doi:10.11887/j.cn.201802022 http://journal.nudt.edu.cn

便携式绳轨提升装置的轮盘－绳索摩擦提升力模型*

殷 昊[1,2,3],叶佩青[1,2]

(1. 清华大学 机械工程学院,北京 100084;
2. 清华大学 精密超精密制造装备及控制北京市重点实验室,北京 100084;
3. 海军航空大学青岛校区,山东 青岛 266041)

摘 要:为提高便携式绳轨提升装置的实用性,对基于摩擦的该类装置的提升能力展开研究。利用控制变量法分别研究末端拉力、包角与轮盘－绳索相对尺寸对两者之间摩擦提升力的影响,结果表明该提升力均随三种因素的增加而增加但趋势变缓;轮盘－绳索之间的静摩擦系数随绳索末端拉力与包角的增加而减小并趋于稳定,随轮盘－绳索相对尺寸的增加而增加并收敛。论证了包角与末端拉力对摩擦提升力的影响相互等效,发现了轮盘－绳索摩擦的尺寸效应,构建了以上因素共同作用下的轮盘－绳索摩擦提升力模型。该模型是对欧拉公式的扬弃,深化了对轮盘－绳索摩擦规律的认识,对便携式绳轨提升装置的小型化、轻量化设计具有重要意义。

关键词:摩擦轮;摩擦传动;便携式绳轨提升装置;尺寸效应

中图分类号:TH132.2+1 **文献标志码**:A **文章编号**:1001－2486(2018)02－136－07

Lifting capacity model based on wheel-rope friction for portable rope-track hoist

YIN Hao[1,2,3], *YE Peiqing*[1,2]

(1. School of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Beijing Key Laboratory of Precision/Ultra-precision Manufacturing Equipments and Control, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
3. Qingdao Branch, Naval Aeronautical University, Qingdao 266041, China)

Abstract: In order to improve the usability of PRTH (portable rope-track hoist), the friction-based PRTH lifting capacity was studied. The influence of tension at the end of the rope, wrap angle and relative size on the friction between the wheel and the rope was experimentally studied by using the control variant method. The results show that: the friction increases with the increase of the three factors, but the trend is slowed down; the coefficient of static friction decreases with the increase of the end tension and the wrap angle and tends to be stable, and it increases with the relative size of the wheel to the rope and converges to a constant. The effects of wrap angle and end tension on the friction were demonstrated to be identical to each other, the size effect of wheel-rope friction was found, and a new lifting capacity model on wheel-rope friction was established with the three factors. The model is the sublation of Euler formula, deepens the understanding of the friction law between the wheel and the rope, and is of great significance to the miniaturization and lightweight design of PRTH.

Key words: friction wheel; friction drive; portable rope-track hoist; size effect

当火灾、地震、洪水等灾害发生时,电梯、吊车等常规提升装置受到限制无法使用或及时架设,导致人们错过最佳逃生或救援时间,因此客观需要一种体积小、负载大、自重轻的救援设备,便携式绳轨提升装置(Portable Rope-Track Hoist, PRTH)就是这样一种设备。PRTH可由单人携带,将绳索作为轨道,依靠自身机构与绳索之间的作用力(往往是摩擦力)来带动负载沿绳索运动。

体积、自重、负载能力是制约PRTH应用的重要因素,体积越小、自重越轻、负载能力越强则PRTH的适用范围越广。因此展开面向PRTH提升能力的研究对进行以小型、轻量、重载为目标的PRTH优化设计、提高其实用性具有重要意义。目前直接针对PRTH展开的学术研究尚不多见[1－2],相关研究往往面向矿井提升机[3－5]、带传动[6－9]、扭轮传动[10－11]等装置的传动力与效率展开研究,另一部分则重点研究钢丝绳内部应力、磨损与可靠性[12－13]。然而由于PRTH与常规提升

* **收稿日期**:2017－01－03
基金项目:广东省产学研资助项目(2011B090400382);清华大学摩擦学国家重点实验室探索基金资助项目(SKLT09B08)
作者简介:殷昊(1988—),男,山西晋城人,助理工程师,博士研究生,E-mail:yin-h14@mails.tsinghua.edu.cn

装置相比差异明显(①PRTH 使用的传动介质为柔性绳索而非皮带、V 型带或钢索;②PRTH 的摩擦轮半径较小,绳索半径与之相比不能忽略),因此现有相关结论对 PRTH 的适用性还不清楚,需要进行有针对性的研究。本文将围绕基于摩擦力的 PRTH 轮盘 – 绳索摩擦规律进行研究,为装置进一步的优化设计提供依据。

1　提升力的经典理论推导

PRTH 工作时摩擦轮在电机带动下沿绳索滚动升降(转速为 ω),绳索作为轨道在空间保持整体不动。与摩擦轮接触的绳索段受力见图 1,绳索 A 端的拉力 F_A 即为提升力,F_B 为施加于绳索 B 端的轴向拉力,其可以通过悬挂重物抑或施加其他形式的约束力来实现。绳索在摩擦轮上包角为 φ(φ 可进一步分为滑移角 θ 与黏滞角 $\varphi-\theta$,当 $\theta=\varphi$ 时产生最大摩擦力,提升力研究即是针对该情形进行分析),对绳索 AB 之间 α 位置的一段微小绳索(弧度为 $\mathrm{d}\alpha$)进行分析,可得到:

$$\begin{cases}(F_\alpha+\mathrm{d}F_\alpha)\cos\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}=F_\alpha\cos\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}+f_\alpha\\(2F_\alpha+\mathrm{d}F_\alpha)\sin\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}=N_\alpha+M_\alpha\\M_\alpha=\rho\cdot\omega^2\cdot r^2\cdot\mathrm{d}\alpha\\f_\alpha=\mu_\alpha\cdot N_\alpha\end{cases}\tag{1}$$

式中,F_α 与 $F_\alpha+\mathrm{d}F_\alpha$ 为绳索微段两截面所受拉力,f_α、M_α、N_α 为绳索微段受到的摩擦力、离心力与支持力,μ_α 为其与轮盘表面之间的摩擦系数,ρ 为单位长度绳索质量,假设在整个包角范围内摩擦系数为常数 μ,即 $\mu_\alpha=\mu$,$\alpha\in[0,\varphi]$。由于 $\mathrm{d}\alpha\approx0$,因此在式(1)中有 $\cos\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}=1$,$\sin\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}=\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}$,略去二阶微量 $\mathrm{d}F_\alpha\cdot\sin\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}$,另因 ρ 值较小且转速 ω 不高,可忽略离心力,积分得到:

$$\frac{F_A}{F_B}=\mathrm{e}^{\mu\varphi}\tag{2}$$

式(2)即为轮盘 – 绳索摩擦提升力的计算式,其最先由数学家欧拉推导得出,因此也被称为欧拉公式。其结论基于两点假设:①假设轮盘 – 绳索之间的摩擦系数处处相等;②默认可以忽略绳索或皮带等传动介质的几何特性(即绳索半径相对于轮盘半径可忽略,$R_r\ll R_w$)。由于 PRTH 所用绳索的力学性能、摩擦轮机构尺寸等方面具有特殊性,以上假设与结论对 PRTH 的适用性需要通过实验来验证。

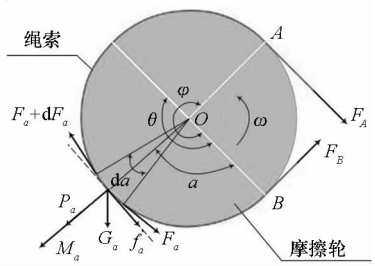


图 1　绳索受力图

Fig. 1　Force diagram of the rope contact with wheel

2　实验原理、装置与过程

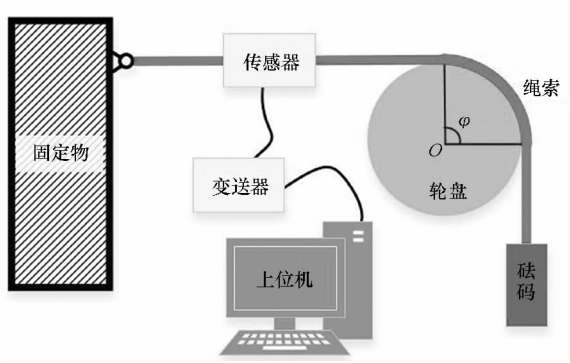
由式(2)可知,影响轮盘 – 绳索摩擦力的因素有摩擦系数 μ、包角 φ 与末端拉力 F_B。设计如下实验对式(2)描述 PRTH 提升能力的适用性进行考察。

2.1　实验原理与装置

如图 2(a)所示,绳索跨过轮盘形成大小为 φ 的包角,一端悬挂砝码,另一端与力学传感器相连,而力学传感器的另一端则铰接在实验台的挂环上。测量绳索围绕轮盘的包角及其两端拉力,利用式(2)可以求出在对应包角范围内的等效最大静摩擦系数。如前文的简化成立,则在不同情况下摩擦系数应保持不变,否则摩擦系数应改变,由此可以检验摩擦系数恒定假设的合理性;此外通过测量不同半径轮盘在相同包角与末端拉力情况下的提升力,通过观察末端拉力是否随轮盘尺寸变化,可以检验忽略绳索尺寸假设的合理性。

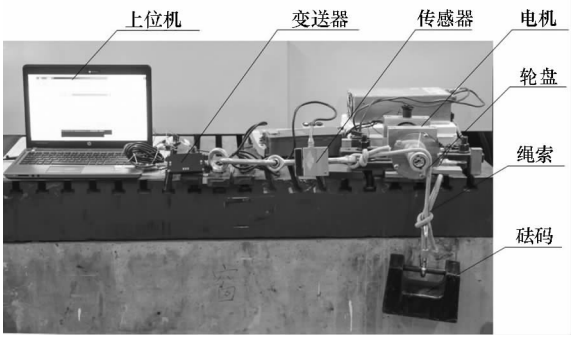
搭建实验平台如图 2(b)所示,轮盘通过固定在实验台上的电机带动旋转,电机由对应驱动板卡控制。为满足不同大小负载作用下拉力测量精度,实验选择两款测量范围分别为 0 ~ 1 kN 与 0 ~ 5 kN 的 BK – 2B 型传感器,该传感器由中国航天空气动力技术研究院研制,直线度、滞后与重复性均达到了 ±0.02% F.S,输出灵敏度为 1.5 ~ 2.0 mV/V,工作温度为 – 35 ~ + 80 ℃。所用变送器型号为 TS – 2 – 001,精度优于 0.1% F.S,工作温度为 – 20 ~ + 85 ℃。传感器的原始信号经变速器放大为 0 ~ 5 V 的电压信号后输出,经单片机的模数转换后以 0 ~ $(2^{10}-1)$ 的形式传至上位机中并被储存,实验数据采集频率为 3 kHz。从以上数据可知,力学信号经过采集与传送,积累误差在 ±0.3% F.S 以内,而经 M3 级标准砝码标定后(误差不超过 ±0.05%),实验设备的线性度、重复性与精度均在标称之内,满足实验精度要求。

本研究不涉及摩擦轮的材料、表面形貌与织构对摩擦现象的影响,因此实验所用的摩擦轮均为铝合金材质,表面为圆柱面,经喷丸硬化与氧化



(a) 实验平台原理示意图

(a) Schematic diagram of experimental platform



(b) 实验平台实物照片

(b) Photo of experimental platform

图 2　实验平台

Fig. 2　Experimental platform

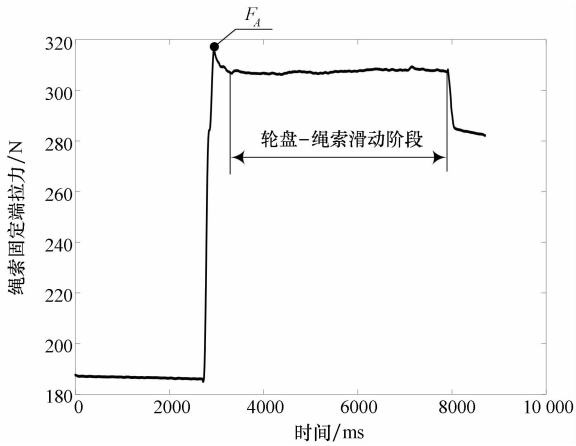
处理,粗糙度、硬度均匀同质,并可确保其在实验期间摩擦性质不会发生变化。实验所用绳索为 PRTH 配套专用绳索:由于 PRTH 运行方式独特,其对绳索性能要求极高,配套绳索与市面常见绳索有较大区别,因此实验将仅针对其配套绳索展开,而在该情况下轮盘 – 绳索相对尺寸的影响即可简化为轮盘半径 R_w 的影响;专用绳索由芳纶长纤维编织而成,直径在 9.5 ~ 10 mm 之间,拉伸强度约为钢丝的 6 倍。

2.2　实验过程与数据预处理

实验中通过在绳索末端悬挂砝码的方式施加 F_B,待砝码稳定后,逐渐增加电机输入功率直到轮盘在电机带动下与绳索发生整体相对滑动,在该情况下保持轮盘转速稳定运行一段时间后关闭电机,此为一个完整的实验周期。过程中,绳索与轮盘之间的静摩擦力在两者即将发生相对滑动的瞬间达到最大值,该时刻绳索固定端拉力即为提升力。

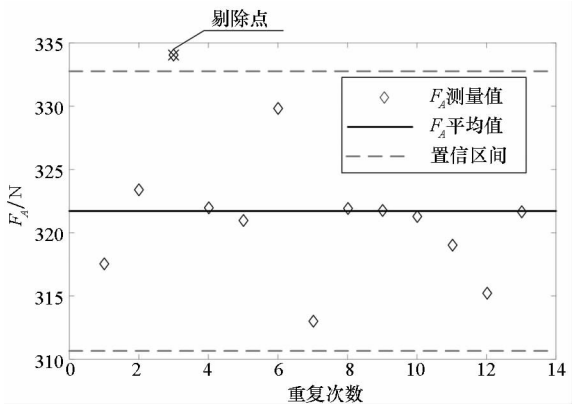
采集上述过程的力学信号,对其进行换算并用算术平均法滤波后得到绳索固定端拉力随时间变化曲线,见图 3(a),图中曲线尖峰值即对应轮盘 – 绳索的提升力 F_A,利用式(2)可求得对应的静摩擦系数(之后比较稳定的一段对应轮盘与绳索发生宏观相对滑动摩擦阶段,其变化规律不属本文讨论范围)。

在相同实验条件下(每次更换新绳索以避免绳索磨损带来误差),进行 10 ~ 15 次重复实验,并剔除超出 95% 置信度的点,如图 3(b)所示,测量的平均值 $F_{A-\mathrm{aver}} = 321.7$ N,标准差 $s = 5.5$ N,剔除一个置信区间 $F_{A-\mathrm{aver}} \pm 2s$ 范围外的点,并将新得到的 $F_{A-\mathrm{aver}} = 320.7$ N 参与后续计算。从测量值可以看到数据的重复性较好,这表明,虽然在相同条件下绳索与轮盘的摩擦提升力是在一定范围内波动的随机值[14-15],但波动范围较小,摩擦提升力比较稳定,因此可以用控制变量法对提升力的变化规律进行研究。



(a) 绳索固定端拉力变化曲线

(a) Curve of the tension on the fixed rope end



(b) F_A 测量的重复性

(b) Repeatability of the measured F_A

图 3　F_A 的选值及其测量的重复性

Fig. 3　Measuring of F_A and its repeatability

实验中,通过改变绳索末端悬挂砝码的重量来改变末端拉力 F_B;通过改变传感器铰接在实验台的位置改变包角 φ;通过更换不同半径 R_w 的轮盘来改变相对尺寸。

3　实验结果与分析

实验结果显示上述因素对提升力 F_A 及对应的静摩擦系数 μ 的影响如下:

1)在其余情况均一致的条件下,F_A 随 F_B 的增加而增加,但并非线性增加;静摩擦系数随着 F_B 的增加而降低,如图 4 所示。为方便对比给出 F_A/F_B 值随 F_B 的变化,图 5、图 6 同。

2)F_A 在小范围内与包角近似成指数关系,但两者之间误差会随着包角范围增加而变大;包角范围内的平均静摩擦系数随包角的增加而降低,如图 5 所示。

3)相对尺寸(或轮盘半径)对轮盘 – 绳索的摩擦现象有显著的影响,F_A 与静摩擦系数均随相对尺寸的增加而增加,静摩擦系数随轮盘半径变化趋势见图 6。

以上实验现象说明了理论推导过程中进行的简化假设与实际情况不符,需要对轮盘 – 绳索之间的摩擦现象进行重新考察。

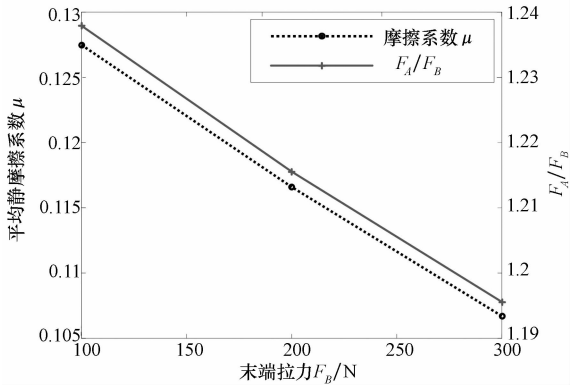


图 4　静摩擦系数与拉力比随绳索末端拉力 F_B 变化趋势

Fig. 4　Trend of friction coefficient and tension ratio with end tension F_B

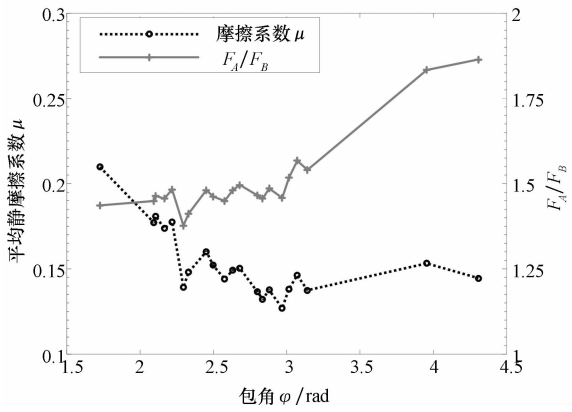


图 5　静摩擦系数与拉力比随包角变化趋势

Fig. 5　Trend of friction coefficient and tension ratio with wrap angle

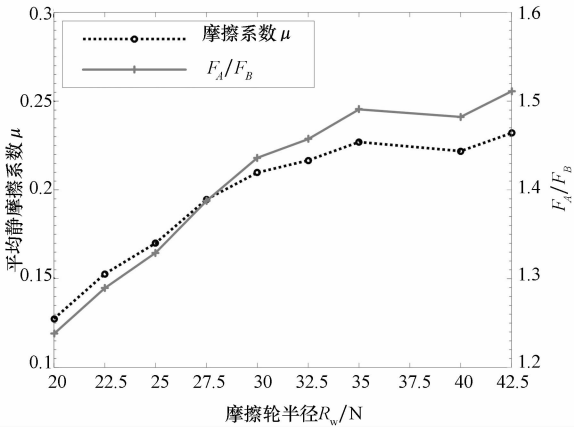


图 6　静摩擦系数与拉力比随摩擦轮盘尺寸变化趋势

Fig. 6　Trend of friction coefficient and tension ratio with wheel radius

3.1　尺寸效应

将轮盘 – 绳索相对尺寸对两者接触摩擦的影响称为尺寸效应。因为 PRTH 体积小、机构紧凑,其摩擦轮尺寸不可能太大,绳索半径相对于轮盘半径不可忽略,实验表明其尺寸效应明显。轮盘 – 绳索之间的静摩擦系数随着轮盘半径的增长而增长但增长趋势变缓,那么随着轮盘尺寸的增加,摩擦系数可能会一直增长也可能会逐渐趋近于一常数。考虑极限情况,轮盘半径增长的极限状态是平面,而绳索与平面之间的静摩擦系数应为一常值,该值应该就是轮盘 – 绳索静摩擦系数增长的极限,因此摩擦系数应随轮盘半径增加而趋于稳定。构造如下两种符合这种趋势的模型:

$$\mu=\mu_\infty\left(\frac{R_\mathrm{w}}{R_\mathrm{r}+R_\mathrm{w}}\right)^a+b \tag{3}$$

$$\mu=\mu_\infty\left(1-\mathrm{e}^{a\frac{R_\mathrm{w}}{R_\mathrm{r}}+b}\right) \tag{4}$$

其中,μ_∞ 为绳索与同质表面之间的摩擦系数。

通过选择适当的参数,两个模型均可与实验结果很好地符合,其中式(4)的模型误差更小,对比见图 7。

3.2　末端拉力与包角的影响

包角 φ 与末端拉力 F_B 的增加均会导致静摩擦系数的下降,首先讨论包角的影响。摩擦系数随着包角变化,但在很小的包角范围内其可以当作不变,则式(2)结论在此小范围内依然成立。将整个包角均分为 n 段,第 i 微段包角内摩擦系数为 $\mu_{i-1,i}$,另记在任意一段包角 $\varphi_{i,j}$ 内平均摩擦系数为 $\mu_{i,j}$,则有:

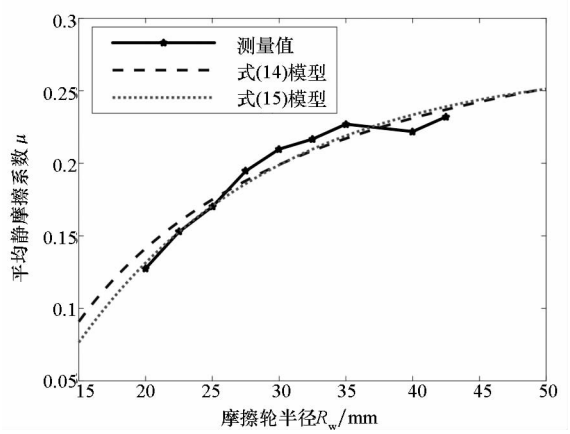


图7 静摩擦系数尺寸效应模型与实验数据对比

Fig. 7 Comparison of model with experimental data about size effect on friction coefficient

$$\begin{cases} F_1 = F_0 e^{\mu_{0,1}\varphi_{0,1}} \\ \quad\vdots \\ F_i = F_{i-1} e^{\mu_{i-1,i}\varphi_{i-1,i}} = F_0 e^{\sum_{m=1}^{i}\mu_{m-1,m}\varphi_{m-1,m}} = F_0 e^{\mu_{0,i}\varphi_{0,i}} \\ \quad\vdots \\ F_j = F_{j-1} e^{\mu_{j-1,j}\varphi_{j-1,j}} = F_0 e^{\sum_{m=1}^{j}\mu_{m-1,m}\varphi_{m-1,m}} = F_0 e^{\mu_{0,j}\varphi_{0,j}} \\ \quad\vdots \\ F_n = F_0 e^{\mu_{0,n}\varphi_{0,n}} \end{cases} \tag{5}$$

对上式中的 F_i、F_j 进行对比,得:

$$F_j = F_i e^{\mu_{i,j}\varphi_{i,j}} = F_i e^{\sum_{m=i+1}^{j}\mu_{m-1,m}\varphi_{m-1,m}} \tag{6}$$

即:

$$\mu_{0,i}\varphi_{0,i} = \sum_{m=1}^{i}\mu_{m-1,m}\varphi_{m-1,m} \tag{7}$$

$$\mu_{0,i} = \frac{1}{i}\sum_{m=1}^{i}\mu_{m-1,m} \tag{8}$$

以上说明:任意给一个末端拉力,均可将其看作为从同一最初末端拉力经过一定包角范围内的摩擦力积分的结果,F_B 的增加可以看作是 φ 增加的一种特例,两者对 F_A 与摩擦系数的影响应该是等效的,因此将围绕包角 φ 展开分析,不再就末端拉力的影响进行单独讨论。

由式(8)可知,包角内的平均静摩擦系数值即为每个微段内静摩擦系数的等权平均值。该结论同样适用于任意一段包角范围内的平均静摩擦系数:

$$\mu_{i,j}\varphi_{i,j} = \sum_{m=i+1}^{j}\mu_{m-1,m}\varphi_{m-1,m} = \ln F_j - \ln F_i \tag{9}$$

$$\mu_{i,j} = \frac{1}{\varphi_{i,j}}\sum_{m=i+1}^{j}\mu_{m-1,m}\varphi_{m-1,m} = \frac{1}{j-i}\sum_{m=i+1}^{j}\mu_{m-1,m} \tag{10}$$

将摩擦系数随包角变化的函数记为 $\mu(\varphi)$,则有:

$$\int_0^{\varphi}\mu(\varphi)\mathrm{d}\varphi = \ln F_\varphi - \ln F_0 \tag{11}$$

取 $F_0 = 1$ N,则 $\ln F_0 = 0$,进而有:

$$\int_0^{\varphi}\mu(\varphi)\mathrm{d}\varphi = \ln F_\varphi \tag{12}$$

即:

$$\frac{\mathrm{d}\ln F_\varphi}{\mathrm{d}\varphi} = \mu(\varphi) \tag{13}$$

那么通过实验测得不同包角下的静摩擦力,对其进行运算、拟合与求导即可得到近似描述静摩擦系数随包角变化的函数。而在实际中只需要知道应用范围内的曲线,该情况下针对规定的末端拉力进行包角实验,经过类似处理即可得到特定情况下摩擦系数随包角变化的函数。

根据以上分析,$\mu(\varphi)$ 应随包角 φ 单调递减且趋于常值,即其一次导函数应为负值且逐渐趋近于0;而根据物理意义其积分函数应单调增加,因此构造如下形式的 $\mu(\varphi)$:

$$\mu(\varphi) = ae^{b\varphi} + c \tag{14}$$

$$\mu(\varphi) = a\varphi^b + c \tag{15}$$

以上两式中均有 $a>0, b<0, c>0$,这两种形式的函数均能符合以上要求。选择合适参数,模型预测与实验值的差别如图8所示,可以看到两者误差较小,而当包角增加到一定程度后其对摩擦的影响非常轻微,$\ln F_A$ 随包角近似呈线性增长。

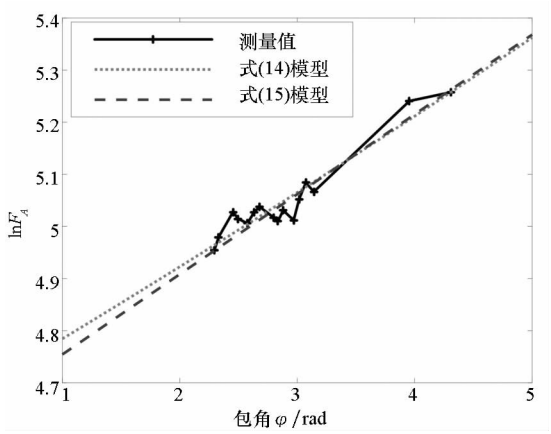


图8 包角对摩擦力影响的模型与实验数据对比

Fig. 8 Comparison of model with experimental data about wrap angle on friction

摩擦学研究表明,摩擦力与真实接触面积关系密切[14-15],黄平等建立了基于真实接触面积的摩擦模型[16],假设两者成正比。借鉴该假设并以

此出发,将绳索与轮盘接触表面简化为理想圆柱面,可得真实接触面积与法向载荷成亚线性关系,最终可得到符合式(15)描述的结果,并将其作为摩擦系数随包角变化的模型表达式。

由上文知,在相同实验条件下真实摩擦力也会在一定范围内发生随机波动。在实验测量与数据处理过程中,当包角增量 $\Delta\varphi$ 较小且样本数不足够大时,可能出现 $F_A(\varphi+\Delta\varphi)\leqslant F_A(\varphi)$ 的情况,此即为图 8 中数值波动的原因,但这些随机性并不会改变总体变化趋势。

3.3　尺寸与包角耦合影响下的轮盘 – 绳索摩擦模型

轮盘半径会影响绳索弯曲的曲率半径,这对轮盘 – 绳索之间摩擦的影响是全局性的,即在相同包角下不同半径的摩擦轮与绳索的摩擦系数均符合式(4)描述的规律。

包角对摩擦系数的影响也是全局性的,其根源来自于绳索力学特性的非线性。随着包角增加,绳索承受的拉力、形变、接触与摩擦均呈现非线性增长。

轮盘半径与包角对摩擦系数的影响是耦合的,轮盘半径的影响随着包角的增加而增加并趋于稳定;包角的影响则随着轮盘半径的增加而减小同时也趋于稳定。式(16)为两者对摩擦系数共同作用的数学模型,变化趋势见图 9。

$$\begin{cases}\mu_{\mathrm{R}} = \mu_{\infty}\left(1-\mathrm{e}^{a\frac{R_{\mathrm{w}}}{R_{\mathrm{r}}}+b}\right)\\ \mu(\varphi) = \mu_{\mathrm{R}}\cdot\varphi^{c}+d\end{cases} \tag{16}$$

关于提升力的计算,在式(16)得到的摩擦系数模型的基础上,可利用式(17)求得,而式(16)与式(17)共同构成了轮盘 – 绳索摩擦提升力的数学模型。

$$F_A = F_B\cdot\mathrm{e}^{\int_{\varphi_0}^{\varphi_0+\varphi}\mu(\varphi)\,\mathrm{d}\varphi} \tag{17}$$

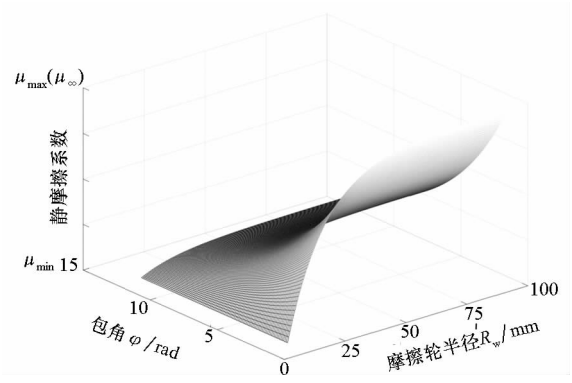


图 9　摩擦系数在包角与尺寸耦合作用下的变化趋势

Fig. 9　Trend of friction coefficient with wheel radius and wrap angle

4　结论

以 PRTH 为应用背景,利用控制变量法对轮盘 – 绳索之间摩擦提升力进行了系统的实验研究,经过分析得到以下结论:

1)末端拉力、包角、轮盘 – 绳索相对尺寸对二者之间的摩擦现象均有重要影响,摩擦提升力不能用欧拉公式进行准确描述;

2)轮盘 – 绳索摩擦现象具有明显的尺寸效应,静摩擦系数随着轮盘半径的增加而增加并趋于稳定,提升力随轮盘半径正相关;

3)轮盘 – 绳索之间的静摩擦系数与末端拉力及包角呈负相关的非线性关系,提升力则随两因素成正相关非线性关系,两因素对轮盘 – 绳索摩擦提升的影响等效;

4)得到了轮盘 – 绳索间静摩擦系数与摩擦提升力在末端拉力、包角、相对尺寸(或轮盘半径)等因素综合作用下的数学模型。

参考文献(References)

[1]　叶佩青, 郭允, 赵彤. 具备自由端的柔性介质摩擦提升方式效率分析[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2010, 50(8): 1243 – 1247.
YE Peiqing, GUO Yun, ZHAO Tong. Efficiency analysis of a climbing system with a flexible, free end medium[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2010, 50(8): 1243 – 1247. (in Chinese)

[2]　Seo K, Cho S, Kim T, et al. Design and stability analysis of a novel wall-climbing robotic platform (ROPE RIDE)[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 70: 189 – 208.

[3]　葛世荣. 多绳提升机衬垫摩擦系数的实验研究[J]. 矿山机械, 1989(7): 2 – 6.
GE Shirong. Experimental study on friction coefficient of multi-rope[J]. Mining & Processing Equipment, 1989(7): 2 – 6. (in Chinese)

[4]　葛世荣. 摩擦提升欧拉公式的修正[J]. 矿山机械, 1989(11): 18 – 22.
GE Shirong. Modification of Euler formula for friction lifting[J]. Mining & Processing Equipment, 1989(11): 18 – 22. (in Chinese)

[5]　常向东, 彭玉兴, 龚宪生, 等. 接触角与接触载荷对缠绕提升钢丝绳摩擦特性的影响[J]. 润滑与密封, 2016, 41(7): 16 – 24, 32.
CHANG Xiangdong, PENG Yuxing, GONG Xiansheng, et al. Effect of contact angle and load on friction characteristics of wire rope in winding hoist[J]. Lubrication Engineering, 2016, 41(7): 16 – 24, 32. (in Chinese)

[6]　Srivastava N, Haque I. Transient dynamics of metal V-belt CVT: effects of band pack slip and friction characteristic[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(4): 459 – 479.

[7]　Lubarda V A. Determination of the belt force before the gross

slip[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 83: 31 – 37.

[8] Sheng G, Lee J H, Narravula V, et al. Experimental characterization and analysis of wet belt friction and the vibro-acoustic behavior[J]. Tribology International, 2011, 44(3): 258 – 265.

[9] 朱琳, 王金武, 郑大宇, 等. 农用V型带当量摩擦系数影响角的试验[J]. 农业工程学报, 2011, 27(6): 143 – 147.
ZHU Lin, WANG Jinwu, ZHENG Dayu, et al. Experimental study on effect of slope angle on equivalent friction coefficient of agricultural V-belt[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2011, 27(6): 143 – 147. (in Chinese)

[10] 罗兵, 李圣怡, 李艾利. 超精密扭轮摩擦传动动力学研究[J]. 国防科技大学学报, 1998(3): 102 – 105.
LUO Bing, LI Shengyi, LI Aili. Dynamic analysis of a ultraprecision twist-roller friction drive [J]. Journal of National University of Defense Technology, 1998(3): 102 – 105. (in Chinese)

[11] 戴一帆, 李圣怡, 罗兵, 等. 扭轮摩擦驱动系统研究[J]. 国防科技大学学报, 1999(2): 88 – 91.
DAI Yifan, LI Shengyi, LUO Bing, et al. Research on twist-roller friction drive system[J]. Journal of National University of Defense Technology, 1999(2): 88 – 91. (in Chinese)

[12] Davies P, François M, Lacotte N, et al. An empirical model to predict the lifetime of braided HMPE handling ropes under cyclic bend over sheave (CBOS) loading[J]. Ocean Engineering, 2015, 97: 74 – 81.

[13] Kastratović G, Vidanović N, Bakić V, et al. On finite element analysis of sling wire rope subjected to axial loading[J]. Ocean Engineering, 2014, 88: 480 – 487.

[14] 温诗铸, 黄平. 摩擦学原理[M]. 4版. 北京: 清华大学出版社, 2012.
WEN Shizhu, HUANG Ping. Principles of tribology[M]. 4th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2012. (in Chinese)

[15] 波波夫. 接触力学与摩擦学的原理及其应用[M]. 李强, 雒建斌, 译. 北京:清华大学出版社, 2011.
Popov V L. Contact mechanics and friction physical principles and applications[M]. Translated by LI Qiang, LUO Jianbin. Beijing: Tsinghua University Press, 2011. (in Chinese)

[16] 黄平, 赖添茂. 基于真实接触面积的摩擦模型[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2012, 40(10): 109 – 114.
HUANG Ping, LAI Tianmao. Friction model based on real contact area [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2012, 40(10): 109 – 114. (in Chinese)