doi:10.11887/j.cn.201706017　　http://journal.nudt.edu.cn

线性扩张状态观测器的改进及观测精度分析*

孙佃升[1,2],章跃进[1]

(1. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200072; 2. 滨州学院 电气工程学院, 山东 滨州 256600)

摘　要:为提高线性扩张状态观测器的观测精度,加快其收敛速度,从偏差控制的基本原理出发,提出了一种应用于自抗扰控制系统的改进型线性扩张状态观测器。该改进型线性扩张状态观测器将各状态变量与其观测值之间的偏差作为各状态变量的调节依据。给出了改进后的二阶和三阶线性扩张状态观测器的观测误差系统的稳定性证明,并进行观测精度分析。仿真结果表明,该改进型的二阶和三阶线性扩张状态观测器比传统的同阶次扩张状态观测器的收敛速度更快、观测精度更高。

关键词:扩张状态观测器;Lyapnov 函数;观测精度;自抗扰控制

中图分类号:TM46　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1001-2486(2017)06-111-07

Improvement and observation accuracy analysis of linear extended state observer

SUN Diansheng[1,2], *ZHANG Yuejin*[1]

(1. School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China;
2. Department of Electrical Engineering, Binzhou University, Binzhou 256600, China)

Abstract: In order to accelerate convergence rate and promote observation precision of linear ESO (extended state observer), an improved linear ESO used in active disturbance rejection control system was proposed. The improved linear ESO followed error controlling principle and used the errors between the state variables and their observed values as the regulation basis. It is proved that the observation error of this improved second-order and third-order linear ESO is stable, and its steady state error is greatly reduced when compared with the traditional linear ESO. Simulation results show that the second-order and third-order improved linear ESO is faster and more accurate than the traditional same order linear and nonlinear ESO.

Key words: extended state observer; Lyapunov function; observation precision; active disturbance rejection control

自抗扰控制(Active Disturbance Rejection Control,ADRC)是一种改进型的控制系统,因其能对含有非线性、时变以及未知函数等因素的复杂、不确定系统进行有效的控制而得到了广泛应用[1-5]。扩张状态观测器(Extended State Observer,ESO)是自抗扰控制系统的核心部分,它可以观测系统的状态变量和未知扰动。ESO 的观测精度直接影响系统能否有效地对扰动进行补偿。另外,工程上往往需要通过观测器观测控制系统中难以直接测量的变量,利用观测到的有关变量计算得到其他变量的估计值,这对 ESO 的观测精度提出了更高的要求。此外,实际使用中发现 ADRC 的抗扰性能随着扰动和输入频率的提升而迅速下滑[6],这也跟传统 ESO 的性能不够高有关。因此,有必要在传统 ESO 基础上,研究具有更高观测精度和更快收敛速度的改进型 ESO。

自 ADRC 被提出以来,研究者就不断尝试采用各种方法对 ESO 进行改进。这其中,采用线性函数的 ESO 的线性 ESO(Linear ESO,LESO)结构最为简单,但收敛速度慢,观测精度低。虽然如此,LESO 因其算法简单,能大大减轻控制单元数据处理的繁重程度而仍获得很多应用。文献[7]给出了非线性 ESO(Nonlinear ESO,NLESO)的设计方法,但其中参数设定均来自于经验。文献[8]通过将非线性 ESO 变换为线性 ESO,确定了使系统稳定的各参数选择范围。文献[9]提出了采用反正切函数的 NLESO 改造方案。文献[10]采用带宽分析的方法对 ESO 进行分析,提出了一种参数设置方法。文献[11]证明了采用双曲正切函数的 NLESO 的误差系统的收敛性,并

* **收稿日期**:2017-03-01
基金项目:国家自然科学基金资助项目(5117097);山东省自然科学基金资助项目(ZR2014EL021)
作者简介:孙佃升(1980—),男,山东昌邑人,博士研究生,E-mail:sds10001@163.com;
章跃进(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:zhangyj@mail.shu.edu.cn

设计了时变参数 ESO 来抑制初期的微分峰值现象。文献[12 - 16]对 ESO 的性能进行了分析,得出了 ESO 性能随着频率的上升而下降等结论。以上文献从选择更适合的非线性函数以及如何合理设置参数等方面研究如何改进 ESO 的性能,未对传统 ESO 在结构上进行改进。

本文从 ESO 的"以偏差作为控制依据来减小误差"(以下简称偏差控制原理)的基本原理入手,研究如何通过对传统 ESO 的结构的变更来提高 ESO 的收敛速度和观测精度,提出了改进型的 LESO。分析了该改进的二阶和三阶 LESO 的稳定性和观测误差范围,并与传统的 ESO 做了对比分析和仿真研究。

1 从偏差控制原理分析传统 ESO

偏差控制原理是控制论的基本原理[17 - 18],其本质是用目标值与实际值之间的偏差作为对控制对象进行控制的依据,来减小二者的偏差。比例积分微分(Proportion Integration Differentiation, PID)和 ADRC 均采用了该原理。而 ADRC 比 PID 更有优势的原因之一正是其 ESO 能够实时地观测系统内部和外部的扰动并根据扰动补偿控制量。

传统 ESO 的工作原理也是偏差控制理论的应用。不同的是,PID 是通过控制对象输出的给定值与实际值偏差的控制作用来使控制对象输出的实际值跟随给定值;而 ESO 是通过对系统状态变量的观测值与实际值之间的偏差来控制观测值的变化,使之跟随实际值。下面以三阶线性传统 ESO 为例进行分析。

对于非线性系统

$$\ddot{x}_1 = f(x_1, \dot{x}_1, v(t)) + bu(t) \tag{1}$$

其中,$f(x_1, \dot{x}_1, v(t))$为非线性函数;$x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1$ 为状态变量,$x_1 = y(t)$为系统可量测输出。$v(t)$为未知函数,$u(t)$为控制量,b 为已知参数。令 $x_2 = \dot{x}_1, x_3 = \dot{x}_2 - bu$。$x_3$ 为扩张状态变量,令 $\dot{x}_3 = \omega(t)$ 为扰动。状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu(t) \\ \dot{x}_3 = \omega(t) \\ y(t) = x_1 \end{cases} \tag{2}$$

对应的传统三阶 LESO 模型为:

$$\begin{cases} e(t) = z_1(t) - x_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e(t) \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - a_2 \cdot e(t) + bu(t) \\ \dot{z}_3(t) = -a_3 \cdot e(t) \end{cases} \tag{3}$$

式中,取值为正实数的参数 a_1、a_2、a_3 的值均大于 1。观测器运行中,z_1 跟随 x_1,z_2 跟随 x_2,z_3 跟随 x_3。即 z_1 为 x_1 的估计值,z_2 为 x_2 的估计值,z_3 为 x_3 的估计值,$\dot{x}_3$ 为 $\omega(t)$的估计值。

以上均通过误差 $e(t)$来调节 z_1、z_2、z_3 的导数,控制 z_1、z_2、z_3 的变化,使它们分别跟踪其要估计的值。对 ESO 而言,显然使 z_1 快速逼近 x_1 是第一位的,其次才是使 z_2 逼近 x_2,最后才是使 z_3 逼近 x_3。这个次序一旦错乱,系统的调节将失效。当然,系统对 z_1、z_2、z_3 的控制是同时进行的。在该调节机制下,在 z_1 跟踪 x_1 到稳态之前,对 z_2 跟踪 x_2 的控制和对 z_3 跟踪 x_3 的控制意义不大;而当完成 z_1 对 x_1 的跟踪调节后,对 z_2 和 z_3 的调节却又变得困难了,因为此时的 $e(t)$已经非常小。为实现对 z_2 和 z_3 的调节,传统 ESO 仅能通过选取较大的参数 a_2 和 a_3 来实现。一般说来,a_2 要比 a_1 大一个数量级,a_3 又比 a_2 大一个数量级。而过大的参数却又降低了 ESO 的动态性能,这是仅通过选取非线性函数来获得"小增益大输出,大增益小输出"的特性所不能完全解决的。

2 基于偏差控制原理的改进型 LESO

通过以上分析可知,传统 ESO 中通过 $e(t)$来调节 z_1 的导数,符合误差控制原理,而通过误差 $e(t)$来调节 z_2 的导数和 z_3 的导数并不合适。需要寻找替代 $e(t)$的偏差来调节 z_2 和 z_3 的导数。

由式(3)可得:

$$\begin{cases} z_1(t) = x_1 + e(t) \\ z_2(t) = \dot{z}_1(t) + a_1 e(t) \\ z_3(t) = \dot{z}_2(t) + a_2 \cdot e(t) - bu(t) \end{cases} \tag{4}$$

进而整理得:

$$\begin{cases} z_1(t) = x_1 + e(t) \\ z_2(t) = x_2 + \dot{e}(t) + a_1 e(t) \\ z_3(t) = x_3 + \ddot{e}(t) + a_1 \dot{e}(t) + a_2 \cdot [\dot{e}(t) + a_1 e(t)] \end{cases} \tag{5}$$

可见 z_2 与 x_2 之间的误差是 $\dot{e}(t) + a_1 e(t)$,z_3 与 x_3 之间的误差是 $\ddot{e}(t) + a_1 \dot{e}(t) + a_2 \cdot [\dot{e}(t) + a_1 e(t)]$,用它们作为控制量能加快系统的收敛速度。以此为思想构建改进型三阶 LESO 如下:

$$\begin{cases} e(t) = z_1(t) - x_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e(t) \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - a_2 \cdot [\dot{e}(t) + a_1 e(t)] + bu \\ \dot{z}_3(t) = -a_3 \cdot \{\ddot{e}(t) + a_1 \dot{e}(t) + a_2 \cdot [\dot{e}(t) + a_1 e(t)]\} \end{cases} \tag{6}$$

ESO 在运行过程中各状态变量及其导数连续可导,故可计算出 $e(t)$ 的各阶导数。

3　改进型二阶和三阶 LESO 的稳定性证明

首先证明改进型二阶 LESO 的稳定性。

控制系统如式(7)所示。其中,x_1 为系统输出,$x_1 = y(t)$;$u(t)$ 为控制量;$x_2 = \dot{x}_1 - bu(t)$ 为系统的扩张状态变量,$\dot{x}_2 = \omega(t)$ 为系统的扰动。

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 + bu(t)\\ \dot{x}_2 = \omega(t)\\ y = x_1\end{cases} \tag{7}$$

上述系统的改进型二阶 LESO 构建为:

$$\begin{cases}e_1(t) = z_1(t) - x_1(t)\\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t) + bu(t)\\ \dot{z}_2(t) = -a_2[\dot{e}_1(t) + a_1 e_1(t)]\end{cases} \tag{8}$$

其中,a_1、a_2 均为大于零的参数。

令 $X_1 = e_1(t) = z_1(t) - x_1(t)$,$\dot{X}_1 = X_2 = -a_1 e_1(t) + e_2(t)$,可得到以观测误差构建的系统方程为:

$$\begin{cases}\dot{X}_1 = X_2\\ \dot{X}_2 = -a_1 a_2 X_1 - (a_1 + a_2) X_2 - \omega(t)\end{cases} \tag{9}$$

构造 $W = -a_1 a_2 (a_1 + a_2) X_1^2$,根据巴尔巴辛公式[19]得:

$$V = -\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix}0 & X_1^2 & 2X_1X_2 & X_2^2\\ 0 & 0 & -a_1a_2 & 0\\ 0 & 1 & -a_1-a_2 & -a_1a_2\\ \omega_{22} & 0 & 1 & -a_1-a_2\end{vmatrix} \tag{10}$$

其中,$\omega_{22} = -a_1 a_2 (a_1 + a_2)$,

$$\Delta = \begin{vmatrix}0 & -a_1a_2 & 0\\ 1 & -a_1-a_2 & -a_1a_2\\ 0 & 1 & -a_1-a_2\end{vmatrix}$$

得到 Lyapnov 函数为:

$$V = a_1 a_2 (a_1 a_2 X_1^2 + X_2^2) \tag{11}$$

对其求导可得到:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \frac{\partial V}{\partial X_1}\dot{X}_1 + \frac{\partial V}{\partial X_2}\dot{X}_2\\ &= -2a_1a_2(a_1 + a_2)X_2^2 - 2a_1a_2X_2\omega(t)\end{aligned} \tag{12}$$

由 a_1、a_2 为正值可知,V 正定且具有无穷大性质。当 $\omega(t) = 0$ 时,有 $\dot{V} < 0$(X_2 不恒为零)。因此 LESO 误差系统的零点($e_1(t) = 0, e_2(t) = 0$)大范围渐近稳定[19]。当扰动 $\omega(t) \neq 0$ 时,系统的观测值会有一定的误差。规定 $|\omega(t)| \leqslant \omega_0$,$\omega_0$ 为正常数。系统达到稳态后满足:

$$\begin{cases}\dot{X}_1 = X_2 = 0\\ \dot{X}_2 = 0\end{cases} \tag{13}$$

再根据式(8)、式(9)可计算得到稳态误差范围为:

$$|e_1(t)| \leqslant \omega_0 / a_1 a_2 \tag{14}$$

$$|e_2(t)| \leqslant \omega_0 / a_2 \tag{15}$$

下面分析改进型三阶 LESO 的稳定性。式(6)所示的改进型三阶 LESO 中,各状态变量的观测值与实际值误差:$e_1(t) = z_1(t) - x_1(t)$,$e_2(t) = z_2(t) - x_2(t)$,$e_3(t) = z_3(t) - x_3(t)$。

可得到:

$$\begin{cases}\dot{e}_1(t) = e_2(t) - a_1 e_1(t)\\ \dot{e}_2(t) = e_3(t) - a_2 e_2(t)\\ \dot{e}_3(t) = -a_3 e_3(t) - \omega(t)\end{cases} \tag{16}$$

令 $Y_1 = e_1(t)$,$Y_2 = e_2(t) - a_1 e_1(t)$,$Y_3 = e_3(t) - (a_2 + a_1) e_2(t) + a_1^2 e_1(t)$,可得误差系统为:

$$\begin{cases}\dot{Y}_1 = Y_2\\ \dot{Y}_2 = Y_3\\ \dot{Y}_3 = -(a_1 + a_2 + a_3) Y_3 - (a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3) Y_2 - a_1a_2a_3 Y_1 - \omega(t)\end{cases} \tag{17}$$

令 $a' = a_1 + a_2 + a_3$,$b' = a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3$,$c' = a_1a_2a_3$。给出 $W = -0.5(a'b' - c')Y_2^2$,由巴尔巴辛公式[19]可得误差系统的 Lyapunov 函数为:

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{2}a'cY_1^2 + c'Y_1Y_2 + \frac{1}{2}b'Y_2^2 + \frac{1}{2}(a'Y_2 + Y_3)^2\\ &= \frac{1}{2}(a'Y_2 + Y_3)^2 + \frac{1}{2}a'c'(Y_1^2 + \frac{2}{a'}Y_1Y_2 + \frac{b'}{a'c'}Y_2^2)\end{aligned} \tag{18}$$

容易得到 $\frac{1}{(a')^2} < \frac{b'}{a'c'}$,则:

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{2}(a'Y_2 + Y_3)^2 + \frac{a'c'}{2}(Y_1^2 + \frac{2}{a'}Y_1Y_2 + \frac{b'}{a'c'}Y_2^2)\\ &> \frac{1}{2}(a'Y_2 + Y_3)^2 + \frac{a'c'}{2}(Y_1^2 + \frac{Y_2}{a^1})^2\end{aligned} \tag{19}$$

对其求导,代入 a_1、a_2、a_3 得:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &= -a_1(a_1a_2 + a_1a_3)Y_2^2 - (a_2 + a_3)\cdot\\ &\quad (a_1a_2 + a_2a_3 + a_1a_3)Y_2^2 - (a_1 + a_2 + a_3)\cdot\\ &\quad Y_2\omega(t) - Y_3\omega(t)\end{aligned} \tag{20}$$

可见 V 正定且具有无穷大性质,当扰动 $\omega(t) = 0$ 时,有 $\dot{V} < 0$(Y_2 不恒为零)。因此,此改进型三阶 LESO 的误差系统是以零点($e_1(t) = 0, e_2(t) =$

$0, e_3(t)=0$)为平衡点大范围渐近稳定的[19]。当扰动 $\omega(t)\neq 0$ 时,同样规定 $|\omega(t)|\leqslant\omega_0$,$\omega_0$ 为正常数。根据系统稳态时有:

$$\begin{cases}\dot{Y}_1=Y_2=0\\ \dot{Y}_2=Y_3=0\\ \dot{Y}_3=0\end{cases}\tag{21}$$

再由式(16)得到误差范围 O:

$$|e_1(t)|\leqslant\omega_0/a_1a_2a_3\tag{22}$$

$$|e_2(t)|\leqslant\omega_0/a_2a_3\tag{23}$$

$$|e_3(t)|\leqslant\omega_0/a_3\tag{24}$$

4 传统二阶和三阶 LESO 的观测误差分析

式(7)所示的系统对应的传统二阶 LESO 如下:

$$\begin{cases}e_1(t)=z_1(t)-x_1(t)\\ \dot{z}_1(t)=z_2(t)-a_1e_1(t)+bu(t)\\ \dot{z}_2(t)=-a_2e_1(t)\end{cases}\tag{25}$$

令 $X_1=e_1(t)=z_1(t)-x_1(t)$,$\dot{X}_1=X_2=-a_1e_1(t)+e_2(t)$,可得:

$$\begin{cases}\dot{X}_1=X_2\\ \dot{X}_2=-a_2X_1-a_1X_2-\omega(t)\end{cases}\tag{26}$$

构造 $W=-a_1^2X_2^2$,由巴尔巴辛公式[19]可得线性化系统的 Lyapnov 函数为:

$$V=a_1a_2X_1^2+a_1X_2^2\tag{27}$$

其导数为:

$$\begin{aligned}\dot{V}&=\frac{\partial V}{\partial X_1}\dot{X}_1+\frac{\partial V}{\partial X_2}\dot{X}_2\\ &=-2a_1^2X_2^2-2a_1X_2\omega(t)\end{aligned}\tag{28}$$

同样可证明其误差系统的平衡点($e_1(t)=0$,$e_2(t)=0$)是大范围渐近稳定的。

当扰动 $\omega(t)\neq 0$ 时,规定 $|\omega(t)|\leqslant\omega_0$,系统达到稳态后满足 $\dot{X}_1=0$,$\dot{X}_2=0$,可计算得到稳态误差范围为:

$$|e_1(t)|\leqslant\omega_0/a_2\tag{29}$$

$$|e_2(t)|\leqslant a_1\omega_0/a_2\tag{30}$$

对比式(14)、式(15)可知,改进型 LESO 的稳态观测误差为传统 LESO 的 $1/a_1$,观测精度有很大提升。

同样的方法可分析传统三阶 LESO(式(3)所示)在扰动作用下的稳态误差范围。

令 $Y_1=e_1(t)$,$Y_2=e_2(t)-a_1e_1(t)$,$Y_3=e_3(t)-a_1e_2(t)+(a_1^2-a_2)e_1(t)$,可得误差系统为:

$$\begin{cases}\dot{Y}_1=Y_2\\ \dot{Y}_2=Y_3\\ \dot{Y}_3=-a_1Y_3-a_2Y_2-a_3Y_1-\omega(t)\end{cases}\tag{31}$$

令 $a'=a_1$,$b'=a_2$,$c'=a_3$。

给出 $W=-0.5(a_1a_2-a_3)Y_2^2$,由巴尔巴辛公式[19]可得误差系统的 Lyapunov 函数为:

$$\begin{aligned}V&=\frac{1}{2}a_1a_3Y_1^2+a_3Y_1Y_2+\frac{1}{2}a_2Y_2^2+\frac{1}{2}(a_1Y_2+Y_3)^2\\ &=\frac{1}{2}(a_1Y_2+Y_3)^2+\frac{1}{2}a_1a_3\left(Y_1^2+\frac{2}{a_1}Y_1Y_2+\frac{a_2}{a_1a_3}Y_2^2\right)\end{aligned}\tag{32}$$

当 $a_1a_2>a_3$ 时:

$$\begin{aligned}V&=\frac{1}{2}(a_1Y_2+Y_3)^2+\frac{a_1a_3}{2}\left(Y_1^2+\frac{2}{a_1}Y_1Y_2+\frac{a_2}{a_1a_3}Y_2^2\right)\\ &>\frac{1}{2}(a_1Y_2+Y_3)^2+\frac{a_1a_3}{2}\left(Y_1^2+\frac{Y_2}{a_1}\right)^2\end{aligned}\tag{33}$$

对式(32)求导,并将式(31)代入得:

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=(a_3-a_1a_2)Y_2^2-(a_1Y_2+Y_3)\cdot\omega(t)\tag{34}$$

可见满足条件 $a_1a_2>a_3$ 时,V 正定且具有无穷大性质;当扰动 $\omega(t)=0$ 时,有 $\dot{V}<0$(Y_2 不恒为零)。因此,传统三阶 LESO 的误差系统是以零点($e_1(t)=0, e_2(t)=0, e_3(t)=0$)为平衡点大范围渐近稳定的[19]。当扰动 $\omega(t)\neq 0$ 时,规定 $|\omega(t)|\leqslant\omega_0$,$\omega_0$ 为正常数。稳态下,根据

$$\begin{cases}\dot{Y}_1=Y_2=0\\ \dot{Y}_2=Y_3=0\\ \dot{Y}_3=0\end{cases}\tag{35}$$

可得到误差范围:

$$|e_1(t)|\leqslant\omega_0/a_3\tag{36}$$

$$|e_2(t)|\leqslant a_1\omega_0/a_3\tag{37}$$

$$|e_3(t)|\leqslant a_2\omega_0/a_3\tag{38}$$

对比式(22)、式(23)、式(24)可知改进型 LESO 比传统 LESO 的观测精度有很大提升。

5 仿真结果分析

为验证二阶和三阶改进型 LESO 的性能,分别对二阶和三阶改进型 LESO、传统 NLESO 和传统 LESO 进行了计算机建模仿真,并将仿真结果进行了对比分析。

控制系统为含有随机扰动的非线性系统:

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t) = 3\sin(\cos t) + |\cos t| + \\ \qquad v(t) + b \cdot u(t) \\ y(t) = x_1(t)\end{cases} \tag{39}$$

假定 $f(t) = 3\sin(\cos t) + |\cos t| + v(t)$ 为未知扰动,其中 $v(t)$ 为取值在 $(-1,1)$ 之间的随机函数。输入 $u(t) = \cos(0.6t)$ 已知,参数 $b = 4$。将 $f(t)$ 作为扩张状态变量,记为 $x_2(t)$,$\dot{x}_2(t) = \omega(t)$ 为扰动。

构造改进型二阶 LESO 为:

$$\begin{cases}e_1(t) = z_1(t) - x_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t) + bu(t) \\ \dot{z}_2(t) = -a_2[\dot{e}_1(t) + a_1 e_1(t)]\end{cases} \tag{40}$$

传统二阶 NLESO 为:

$$\begin{cases}e_1(t) = z_1(t) - x_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t) + bu(t) \\ \dot{z}_2(t) = -a_2 fal(e_1(t), \alpha, h)\end{cases} \tag{41}$$

式中,函数 $fal(\cdot)$ 为通用非线性函数[4]。

传统二阶 LESO 为:

$$\begin{cases}e_1(t) = z_1(t) - x_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t) + bu(t) \\ \dot{z}_2(t) = -a_2 e_1(t)\end{cases} \tag{42}$$

为对比改进型 LESO 与传统 NLESO 及传统 LESO 的性能差异,在保证三种 ESO 均达到较好性能的基础上,在式(40)~(42)中选取一致的参数。所取参数如下:$a_1 = 100$,$a_2 = 1000$,$\alpha = 0.5$,$h = 0.01$。

图 1 和图 2 分别为改进型 LESO 与传统 NLESO、传统 LESO 对 z_1 的观测误差 $e_1(t)$ 及对 z_2 的观测误差 $e_2(t)$ 的对比。可见改进型 LESO 的稳态误差小于传统 NLESO 和传统 LESO,从初始的响应看,收敛速度也快于传统 NLESO 和传统 LESO。

以下验证改进型三阶 LESO 的性能。对于含有随机扰动的非线性系统

$$\begin{cases}\ddot{x}_1(t) = 3\sin(\cos t) + |\cos t| + \\ \qquad v(t) + b \cdot u(t) \\ y(t) = x_1(t)\end{cases} \tag{43}$$

假定 $f(t) = 3\sin(\cos t) + |\cos t| + v(t)$ 为未知扰动,其中 $v(t)$ 为取值在 $(-1,1)$ 之间的随机函数。输入 $u(t) = \cos(0.6t)$ 已知,参数 $b = 4$。将 $f(t)$ 作为扩张状态变量,记为 $x_3(t)$,$\dot{x}_3(t) = \omega(t)$ 为扰动。

构造改进型三阶 LESO 如式(6)所示。

传统三阶 NLESO 为:

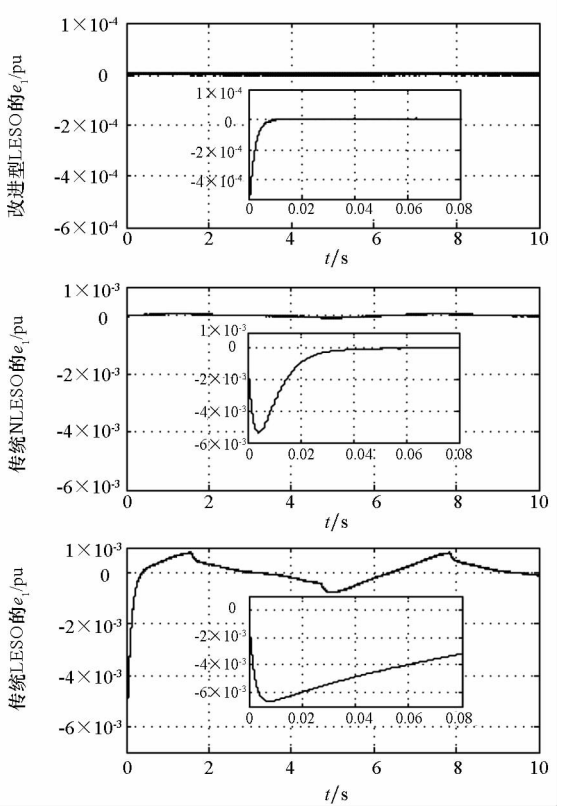


图 1　二阶改进型 LESO、传统 NLESO 及传统 LESO 对 z_1 的观测误差对比

Fig. 1　Observation error contrast of z_1 of second-order improved LESO, traditional NLESO and traditional LESO

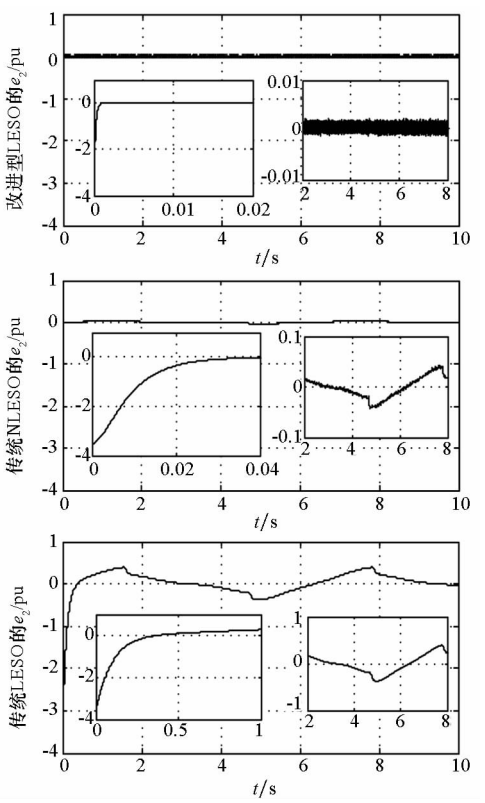


图 2　二阶改进型 LESO 和传统 NLESO 及传统 LESO 对 z_2 的观测误差对比

Fig. 2　Observation error contrast of z_2 of second-order improved LESO, traditional NLESO and traditional LESO

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - x_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t) \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - a_2 fal(e_1(t), \alpha_1, h) + b \cdot u(t) \\ \dot{z}_3(t) = -a_3 fal(e_1(t), \alpha_2, h) \end{cases} \tag{44}$$

传统三阶 LESO 为：

$$\begin{cases} e_1(t) = z_1(t) - x_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = z_2(t) - a_1 e_1(t) \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - a_2 e_1(t) + b \cdot u(t) \\ \dot{z}_3(t) = -a_3 e_1(t) \end{cases} \tag{45}$$

为对比三阶改进型 LESO 与传统 NLESO 及传统 LESO 的性能差异，在保证三种 ESO 均达到较好性能的基础上，选取一致的参数。所取参数如下：$a_1 = 100$，$a_2 = 1000$，$a_3 = 10\ 000$，NLESO 中 $\alpha_1 = 0.5$，$\alpha_2 = 0.25$，$h = 0.01$。

图 3 ~ 5 分别为改进型 LESO 与传统 NLESO、传统 LESO 对 z_1 的观测误差 $e_1(t)$、z_2 的观测误差 $e_2(t)$ 以及 z_3 的观测误差 $e_3(t)$ 的对比。可见改进型 LESO 相对于传统 NLESO 和传统 LESO，收敛速度快，稳态观测精度高。

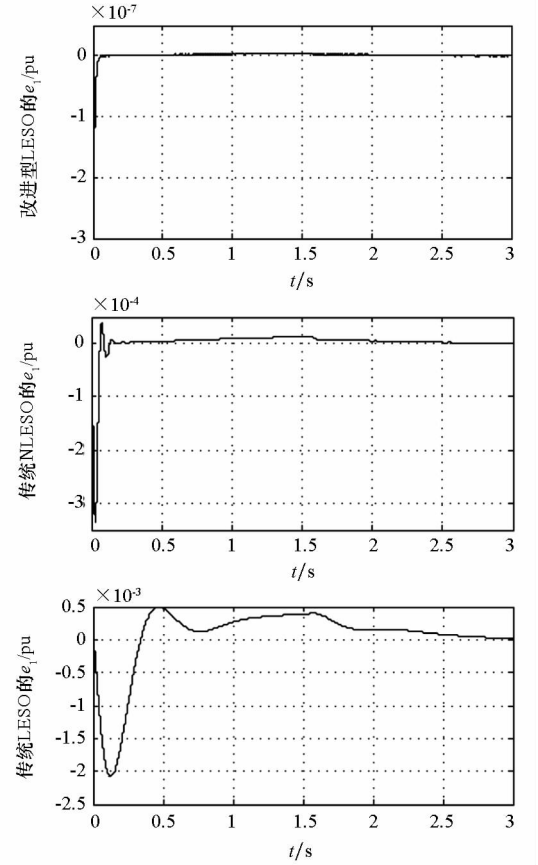


图 3 三阶改进型 LESO、传统 NLESO 及传统 LESO 对 z_1 的观测误差对比

Fig. 3 Observation error contrast of z_1 of third-order improved LESO, traditional NLESO and traditional LESO

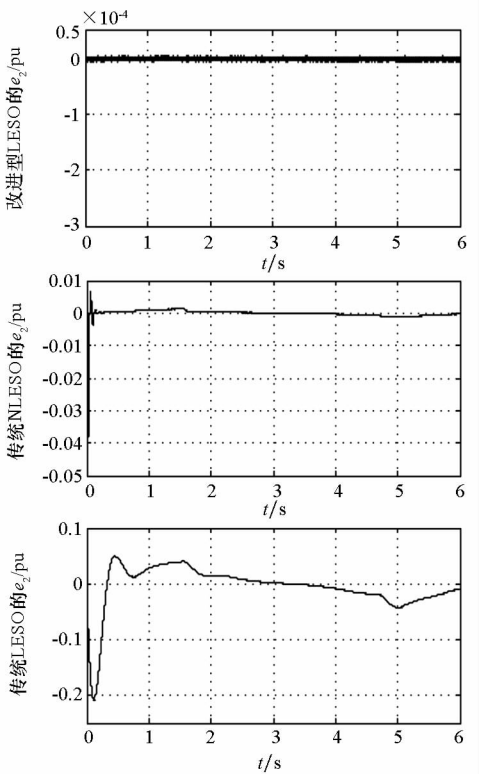


图 4 三阶改进型 LESO 和传统 NLESO 及传统 LESO 对 z_2 的观测误差对比

Fig. 4 Observation error contrast of z_2 of third-order improved LESO, traditional NLESO and traditional LESO

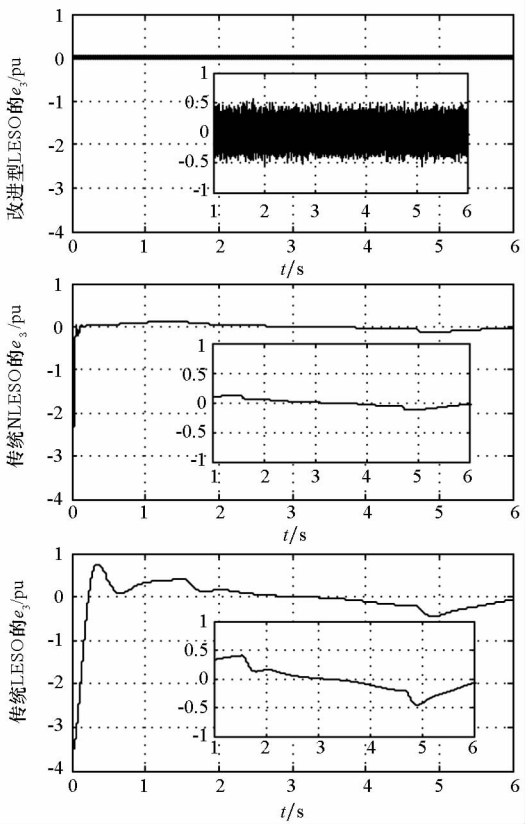


图 5 三阶改进型 LESO 和传统 NLESO 及传统 LESO 对 z_3 的观测误差对比

Fig. 5 Observation error contrast of z_3 of third-order improved LESO, traditional NLESO and traditional LESO

综合以上可得出,改进型 LESO 相对于传统 NLESO 和传统 LESO,收敛速度大大加快,观测误差可减小 1 ~ 2 个数量级。

6　结论

本文分析了传统 ESO 因控制偏差的选取不合理导致的收敛速度偏慢、稳态观测精度偏低的问题。提出了一类改进型的 LESO,并从数学上证明了所设计的改进型二阶和三阶 LESO 的观测误差在零点处大范围渐近稳定且其观测误差比传统的 LESO 大幅度降低。仿真实验表明,该类改进型二阶和三阶 LESO 观测误差更小,系统收敛速度更快,其性能不仅好于同阶次传统 LESO,也好于采用非线性函数的传统 NLESO。此改进型 LESO 的提出,不仅能在降低算法复杂性的基础上提升 ESO 的观测精度,还有助于提升 ADRC 的运行性能,并进一步拓宽其应用范围。

参考文献(References)

[1] 夏元清, 付梦印, 邓志红, 等. 滑模控制与自抗扰控制的研究进展[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(2): 137 – 147.
XIA Yuanqing, FU Mengyin, DENG Zhihong, et al. Recent developments in sliding mode control and active disturbance rejection control[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(2): 137 – 147. (in Chinese)

[2] 黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析[J]. 系统科学与数学, 2012, 32(10): 1287 – 1307.
HUANG Yi, XUE Wenchao. Active disturbance rejection control: methodology, applications and theoretical analysis[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2012, 32(10): 1287 – 1307. (in Chinese)

[3] 张伟, 陈宇中, 胡永明. 遥控武器站的自抗扰控制[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(1): 44 – 46.
ZHANG Wei, CHEN Yuzhong, HU Yongming. Active disturbance rejection control of remotely operated weapon station[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(1): 44 – 46. (in Chinese)

[4] 张银辉, 杨华波, 江振宇, 等. 基于通用扩张状态观测器的鲁棒飞行控制方法[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(3): 94 – 99.
ZHANG Yinhui, YANG Huabo, JIANG Zhenyu, et al. Robust flight control based on generalized extended state observer[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016, 38(3): 94 – 99. (in Chinese)

[5] 王建华, 刘鲁华, 王鹏, 等. 带三维落角约束的寻的导弹制导与姿控系统设计[J]. 国防科技大学学报, 2017, 39(1): 30 – 39.
WANG Jianhua, LIU Luhua, WANG Peng, et al. Guidance and control system design for homing missiles with three dimensional impact angle constraints[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2017, 39(1): 30 – 39. (in Chinese)

[6] 顾健, 艾勇, 单欣, 等. 线性扩张观测器的改进及在空间光通信粗跟踪中的应用[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(3): 253 – 260.
GU Jian, AI Yong, SHAN Xin, et al. Improvement of linear ESO and its application in space optical com-munication coarse tracking[J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(3): 253 – 260. (in Chinese)

[7] 韩京清. 抗扰控制技术: 估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
HAN Jingqing. Active disturbance rejection control technique: the technique for estimating and compensating the uncertainties[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (in Chinese)

[8] 康忠健, 陈学允. 非线性扩张状态观测器的一种设计方法[J]. 电机与控制学报, 2001, 5(3): 199 – 203.
KANG Zhongjian, CHEN Xueyun. A design method of nonlinear extension state observer[J]. Electric Machines and Control, 2001, 5(3): 199 – 203. (in Chinese)

[9] 周林阳, 王生捷. 基于反正切非线性函数的自抗扰控制[J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(7): 1043 – 1048.
ZHOU Linyang, WANG Shengjie. An improved ADRC based on nonlinear arctangent function[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2013, 47(7): 1043 – 1048. (in Chinese)

[10] Gao Z Q. Scaling and bandwidth parameterization based controller-tuning[C]//Proceedings of the American Control Conference, 2003: 4989 – 4996.

[11] 于洪国, 康忠健, 陈瑶. 基于双曲正切函数的二阶时变参数扩张状态观测器[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(4): 530 – 534.
YU Hongguo, KANG Zhongjian, CHEN Yao. Time-varying parameter second-order extended state observer based on hyperbolic tangent function[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(4): 530 – 534. (in Chinese)

[12] Xiao X Y, Huang Y. Capabilities of extended state observer for estimating uncertainties[C]//Proceedings of the Conference on American Control Conference, 2009: 3700 – 3705.

[13] Guo B Z, Zhao Z L. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty[J]. Systems & Control Letters, 2011, 60(6): 420 – 430.

[14] Zheng Q, Gao L, Gao Z Q. On validation of extended state observer through analysis and experimentation[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2012, 134(2): 024505.1 – 024505.6.

[15] 陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 574 – 580.
CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, YANG Ruiguang. On the stability of linear active disturbance rejection control[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(5): 574 – 580. (in Chinese)

[16] 王海强, 黄海. 扩张状态观测器的性能与应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(7): 1078 – 1082.
WANG Haiqiang, HUANG Hai. Property and applications of extended state observer[J]. Control and Decision, 2013, 28(7): 1078 – 1082. (in Chinese)

[17] 高志强. 自抗扰控制思想探究[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498 – 1510.
GAO Zhiqiang. On the foundation of active disturbance rejection control[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(12): 1498 – 1510. (in Chinese)

[18] 韩京清. 自抗扰控制技术[J]. 前沿科学, 2007(1): 24 – 31.
HAN Jingqing. Auto disturbances rejection control technique[J]. Frontier Science, 2007(1): 24 – 31. (in Chinese)

[19] 杨万禄, 梁立华, 滕桂兰. 非线性系统稳定性问题分析[J]. 天津大学学报, 1995, 28(6): 759 – 764.
YANG Wanlu, LIANG Lihua, TENG Guilan. Stability analysis for nonlinear systems[J]. Journal of Tianjin University, 1995, 28(6): 759 – 764. (in Chinese)