,有限时间收敛控制方法在拦截弹制导控制方法中得到了一定的应用。孙胜等[3-4]设计了一种有限时间收敛导引律(Finite Time Convergence Guidance law, FTCG),并对系统的有限时间收敛特性进行了严格的证明和分析,但未补偿目标机动等不确定性因素。曲萍萍等[5-6]根据有限时间收敛控制理论,应用滑模控制方法设计考虑自动驾驶仪二阶动态特性的有限时间收敛导引律,但没有设计三维有限时间收敛导引律;文献[7]将动态面控制应用于三维导引律的设计

* **收稿日期**:2016-07-14
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61573374,61503408);航空自然科学基金资助项目(20140196004)
作者简介:王华吉(1988—),男,陕西渭南人,博士研究生,E-mail:whj20081744@163.com;
雷虎民(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:hmleinet@21cn.com

中,但未证明视线角速率有限时间收敛特性。文献[8 -11]设计了考虑自动驾驶仪动态特性的有限时间收敛导引律,同时对目标机动等外界干扰进行估计补偿,但未考虑弹目三维拦截情形。文献[12]基于有限时间控制理论,采用积分反演控制方法设计一种考虑自动驾驶仪动态特性的有限时间收敛导引律,将自动驾驶仪简单地处理为一阶惯性环节,且将三维弹目运动模型进行了线性化,忽略掉了耦合项,势必会影响最终的制导精度。

高阶系统有限时间控制研究是近年来的难点和热点问题,将反演控制递推设计的思想引入到高阶系统有限时间收敛控制律设计中,研究针对高速机动目标的有限时间收敛导引律,本文的创新点主要有:①应用反演控制方法解决了高阶系统的有限时间收敛控制问题;②将改进的跟踪微分器应用到扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)设计中,不仅提高了其估计精度,而且加强了它对量测噪声的抑制能力;③将改进的跟踪微分器应用于反演控制的设计中,既解决了对反演控制中的"微分膨胀"问题,也保证了对虚拟控制量求导的精度(后面将扩张状态观测器简称为扩张观测器或者 ESO)。

1　系统描述

1.1　三维弹目相对运动方程

弹目三维相对运动学关系如图 1 所示。图 1 中,$O_IX_IY_IZ_I$ 为惯性坐标系,$O_LX_LY_LZ_L$ 为视线坐标系,其三个方向的单位向量用$[\boldsymbol{i}_L, \boldsymbol{j}_L, \boldsymbol{k}_L]^{\mathrm{T}}$来表示;$\boldsymbol{V}_M$ 和 $\boldsymbol{V}_T$ 分别为导弹和目标的速度矢量;$\boldsymbol{a}_M$ 和 $\boldsymbol{a}_T$ 分别为导弹和目标的加速度矢量;θ_L 和 ψ_L 分别为弹目视线倾角和视线偏角;$\boldsymbol{r}_M$ 和 $\boldsymbol{r}_T$ 分别为导弹和目标的位置矢量。

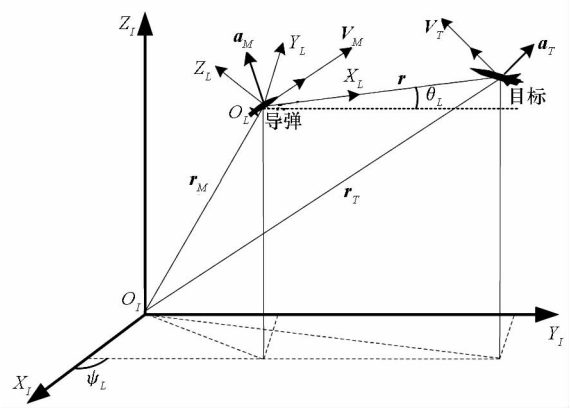


图 1　弹目三维相对运动学关系

Fig. 1　Three-dimensional interceptor-target geometry

设 $\boldsymbol{a}_T$,$\boldsymbol{a}_M$ 在视线坐标系三个坐标轴上的分量分别为 a_{Ti}、a_{Tj}、a_{Tk} 和 a_{Mi}、a_{Mj}、a_{Mk},则三维弹目相对运动方程如下:

$$\begin{cases} a_{Ti} - a_{Mi} = \ddot{r} - r\dot{\psi}_L^2\cos^2\theta_L - r\dot{\theta}_L^2 \\ a_{Tj} - a_{Mj} = 2\dot{r}\dot{\theta}_L + r\ddot{\theta}_L + r\dot{\psi}_L^2\sin\theta_L\cos\theta_L \\ a_{Tk} - a_{Mk} = 2\dot{r}\dot{\psi}_L\cos\theta_L + r\ddot{\psi}\cos\theta_L - 2r\dot{\theta}_L\dot{\psi}_L\sin\theta_L \end{cases} \tag{1}$$

在视线稳定的情况下,a_{Mi}要使相对速度满足 $\dot{r}<0$。为了实现准平行接近,需要设计 a_{Mj},a_{Mk}使得视线角速率 $\dot{\theta}_L$ 和 $\dot{\psi}_L$ 趋近于零。为便于后续的推导,令 $V_r = \dot{r}$, $V_{\theta_L} = r\dot{\theta}_L$, $V_{\psi_L} = r\dot{\psi}_L\cos\theta_L$ 则由式(1)可得:

$$\begin{cases} \dot{V}_r = (V_{\theta_L}^2 + V_{\psi_L}^2)/r + a_{Ti} - a_{Mi} \\ \dot{V}_{\theta_L} = -V_rV_{\theta_L}/r - V_{\psi_L}^2\tan\theta_L/r + a_{Tj} - a_{Mj} \\ \dot{V}_{\psi_L} = -V_rV_{\psi_L}/r + V_{\theta_L}V_{\psi_L}\tan\theta_L/r - a_{Tk} + a_{Mk} \end{cases} \tag{2}$$

导弹自动驾驶仪对制导指令的响应存在动态延迟,如果在导引律设计中忽略自动驾驶仪的动态延迟特性,则最终的制导精度将难以保证[13]。下面将自动驾驶仪用二阶振荡环节近似表示为:

$$\begin{cases} \ddot{a}_{Mj} = -2\zeta\omega_n\dot{a}_{Mj} - \omega_n^2a_{Mj} + \omega_n^2u_1 + \omega_n^2\Delta_1 \\ \ddot{a}_{Mk} = -2\zeta\omega_n\dot{a}_{Mk} - \omega_n^2a_{Mk} + \omega_n^2u_2 + \omega_n^2\Delta_2 \end{cases} \tag{3}$$

式中,ζ 和 ω_n 分别为导弹自动驾驶仪的阻尼比和自振频率;u_1 和 u_2 分别为纵向和侧向平面提供给导弹自动驾驶仪的制导指令加速度。a_{Mj}和 a_{Mk}可由弹上的加速度计测量获取,$\dot{a}_{Mj}$和 $\dot{a}_{Mk}$的测量值用滤波器估计获取。Δ_1、Δ_2 为不确定性,代表过载回路的建模误差和所受到的外部干扰。

定义状态变量 $x_1 = \theta_L$, $x_2 = \dot{\theta}_L$, $x_3 = a_{Mj}$, $x_4 = \dot{a}_{Mj}$, $x_5 = \psi_L$, $x_6 = \dot{\psi}_L$, $x_7 = a_{Mk}$, $x_8 = \dot{a}_{Mk}$,联立式(1)与式(3)得到考虑自动驾驶仪动态特性的三维弹目相对运动方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{2\dot{r}}{r}x_2 - x_6^2\sin x_1\cos x_1 - \dfrac{x_3}{r} + \dfrac{a_{Tj}}{r} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -2\zeta\omega_nx_4 - \omega_n^2x_3 + \omega_n^2u_1 + \omega_n^2\Delta_1 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -\dfrac{2\dot{r}}{r}x_6 + 2x_2x_6\tan x_1 + \dfrac{x_7}{r\cos x_1} - \dfrac{a_{Tk}}{r\cos x_1} \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -2\zeta\omega_nx_8 - \omega_n^2x_7 + \omega_n^2u_2 + \omega_n^2\Delta_2 \\ \ddot{r} = rx_6^2\cos^2x_1 + rx_2^2 + a_{Ti} - a_{Mi} \end{cases} \tag{4}$$

导弹在拦截目标过程中满足如下假设。

假设 1 导弹采用主动雷达导引头，系统(4)中 r、θ_L、ψ_L 可以通过导引头结合弹上捷联惯导装置得到，$\dot{r}$、$\dot{\theta}_L$、$\dot{\psi}_L$ 通过滤波器和扩张观测器估计获得[14]。

假设 2 目标机动是有界的，则 a_{Tj} 和 a_{Tk} 及其导数满足如下关系式[15]：

$$\begin{cases} |a_{Tj}| \leqslant a_{Tj}^{\max} \\ |\dot{a}_{Tj}| \leqslant \dot{a}_{Tj}^{\max} \\ |a_{Tk}| \leqslant a_{Tk}^{\max} \\ |\dot{a}_{Tk}| \leqslant \dot{a}_{Tk}^{\max} \end{cases} \tag{5}$$

式中，由于导引头无法测得目标机动，所以 $a_{Tj}^{\max}$、$\dot{a}_{Tj}^{\max}$、$a_{Tk}^{\max}$、$\dot{a}_{Tk}^{\max}$ 为未知上界。

假设 3 系统(4)中的不确定性 Δ_1、Δ_2 是有界的，即存在常数 $A \geqslant 0$，使得 $|\Delta_1| \leqslant A$、$|\Delta_2| \leqslant A$。

1.2 有限时间收敛控制理论

为证明系统的有限时间收敛特性，下面引入两个重要的引理。

引理 1 针对自治系统 $\dot{x} = f(x)$，$f(0) = 0$。假设存在连续可微函数 $V: D \to \mathbb{R}^n$，满足如下条件[16]：

1)为正定函数；

2)存在正实数 $c_1 > 0$，$c_2 > 0$ 和 $\alpha \in (0,1)$ 以及一个包含原点的领域 $D_0 \subset D$，使得下列条件成立：

$$\dot{V}(x) + c_1 V^{\alpha}(x) + c_2 V(x) \leqslant 0, x \in D_0 \setminus \{0\} \tag{6}$$

那么原点是系统(4)的有限时间稳定的平衡点，即 $V(x)$ 可在有限时间 $T(x)$ 内从 $D_0 \subset \mathbb{R}^n$ 到达 $V(x) \equiv 0$。

$$T(x) \leqslant \frac{1}{c_2(1-\alpha)} \ln \frac{c_2 V^{1-\alpha}(x_0) + c_1}{c_1} \tag{7}$$

式中，$V(x_0)$ 是 $V(x)$ 的初始值。此外，若 $D = \mathbb{R}^n$，$V(x)$ 是径向无界($V(x) \to \infty$，当 $\| x \| \to +\infty$)时，且 $\dot{V}$ 的数值在 $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ 上为负，则原点 $x = 0$ 是系统(4)的全局有限时间稳定的平衡点[26]。

引理 2 对于 $x_l \in R(l = 1,2,\cdots,n)$，其中 $n > 1$；同时 $0 < p \leqslant 1$，则满足下列不等式：

$$(|x_1| + |x_2| + \cdots + |x_n|)^p \leqslant |x_1|^p + |x_2|^p + \cdots + |x_n|^p \tag{8}$$

2 基于扩张观测器的三维有限时间收敛导引律设计

2.1 基于扩张观测器的有限时间收敛控制器设计

由于外界干扰的存在，如果直接针对系统(4)设计相应的有限时间收敛导引律，将很难获得理想的制导精度[17-18]。因此，先设计扩张观测器估计目标机动和视线角速率，然后将估计值应用到导引律的设计中。在设计导引律之前，先介绍基于扩张观测器的有限时间收敛控制器设计原理。控制系统结构如图 2 所示，其中，x_{ref} 为系统期望的参考输入值；x 为系统的输出值；d 为实际外部干扰值；$\hat{d}$ 为扩张观测器得到的干扰估计值；u 为反演控制器输出；u_d 为经扩张观测器估算得到的补偿控制律的值；图中的改进跟踪微分器分别用于扩张观测器与反演控制的设计中。

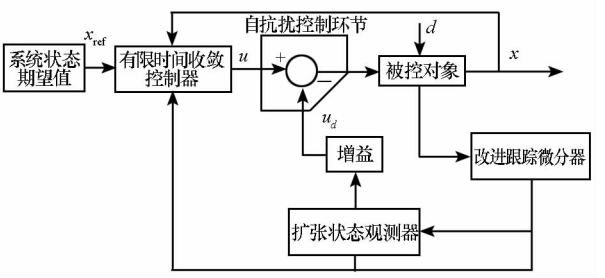


图 2 基于扩张观测器的有限时间收敛控制器结构图

Fig. 2 Structure of the finite-time convergence controller based on extended state observer

下面介绍控制器的设计原理，一般情况下，非线性系统为：

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d \tag{9}$$

式中，x 为系统状态量；$f(x)$、$g(x)$ 均为系统已知的非线性函数。

利用扩张观测器得到外部扰动的估计值 $\hat{d}$，将其代入到控制环路中，从而得到经补偿后的系统为：

$$\dot{x} = f + g(u - u_d) + d \tag{10}$$

$$u_d = \hat{d}/g \tag{11}$$

定义外部扰动估计误差为 $\tilde{d} = d - \hat{d}$，则由式(10)和式(11)得：

$$\dot{x} = f + gu + \tilde{d} \tag{12}$$

若能保证扩张观测器的估计精度，则整个系统的总干扰将会减小，系统的控制精度和鲁棒性将会提高。

2.2 跟踪微分器改进

非线性跟踪微分器(Tracking Differentiator, TD)是韩京清研究员 1994 首次提出[19]，它是自抗扰控制器的重要组成部分，可以从不连续或含有噪声的测量信号中提取连续滤波信号和微分信号，而在扩张状态观测器及反演控制器设计中，能够获得良好的滤波信号和微分信号至关重要。为了进一步提高跟踪微分器的跟踪精度，下面对其

进行改进。

针对如下形式的微分方程:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=f(x,y)\\ y(x_0)=y_0\end{cases}\tag{13}$$

若式(13)有精确解,即 $y=y(x)$;如果 $y(x)$ 在$[a,b]$上存在 $p+1$ 阶连续导数,则根据泰勒公式可展开为如下形式:

$$y(x_{k+1})=y(x_k)+hy'(x_k)+\cdots+\frac{h^p}{p!}y^{(p)}(x_k)+\frac{h^{p+1}}{(p+1)!}y^{(p+1)}(\xi)+o(h^{p+1})\tag{14}$$

式中,$x_k<\xi<x_{k+1}$,h 为仿真步长。

利用近似值 $y_k^{(j)}$ $(j=0,1,2,\cdots,p)$ 代替真值 $y^{(j)}(x_k)$,且略去泰勒展开式的截断误差项,有:

$$y_{k+1}=y_k+hy'_k+h^2y''_k/2!\tag{15}$$

为获得更好的跟踪信号,将二阶微分值引入到跟踪微分器的设计中,得到改进跟踪微分器(Modified Tracking Differentiator, MTD)表达式为:

$$\begin{cases}\dot v_1=v_2\\ \dot v_2=-\gamma\mathrm{sgn}(v_1-v^*+v_2\cdot|v_2|/2\gamma)\\ \hat v=v_1+h\dot v_1+h^2\dot v_2/2!\end{cases}\tag{16}$$

式中,v^* 为带有噪声的输入信号,v_1 为去除噪声后的跟踪信号,v_2 为去除噪声后的微分信号,$\hat v$ 为经改进的 v^* 的跟踪值,γ 为跟踪微分器的调节参数,其值越大,则信号跟踪速度越快,由文献[19]可知 MTD 收敛性质,对于任意常数 $T>0$,存在 $\lim\limits_{\gamma\to\infty}\int_0^T|v_1(t)-v^*(t)|\mathrm{d}t=0$,即 $v_1(t)$ 收敛于 $v^*(t)$,$v_2(t)$ 收敛于 $v^*(t)$ 的导数,由于 $\hat v(t)$ 更接近于真值 $v^*(t)$,故 $\hat v(t)$ 也收敛于 $v^*(t)$。

2.3　基于改进跟踪微分器的扩张观测器设计

为准确观测系统(4)中的外部扰动,文章引入扩张观测器对其进行估计。然而,导引头获得的视线角速率无法避免会受到量测噪声的影响,而跟踪微分器可以抑制原信号中的噪声[19],因此在设计扩张观测器时引入 MTD。

为了便于推导,令 $\bar x_1=V_{\theta_L}$,$\bar x_2=V_{\psi_L}$,$\bar u_1=a_{Mj}$,$\bar u_2=a_{Mk}$,$d_1=a_{Tj}$,$d_2=-a_{Tk}$,则由式(2)可得系统方程为:

$$\dot{\boldsymbol{\bar x}}=f(\boldsymbol{\bar x})+\boldsymbol{b}\bar{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{d}\tag{17}$$

式中,$\boldsymbol{\bar x}$ 为系统(17)的状态量,$\bar{\boldsymbol{u}}$ 为系统的控制量,$\boldsymbol{d}$ 为系统的外部扰动。而函数 $f(\boldsymbol{\bar x})=\begin{bmatrix}-V_r\bar x_1/r-\bar x_2^2\tan\theta_L/r\\ -V_r\bar x_2/r+\bar x_1\bar x_2\tan\theta_L/r\end{bmatrix}_{2\times1}$,$\boldsymbol{b}=[-1,1]^{\mathrm{T}}$。

由于系统(17)是一个耦合的多输入多输出系统,可以将弹目运动模型分解为两个子模型即:

$$\begin{cases}\dot{\bar x}_i=f_{i1}(\boldsymbol{\bar x})+b_i\bar u_i+d_i\\ y_i=\bar x_i\end{cases}\quad(i=1,2)\tag{18}$$

式中,y_i 为系统的输出状态。d_i 为系统(18)中的未知量,将其扩张为系统的状态,即 $\bar x_{id}=d_i$。为了消除噪声对扩张观测器观测值的影响,在设计中引入 MTD,则扩张后的系统为:

$$\begin{cases}\dot{\bar x}_{i1}=\bar x_{i2}\\ \dot{\bar x}_{i2}=-\gamma\mathrm{sgn}(\bar x_{i1}-\bar x_i^*+\bar x_{i2}\cdot|\bar x_{i2}|/2\gamma)\\ \dot{\bar x}_i=f_{i1}(\boldsymbol{\bar x})+b_i\bar u_i+\bar x_{id}\\ \dot{\bar x}_{id}=\dot d_i\\ y_i=\bar x_i\end{cases}\tag{19}$$

根据 ESO 的设计原理,可以得到系统(19)基于改进跟踪微分器的扩张观测器(ESO based on MTD, MESO)为:

$$\begin{cases}E_i=z_{y_i}-y_i\\ \dot z_{i1}=z_{i2}-\beta_{i1}E_i\\ \dot z_{i2}=-\gamma\mathrm{sgn}(z_{i1}-z_i+z_{i2}|z_{i2}|/2\gamma)-\beta_{i2}fal(E_i,\alpha_i,\delta_i)\\ \dot z_i=z_{id}-\beta_{i3}fal(E_i,\alpha_i,\delta_i)+f_{i1}(\boldsymbol{\bar x})+b_i\bar u_i\\ \dot z_{id}=-\beta_{i4}fal(E_i,\alpha_i,\delta_i)\\ z_{y_i}=z_{i1}+h\dot z_{i1}(t)+h^2\dot z_{i2}/2\end{cases}\tag{20}$$

式中,E_i 为系统(19)状态量的观测误差;z_i 和 z_{id} 为 MESO 对系统(19)状态的观测值,可表示为 $z_i=\hat{\bar x}_i$、$z_{id}=\hat{\bar x}_{id}$;β_{i1}、β_{i2}、β_{i3}、β_{i4} 为观测增益;非线性函数 $fal(e_i,\alpha_i,\delta_i)$ 是 MESO 的核心部分,它决定了 MESO 是连续非光滑的,并对模型不确定性及外界干扰具有较强的适应性,其表达式为:

$$fal(E_i,\alpha_i,\delta_i)=\begin{cases}|E_i|^{\alpha_i}\mathrm{sign}(E_i),&|E_i|>\delta_i\\ E_i/\delta_i^{\,1-\alpha_i},&|E_i|\leqslant\delta_i\end{cases}\tag{21}$$

式中,$\alpha_i=1/2^{n-1}$,$\delta_i=h$,其中 n 为 ESO 的阶数,h 为积分步长[20-21]。由于 MESO 所涉及的参数较多,对其进行稳定性分析难度较大,为保证观测误差趋近于零,可参考文献[21],其中扩张观测器参数大致取值为 $\beta_{i1}=4\omega$、$\beta_{i2}=6\omega^2$、$\beta_{i3}=4\omega^3$、$\beta_{i4}=\omega^4$,具体取值还需要通过后续仿真手段来确定。

在数值仿真中,可以采用离散形式的快速跟踪微分滤波器,其性能优于连续形式的跟踪微分滤波器,这样式(19)中的第二式可改进为如下形式:

$$\dot{\bar x}_{22}=fhan(\bar x_{21}-\bar x_2^*,\bar x_{22},\gamma,h_0)\tag{22}$$

式中，$fhan(\bar{x}_{21}-\bar{x}_2^*,\bar{x}_{22},\gamma,h_0)$ 可表示为：

$$\begin{cases} d=\gamma h_0^2 \\ a_0=h_0\bar{x}_{22} \\ y=(\bar{x}_{21}-\bar{x}_2^*)+a_0 \\ a_1=\sqrt{d(d+8|y|)} \\ a_2=a_0+\mathrm{sgn}(y)(a_1-d)/2 \\ a=(a_0+y)fsg(y,d)+a_2[1-fsg(y,d)] \\ fhan=-\gamma afsg(a,d)/d-\gamma\mathrm{sign}(a)[1-fsg(a,d)] \end{cases} \tag{23}$$

其中，fsg 函数的形式为：

$$fsg(p,q)=[\mathrm{sign}(p+q)-\mathrm{sign}(p-q)]/2$$

同理，式（20）中的第三式可修改为如下形式：

$$\dot{z}_{i2}=fhan(z_{i1}-z_i,z_{i2},\gamma,h_0)-\beta_{02}fal(e,\alpha_1,\delta) \tag{24}$$

2.4　三维有限时间收敛导引律设计

考虑自动驾驶仪动态特性的制导模型（即系统(4)）具有高阶性、耦合性等特点，为了保证弹目视线角速率在有限时间内收敛到零附近的较小邻域内，实现弹目直接碰撞的目的，引入反演控制法设计基于扩张观测器的有限时间导引律（Finite Time Convergence Guidance based on ESO，FTCG + ESO）[22]。

2.4.1　纵向平面导引律设计

为了便于公式推导，在定义 x_2 的跟踪误差时引入 r，则纵向平面导引律的设计过程如下。

定义纵向平面各状态量的跟踪误差为：

$$\begin{cases} e_2=r(x_2-x_{2\mathrm{ref}}) \\ e_3=x_3-x_{3d} \\ e_4=x_4-x_{4d} \end{cases} \tag{25}$$

式中，$x_{2\mathrm{ref}}$ 为参考输入量，x_{3d}、x_{4d} 定义见式(34)。

对跟踪误差进行求导得：

$$\begin{cases} \dot{e}_2=-\dot{r}x_2-x_3-rx_6^2\sin x_1\cos x_1-\dot{r}x_{2\mathrm{ref}}-r\dot{x}_{2\mathrm{ref}}+a_{Tj} \\ \dot{e}_3=x_4-\dot{x}_{3d} \\ \dot{e}_4=-2\zeta\omega_n x_4-\omega_n^2x_3+\omega_n^2u_1-\dot{x}_{4d} \end{cases} \tag{26}$$

采用反演控制法，设计虚拟控制律和实际控制律如下：

$$\begin{cases} \bar{x}_3=k_{21}e_2+k_{22}|e_2|^\rho\mathrm{sgn}(e_2)-\dot{r}x_2-rx_6^2\sin x_1\cos x_1-\dot{r}x_{2\mathrm{ref}}-r\dot{x}_{2\mathrm{ref}}+\hat{a}_{Tj} \\ \bar{x}_4=e_2-k_{31}e_3-k_{32}|e_3|^\rho\mathrm{sgn}(e_3)+\dot{x}_{3d} \\ u_1=[-e_3-k_{41}e_4-k_{42}|e_4|^\rho\mathrm{sgn}(e_4)+2\zeta\omega_n x_4+\omega_n^2x_3+\dot{x}_{4d}]/\omega_n^2 \end{cases} \tag{27}$$

式中，$k_{21},k_{22},k_{31},k_{32},k_{41},k_{42}$ 均大于 0，$0<\rho<1$ 为待设计的参数；$\hat{a}_{Tj}$ 为目标纵向机动的估计值。

2.4.2　侧向平面导引律设计

侧向平面导引律设计思路与纵向平面的基本相似，在定义 x_6 的跟踪误差时，引入 $r\cos x_1$。具体设计过程如下。

定义跟踪误差为：

$$\begin{cases} e_6=r(x_6-x_{6\mathrm{ref}})\cos x_1 \\ e_7=x_7-x_{7d} \\ e_8=x_8-x_{8d} \end{cases} \tag{28}$$

式中，$x_{6\mathrm{ref}}$ 为参考输入量，x_{7d}、x_{8d} 的定义见式(34)。

求跟踪误差的导数为：

$$\begin{cases} \dot{e}_6=-\dot{r}x_6\cos x_1-\dot{r}x_{6\mathrm{ref}}\cos x_1-r\dot{x}_{6\mathrm{ref}}\cos x_1+rx_2x_6\sin x_1+rx_2x_{6\mathrm{ref}}\sin x_1+x_7-a_{Tk} \\ \dot{e}_7=x_8-\dot{x}_{7d} \\ \dot{e}_8=-2\zeta\omega_n x_8-\omega_n^2x_7+\omega_n^2u_2-\dot{x}_{8d} \end{cases} \tag{29}$$

设计虚拟控制量与实际控制量为：

$$\begin{cases} \bar{x}_7=-k_{61}e_6-k_{62}|e_6|^\rho\mathrm{sgn}(e_6)+\dot{r}x_6\cos x_1+\dot{r}x_{6\mathrm{ref}}\cos x_1+r\dot{x}_{6\mathrm{ref}}\cos x_1-rx_2x_6\sin x_1-rx_2x_{6\mathrm{ref}}\sin x_1+\hat{a}_{Tk} \\ \bar{x}_8=-e_6-k_{71}e_7-k_{72}|e_7|^\rho\mathrm{sgn}(e_7)+\dot{x}_{7d} \\ u_2=\dfrac{1}{\omega_n^2}[-e_7-k_{81}e_8-k_{82}|e_8|^\rho\mathrm{sgn}(e_8)+2\zeta\omega_n x_8+\omega_n^2x_7+\dot{x}_{8d}] \end{cases} \tag{30}$$

式中，$k_{61},k_{62},k_{71},k_{72},k_{81},k_{82}$ 均大于 0 为待设计的参数；$\hat{a}_{Tk}$ 为目标侧向机动的估计值。

注 1：所设计纵向和侧向平面导引律并非完全的解析式，而分别是式(25)、式(27)和式(34)的组合以及式(28)、式(29)和式(34)的组合形式。另外，式中 $\hat{a}_{Tj}$ 和 $\hat{a}_{Tk}$ 都由 MESO 估计得到，但为了全文表述统一，所设计的导引律仍简称为 FTCG + ESO。

为消除由开关量所引起的抖振现象，采用饱和函数 $sat(x)$ 代替符号函数 $\mathrm{sgn}(x)$，$sat(x)$ 的表达式如下[23]：

$$sat(x)=\begin{cases} 1 & x>\delta \\ x/\delta & |x|\leqslant\delta \\ -1 & x<-\delta \end{cases}$$

其中，δ 取值为 0.001。

定义边界层误差为：

$$\begin{cases} y_3=x_{3d}-\bar{x}_3 \\ y_4=x_{4d}-\bar{x}_4 \\ y_7=x_{7d}-\bar{x}_7 \\ y_8=x_{8d}-\bar{x}_8 \end{cases} \tag{31}$$

由式(26)与式(31)可得纵向平面跟踪误差导数为:

$$\begin{cases}\dot{e}_2 = -k_{21}e_2 - k_{22}|e_2|^{\rho}\mathrm{sgn}(e_2) - y_3 - e_3\\ \dot{e}_3 = e_2 - k_{31}e_3 - k_{32}|e_3|^{\rho}\mathrm{sgn}(e_3) + y_4 + e_4\\ \dot{e}_4 = -e_3 - k_{41}e_4 - k_{42}|e_4|^{\rho}\mathrm{sgn}(e_4) + (\hat{a}_{Tj} - a_{Tj})/\tau_3\tau_4\end{cases} \tag{32}$$

由式(29)与式(31)可得侧向平面跟踪误差导数为:

$$\begin{cases}\dot{e}_6 = -k_{61}e_6 - k_{62}|e_6|^{\rho}\mathrm{sgn}(e_6) + y_7 + e_7\\ \dot{e}_7 = -e_6 - k_{71}e_7 - k_{72}|e_7|^{\rho}\mathrm{sgn}(e_7) + y_8 + e_8\\ \dot{e}_8 = -e_7 - k_{81}e_8 - k_{82}|e_8|^{\rho}\mathrm{sgn}(e_8) + (\hat{a}_{Tk} - a_{Tk})/\tau_7\tau_8\end{cases} \tag{33}$$

由于虚拟控制量 $\bar{x}_k$ 求导复杂,借鉴动态面控制思想,通过引入改进跟踪微分器估计出虚拟控制量的导数,可有效解决反演控制中的"微分膨胀"问题。

$$\begin{cases}\dot{v}_1 = v_2\\ \dot{v}_2 = fhan(v_1 - \bar{x}_k, v_2, \gamma, h_0)\\ x_{kd} = v_1 + h\dot{v}_1 + h^2\dot{v}_2/2!\\ \dot{x}_{kd} = v_2\end{cases} \tag{34}$$

式中,x_{kd}为虚拟控制量 $\bar{x}_k$ 的估计值($k = 3, 4, 7, 8$)。

3　有限时间收敛特性证明

选取 Lyapunov 函数为跟踪误差的二次型函数

$$V = (e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + e_6^2 + e_7^2 + e_8^2)/2 \tag{35}$$

对式(35)求导后,结合式(32)和式(33)可得:

$$\begin{aligned}\dot{V} = {} & -k_{21}e_2^2 - k_{31}e_3^2 - k_{41}e_4^2 - k_{61}e_6^2 - k_{71}e_7^2 - k_{81}e_8^2 -\\ & k_{22}|e_2|^{\rho+1} - k_{32}|e_3|^{\rho+1} - k_{42}|e_4|^{\rho+1} -\\ & k_{62}|e_6|^{\rho+1} - k_{72}|e_7|^{\rho+1} - k_{82}|e_8|^{\rho+1} +\\ & e_2(-e_3 - y_3) + e_3(e_2 + e_4 + y_4) + e_4\left(\frac{\hat{a}_{Tj} - a_{Tj}}{\tau_3\tau_4} - e_3\right) +\\ & e_6(e_7 + y_7) + e_7(-e_6 + e_8 + y_8) + e_8\left(\frac{\hat{a}_{Tk} - a_{Tk}}{\tau_7\tau_8} - e_7\right)\end{aligned} \tag{36}$$

对式(36)化简可得:

$$\begin{aligned}\dot{V} = {} & -k_{21}e_2^2 - k_{31}e_3^2 - k_{41}e_4^2 - k_{61}e_6^2 - k_{71}e_7^2 - k_{81}e_8^2 -\\ & k_{22}|e_2|^{\rho+1} - k_{32}|e_3|^{\rho+1} - k_{42}|e_4|^{\rho+1} -\\ & k_{62}|e_6|^{\rho+1} - k_{72}|e_7|^{\rho+1} - k_{82}|e_8|^{\rho+1} - e_2y_3 +\\ & e_3y_4 + e_4\frac{\hat{a}_{Tj} - a_{Tj}}{\tau_3\tau_4} + e_6y_7 + e_7y_8 + e_8\frac{\hat{a}_{Tk} - a_{Tk}}{\tau_7\tau_8}\end{aligned} \tag{37}$$

引入新参数 $(\hat{a}_{Tj} - a_{Tj})/\tau_3\tau_4 = M_1$;$(\hat{a}_{Tk} - a_{Tk})/\tau_7\tau_8 = M_2$。将 M_1、M_2 代入到式(37)可得:

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant {} & -k_{21}e_2^2 - k_{31}e_3^2 - k_{41}e_4^2 - k_{61}e_6^2 - k_{71}e_7^2 - k_{81}e_8^2 -\\ & k_{22}|e_2|^{\rho+1} - k_{32}|e_3|^{\rho+1} - k_{42}|e_4|^{\rho+1} -\\ & k_{62}|e_6|^{\rho+1} - k_{72}|e_7|^{\rho+1} - k_{82}|e_8|^{\rho+1} + |y_3e_2| +\\ & |y_4e_3| + |M_1e_4| + |y_7e_6| + |y_8e_7| + |M_2e_8|\end{aligned} \tag{38}$$

通过上述分析,可保证 MTD 观测值和 MESO 估计值都收敛,可通过选择合适的 k_{21}、k_{31}、k_{41}、k_{61}、k_{71}和 k_{81}[9],使得控制器中的跟踪误差满足:

$$\begin{cases}|e_2| > |y_3|/k_{21}\\ |e_3| > |y_4|/k_{31}\\ |e_4| > |M_1|/k_{41}\\ |e_6| > |y_7|/k_{61}\\ |e_7| > |y_8|/k_{71}\\ |e_8| > |M_2|/k_{81}\end{cases} \tag{39}$$

引入新参数使得:

$$\begin{cases}k_{21} - |y_3|/|e_2| = \bar{k}_{21}\\ k_{31} - |y_4|/|e_3| = \bar{k}_{31}\\ k_{41} - |M_1|/|e_4| = \bar{k}_{41}\\ k_{61} - |y_7|/|e_6| = \bar{k}_{61}\\ k_{71} - |y_8|/|e_7| = \bar{k}_{71}\\ k_{81} - |M_1|/|e_8| = \bar{k}_{81}\end{cases} \tag{40}$$

式中,若能够保证式(39)成立,则参数 $\bar{k}_{21}$、$\bar{k}_{31}$、$\bar{k}_{41}$、$\bar{k}_{61}$、$\bar{k}_{71}$和 $\bar{k}_{81}$与边界层误差、估计误差以及跟踪误差相关,且为时变的参数,均大于零。

由式(38)和式(40)可得:

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant {} & -\sum_{i=2}^{4}\bar{k}_{i1}e_i^2 - \sum_{i=6}^{8}\bar{k}_{i1}e_i^2 - \sum_{i=2}^{4}\bar{k}_{i2}|e_i|^{\rho+1} -\\ & \sum_{i=6}^{8}\bar{k}_{i2}|e_i|^{\rho+1}\end{aligned} \tag{41}$$

引入正数 a 和 b,使得:

$$a < \min(\bar{k}_{21}, \bar{k}_{31}, \bar{k}_{41}, \bar{k}_{61}, \bar{k}_{71}, \bar{k}_{81}) \tag{42}$$

$$b < \min(\bar{k}_{22}, \bar{k}_{32}, \bar{k}_{42}, \bar{k}_{62}, \bar{k}_{72}, \bar{k}_{82}) \tag{43}$$

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant {} & -2a\left[\left(\sum_{i=2}^{4}e_i^2 + \sum_{i=6}^{8}e_i^2\right)/2\right] -\\ & b\left(\sum_{i=2}^{4}|e_i|^{\rho+1} + \sum_{i=6}^{8}|e_i|^{\rho+1}\right)\end{aligned} \tag{44}$$

根据引理 2 可得:

$$\dot{V} \leqslant -2aV - 2^{(\rho+1)/2}bV^{(\rho+1)/2} \tag{45}$$

由式(45)可知,所设计的导引律使得系统满足引理 1 的要求,这样就能保证视线倾角速率和偏角速率的跟踪误差能在有限时间内分别收敛到区间 $\Omega_1 = \{e_2 \mid |e_2| > |y_3|/k_{21}\}$ 和 $\Omega_2 = \{e_6 \mid |e_6| > |y_7|/k_{61}\}$ 内。

注 2:虽然在 Ω_1 和 Ω_2 的表达式中,k_{21} 和 k_{61} 的取值越大,系统的跟踪误差就会越小,但是 k_{21} 和 k_{61} 取值过大就会导致系统不稳定[24],下面也将通过仿真对 k_{21} 和 k_{61} 的取值进行寻优。

4 仿真验证

为了证明所设计的导引律的优越性,下面进行三自由度的仿真实验。在相同的条件下,将 FTCG + ESO 导引律与比例导引律(Proportional Navigation Guidance law, PNG)、增广比例导引律(Augmented Proportional Navigation Guidance law, APNG)和 FTCG[3]导引律进行对比。为了更符合真实的战场环境,假设导弹的最大可用过载为 $15g$,导引盲区为 300 m,视线角速率测量环节加入均值为 0,方差为 2×10^{-4} rad/s 的高斯白噪声[25]。表 1 给出了弹目初始状态信息;表 2 给出了系统与控制器参数。为验证 MTD 与 MESO 的性能,将 MTD 与低通滤波器(Low-Pass Filter, LPF)进行比较,LPF 的表达式为 $1/(Ts+1)$,其中 T 为时间常数。将 MESO 与 ESO 进行比较,表 3 给出了 LPF、MTD 与 MESO 的仿真参数。根据仿真目的的不同,设置不同的仿真情景。其中,目标分别可作 $a_{Tj}=5g$, $a_{Tk}=5g$ 的圆弧机动;$a_{Tj}=5g$, $a_{Tk}=5g$, $t=3$ 的方波机动;$a_{Tj}=3g\sin(5t)$, $a_{Tk}=3g\sin(5t)$, $T=2\pi/5$ 的正弦机动,仿真步长为 1 ms。为节约篇幅,仅以纵向平面为例进行仿真。

表 1 弹目视线初始状态值

Tab. 1 Parameters of line-of-sight initial states

符 号	状态值
$[\theta_L,\psi_L]$/rad	[0.349, 0.174 5]
$[\dot{\theta}_L,\dot{\psi}_L]/(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	[0.005, -0.003 1]
r/km	20
$\dot{r}/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	-4000

表 2 系统与控制器参数

Tab. 2 Parameters of the plant

符号	参数值
ζ	0.8
ω_n	10
Δ_1,Δ_2	0,0

表 3 LPF、MTD 和 MESO 的参数

Tab. 3 Parameters of LPF, MTD and MESO

	符号	参数值
LPF	T	0.2
MTD	γ,h_0	1000, 0.01
MESO	$\beta_{i1},\beta_{i2},\beta_{i3},\beta_{i4}$	20, 350, 750, 1500

4.1 控制器参数对制导性能影响分析

由于文中所涉及的控制器参数较多,故在分析参数 k_{j1}(其中 $j=2,3,4,6,7,8$)对制导性能影响时,假设参数 k_{j1} 取值一致,令 $k_{j1}=k_1$;在分析参数 k_{j2} 对制导性能影响时,假设参数 k_{j2} 取值一致,令 $k_{j2}=k_2$。

情形 1:为了分析参数 k_1 对制导性能的影响,令 $\rho=0.3$, k_{j2} 取值为 2, k_1 分别取 1、5、10、20,则仿真结果如图 3 和图 4 所示。

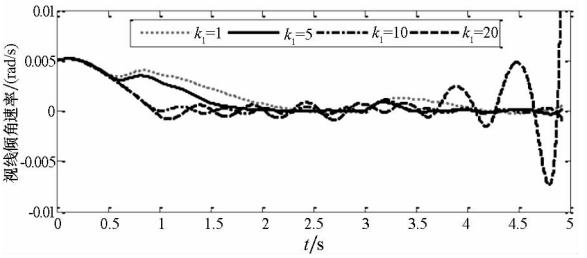


图 3 k_1 值对视线角速率收敛速度的影响

Fig. 3 Effect of k_1 on convergence rate of the LOS angular rate

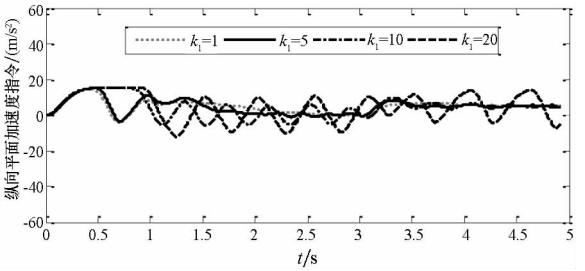


图 4 k_1 值对拦截弹加速度指令的影响

Fig. 4 Effect of k_1 on interceptor's acceleration command

由图 3 和图 4 可知,随着 k_1 的不断变大,视线角速率的收敛速度会变快,需用过载也会更快地跟踪目标机动值,这样可以保证视线角速率能够比较平稳光滑地收敛到零附近的较小邻域内;但当 k_1 大于 5 时,视线角速率曲线会出现一定的波动,需用过载也会变大;当 k_1 特别大时,视线角速率将会发散,从而导致脱靶。

情形 2:为了分析参数 k_2 对制导性能的影响,选取 $\rho=0.3$; $k_{21}=k_{61}=3$、$k_{31}=k_{71}=10$、$k_{41}=k_{81}=50$; k_2 分别取值为 1、5、7、9,则仿真结果如图 5 和图 6 所示。

由图 5 和图 6 可知,随着 k_2 的不断变大,视线角速率将会以更快的速度收敛到零附近的较小邻域内,需用过载也会更快地跟踪目标机动;但所需用的过载也会逐渐变大、消耗的能量将会变多,这主要是因为随着 k_2 的变大将会导致视线角速率曲线出现较小的波动。故必须综合考虑视线角

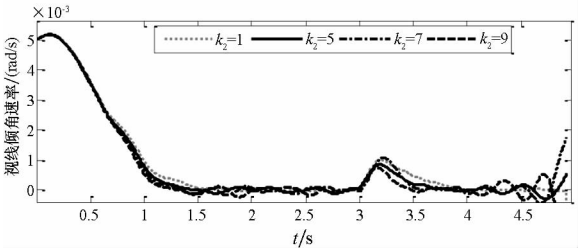


图 5　k_2 值对视线角速率收敛速度的影响

Fig. 5　Effect of k_2 on convergence rate of the LOS angular rate

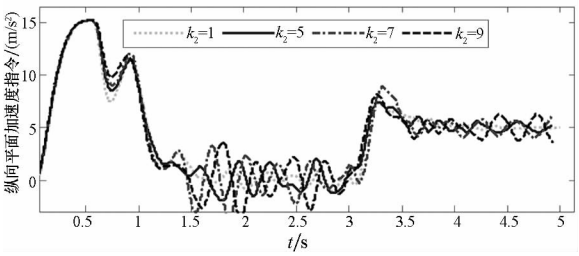


图 6　k_2 值对拦截弹加速度指令的影响

Fig. 6　Effect of k_2 on interceptor′s acceleration command

速率收敛速度和所消耗的能量来选择 k_2 的大小。

情形 3:为了分析参数 ρ 对制导性能的影响,选取 $k_{21}=k_{61}=3$、$k_{31}=k_{71}=10$、$k_{41}=k_{81}=50$;选取 k_2 为 2;ρ 分别取值为 0.1、0.5、0.7、0.9,仿真结果如图 7 和图 8 所示。

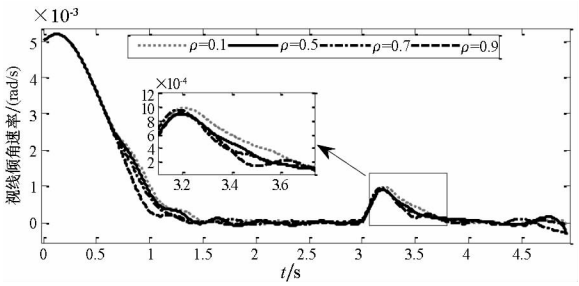


图 7　ρ 值对视线角速率收敛速度的影响

Fig. 7　Effect of ρ on convergence rate of the LOS angular rate

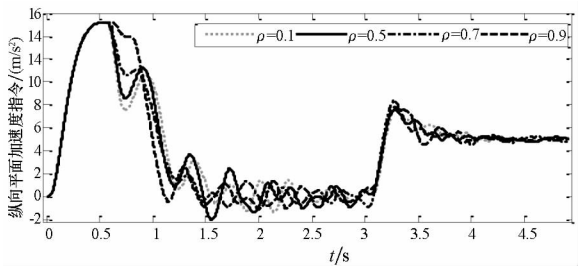


图 8　ρ 值对拦截弹纵向平面加速度指令的影响

Fig. 8　Effect of ρ on interceptor′s acceleration command in elevation loop

由图 7 和图 8 可知,随着 ρ 的不断变大,视线角速率将会以更快的速度收敛到零附近的较小邻域内,需用过载也会更快地跟踪目标机动值。上面通过仿真分析了控制器参数对导引律性能的影响,根据仿真所得的规律可以获得较优制导性能下的控制器参数,为下一步仿真验证做了铺垫。

4.2　验证 FTCG + ESO 的性能

情景 1:为了验证 FTCG + ESO、MTD 与 MESO 的性能,假设目标作方波机动,令控制其参数 $\rho=0.3$;$k_{21}=k_{61}=3$、$k_{31}=k_{71}=10$、$k_{41}=k_{81}=50$;k_{j2} 均取值为 2,仿真结果如图 9 ~ 11 所示。

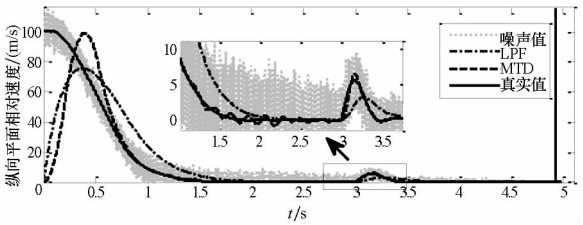


图 9　纵向平面相对速度曲线

Fig. 9　Relative velocity in elevation loop

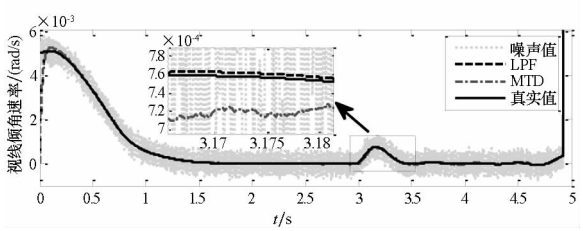


图 10　视线倾角速率曲线

Fig. 10　LOS angular rate in elevation loop

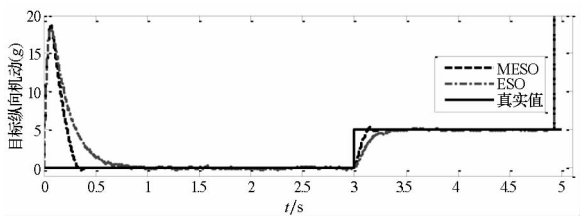


图 11　目标纵向机动曲线

Fig. 11　Target maneuver in elevation loop

由图 9 可知,在噪声干扰下,MTD 与 LPF 都选择合理的参数,所设计的 MTD 能够非常有效地抑制噪声;与 LPF 相比,MTD 不仅可以更高精度地跟踪原信号,而且其响应速度也更快。由图 10 和图 11 可知,MESO 能够获得更加精确的目标状态估计值。

情景 2:为了合理地验证所设计导引律的拦截效果,将 FTCG + ESO 导引律与 PNG、APNG 和 FTCG 导引律进行对比,其中仿真结果如图 12 ~ 14 所示。为了克服量测噪声等随机因素的影响,进行 100 次蒙特卡洛仿真,仿真结果如表 4 所示。

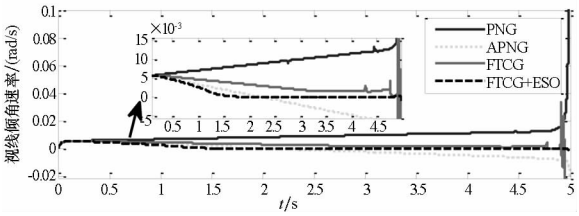


图 12 目标圆弧机动下视线角速率收敛速度对比

Fig. 12 Comparison of the LOS angular rate in target's circular maneuver

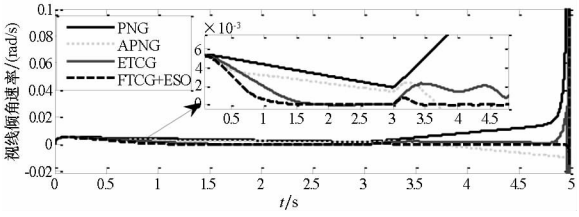


图 13 目标方波机动下视线倾角速率收敛速度对比

Fig. 13 Comparison of the LOS angular rate in target's square maneuver

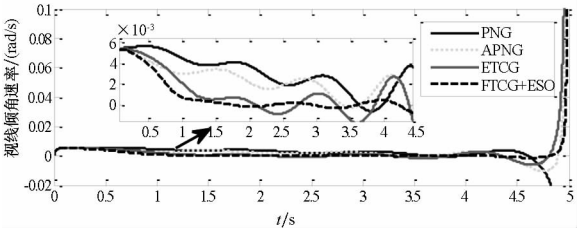


图 14 目标正弦机动下视线倾角速率收敛速度对比

Fig. 14 Comparison of the LOS angular rate in target's sine maneuver

表 4 蒙特卡洛仿真分析

Tab. 4 Monte Carlo simulation analysis

导引律	目标机动方式	平均脱靶量/m
PNG	圆弧	5.102
	方波	6.237
	正弦	5.003
FTCG	圆弧	0.817
	方波	0.912
	正弦	1.268
FTCG + ESO	圆弧	0.080
	方波	0.125
	正弦	0.113

由图 12 ~ 14 可知,无论目标作圆弧机动、方波机动还是正弦机动,所设计的 FTCG + ESO 的视线角速率都能够在有限时间内收敛到零附近的邻域内,与 PNG、APNG 以及 FTCG 相比较,FTCG + ESO 视线角速率收敛速度最快,在拦截高速机动目标时更有优势。由表 4 可知,与 PNG 和 FTCG 相比较,所设计的导引律不仅具有更高制导精度,而且对噪声干扰具有较强的鲁棒性。

5 结论

应用有限时间收敛理论与反演控制技术设计了基于扩张观测器的三维有限时间收敛导引律,该导引律能够保证视线角速率在有限时间内收敛到零附近较小的邻域内。

1)应用反演控制方法解决了考虑自动驾驶仪二阶动态特性的有限时间导引律设计问题,严格的理论证明与大量仿真验证说明了采用该导引律能够获得非常理想的拦截效果;

2)将改进的跟踪微分器应用到扩张观测器设计中,不仅提高了其估计精度,而且加强了它对量测噪声的抑制能力;将改进的跟踪微分器应用于反演控制的设计中,既解决了对反演控制中的"微分膨胀"问题,也保证了对虚拟控制量求导的精度。

参考文献(References)

[1] 丁世宏, 李世华. 有限时间控制问题综述[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 161 - 169.
DING Shihong, LI Shihua. A survey for finite-time control problems[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 161 - 169. (in Chinese)

[2] 王钊, 李世华, 费树岷. 基于有限时间控制的高超声速飞行器控制律设计[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2011, 41(5): 1024 - 1029.
WANG Zhao, LI Shihua, FEI Shumin. Control law design of hypersonic vehicle based on finite-time control[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2011, 41(5): 1024 - 1029. (in Chinese)

[3] Zhou D, Sun S, Teo K L, et al. Guidance laws with finite time convergence[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(6): 1838 - 1846.

[4] Sun S, Zhou D, Hou W T. A guidance law with finite time convergence accounting for autopilot lag[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 25(1): 132 - 137.

[5] 周荻, 曲萍萍. 考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性的有限时间收敛导引律[J]. 航空兵器, 2013(3): 9 - 12, 24.
ZHOU Di, QU Pingping. Finite time convergence guidance law accounting for second-order dynamics of missile autopilots[J]. Aero Weaponry, 2013(3): 9 - 12, 24. (in Chinese)

[6] Qu P P, Shao C T, Zhou D. Finite time convergence guidance law accounting for missile autopilot[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2015, 137(5): 051014.

[7] 曲萍萍, 周荻. 考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性的三维导引律[J]. 航空学报, 2011, 32(11): 2096 - 2105.
QU Pingping, ZHOU Di. Three-dimensional guidance law accounting for second-order dynamics of missile autopilot[J] Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(11):

2096 – 2105. (in Chinese)

[8] He S M, Lin D F. Continuous composite finite-time convergent guidance laws with autopilot dynamics compensation[J]. ISA Transactions, 2015, 58: 270 – 278.

[9] He S M, Lin D F, Wang J. Robust terminal angle constraint guidance law with autopilot lag for intercepting maneuvering targets [J]. Nonlinear Dynamic, 2015, 81 (1/2): 881 – 892.

[10] Lu K F, Xia Y Q. Finite-time intercept-angle guidance[J]. International Journal of Control, 2015, 88(2): 264 – 275.

[11] Li G L, Yan H, Ji H B. A guidance law with finite time convergence considering autopilot dynamics and uncertainties[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2014, 12(5): 1011 – 1017.

[12] Golestani M, Mohammadzaman I, Vali A R. Finite-time convergent guidance law based on integral backstepping control[J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 39: 370 – 376.

[13] 曲萍萍, 周荻. 考虑导弹自动驾驶仪二阶动态特性的导引律[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(10): 2263 – 2267.
QU Pingping, ZHOU Di. Guidance law incorporating second-order dynamics of missile autopilots[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(10): 2263 – 2267. (in Chinese)

[14] Shkolnikov Y B, Shkolnikov L A, Levant A. Guidance and control of missile interceptor using second-order sliding modes [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45 (1): 110 – 124.

[15] 张尧, 郭杰, 唐胜景. 基于扩张状态观测器的导弹滑模制导律[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(2): 342 – 350.
ZHANG Yao, GUO Jie, TANG Shengjing. Missile sliding mode guidance law based on extended state observer[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(2): 342 – 350. (in Chinese)

[16] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957 – 1964.

[17] 乔继红, 戴亚平, 刘金琨. 基于非线性干扰观测器的直升机滑模反演控制[J]. 北京理工大学学报, 2009, 29(3): 224 – 228.
QIAO Jihong, DAI Yaping, LIU Jinkun. Sliding backstepping control for helicopters with nonlinear disturbance observer[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2009, 29(3): 224 – 228. (in Chinese)

[18] 李芸, 白响恩, 肖英杰. 基于新型扩张干扰观测器的船舶航向滑模控制[J]. 上海交通大学学报, 2014, 48(12): 1708 – 1713, 1720.
LI Yun, BAI Xiangen, XIAO Yingjie. Ship course sliding mode control system based on a novel extended state disturbance observer [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2014, 48 (12): 1708 – 1713, 1720. (in Chinese)

[19] 胡云安, 晋玉强, 李海燕. 非线性系统鲁棒自适应反演控制[M]. 北京:电子工业出版社, 2010.
HU Yunan, JIN Yuqiang, LI Haiyan. Robustness of adaptive backstepping control for nonlinear systems [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010. (in Chinese)

[20] 王宇航, 姚郁, 马克茂. 二阶扩张状态观测器的误差估计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2010, 40(1): 143 – 147.
WANG Yuhang, YAO Yu, MA Kemao. Error estimation of second order extended state observer [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2010, 40(1): 143 – 147. (in Chinese)

[21] 韩京清. 自抗扰控制技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2008.
HAN Jingqing. Active disturbance rejection control technique [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2008. (in Chinese)

[22] 乔继红. 反演控制方法与实现[M]. 北京:机械工业出版社, 2011.
Qiao Jihong. Backstepping control method and implementation[M]. Beijing: China Machine Press, 2011. (in Chinese)

[23] 张旭, 雷虎民, 李炯, 等. 变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(2): 149 – 155.
ZHANG Xu, LEI Humin, LI Jiong, et al. Variable universe fuzzy adaptive sliding mode guidance law with finite time convergence [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(2): 149 – 155. (in Chinese)

[24] 雷虎民. 导弹制导与控制原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
LEI Humin. Theory of guidance and control for missile[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. (in Chinese)

[25] Du R L, Meng K Z, Zhou D, et al. Design of three-dimensional nonlinear guidance law with bounded acceleration command[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 46: 168 – 175.

[26] 熊少锋, 王卫红, 王森. 带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模制导律[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(3): 269 – 278.
XIONG Shaofeng, WANG Weihong, WANG Sen. Nonsingular fast terminal sliding-mode guidance with intercept angle constraint[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(3): 269 – 278. (in Chinese)