doi:10.11887/j.cn.201802004

http://journal. nudt. edu. cn

考虑弹体动态特性的非奇异有限时间制导律。

王超伦,宋保华,常 超 (北京电子工程总体研究所,北京 100854)

摘 要:为满足导弹拦截机动目标时交会角约束和有限时间收敛的需求,建立了考虑弹体一阶动态特性 的制导模型。把目标加速度视为有界外界干扰,同时结合非线性反步设计法中的动态面法,设计一种考虑弹 体动态延迟的非奇异滑模制导律,并且证明了基于 Lyapunov 稳定性理论制导系统状态可渐进收敛到零。在 所设计的制导律下,对单侧机动的低空高速目标进行仿真。仿真结果表明所设计的非奇异制导律可以有效 降低弹体动态延迟带来的影响,而且具有较低的脱靶量与交会角误差;与考虑弹体动态特性和交会角约束的 最优导引律相比,其具有更高的制导精度。

关键词:防空导弹;制导律;动态特性;交会角约束;滑模控制;有限时间 中图分类号:TJ765 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2018)02-022-06

Nonsingular finite-time guidance law with missile dynamic

WANG Chaolun, SONG Baohua, CHANG Chao

(Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China)

Abstract: In order to realize intercept angle constraint and finite-time convergence when a missile intercepts a maneuvering target, a guidance model was proposed on the basis of the first-order missile dynamics. By regarding the target acceleration as unknown bounded external disturbance, and by applying the dynamic surface of nonlinear backstepping theory, a nonsingular sliding mode guidance law with missile dynamic was designed. Based on the Lyapunov stability theory, it was proved that the states of guidance system asymptotically converged to zero. Simulations on intercepting targets with constant maneuvering of low attitude and high velocity were made. Simulation results indicate that the designed guidance law can effectively reduce the influence caused by the missile dynamic delay, and the miss distance and the intercept angle error are small; by comparison with the optimal guidance law with missile dynamic and intercept angle constraint, the designed guidance law has higher guidance accuracy.

Key words: air-defense missile; guidance law; dynamic characteristics; intercept angle constraint; sliding mode; finite time

某些实际战术应用中,不仅要求导弹以高精 度命中目标,还要求导弹以一定角度和有限时间 实现对目标的攻击^[1]。考虑交会角约束的导引 律主要有基于比例导引附加偏置项、基于最优控 制理论、基于滑模变结构控制^[2],其中滑模变结 构控制因具有响应快、对参数扰动不灵敏、物理实 现简单等优点成为近年来制导领域研究的热点。

在考虑弹体动态特性和交会角约束的滑模制 导律研究方面,Zhou等最早通过将自驾仪近似成 二阶系统,应用反步法设计制导律并能对机动目 标进行拦截,但没有考虑有限时间收敛问题^[3]。 孙胜等将自驾仪延迟近似为一阶系统设计了有限 时间收敛的导引律^[4],Qu等将自驾仪延迟作为二 阶系统,通过动态面理论设计了一种有限时间收 敛的滑模导引律^[5],但他们所选取的滑模面均是 线性的。

He、Zhang 等分别通过设计非线性滑模面和 不同的观测器较为精确地估计目标加速度以实现 对机动目标的拦截^[6-7];Li 等在设计观测器的基 础上讨论了不确定性对制导效果的影响^[8]; Golestani 等设计了一种自适应非线性滑模面,可 以有效加快滑模收敛速度^[9]。但是,这些方法并 没有解决导引律的奇异项问题,在一定情况下会 造成制导律发散。

为解决非线性滑模制导的奇异性问题,2014 年,Kumar等提出非奇异终端导引律,能保证系统 在有限时间内收敛到滑模面^[10],然而并未考虑弹 体动态延迟的影响。本文应用反步法中的动态面 理论,将弹体动态特性近似为一阶惯性系统,将目 标加速度作为未知有界干扰,推导了一种考虑弹 体动态特性的交会角约束非奇异有限时间制导 律。通过仿真分析证明了该制导律有效可行,可 为带交会角约束的非奇异滑模导引律在工程中的 应用提供方法参考。

1 弹目相对运动模型

建立导弹与目标相对运动关系,如图 1 所示, M 为导弹所在位置,T 为目标所在位置, $V_{\rm M}$ 为导 弹速度, $V_{\rm T}$ 为目标速度^[11]; $a_{\rm T}$ 为目标加速度, $a_{\rm M}$ 为导弹加速度; $\phi_{\rm T}$ 为目标高低角, $\phi_{\rm M}$ 为导弹高低 角, $\phi_{\rm MT}$ 为弾目交会角; $q_{\rm 0}$ 为初始视线角,q 为导弹 视线角。



图1 弹目相对运动关系示意图

Fig. 1 Missile and target relative movement geometry

交会角指目标速度与导弹速度反方向之间的 夹角^[2],即

$$\phi_{\rm MT} = \pi - \phi_{\rm T} - \phi_{\rm M} \tag{1}$$

目标的速度方向往往在不断变化,导致 $\phi_{\rm T}$ 难以确定,很难通过直接控制导弹的速度方向使 $\phi_{\rm M}$ 满足交会角约束条件。而导弹是通过直接改 变弹目视线角来产生法向加速度从而实现对目标 的拦截,因此有必要研究弹目交会角度约束与弹 目视线角的关系,通过控制命中目标时的弹目视 线角来间接满足交会角度约束条件。

R为弹目相对距离,由弹目几何关系得

$$R\dot{q} = -V_{\rm M}\sin\phi_{\rm M} + V_{\rm T}\sin\phi_{\rm T} \qquad (2)$$

为保证导弹脱靶量为0,且以期望交会角对 目标进行拦截,有 $\lim_{t \to t_f} Rq = 0^{[4]}, t_f$ 为弹目交会时刻,则

$$V_{\rm T}\sin(\phi_{\rm T}+q) = V_{\rm M}\sin(\phi_{\rm M}-q) \qquad (3)$$

将式(1)代入式(3),为保证目标在试场范围 内,得终端视线角

$$q_{\rm f} = \phi_{\rm T} - \arctan\left(\frac{\sin\phi_{\rm MT}}{\cos\phi_{\rm MT} - V_{\rm T}/V_{\rm M}}\right)$$
(4)

式(4) 中除在
$$\phi_{MT} = 0 \pm V_T / V_M = 1$$
 时,其他

状态均能够满足交会角与视线角一一对应关系^[12]。可见,对终端交会角的约束问题可转化为 对终端视线角的约束问题,且只需要知道目标速 度大小,无须知道速度方向与运动形式。视线角

速率 \dot{q} 与弹目相对速度 \dot{R} 如式(5)、式(6)所示。

$$\dot{q} = \frac{V_q}{R} = \frac{-V_{\rm M} \sin\phi_{\rm M} + V_{\rm T} \sin\phi_{\rm T}}{R}$$
(5)

$$\dot{R} = V_R = -(V_M \cos\phi_M + V_T \cos\phi_T)$$
(6)
对式(5)求导,再代人式(6),转化可得

$$\ddot{q} = -2\frac{\dot{R}\dot{q}}{R} - \frac{\sin\phi_{\rm M}}{R}a_{\rm M} + \frac{\sin\phi_{\rm T}}{R}a_{\rm T} \qquad (7)$$

由式(4)可知,目标机动使俯仰角 $\phi_{\rm T}$ 变化, 从而引起视线角 $q_{\rm f}$ 变化,对式(4)求导,得终端视 线角的一阶导数、二阶导数

$$\begin{cases} \dot{q}_{\rm f} = -\dot{\phi}_{\rm T} = -\frac{a_{\rm T}}{V_{\rm T}} \\ \\ \dot{q}_{\rm f} = -\dot{\phi}_{\rm T} = -\frac{\dot{a}_{\rm T}}{V_{\rm T}} \end{cases}$$
(8)

2 非奇异滑模制导律设计

反步法是将非线性系统分解成不超过系统阶数的子系统,为子系统分别设计 Lyapunov 函数和 虚拟控制量,一直后退到整个系统。动态面法是 利用一阶积分滤波器计算虚拟控制的导数,可有 效消除微分项的膨胀,达到简化控制器和控制参 数的目的,在工程上也较容易实现^[13]。

为文中推导方便,设

$$\begin{cases} x_{1} = q - q_{f} \\ x_{2} = \dot{q} - \dot{q}_{f} = \dot{q} - \frac{a_{T}}{V_{T}} \end{cases}$$
(9)

假设导弹近似具有一阶动态特性,*a*_M 为导弹 过载,*u* 为过载控制量,时间常数为*τ*,则有

$$\frac{a_{\rm M}}{u} = \frac{1}{1+\tau s} \tag{10}$$

对式(10)进行拉普拉斯反变换,得

$$\dot{a}_{\rm M} = -\frac{1}{\tau}a_{\rm M} + \frac{1}{\tau}u \tag{11}$$

Ŷ

$$x_3 = a_{\rm M} \tag{12}$$

则有

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = x_{2} \\ \dot{x}_{2} = \ddot{q} - \ddot{q}_{f} = -2 \frac{\dot{R}\dot{q}}{R} + \frac{\sin\phi_{T}}{R}a_{T} - \\ \frac{\dot{a}_{T}}{V_{T}} - \frac{\sin\phi_{M}}{R}a_{M} \\ \dot{x}_{3} = -\frac{1}{\tau}x_{3} + \frac{1}{\tau}u \end{cases}$$
(13)

设 M_k 为变结构项参数,滑模面 S_1 、虚拟制导指令 \bar{x}_3 取

$$\begin{cases} S_1 = x_1 + \beta x_2^{p/r}, \ \beta > 0, 1 < p/r < 2\\ \bar{x}_3 = \frac{R}{\sin\phi_M} \left[-2 \frac{\dot{R}\dot{q}}{R} + \frac{r}{p} \frac{1}{\beta} (x_2)^{(2-p/r)} \right] + (14)\\ \frac{M_k}{\operatorname{sign}(\sin\phi_M)} \cdot \operatorname{sign}(\sin\phi_M) \end{cases}$$

虚拟控制量 \bar{x}_3 使得滑模面 S_1 趋于0。

为获得滤波虚拟控制量 x_{3d},将虚拟控制量 x₃, 通过式(15)一阶低通滤波器

$$\begin{cases} T_k \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3 \\ x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0) \end{cases}$$
(15)

式中, T_k 为低通滤波器时间常数,且 $T_k > 0$ 。同时,有

$$\dot{x}_{3d} = \frac{\bar{x}_3 - x_{3d}}{T_k} \tag{16}$$

定义滤波器误差 $y = x_{3d} - \bar{x}_{3\circ}$

将第二个面误差定义为

$$S_2 = x_3 - x_{3d}$$
 (17)
制量 *u* 可使得

期望设计的过载控制量 u 可使得

$$\dot{S}_2 = -kS_2, \ k > 0 \tag{18}$$

这就意味着 S_2 将指数收敛于 0_{\circ}

根据动态面滑模理论,过载控制量 u 设计为

$$u = \tau \left(\frac{x_3}{\tau} + \dot{x}_{3d} - kS_2\right) \tag{19}$$

将式(16)、式(17)代入式(19),制导律可表 示为

$$u = \tau \left[\left(\frac{1}{\tau} - k \right) x_3 + \frac{1}{T_k} \bar{x}_3 - \left(\frac{1}{T_k} + k \right) x_{3d} \right] (20)$$

式(20)中,应保证 $\frac{1}{\tau} - k \neq 0$,即 $k \neq \frac{1}{\tau}$ 。

对制导系统稳定性进行分析,考虑到视线角 误差、视线角速率误差、虚拟控制以及滤波误差, 定义 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}S_1^2 + \frac{1}{2}S_2^2 + \frac{1}{2}y^2$$
(21)

对 S₁求导得

$$\dot{S}_{1} = \left(\dot{q} - \frac{a_{\mathrm{T}}}{V_{\mathrm{T}}}\right) + \frac{p}{r}\beta\left(\dot{q} - \frac{a_{\mathrm{T}}}{V_{\mathrm{T}}}\right)^{\left(\frac{p}{r} - 1\right)}\left(-2\frac{\dot{R}\dot{q}}{R} - \frac{\sin\phi_{\mathrm{M}}}{R}a_{\mathrm{M}} + \frac{\sin\phi_{\mathrm{T}}}{R}a_{\mathrm{T}} - \frac{\dot{a}_{\mathrm{T}}}{V_{\mathrm{T}}}\right)$$
(22)

又因为

$$a_{M} = x_{3} = S_{2} + y + \bar{x}_{3}$$
 (23)
将式(23)代入式(22),整理得

$$\dot{S}_{1} = \beta \frac{p}{r} \left(\dot{q} - \frac{a_{\mathrm{T}}}{V_{\mathrm{T}}} \right)^{\left(\frac{p}{r} - 1\right)} \left[\frac{\sin \phi_{\mathrm{T}}}{R} a_{\mathrm{T}} - \frac{1}{r} \right]$$

$$\frac{\dot{a}_{\rm T}}{V_{\rm T}} - \frac{\sin\phi_{\rm M}}{R} (S_2 + y) \left]$$
$$=\beta \frac{p}{r} \left(\dot{q} - \frac{a_{\rm T}}{V_{\rm T}} \right)^{\left(\frac{p}{r} - 1\right)} \left[\frac{f}{R} - \frac{\sin\phi_{\rm M}}{R} (S_2 + y) - \frac{M \cdot \sin\phi_{\rm M}}{R} \mathrm{sign}(S_1) \right]$$
(24)

式(24)中将目标加速度项、目标加加速度项看作 系统的外界扰动,不妨设为f,即

$$f = a_{\rm T} \sin \phi_{\rm T} - R \, \frac{\dot{a}_{\rm T}}{V_{\rm T}} \tag{25}$$

为保证系统在制导指令的作用下稳定,有李 亚普诺夫函数

$$\dot{V} = S_1 \dot{S}_1 + S_2 \dot{S}_2 + y\dot{y}$$

$$= -\beta \frac{p}{r} \frac{|S_1|}{R} \left(\dot{q} - \frac{a_T}{V_T} \right)^{(p/r-1)} \{ M_k \sin\phi_M - sign(S_1) \cdot [f - sin\phi_M(S_2 + y)] \} - kS_2^2 - \frac{1}{T} y^2 - y \dot{x}_3$$
(26)

C,使得 $\bar{x}_3 < C_0$ 则有

$$\begin{split} \dot{V} &= -\beta \frac{p}{r} \frac{|S_1|}{R} \Big(\dot{q} - \frac{a_{\rm T}}{V_{\rm T}} \Big)^{(p/r-1)} \left\{ M_k \sin\phi_{\rm M} - \\ &\quad \operatorname{sign}(S_1) \cdot [f - \sin\phi_{\rm M}(S_2 + y)] \right\} - \\ &\quad kS_2^2 - \frac{1}{T_k} y^2 - y \cdot \dot{x}_3 \\ &\leq -\beta \frac{p}{r} \frac{|S_1|}{R} |x_2|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{\rm M}| \cdot M_k + \\ &\quad \beta \frac{p}{r} \frac{|S_1|}{R} |x_2|^{(p/r-1)} [f - |\sin\phi_{\rm M}| \cdot (S_2 + y)] - \\ &\quad kS_2^2 - \frac{1}{T_k} y^2 - y \cdot \dot{x}_3 \\ &\leq \beta \frac{p}{r} \frac{|S_1|}{R} |x_2|^{(p/r-1)} (N - |\sin\phi_{\rm M}| \cdot M_k) + \\ &\quad \beta \frac{p}{r} \frac{1}{R} |x_2|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{\rm M}| (S_1^2 + \frac{S_2^2 + y^2}{2}) - \\ &\quad kS_2^2 - \frac{1}{T_k} y^2 - y \cdot \dot{x}_3 \\ &\leq \beta \frac{p}{r} \frac{|S_1|}{R} |x_2|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{\rm M}| (S_1^2 + \frac{S_2^2 + y^2}{2}) - \\ &\quad kS_2^2 - \frac{1}{T_k} y^2 - y \cdot \dot{x}_3 \\ &\leq \beta \frac{p}{r} \frac{1}{r} \frac{1}{R} |x_2|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{\rm M}| (S_1^2 + \frac{S_2^2 + y^2}{2}) - \\ &\quad kS_2^2 - \frac{1}{T_k} y^2 + \frac{y^2 C^2}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \beta \frac{p}{r} \frac{1}{r} \frac{1}{R} |x_2|^{(p/r-1)} [|S_1| (N - |\sin\phi_{\rm M}| \cdot M_k) + \\ &\quad S_1^2 |\sin\phi_{\rm M}|] - [k - \frac{1}{2}\beta \frac{p}{r} \frac{1}{R} |x_2|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{\rm M}|] S_2^2 - \\ \end{split}$$

$$\left[\frac{1}{T_{k}} - \frac{1}{2}\beta \frac{p}{r} \frac{1}{R} |x_{2}|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{M}| - \frac{C^{2}}{2}\right]y^{2} + \frac{1}{2}$$
(27)

使
$$V \leq 0$$
,有充分条件

$$\begin{cases}
M_{k} \geq |S_{1}| + \frac{N}{|\sin\phi_{M}|} \\
k \geq \frac{1}{2}\beta \frac{p}{r} \frac{1}{r} |x_{2}|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{M}| \\
\frac{1}{T_{k}} \geq \frac{1}{2}\beta \frac{p}{r} \frac{1}{r} |x_{2}|^{(p/r-1)} |\sin\phi_{M}| + \frac{C^{2}}{2}
\end{cases}$$
(28)

又有 $|\sin\phi_{M}| \leq 1$, $|S_{1}(t)| \leq |S_{1}(0)|$, 为保 证收敛,式(28)可化为

$$\begin{cases} M_{k} \ge |S_{1}(0)| + \frac{N}{|\sin\phi_{M}|} \\ k \ge \frac{1}{2}\beta \frac{p}{r} \frac{1}{r} |x_{2}|^{(p/r-1)} \\ T_{k} \le \frac{2}{\beta \frac{p}{r} \frac{1}{r} |x_{2}|^{(p/r-1)} + C^{2}} \end{cases}$$
(29)

动态系统能保证在有限时间内收敛,且可以 通过设置参数 M_k 、 β 、p、r来改变系统的全局收敛 时间 t,而与系统参数无关。

为削弱抖动,可以对有限时间收敛导引律中的非连续开关函数进行光滑处理,以获得连续的制导形式,可将式(14)中的符号函数 sign(S)表示成连续函数^[12]

$$sgmf(S) = \begin{cases} 2\left(\frac{1}{1+\exp^{-\alpha s}} - \frac{1}{2}\right), |S| \leq \varepsilon \\ sign(S), |S| > \varepsilon \end{cases}$$
(30)

式中, ε 为边界层,a为反比于 ε 的正常数。

3 弹道仿真分析

基于以上分析,取目标速度 $V_{Tx} = -200$ m/s, $V_{Ty} = 0$ m/s,以过载 $a_T = 1g$ 单侧机动飞行的目标 进行仿真。导弹初速 $V_0 = 1050$ m/s,初始弹目距 离为 15 000 m。

仿真中,取导弹可用过载符合饱和函数

$$u_{\rm M} = \begin{cases} a_{\rm Mmax} \, {\rm sign} \, (a_{\rm M}) \, , \ | \, u_{\rm M} \, | > a_{\rm Mmax} \\ a_{\rm M} \, , \ | \, u_{\rm M} \, | < a_{\rm Mmax} \end{cases} \tag{31}$$

式中, $u_{\rm M}$ 为导弹指令加速度, $a_{\rm Mmax}$ 为可用过载极限值,仿真中取 $a_{\rm Mmax} = 200 \text{ m/s}^2$ 。制导律相关参数取值如下: $M_k = 200, p/r = 7/5, \beta = 10, \varepsilon = 0.1, a = 6/\varepsilon = 60, k = 5, T_k = 0.01 \text{ s}_0$

为验证所设计导引律的有效性,分别对无动 态延迟与动态延迟时间 $\tau = 0.3$ s 两种情况进行 仿真,无延迟情况即文献[10]中导引律。以末端 交会角 0°对目标进行拦截,末制导弹道如图 2





不考虑弹体延迟情况的脱靶量为 0.006 m, 交会角误差为 0.388°;弹体延迟 τ = 0.3 s 情况的 脱靶量为 0.210 m,交会角误差为 - 0.316°;同时 验证对导弹动态延迟不做任何处理的拦截情况, 此时脱靶量为 0.415 m,交会角误差为 - 4.25°。 通过仿真分析可见,所设计的考虑弹体延迟特性 的导引律在弹体延迟 0.3 s 情况下仍具有较高的 制导精度与较小的交会角误差,并且能有效降低 弹体动态延迟带来的影响。

无延迟与延迟时间 *τ* = 0.3 s 两种情况下,交 会角与指令加速度变化如图 3、图 4 所示。仿真 结果表明,为弥补制导指令的滞后,所设计导引律 中指令加速度较文献[10]中导引律在弹目拦截 后期进行更频繁的制导指令切换,使交会角误差 迅速减小。





Fig. 3 Missile-target intercept angle vary contrast

滑模面 S₁ 收敛情况如图 5 所示。仿真表明, 在理想无延迟状态下,滑模面 S₁ 较有延迟情况更 快地收敛到滑模面,而动态延迟条件下滑模面经













由图4可见,导引律给出的指令加速度出现 大幅度的振荡,且基本一致处于饱和状态,这是导 弹为追求小误差在滑模面上频繁切换制导指令的 结果,此时导弹实际响应的加速度如图6所示,在 工程上是可以实现的。

为验证导引律在其他交会角度以及延迟时间 下的适应性,对期望交会角-40°~30°拦截情况 进行仿真,延迟时间 7 取 0.5 s。对比不同期望交 会角下导引律对机动目标的拦截与交会角变化情 况,如图 7、图 8 所示,脱靶量与实际交会角误差 见表 1。

仿真结果表明,文中设计导引律在不同期望 交会角要求下,对机动目标均能以较小的脱靶量 与交会角误差进行拦截。当期望交会角大于 30° 时,由于可用过载极限值的限制将造成脱靶,而期 望交会角小于-40°时将会造成导弹触地。



图6 导弹实际加速度









图 8 交会角变化情况 Fig. 8 Changing situation of intercept angles

表 1	不同期望交会角仿真结果对比
-----	---------------

Tab. 1 Emulation results of different expected intercept angle

	期望交会角								
	30°	20°	10°	0°	- 10°	-20°	- 30°	-40°	
脱靶量/m	0.347	0.225	0.590	0.373	0.363	0.242	0.459	0.355	
实际交会角/(°)	29.48	20.78	10.42	-0.04	- 10. 78	- 20.65	-31.43	- 38.58	
交会角误差/(°)	-0.52	0.78	0.42	-0.04	-0.78	-0.65	-1.43	1.42	

4 结论

本文在非奇异有限时间控制理论基础上,应 用反步法中的动态面理论,将弹体动态特性近似 为一阶惯性系统,将目标加速度作为未知有界干 扰,推导了一种考虑弹体动态特性的交会角约束 非奇异有限时间制导律。通过对高速机动目标进 行拦截的仿真分析证明了该导引律能有效降低弹 体动态延迟带来的制导误差,并能保证在不同交 会角要求下均具有较高的制导精度。该方法无须 设计观测器对目标加速度进行观测,极大地降低 了制导环节负责性,为非奇异有限时间滑模导引 律在工程中的应用提供了方法参考。

参考文献(References)

- Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance, progress in astronautics and aeronautics [M]. USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- [2] 蔡洪, 胡正东, 曹渊. 具有终端角度约束的导引律综述[J]. 宇航学报, 2010, 31(2): 315-323.
 CAI Hong, HU Zhengdong, CAO Yuan. Survey of guidance law with terminal impact angle constraints [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2): 315-323. (in Chinese)
- [3] Zhou D, Qu P P, Sun S. A guidance law with terminal impact angle constraint accounting for missile autopilot [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2013, 135(5): 051009.
- [4] 孙胜,张华明,周萩.考虑自动驾驶仪动特性的终端角度 约束滑模导引律[J].宇航学报,2013,34(1):69-78.
 SUN Sheng, ZHANG Huaming, ZHOU Di. Sliding mode guidance law with autopilot lag for terminal angle constrained trajectories [J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(1): 69-78.(in Chinese)

- [5] Qu P P, Shao C T, Zhou D. Finite time convergence guidance law accounting for missile autopilot [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2015, 137(5): 051014.
- [6] He S M, Lin D F, Wang J. Robust terminal angle constraint guidance law with autopilot lag for intercepting maneuvering targets [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81 (1/2): 881-892.
- Zhang Z X, Li S H, Luo S. Terminal guidance laws of missile based on ISMC and NDOB with impact angle constraint [J].
 Aerospace Science and Technology, 2013, 31(1): 30 – 41.
- [8] Li G L, Yan H, Ji H B. A guidance law with finite time convergence considering autopilot dynamics and uncertainties [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2014, 12(5): 1011-1017.
- [9] Golestani M, Vali A R, Najjari S, et al. Finite-time convergence of guidance system via fast terminal sliding mode control [C]//Proceedings of 23rd Iranian Conference on Electrical Engineering, 2015.
- [10] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(4): 1114 – 1130.
- [11] 钱杏芳,林瑞雄.导弹飞行力学[M].北京:北京理工大学出版社,2000:90-116.
 QIAN Xingfang, LIN Ruixiong. Missile flight dynamics[M]. Beijing Institute of Technology Press, 2000:90-116.(in Chinese)
- [12] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4): 1230-1246.
- [13] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2012: 162 - 168.
 LIU Jinkun. Sliding mode variable structure control and MATLAB emulation [M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2012: 162 - 168. (in Chinese)