doi:10.11887/j.cn.201804006 http://journal.nudt.edu.cn

# 无衍射艾里光束的横向自加速特性*

吴云龙,孙晓泉,聂劲松
(国防科技大学 脉冲功率激光技术国家重点实验室,安徽 合肥 230037)

**摘 要**:无衍射艾里光束的横向自加速特性使得光束在自由空间沿弯曲路径进行传输成为可能。利用一维傍轴波动方程对新型无衍射艾里光束的横向自加速特性进行了仿真研究。研究表明,当入射波长一定时,艾里光束的横向加速度大小与传播距离呈正比关系,而与任意横向尺度的大小呈反比关系。同时,利用波印廷矢量对艾里光束横向自加速的内在机理进行了研究。最后,利用通用型液晶空间光调制器对二维艾里光束的产生和横向自加速特性进行了实验研究,所得结果与仿真计算结果取得了较好的一致性。

**关键词**:艾里光束;横向自加速;液晶空间光调制器
**中图分类号**:TN95 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2018)04-035-06

# Transverse acceleration property of non-diffracting Airy beam

*WU Yunlong*, *SUN Xiaoquan*, *NIE Jinsong*
(State Key Laboratory of Pulsed Power Laser Technology, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

**Abstract**: The transverse acceleration property of Airy beams makes it possible for beams to propagate along the curved trajectories in free space. The transverse acceleration propagation property of the new-type Airy beams was studied by utilizing the one-dimensional paraxial wave equation. The simulation results show that the transverse acceleration of Airy beam is relevant to the propagation distance and arbitrary transverse scale when the wavelength keeps constant. The transverse acceleration will become larger when the propagation distance becomes longer and the transverse scale becomes smaller. The Poynting vector was utilized to analyze the mechanism of accelerating property of Airy beams. Moreover, the two-dimensional finite Airy beam was generated by utilizing the universal liquid crystal spatial light modulator, and the experimental study on the transverse acceleration property of Airy beam was also carried out. The experimental results coincide well with the simulation results.

**Key words**: Airy beam; transverse acceleration; liquid crystal spatial light modulator

1979年,Berry和Balazs首先在理论上证明了艾里波包解的存在。同时,Berry和Balazs还说明了该波包解具有一些非常新奇的特性,如无衍射以及自加速等[1]。但是,理想的艾里波包具有无限大能量,这在物理上是无法实现的,因此这一成果并没有得到研究人员的广泛关注。直到2007年,Siviloglou等对这一理论进行了深入的研究,并发现被"截趾"的艾里函数同样满足一维傍轴波动方程[2]。同一年,该团队在理论研究的基础上首次实验产生了艾里光束,并在实验中观察到艾里光束具有无衍射、自加速和自愈合的奇异特性[3],这一成果迅速引起学者们的极大兴趣。目前,各国学者的关注点主要集中在艾里光束的产生[4-8]、特殊型艾里光束的传输特性[9-13]、艾里光束传输轨迹的控制[14-16]等方面。

在艾里光束三种奇异特性中,横向自加速特性无疑最能引起广大学者的关注和兴趣。该特性使得艾里光束在微粒的定向操控[17]、具有弯曲轨迹传播的光子弹的产生[18-19]等领域具有巨大的潜在应用价值。本文采用理论仿真与实验产生相结合的方法来研究艾里光束的横向自加速特性,为深入研究新型无衍射艾里光束的特性机理、产生控制等提供参考。

## 1 理论模型

一维艾里光束在自由空间传播时,其特性可以由一维傍轴波动方程来描述:

$$\mathrm{i}\frac{\partial\phi}{\partial\xi}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2}=0 \tag{1}$$

式中:$\phi$ 为慢变电场包络;$s=x/x_0$ 表示归一化横向坐标,$x_0$ 为任意横向尺度;$\xi=z/(kx_0^2)$ 为归一化传播距离,$k=2\pi n/\lambda_0$ 表示波数,$n$ 表示介质折射

* **收稿日期**:2018-01-12
**基金项目**:脉冲功率激光技术国家重点实验室主任基金资助项目(2015J1003)
**作者简介**:吴云龙(1988—),男,安徽合肥人,博士研究生,E-mail:jackwu1225@126.com;
聂劲松(通信作者),男,研究员,博士,博士生导师,E-mail:njs7001@sina.com

率，$\lambda_0$ 表示中心波长。

在初始条件下，$\phi$ 满足以下条件：

$$\phi(\xi=0,s)=Ai(s) \tag{2}$$

艾里光束在理想条件下具有无穷大的能量，这在物理上是无法实现的。为了便于研究，需要在式(2)的基础上增加一个衰减项，一般采用指数衰减，此时，式(2)可以表示为：

$$\phi(\xi=0,s)=Ai(s)\exp(as) \tag{3}$$

式中，$a$ 为衰减系数，$0<a<1$。

将式(3)代入式(1)可以得到[2-3]：

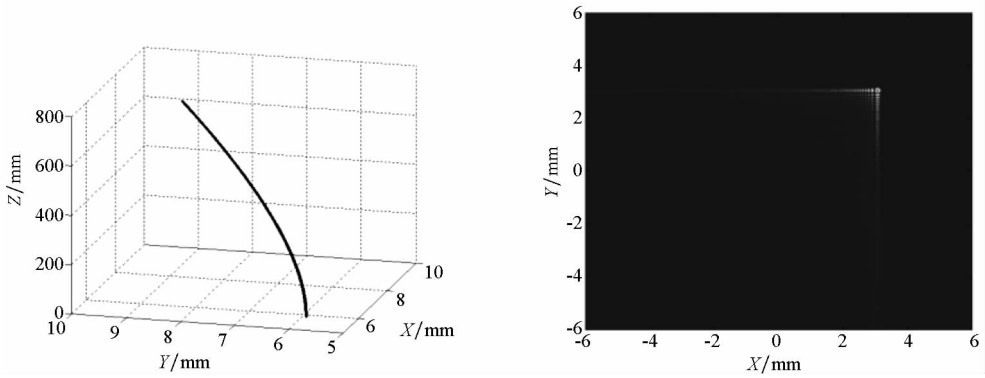
$$\phi(\xi,s)=Ai\left(\mathrm{i}a\xi-\frac{1}{4}\xi^2+s\right)\cdot \exp\left(\frac{1}{2}\mathrm{i}a^2\xi-\frac{1}{2}a\xi^2-\frac{1}{12}\mathrm{i}\xi^3+\frac{1}{2}\mathrm{i}s\xi+as\right) \tag{4}$$

式(4)描述了一维艾里光束在自由空间传播时其电场包络的演化情况，进一步，将一维拓展到二维，可以得到：

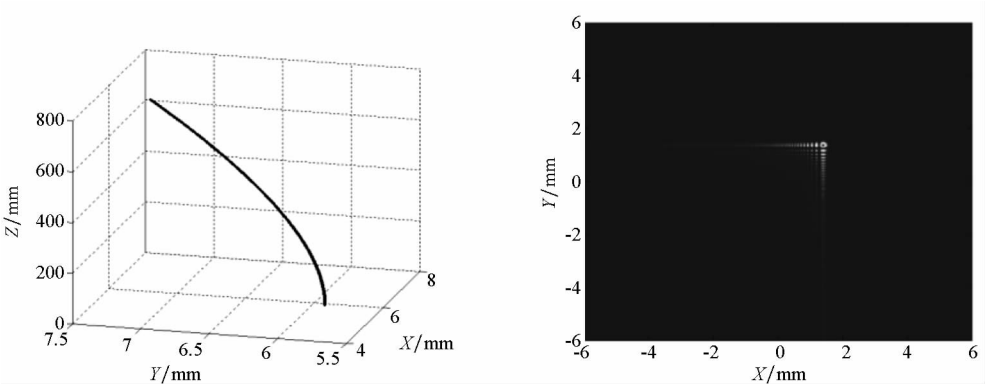
$$\phi(x,y,z)=\prod_{k=x,y}\phi_k(\xi_k,s_k) \tag{5}$$

## 2　仿真计算

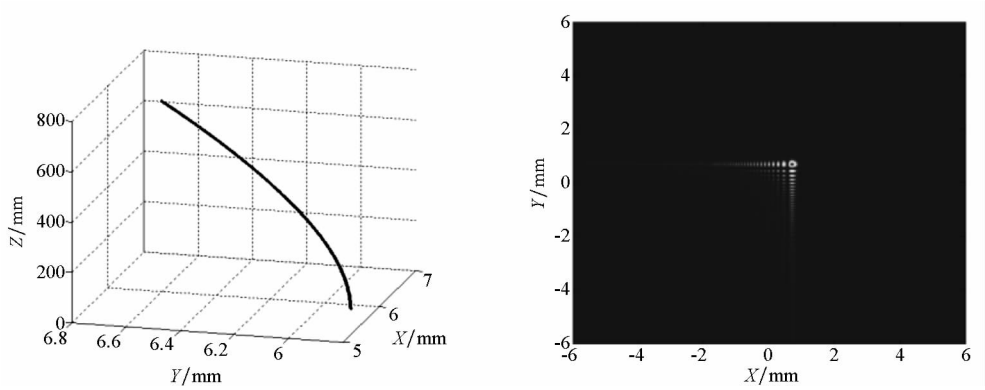
一般而言，任意横向尺度是一个有量纲量，其大小决定了艾里光束初始场主瓣的大小。同时，由式(4)可知，式中 $-\xi^2/4+s$ 这一项决定了艾里光束的横向加速度，其大小为 $\mathrm{d}x/\mathrm{d}z=\lambda_0^2z^2/(16\pi^2x_0^3)$，可以看出任意横向尺度大小的选择对艾里光束横向自加速度大小有直接的影响。根据式(4)和式(5)可以得到，当衰减系数 $a=0.01$、入射波长 $\lambda_0=632.8$ nm、二维艾里光束具有不同 $x_0$ 值时，其光强中心随传播距离的变化如图 1 所示，其中运动轨迹如图中左侧的曲线所示。



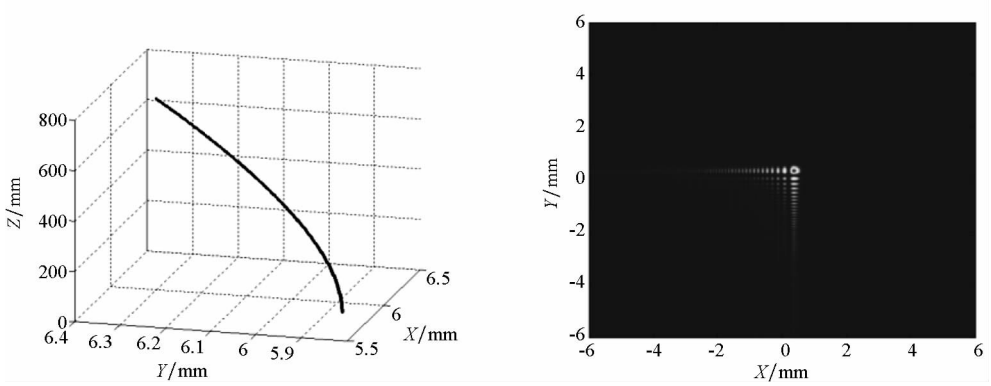

(a) $x_0=70$ μm




(b) $x_0=90$ μm




(c) $x_0=110$ μm




(d) $x_0 = 130$ μm

图 1　不同横向尺度条件下二维艾里光强中心随传播距离变化的运动轨迹及 $z = 648.7$ mm 处相应的光场截面图

Figs. 1　Light intensity shift varying with propagation distance under different transverse scales and corresponding optical field distribution views of 2D Airy beams when $z = 648.7$ mm

由图 1 的轨迹曲线可以看出,在相同横向尺度条件下,光束光强中心运动轨迹的切线斜率会随着传播距离的增加而不断增大。这就说明,传播距离越大,艾里光束的横向偏移量就越大,其横向位移的速度就越大。进一步,通过计算可以得到,在经过相同的传播距离 $z = 648.7$ mm 后,当任意横向尺度 $x_0$ 分别为 70 μm, 90 μm, 110 μm, 130 μm 时,对应的光束光强中心分别横向偏转移动了 4.41 mm, 2.07 mm, 1.14 mm, 0.69 mm。对应的横向光场分布分别如图 1 右侧截面图所示。计算结果说明,任意横向尺度的选择对艾里光束的横向自加速大小有直接的影响。当传播距离相同时,艾里光束横向偏移量大小与任意横向尺度大小呈反比关系。

为了进一步研究艾里光束横向自加速的内在机理,采用波印廷矢量(也叫作电磁场横向能流密度)来对艾里光束的相关特性进行研究。一般而言,波印廷矢量可以表示[20]为:

$$\boldsymbol{S} = (c/4\pi)\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} \tag{6}$$

式中,$c$ 表示光速,$\boldsymbol{E}$ 表示电场矢量,$\boldsymbol{B}$ 表示磁场矢量。

为了方便计算,需要引入一个矢量电势,表示为:

$$\boldsymbol{A} = \hat{\varepsilon} u(s_x, s_y, \xi) \exp[\mathrm{i}k^2 \xi (x_0 + y_0)] \tag{7}$$

式中,$s_x$、$s_y$ 表示无量纲的归一化坐标,$\xi$ 代表归一化传播距离,$k$ 表示波数,$\hat{\varepsilon}$ 表示任意偏振,$u(s_x, s_y, \xi)$ 表示入射光束的复振幅分布。对于艾里光束,$u(s_x, s_y, \xi)$ 可由式(4)得到。根据电磁场的洛伦兹法则,关于时间平均的波印廷矢量可以表示为:

$$\boldsymbol{S} = \left(\frac{c}{4\pi}\right)\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} = \left(\frac{c}{8\pi}\right)(\boldsymbol{E}^* \times \boldsymbol{B} + \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}^*) = \left(\frac{c}{8\pi}\right)[\mathrm{i}\omega(u \nabla_\tau u^* - u^* \nabla_\tau u) + 2\omega k |u|^2 \hat{\xi}] \tag{8}$$

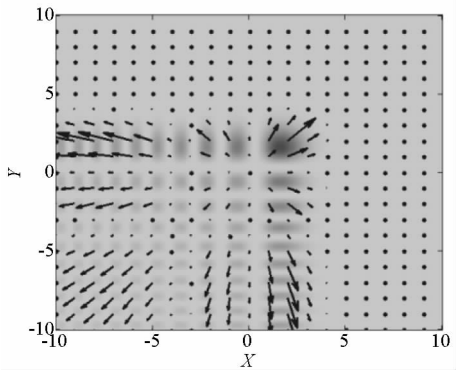
式中,$\omega$ 表示角频率,$\nabla_\tau$ 表示求横向一阶偏导数。一般而言,只需利用式(8)中的第一项求解艾里光束的波印廷矢量。

利用式(8)可以计算得到二维艾里光束在传播 322 mm, 388 mm, 452 mm, 518 mm 后的波印廷矢量分布图,如图 2 所示(图中 $X$, $Y$ 为归一化坐标)。计算中,衰减系数取值为 $a = 0.01$,任意横向尺度取值为 $x_0 = 100$ μm。

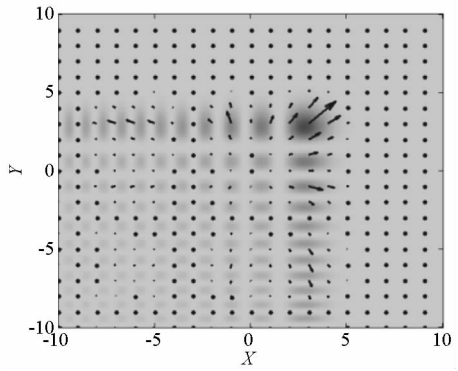
由图 2 可以看出,二维艾里光束在传播过程中其主瓣的波印廷矢量始终指向 $x - y$ 坐标轴对角线 45°方向,这就意味着艾里光束的主瓣能流密度始终流向对角线 45°方向。这一现象就说明了二维艾里光束在传播过程中沿 $x - y$ 坐标轴对角线方向偏转的内在原因。当传播距离比较小时,其旁瓣的波印廷矢量指向与主瓣波印廷矢量方向相反。随着传播距离的增大,越来越多旁瓣的波印廷矢量指向对角线 45°方向,即与主瓣的波印廷矢量方向相同。这就意味着,二维艾里光束在传播过程中如果主瓣受到了遮挡或者破坏,那么随着传播距离的增加,会有越来越多的旁瓣将能量流向主瓣,从而逐渐完成主瓣的自我修复过程。

## 3　实验结果

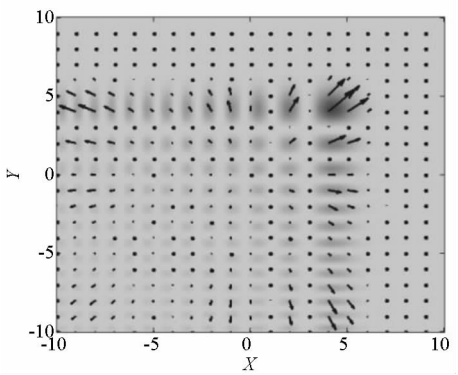
用于产生艾里光束的实验装置原理如图 3 所示,图中 A 为可调谐衰减片,L1 和 L2 为凸透镜用于扩束,P 为偏振片,实验中所采用的激光器为 632.8 nm 的 He - Ne 激光器,液晶空间光调制器为 Meadowlark 公司生产的 P512 - 1064 型反射式光调制器,分辨率为 512 × 512 像素,像素间距 15 μm,实验所用傅里叶透镜 L3 焦距 $f = 30$ cm。



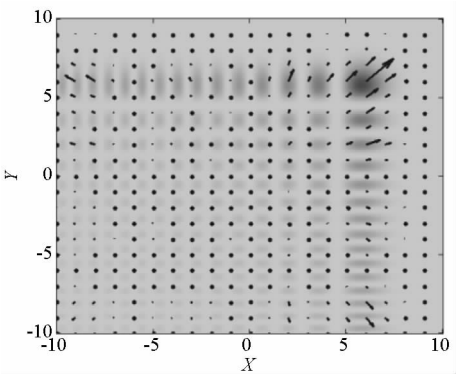
(a) $z = 322$ mm



(b) $z = 388$ mm



(c) $z = 452$ mm



(d) $z = 518$ mm

图 2　二维艾里光束在不同传播距离处的波印廷矢量分布图

Fig. 2　Poynting vector distribution graphs of 2D Airy beams with different propagation distances

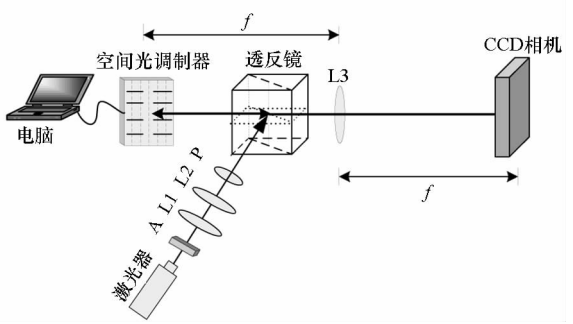
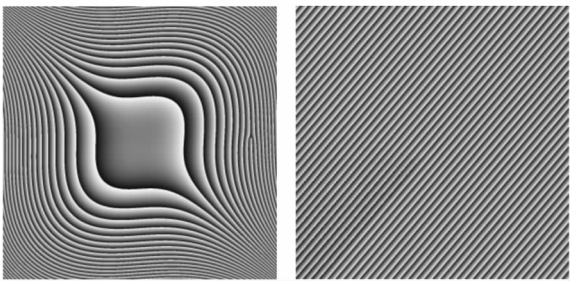



图 3　用于产生艾里光束的实验装置原理图

Fig. 3　Experimental setup to generate the Airy beams

同时,加载数字相位膜片是利用液晶空间光调制器产生艾里光束的重要步骤,一般而言,可以通过加载立方相位膜片对入射高斯光束进行立方相位调制从而产生艾里光束,典型的立方相位膜片如图 4(a)所示。另外,为了将各衍射级次的艾里光束在空间上有效地区分开,可以在立方相位膜片的基础上叠加一个数字相位光栅,本实验中所采用的相位光栅如图 4(b)所示。



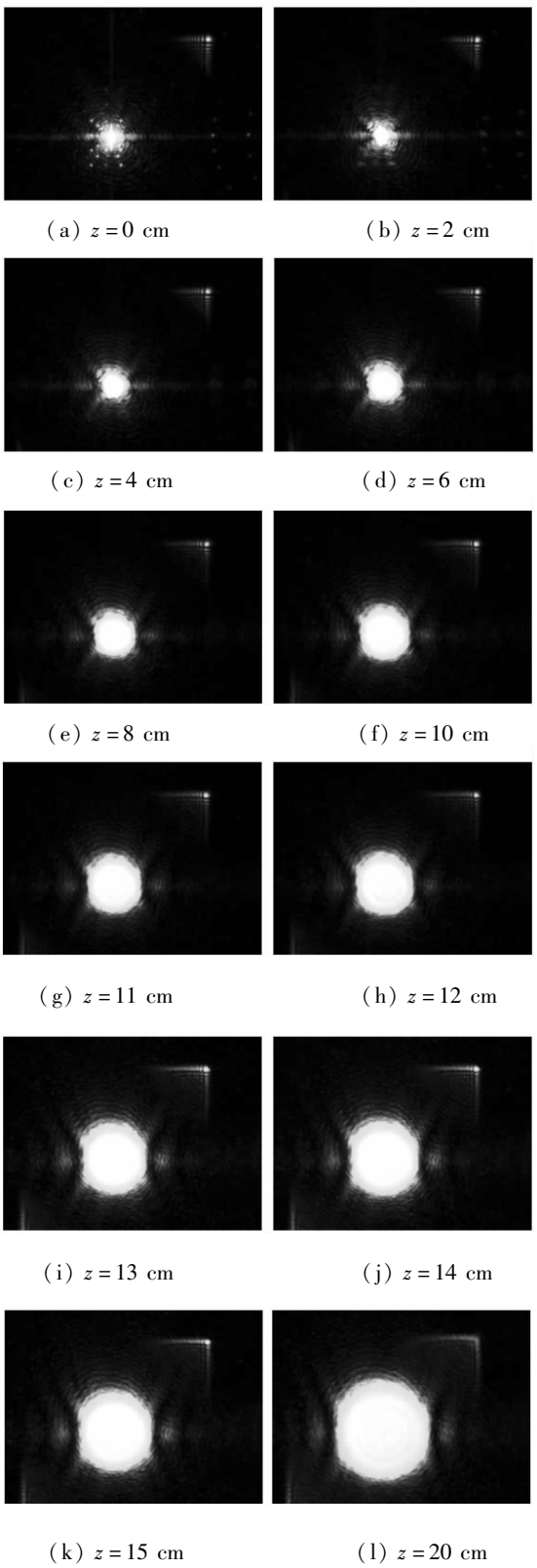
(a) 立方相位膜片　(b) 数字相位光栅

(a) Cubic phase mask　(b) Digital phase grating

图 4　用于产生艾里光束的立方相位膜片和数字相位光栅

Fig. 4　Cubic phase mask and digital phase grating used to generate the Airy beams

利用液晶空间光调制器产生艾里光束,一般会在视场中引入零级光斑。由于零级光斑是没有经过相位调制的高斯光束,通常会对该光斑进行滤除处理。本文重点对二维艾里光束的横向自加速特性进行定量化实验研究,因此需要测量艾里光束的动态横向偏移量。实验中,由于光束抖动和光学平台震动等因素影响,难以对艾里光束的动态偏移量进行精确测量,鉴于此,需要再引入一个相对静止位置。实验中发现,虽然零级光斑受到衍射作用会不断变大,但是其中心点位置在视场中相对静止,因此可以作为参考位置用于测量艾里光束的动态横向偏移量。实验中所采集的包含零级光斑的不同传播距离处二维艾里光束的横向光场截面图如图 5 所示。



(a) $z=0$ cm　(b) $z=2$ cm　(c) $z=4$ cm　(d) $z=6$ cm　(e) $z=8$ cm　(f) $z=10$ cm　(g) $z=11$ cm　(h) $z=12$ cm　(i) $z=13$ cm　(j) $z=14$ cm　(k) $z=15$ cm　(l) $z=20$ cm

图 5　含有零级光斑的二维艾里光束在不同传播距离处的横向光场截面图

Fig. 5　Sectional views of 2D Airy beams at different propagation distances with the zero-order spot in

由图 5 可以看出实验产生的二维艾里光束在传播过程中相对于零级光斑中心位置存在明显的横向位移,位移方向为 45°对角线方向。当传播距离较小时,二维艾里光束的横向位移不显著。随着传播距离的增大,艾里光束的横向偏转距离逐渐增大。为了定量化说明实验产生的二维艾里光束横向位移大小,可以通过计算机数学软件计算得到图 5 所对应的不同传播距离下二维艾里光束主瓣中心相对于零级光斑中心的横向位移距离,计算结果如图 6 所示。

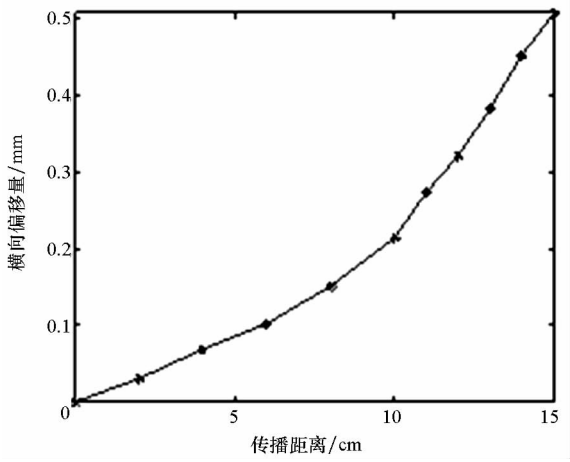



图 6　二维艾里光束横向偏转距离随传播距离变化关系曲线

Fig. 6　Relationship between the transverse deflection distance and propagation distance of 2D Airy beams

由图 6 可以看出,实验产生的二维艾里光束在传播过程中其主瓣中心相对于零级光斑中心位置以近似于抛物线轨迹进行运动,传播距离越大,轨迹切线的斜率越大,这就说明艾里光束横向位移的速度越大,这与仿真计算的结果是相符合的。需要说明的是,在实际实验中,由于受到初始高斯光束光束质量、液晶空间光调制器低损伤阈值以及衍射效率等因素影响,实验中所产生的艾里光束功率较低、光束质量一般。因此,由图 5(1)可以看出,当传播到 20 cm 时,艾里光束光束质量衰减明显。实验中发现,如果继续传播,艾里光束的退化现象将更加严重,这对横向位移量的测量会造成很大的误差。因此,本文实验部分只对传播距离为 20 cm 以内的艾里光束进行了研究。可以预测,如果实验条件提高,能够产生功率更大、质量更高的艾里光束,文中所得结论将被更好地验证。

## 4　结论

本文主要利用有限能量条件下描述艾里光束在自由空间传播的一维傍轴波动方程,对艾里光束的横向自加速特性进行了研究。研究表明,当任意横向尺度相同时,传播距离越大,艾里光束的

横向偏移量就越大,其横向位移的速度就越大。同时,当传播距离相同时,艾里光束横向偏移量的大小与任意横向尺度大小呈反比关系。另外,利用波印廷矢量对艾里光束横向自加速的内在机理进行了研究。最后,实验产生了有限能量条件下二维艾里光束,并对其横向自加速特性进行了实验研究,实验结果与仿真计算结果具有较好的一致性。

## 参考文献(References)


[1] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. America Journal of Physics, 1979, 47(3): 264 – 267.

[2] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979 – 981.

[3] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.

[4] 王晓章. 基于相位空间光调制器的艾里光束产生和传输控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
WANG Xiaozhang. Research on the generation of Airy beams and propagation controlled by using spatial light modulator[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)

[5] 程振, 赵尚弘, 楚兴春, 等. 艾里光束产生方法的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(3): 70 – 79.
CHENG Zhen, ZHAO Shanghong, CHU Xingchun, et al. Research progress of the generation methods of Airy beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(3): 70 – 79. (in Chinese)

[6] Voloch-Bloch N, Lereah Y, Lilach Y, et al. Generation of electron Airy beams[J]. Nature, 2013, 494(7437): 331 – 335.

[7] Khilo N A, Belyi V N, Kazak N S, et al. Acoustooptic refraction-influenced generation of tunable incomplete Airy beams[J]. Journal of Optics, 2014, 16(8): 085702.

[8] Ring J D, Howls C J, Dennis M R. Incomplete Airy beams: finite energy from a sharp spectral cutoff[J]. Optics Letters, 2013, 38(10): 1639 – 1641.

[9] Peng Y L, Peng X, Chen B, et al. Interaction of Airy-Gaussian beams in Kerr media[J]. Optics Communications, 2016, 359: 116 – 122.

[10] Chen P, Chen C D, Peng X, et al. Evolution of the ring Airy-Gaussian beams with a spiral phase in the Kerr medium[J]. Journal of Optics, 2016, 18(5): 055504.

[11] Qian Y X, Zhang S T. Quasi-Airy beams along tunable propagation trajectories and directions[J]. Optics Express, 2016, 24(9): 9489.

[12] Panagiotopoulos P, Couairon A, Kolesik M, et al. Nonlinear plasma-assisted collapse of ring-Airy wave packets[J]. Physical Review A, 2016, 93(3): 0338081.

[13] Chen B, Chen C D, Peng X, et al. Propagation of sharply autofocused ring Airy Gaussian vortex beams[J]. Optics Express, 2015, 23(15): 19288 – 19298.

[14] Wang X Z, Li Q, Wang Q. Arbitrary scanning of the Airy beams using additional phase grating with cubic phase mask[J]. Applied Optics, 2012, 51(28): 6726 – 6731.

[15] Wang X Z, Li Q, Zhi P X, et al. Generation and scanning of Airy beams array by combining multiphase patterns[J]. Applied Optics, 2013, 52(13): 3039 – 3047.

[16] Hu Y, Zhang P, Lou C, et al. Optimal control of the ballistic motion of Airy beams[J]. Optics Letters, 2010, 35(13): 2260 – 2262.

[17] Bleckmann F, Minovich M, Moloney J V, et al. Manipulation of Airy surface plasmon beams[J]. Optics Letters, 2013, 38(9): 1443 – 1445.

[18] Panagiotopoulos P, Papazoglou D G, Couairon A, et al. Sharply autofocused ring-Airy beams transforming into non-linear intense light bullets[J]. Nature Communications, 2013(4): 2622.

[19] Abdollahpour D, Suntsov S, Papazoglou D G, et al. Spatiotemporal Airy light bullets in the linear and nonlinear regimes[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(25): 253901.

[20] Sztul H I, Alfano R R. The Poynting vector and angular momentum of Airy beams[J]. Optics Express, 2008, 16(13): 9411 – 9416.