doi:10.11887/j.cn.201802025

http://journal. nudt. edu. cn

# 腐蚀损伤下船体总纵极限强度可靠性分析方法探讨\*

滑 林,吕岩松,吴 梵,张 二

(海军工程大学 舰船与海洋学院,湖北 武汉 430033)

摘 要:针对腐蚀损伤下船体结构安全性评估问题,基于实船腐蚀勘验数据,引入非概率可靠性评估理 论,提出舰艇现时状态下船体结构总纵极限强度非概率可靠性分析方法,建立船体结构非概率可靠性分析模 型。对某舰艇船体结构现时状态下的总纵极限强度可靠性及非概率可靠性分析方法在船体结构安全状态评 估方面的应用性进行了分析。结果表明:非概率可靠性分析方法克服了过度依赖样本数据的缺陷,较确定性 方法更贴近客观实际,在舰艇船体结构技术状态评估方面具有较好的应用前景。

关键词:船体结构;非概率可靠性理论;腐蚀损伤;极限强度;可靠性分析

中图分类号:U663.2 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2018)02-156-05

# Discussions on reliability analysis method for ultimate longitudinal strength of hull structure under corrosion damage

HUA Lin, LYU Yansong, WU Fan, ZHANG Er

(School of Naval Architecture & Ocean, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: In terms of the reliability analysis of ultimate longitudinal strength of naval ships in-service based on the data of pitting corrosion recorded, the non-probabilistic reliability analysis theory was introduced. A new method to analyze the ultimate longitudinal strength reliability under the present condition was put forward for hull structures, the non-probabilistic reliability analysis model was established, and the application of non-probability reliability method on condition assessment of hull structure was analyzed. Results show that the proposed theory overcomes the defects that relied too much on the corrosion sample library, the consequence tends to be more realistic than the deterministic method, and the non-probabilistic reliability analysis theory has a good application prospect for condition assessment of naval ships.

Key words: vessel structure; non-probability reliability theory; corrosion damage; ultimate strength; reliability analysis

现阶段,舰艇船体结构安全性评估依然基于 确定性方法,而确定性评估方法未能充分反映不 确定性因素(如船体构件厚度、材料力学特性等) 的影响,从而导致船体强度状态评估结果的置信 水平降低。针对确定性方法的局限性,国内外学 者基于传统可靠性理论(如随机概率可靠性理 论、模糊可靠性理论等)对船体结构的可靠性进 行了一系列研究。Nordenstrom<sup>[1]</sup>教授发表了首 篇船体结构可靠性分析的文章,在考虑了参量的 随机性后,利用第三水平法计算了船体结构的失 效概率;Chao 等<sup>[2]</sup>在考虑了结构不确定因素的影 响后,构造了船体结构的极限状态函数,分析了船 体结构的可靠性并计算了其失效概率;邱巍等[3] 基于模糊集合理论,采用 Monte Carlo 法对某大型 油船的总纵强度进行了分析;严心池等[4]通过对 大型舰船结构主要失效模式方程的线性化研究,

采用概率网络估算技术(Probabilistic Network Estimation Technique, PNET)法计算了船体结构的可靠性指标。

从 20 世纪 90 年代起,随着数理统计的发展, 基于概率理论的船体结构可靠性分析方法已逐渐 成熟。如今,基于传统可靠性理论的船体结构可 靠性分析方法开始得到各国船级社、造船企业等 部门的认可。但由于对样本要求较高,传统可靠 性理论在腐蚀损伤下的船体结构可靠性评估方面 具有较大的局限性。因此,一种合理且可行性更 高的评估方法评估理论亟待研究。

## 1 非概率可靠性分析理论

#### 1.1 非概率可靠性理论基本法则

Ben-Haim<sup>[5]</sup>和 Qiu<sup>[6]</sup>等先后提出并完善了基

于凸集模型的非概率可靠性评估理论。他们将结 构的可靠性描述为结构能允许不确定参量在一定 范围内波动。区间模型是非概率可靠性理论下的 典型模型之一,基于区间模型只需确定结构参量 的波区间即可对结构的可靠性进行分析。由于区 间模型不考虑结构参量间复杂的交互影响,对样 本信息量要求较低且可靠性评估结果偏于保守而 在实际工程应用中得到了快速发展。

区间模型内的参数变量称为区间变量,对于 任意的区间变量  $X = [x^i, x^u], 则有:$ 

$$\begin{cases} x^{c} = \frac{x^{l} + x^{u}}{2} \\ x^{r} = \frac{x^{u} - x^{l}}{2} \end{cases}$$
(1)

式中,x<sup>c</sup>为变量 x 的均值,x<sup>r</sup>为变量 x 的离差。

联立式(1),变量区间 X<sup>1</sup> 及区间变量 x 可表 示为:

$$\begin{cases} X^{I} = x^{c} + x^{r} \Delta^{I} \\ x = x^{c} + x^{r} \delta \end{cases}$$
(2)

式中: $\Delta' = [-1,1]$ 为标准化区间; $\delta \in \Delta' = [-1,1]$ 为标准化区间变量。

设区间变量  $Y = [y^l, y^u], 则区间变量的基本 运算法则为:$ 

$$X + Y = [x^{l} + y^{l}, x^{u} + y^{u}]$$
(3)

$$X - Y = \left[ x^{l} - y^{l}, x^{u} - y^{u} \right]$$

$$(4)$$

$$X \times Y = \left[\min\left(x^{l} \times y^{l}, x^{l} \times y^{u}, x^{u} \times y^{l}, x^{u} \times y^{u}\right),$$

$$\max(x^{'} \times y^{'}, x^{'} \times y^{''}, x^{''} \times y^{''}, x^{''} \times y^{''}) ] \quad (5)$$
$$X/Y = \left[\min(x^{l}/y^{l}, x^{l}/y^{u}, x^{u}/y^{l}, x^{u}/y^{u}),\right]$$

$$\max(x^{l}/y^{l}, x^{l}/y^{u}, x^{u}/y^{l}, x^{u}/y^{u})] \qquad (6)$$

$$\frac{X}{Y} = \begin{cases} \begin{bmatrix} x^{l}/y^{u}, x^{u}/y^{u} \end{bmatrix} & x^{l} \leq 0, y^{l} = 0 \\ \begin{bmatrix} -\infty, x^{l}/y^{l} \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} x^{u}/y^{l}, +\infty \end{bmatrix} & x^{l} \leq 0, y^{u} < 0 < y^{l} \\ \begin{bmatrix} -\infty, x^{l}/y^{l} \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} x^{u}/y^{l}, +\infty \end{bmatrix} & x^{l} \leq 0, y^{u} = 0 \\ \begin{bmatrix} -\infty, x^{u}/y^{l} \end{bmatrix} & x^{u} \leq 0 < x^{l} \\ \begin{bmatrix} -\infty, x^{u}/y^{u} \end{bmatrix} & x^{u} \leq 0, y^{l} = 0 \\ \begin{bmatrix} -\infty, x^{u}/y^{u} \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} x^{u}/y^{l}, +\infty \end{bmatrix} & x^{u} \geq 0, y^{u} < 0 < y^{l} \\ \begin{bmatrix} x^{u}/y^{l}, +\infty \end{bmatrix} & x^{u} \geq 0, y^{u} = 0 \end{cases}$$
(7)

$$aX = \begin{cases} a[x^l, x^u] & a > 0\\ a[x^u, x^l] & a < 0 \end{cases}$$
(8)

式中,a为常数。

## 1.2 非概率可靠性指标

设  $x_i \in X_i^l$ (*i*=1,2,…,*n*)表示与结构安全性 相关的区间变量(如材料的屈服强度、几何参数、 载荷等),结构失效的极限状态函数为:  $M = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{9}$ 

由于变量 x 为区间变量,因此极限状态函数 M 亦为区间变量。非概率可靠性指标 η 的计算 公式:

$$\eta = \frac{M^c}{M^r} \tag{10}$$

式中,M°为均值;M′为离差。

除了式(10)给出的非概率可靠性指标  $\eta$  的 计算方法外,文献[7]还从物理意义层面给出了  $\eta$ 的定义。即对于任意连续的极限状态函数  $M = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,基于区间模型的非概率可靠性 指标可定义为:

$$\boldsymbol{\eta} = \min(\|\boldsymbol{\delta}\|_{\infty}) \tag{11}$$

式中, $\boldsymbol{\delta} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 为标准化区间向量,  $\|\boldsymbol{\delta}\|_{\boldsymbol{x}}$ 为无穷范数。

η的几何含义为:在标准化基本变量组成的 空间内,按无穷范数度量的从坐标原点到失效面 上的最短距离。从η的几何含义中可以看出:*n* 维曲面 *M* 将结构的基本参量空间分为失效域 (*M* <0)、安全域(*M* >0)和临界域(*M* =0)三部 分。当η>1时,均有 *M* >0,此时,失效域与标准 化基本区间变量组成的空间域不相交,结构安全 可靠;当η<1时,均有 *M* <0,此时失效域与标准 化基本区间变量组成的空间域不相交,结构不可靠; 当η=1时,*M* 既有可能大于0,也有可能小于0, 此时失效面与空间域的边界相切,结构处于临界 状态<sup>[8]</sup>。由此可以看出:η越大,结构性能的波动 区域距离失效域越远,结构的可靠性越高,抗外界 干扰的能力越强。

# 2 船体结构腐蚀

#### 2.1 船体腐蚀特点

舰艇船体结构的腐蚀损伤主要分为整体腐蚀 和局部腐蚀两种类型。在结构整体腐蚀方面,船 体构件表现为近似均匀地减薄,且不同位置处的 构件其均匀腐蚀程度也具有明显差别。如水线附 近的舷侧外板,船底板和湿干交替的压载舱室构 件腐蚀最为严重。在局部腐蚀方面,船体构件主 要表现为点蚀损伤。点蚀损伤主要集中分布在污 水舱、内底板、平台板、外底板和舷侧外板等部位。 在污水舱、外底板和舷侧外板等位置点蚀呈单侧 分布,见图1;在内底板和平台板等处点蚀呈双面 分布,见图2。

#### 2.2 船体结构腐蚀评定

在腐蚀评估方法上,船体结构整体腐蚀与局



图 1 舷侧外板的点蚀损伤 Fig. 1 Pitting damage of side plates



图 2 平台板的点蚀损伤 Fig. 2 Pitting damage of pallets

部腐蚀具有显著差别。对于整体均匀腐蚀,一般 以构件的腐蚀剩余厚度 t 评定其腐蚀的程度;对 于点蚀损伤,常以点蚀密集度参数、蚀点深度或点 蚀体积评定其损伤程度。鉴于均匀形式的整体腐 蚀评估方法在满足经济性的同时具有较好的可操 作性<sup>[9]</sup>,故本文采用构件的腐蚀剩余厚度评估在 役舰艇船体结构的腐蚀损伤。

## 3 舰艇船体结构可靠性分析模型

#### 3.1 舰艇载荷的计算

在航行过程中,舰艇主要受静水弯矩、波浪弯 矩和砰击弯矩三种载荷的作用。其中,静水弯矩 *M*<sub>s</sub> 受舰艇装载状态的影响较大;波浪弯矩 *M*<sub>w</sub> 和 砰击弯矩 *M*<sub>d</sub> 受舰艇航行状态、航速和海况的影 响较为显著。本文在计算船体波浪弯矩时,采用 规范和波浪载荷直接计算两种方法。对于正常装 载的舰艇,其船舯剖面处组合弯矩 *M*<sub>a</sub> 的计算形 式<sup>[10]</sup>可设定为:

$$M_{\rm u} = M_{\rm s} + M_{\rm w} + M_{\rm d} \tag{12}$$

在组合弯矩的计算过程中,由于波高、航速的 波动,组合弯矩计算值存在上下界,故组合弯矩可 作为在役舰艇结构可靠性分析的区间变量。

#### 3.2 腐蚀损伤下船体结构抗力的计算

船体抗力表征了船体在外载荷作用下抵抗失 效破坏的能力,而最小剖面模数是船体抗力的重 要衡准参数。这是因为最小剖面模数既能体现船 体结构抵抗舰艇总纵弯曲变形的能力又能衡量船 体结构极限强度的大小。

依据相关规范,在测量船体典型剖面构件腐 蚀剩余厚度时,需在每一构件上测量3~7个数量 不等的测点。由此,构件腐蚀剩余厚度 t 为区间 变量。以构件腐蚀剩余厚度 t 为基本变量的船体 最小剖面模数亦为区间变量。其计算过程如下:

计算剖面对参考轴的惯性矩:

式中: II 为板材对参考轴的惯性矩; III 为加筋对参 考轴的惯性矩;  $b_i$  为第 i 个板材的宽度;  $t_i$  是第 i个板材的现时厚度;  $h_i$ 、 $h_j$  分别为板材和加筋距参 考轴的垂直距离;  $A_j$  为第 j 个加筋的现时剖面积;  $I_j$  为第 j 个加筋的现时自身惯性矩;  $\alpha_i$ 、 $\alpha_j$  分别为 板材和加筋与剖面中线的夹角。

计算剖面的静矩:

$$S = \sum_{i=1}^{n} b_{i} t_{i} h_{i} + \sum_{j=1}^{m} A_{j} h_{j}$$
(14)

计算剖面的现时总面积:

$$A = \sum_{i=1}^{n} b_i t_i + \sum_{j=1}^{m} A_j$$
 (15)

上甲板处的剖面模数:

$$W_{\rm d} = \frac{I - \frac{S^2}{A}}{h_{\rm d} - \frac{S}{A}} \tag{16}$$

船底板处的剖面模数:

$$W_{\rm b} = \frac{I - \frac{S^2}{A}}{h_{\rm b} - \frac{S}{A}}$$
(17)

式(16)、式(17)中,*h*<sub>d</sub>为上甲板距参考轴的垂直 距离;*h*<sub>b</sub>为船底板距参考轴的垂直距离。

计算剖面的最小剖面模数:

$$W_{\min} = \min[W_{\rm b}, W_{\rm d}] \qquad (18)$$

## 3.3 舰艇船体结构失效方程的确定

在静水弯矩、波浪弯矩和砰击弯矩的共同作 用下,船体结构的失效模式主要有两种形式:中拱 状态下,船底板结构受压屈曲破坏或甲板结构受 拉屈服破坏;中垂状态下,甲板结构受压屈曲失稳 或底板结构受拉屈服破坏。对于水面舰艇而言, 剖面中和轴的位置通常靠近船底板,且甲板失稳 临界应力 σ<sub>er</sub>通常小于材料的屈服强度 σ<sub>s</sub>。因 此,舰艇的总纵极限状态表现为中垂状态下甲板 结构屈曲失效。即当甲板的总纵弯曲压应力达到 σ<sub>er</sub>时,甲板结构失稳破坏,船体失去承载能力。 此时,舰艇船体结构极限状态方程为;

$$F = W_{\min} \cdot \sigma_{\rm cr} - M_{\rm u} = 0 \tag{19}$$

由于腐蚀损伤造成甲板结构失稳临界应力  $\sigma_{\rm er}$ 在一定范围内波动,故甲板结构失稳临界应力 也是区间变量。

## 4 算例分析

考虑到船舯剖面处的总纵极限强度在很大程 度上能够反映整个舰艇船体结构的安全性,所以 本文选取舰艇的船舯剖面为计算剖面。舰艇的基 本参数见表1。

表1 舰艇的基本参数

Tab. 1 Parameters of	t naval vessel
基本参数	数值
船长 L/船宽 B	0.96
平均吃水 T	2.97 m
设计波高 H <sub>s</sub>	5.267 m
设计航速 V <sub>d</sub>	29 Kn
巡航航速 V <sub>e</sub>	26 Kn
方形系数 C <sub>b</sub>	0.49

基于舰艇船体结构可靠性分析模型,可确定 以舰艇船舯剖面组合弯矩 $M_u$ 、最小剖面模数 $W_{min}$ 和甲板结构失稳临界应力 $\sigma_{cr}$ 为区间变量的船体 结构极限状态方程。

联立式(13)~(18)可得,现时状态下舰艇船 舯 剖 面 最 小 剖 面 模 数  $W_{min} = \left[\frac{I_B^i}{h_{max}}, \frac{I_B^u}{h_{min}}\right] =$ [693 284.3,815 493.4]mm<sup>2</sup> · m。舰艇设计航区 的有义波高为 5.267 m,在该航区内该舰艇的计 算载荷  $M_u = [1.080 9 \times 10^8, 1.139 2 \times 10^8]$ N · m, 舰艇甲板结构失稳临界应力  $\sigma_{cr} = [170, 450]$  MPa。 舰艇船舯剖面的失效函数为:

 $F(\sigma_{cr}, W_{min}, M_{u}) = W_{min} \times \sigma_{cr} - M_{u}$  (20) 基于非概率可靠性理论的基本运算法则,将 各区间变量进行区间标准化后,式(20)可写成:

 $F(\sigma_{\mathrm{cr}}, W_{\mathrm{min}}, M_{\mathrm{u}})$ 

 $= (310 + 140\delta_{\sigma_{\rm cr}}) (754 \ 388. \ 8 + 61 \ 104. \ 6\delta_{W_{\rm min}}) -$ 

 $(1.110\ 05 \times 10^8 + 2.915 \times 10^6 \delta_{M_u})$  (21)

由泛函分析可知,当 $|\delta_{\sigma_{er}}| = |\delta_{W_{min}}| =$  $|\delta_{M_u}|$ 时,函数 $F(\sigma_{er}, W_{min}, M_u)$ 取最值。将泛函 条件代入式(21),解的最小值即为该舰艇在该航 区内极限强度的非概率可靠性指标。

基于确定性方法对该舰艇现时状态下船体结 构极限强度进行评估时,需取舰艇的设计水线长 为计算波长。船舯剖面中垂状态下的极限强度校 核公式<sup>[11]</sup>为:

$$k = \frac{M_{y}}{M_{s} + M_{w} + M_{d}} > 1.5$$
 (22)

式中, k 为极限弯矩安全储备系数; M<sub>y</sub> 为剖面折 减后计算的极限弯矩。

由式(21)和式(22)可分别得到非概率可靠 性理论和确定性方法下的舰艇的强度状态。具体 数据见表2。

表 2 不同评估方法下舰艇强度状态计算结果

Fab. 2	Results	of	$\operatorname{strength}$	assessment	under	different	methods
--------	---------	----	---------------------------	------------	-------	-----------	---------

评估方法	评估指标	安全标准	安全状态
确定性方法	k = 1.57	1.5	船体安全
非概率可靠 性理论	$\eta = 1.035$	1	船体可靠

由表2 所示的不同方法下的舰艇状态评估结 果可知,两种评估方法下,舰艇船体结构均处于安 全状态,满足使用要求。确定性方法下,舰艇现时 状态的安全指标较安全标准高出4.67%;非概率 可靠性理论下舰艇现时状态的安全指标(可靠性 指标)高出安全标准3.5%。由此可知,采用非概 率可靠性理论评估在役舰艇的安全性是可行的。 从数据处理方面,可认为:非概率可靠性理论得到 的评估结果较传统确定性评估方法更接近客观 实际。

舰艇在服役过程中,航行海域的海况变化较为复杂,通常按有义波高将海况从0到9分为10 个等级,相应的波高对应值见表3。其中, $\bar{\xi}_{w/3}$ 为 三一平均波高,即最大波高的平均值。

表 3 风浪等级 b 3 Grades of winds and waves

Tab. 5 Grades of whites and waves					
浪级	波高 $\bar{\xi}_{w/3}/m$	浪级	波高 $\overline{\xi}_{w/3}/m$		
0级	0	5级	[2.5,4.0)		
1级	(0,0.1)	6级	[4.0,6.0)		
2级	[0.1,0.5)	7级	[6.0,9.0)		
3级	[0.5,1.25)	8级	[9.0,14.0)		
4级	[1.25, 2.5)	9级	$[14.0, +\infty)$		

在确定性评估方法中,波长取舰艇的设计水 线长,造成船体结构强度状态评估结果难以为舰 艇的降航区使用提供技术支撑,而基于非概率可 靠性理论的方法,采用波浪载荷直接计算法得到 的评估结果可弥补确定性评估方法的不足。通过 非概率可靠性分析,可得舰艇初始设计和现时状 态下船体结构可靠性随海况等级的变化规律,如 图3所示。





由图3所示的非概率可靠性指标随海况的变 化规律可知,随着海况的恶化,舰艇船体结构的安 全性逐渐降低,这与实际情况相符。初始设计状 态下,舰艇以设计航速航行在7级海况以下时,船 体结构是安全的,这与设计要求是一致的。而现 时状态下,舰艇以设计航速在6级海况航行时,船 体结构破坏的风险较高。舰艇现时状态较初始设 计状态,安全海况已下降了一个等级。

#### 5 结论

针对传统可靠性理论在腐蚀损伤下舰艇船体 结构可靠性分析中的局限性,本文引入了非概率 可靠性分析理论,对实船的总纵极限强度进行了 可靠性分析。主要结论归纳如下:

 1)基于非概率可靠性理论对在役舰艇船体结构可靠性分析时只需确定随机变量的区间,而无须明确随机变量的概率密度分布形式或隶属度函数, 间接地降低了样本数据的要求,使腐蚀损伤下船体结构的可靠性分析在工程应用上具有了可行性。

2)非概率可靠性理论相对于确定性评估方法得到的评估结果更贴切客观实际,在工程中应用性更强,且评估结果可为腐蚀损伤下现役舰艇船体结构性能的降级提供技术支撑。

3)引入非概率可靠性理论对在役舰艇进行

可靠性计算的目的不是替代传统可靠性评估理论,而是为在传统可靠性评估理论不具备实际可操作条件下,为舰艇现时状态下的船体结构强度评估提供一种途径。

# 参考文献(References)

- [1] Nordenstrom N. Probability of failure for weibull load and normal strength[R]. Det Norske Veritas, 1969.
- [2] Chao R J, Ayyub B M. Reliability and uncertainty evaluation for longitudinal bending hull girders of surface ships [J]. Journal of Ship Research, 1997, 41(1): 57-68.
- [3] 邱巍,金在律.船舶总纵强度的模糊可靠性[J].大连理 工大学学报,1994,34(4):436-441.
  QIU Wei, JIN Zailü. Ship longitudinal strength reliability analysis based on fuzzy definite of failure [J]. Journal of Dalian University of Technology, 1994, 34(4): 436-441. (in Chinese)
- [4] 严心池,安伟光,陈卫东,等.大型舰船结构的可靠性研究[J].哈尔滨工程大学学报,2004,25(2):147-152.
  YAN Xinchi, AN Weiguang, CHEN Weidong, et al. Reliability analysis for large ship structure [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2004, 25(2):147-152. (in Chinese)
- Ben-Haim Y. A non-probabilistic measure of reliability of linear systems based on expansion of convex models [J].
   Structural Safety, 1995, 17(2): 91 - 109.
- [6] Qiu Z P, Mller P C, Frommer A. The new non-probabilistic criterion of failure for dynamical systems based on convex models [J]. Mathematical and Computer Modeling, 2004, 40(1/2): 201-215.
- [7] 郭书祥,吕震宙,冯元生.基于区间分析的结构非概率可 靠性分析模型[J].计算力学学报,2001,18(1):56-60.
  GUO Shuxiang, LYU Zhenzhou, FENG Yuansheng. A nonprobabilistic model of structural reliability based on interval analysis[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001,18(1):56-60. (in Chinese)
- [8] 陈旭勇.基于非概率理论模型的在役 RC 桥梁可靠性研究[D].武汉:华中科技大学,2010.
   CHEN Xuyong. Reliability investigation of RC bridge inservice based on non-probabilistic theoretical model [D].
   Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2010. (in Chinese)
- [9] 张克辉, 滑林. 老龄舰船总纵强度状态评估可行性研究[J]. 海军工程大学学报, 2015, 27(5): 94-98.
  ZHANG Kehui, HUA Lin. Feasibility study of condition assessment of aging naval vessel's longitudinal strength[J].
  Journal of Naval University, 2015, 27(5): 94-98. (in Chinese)
- [10] 朱锡, 吴梵. 舰艇强度[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
   ZHU Xi, WU Fan. Strength of naval ships[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. (in Chinese)
- [11] 戴仰山, 沈进威, 宋竞正. 极限强度校核中的几个问题[J].中国造船, 2007, 48(1): 102 105.
  DAI Yangshan, SHEN Jinwei, SONG Jingzheng. Some questions in ship ultimate strength analysis[J]. Ship Building of China, 2007, 48(1): 102 105. (in Chinese)