doi:10.11887/j.cn.201804009 http://journal.nudt.edu.cn

复合固体推进剂等效力学性能VCFEM细观预示方法*

申柳雷[1],申志彬[1],李晶钰[2],李海阳[1]
(1. 国防科技大学 空天科学学院,湖南 长沙 410073;2. 中国白城兵器试验中心,吉林 白城 137001)

摘 要:根据固体推进剂的细观结构特征,采用等圆最优装载方式生成代表性体积单元(Representative Volume Element,RVE)模型,并结合Voronoi单元有限元方法(Voronoi Cell Finite Element Method,VCFEM)和均匀化方法,发展了一种可预示固体推进剂等效力学性能的数值分析方法,从而得到体分比和组分材料对等效模量和等效泊松比的影响规律。为证明该方法的有效性,设计一个对称数值模型,通过对该方法和传统有限元方法的节点位移结果的比较,发现两者之间的相对误差小于5%,且VCFEM用少量单元就完成了分析,提高了计算效率。通过对不同细观结构下推进剂RVE模型的计算,发现随着夹杂体分比的增大,夹杂的颗粒增强效应越明显,基体材料的变化比夹杂材料对等效力学性能有着更加显著的影响。

关键词:固体推进剂;等效力学性能;Voronoi单元;有限元方法
中图分类号:V435 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2018)04-053-06

VCFEM microscopic method for evaluating effective mechanical properties of composite solid propellants

SHEN Liulei[1], *SHEN Zhibin*[1], *LI Jingyu*[2], *LI Haiyang*[1]
(1. College of Aeronautics and Astronautics, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Baicheng Ordnance Test Center of China, Baicheng 137001, China)

Abstract: The RVE (representative volume element) models were generated by using the equal-circle optimal circular packing scheme to characterize the microstructure of solid propellants. In order to obtain the influence laws of volume fraction and component material on effective modulus and Poisson's ratio, a numerical analysis method for evaluating effective mechanical properties of solid propellants was developed by combining the VCFEM (Voronoi cell finite element method) and the homogenization method. The displacement result of a symmetric numerical example was compared with the traditional finite element method for validating the effectiveness of this method. The relative error between the two methods is less than 5%. The analysis efficiency is improved by using VCFEM, because it needs fewer elements. Moreover, the RVE models of different microstructures were calculated. It is found that with the increase of particle volume fraction, the enhancement effect of particles is more obvious. And the matrix material has a more significant influence than the inclusion material on the effective mechanical properties.

Key words: solid propellants; effective mechanical properties; Voronoi element; finite element method

复合固体推进剂是一种以高分子聚合物黏合剂为基体、固体氧化剂颗粒及金属燃料颗粒为夹杂的复合材料,其等效力学性能影响着固体火箭发动机药柱的结构完整性和贮存寿命[1]。而推进剂的力学性能不仅取决于组分的材料性能,还与其细观结构密切相关[2]。目前,推进剂等效力学性能的研究方法正从经典的等效夹杂理论方法、自洽方法和微分等效介质法等均质化理论方法向重构真实细观结构的数值分析方法发展[3]。细观有限元方法作为一种可建立材料细观结构的数值模拟手段,可以定量地描述夹杂的形状、尺寸、分布和体分比等细观结构参量对宏观力学性能的影响,有助于复合材料细观结构的设计[4],得到了愈发广泛的运用。Buckmaster等[5]基于高氯酸铵(Ammonium Perchlorate, AP)颗粒的实际尺寸建立了一个接近真实推进剂的体分比的模型,并利用该模型分析了推进剂的燃烧特性。Knott等[6]开发了一种用于构建复合推进剂的数值模型的随机算法,所得模型包含了不同尺寸和随机分布的圆形夹杂,可用于预示推进剂的热学性能。Zhi等[7-8]运用分子动力学方法建立了固体推进剂二维和三维细观颗粒夹杂数值模型,对

* **收稿日期**:2017-05-22
基金项目:国家自然科学基金资助项目(U1404106)
作者简介:申柳雷(1989—),男,广西柳州人,博士研究生,E-mail:shenliulei@126.com;
申志彬(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:zb_shen@yeah.net

其损伤过程及宏观力学性能的影响进行了研究。

以上研究均采用传统位移有限元方法对推进剂的细观结构进行数值重构，为得到材料准确的力学特性，需要对研究的材料区域划分稠密的有限元网格，这极大地增加了计算的成本。为降低复合材料数值模拟的计算成本，Ghosh 等[9]结合 Voronoi 网格和杂交应力元方法，提出了一种分析颗粒增强复合材料的 Voronoi 单元有限元法（Voronoi Cell Finite Element Method，VCFEM）。该方法基于复合材料的细观结构，将分析区域划分为一系列 Voronoi 多边形单元，每一个单元包含一个颗粒夹杂，并采用杂交应力元进行分析，从而极大地减少了节点数量，提高了计算效率。经过近二十多年的发展，Ghosh 与其团队先后将 VCFEM 运用到复合材料弹性及弹塑性多尺度分析[10]、热处理问题[11]、脱粘和基体开裂预示[12]等方面的研究，可见该方法在复合材料力学性能研究领域具有独特的优势和广阔的应用前景。国内方面，Guo 带领其团队[13]采用 VCFEM 开展了复合材料断裂和疲劳方法的研究，郑宁昆[14]将时域自适应精细算法与 VCFEM 相结合，求解了二维黏弹性问题。然而，国内外尚没有公开文献将 VCFEM 运用到复合固体推进剂材料性能研究领域。

本文根据等圆装载方案建立了适用于 VCFEM 分析的高体分比代表性体积单元（Representative Volume Element，RVE）模型，结合 VCFEM 和均匀化方法编写了推进剂等效力学性能的求解程序，分析了不同体分比和组分材料性能情况下复合固体推进剂等效力学性能的变化规律。

1 含夹杂的 Voronoi 单元有限元列式

Voronoi 单元是由某点与其相邻点的中垂线形成的多边形，该单元只含有一个生成点，且该单元任意位置到该生成点的距离小于到其他任意生成点的距离。根据该划分方法可以将分析区域离散为一组与生成点个数相等的多边形单元，即 Voronoi 网格。

对于一个含有夹杂的 Voronoi 单元，如图 1 所示，其修正余能泛函为

$$\begin{aligned}\Pi_{mc_e} = &\int_{A_{\mathrm{M}}} \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{M}})^{\mathrm{T}} : \boldsymbol{S}^{\mathrm{M}} : \boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{M}} \mathrm{d}A + \\ &\int_{A_{\mathrm{I}}} \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}} : \boldsymbol{S}^{\mathrm{I}} : \boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{I}} \mathrm{d}A - \int_{l_{\mathrm{ab}}} (\boldsymbol{n}^{\mathrm{E}} \cdot \boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{M}})^{\mathrm{T}} \cdot \bar{\boldsymbol{u}}_e^{\mathrm{E}} \mathrm{d}l + \\ &\int_{l_{\mathrm{T}}} \bar{\boldsymbol{T}}^{\mathrm{T}} \cdot \bar{\boldsymbol{u}}_e^{\mathrm{E}} \mathrm{d}l + \int_{l_{\mathrm{MI}}} (\boldsymbol{n}^{\mathrm{MI}} \cdot \boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{M}} - \boldsymbol{n} \cdot {}^{\mathrm{I}}\boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}} \bar{\boldsymbol{u}}_e^{\mathrm{I}} \mathrm{d}l \end{aligned} \tag{1}$$

式中，上标 M、I 和 E 分别表示该单元的基体（Matrix）、夹杂（Inclusion）和整个 Voronoi 单元（Element），上标 MI 表示基体和夹杂之间的界面。$\boldsymbol{S}$ 表示材料的柔度矩阵，$\boldsymbol{\sigma}_e$ 表示单元的应力场，$\bar{\boldsymbol{u}}_e$ 表示给定的单元边界或界面的位移场，$\bar{\boldsymbol{T}}$ 表示给定的边界荷载，$\boldsymbol{n}$ 表示法向量。A 和 l 分别表示面积和边，A_{M} 和 A_{I} 分别表示基体和夹杂的平面求解域，l_{ab}、l_{T} 和 l_{MI} 分别表示单元间边界、荷载边界和基体夹杂界面。

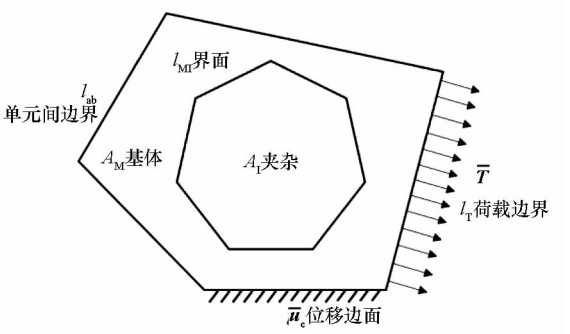


图 1 典型 Voronoi 多边形单元

Fig. 1 Typical Voronoi polygon element

将式(1)中的应力场和单元边界位移分别用应力参数和节点位移进行插值，当不考虑体力时，有

$$\boldsymbol{\sigma}_e^{\mathrm{M/I}} = \boldsymbol{P}^{\mathrm{M/I}} \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{M/I}} \tag{2}$$

$$\bar{\boldsymbol{u}}_e^{\mathrm{E/I}} = \boldsymbol{L}^{\mathrm{E/I}} \boldsymbol{q}^{\mathrm{E/I}} \tag{3}$$

其中：$\boldsymbol{P}$ 是只含坐标 x 和 y 的应力插值矩阵，具体形式可参见文献[22]；$\boldsymbol{\beta}$ 为待求的应力插值系数；$\boldsymbol{L}$ 为位移线性插值矩阵；$\boldsymbol{q}$ 为节点位移；斜杠“/”表示基体或夹杂的应力场和位移均可用上述表达式表示。将式(2)和式(3)代入式(1)，可写作

$$\Pi_{mc_e}^{*}(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{q}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q} \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{\beta} = \begin{Bmatrix}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{M}} \\ \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{I}}\end{Bmatrix}$，$\boldsymbol{q} = \begin{Bmatrix}\boldsymbol{q}^{\mathrm{M}} \\ \boldsymbol{q}^{\mathrm{I}}\end{Bmatrix}$，$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{H}^{\mathrm{M}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{H}^{\mathrm{I}}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}} & -\boldsymbol{G}^{\mathrm{MI}} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{G}^{\mathrm{II}}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{Q} = \begin{Bmatrix}\boldsymbol{F}_{\mathrm{out}} \\ \boldsymbol{F}_{\mathrm{in}}\end{Bmatrix}$。其中，

$$\boldsymbol{H}^{\mathrm{M/I}} = \int_{A_{\mathrm{M/I}}} (\boldsymbol{P}^{\mathrm{M/I}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}^{\mathrm{M/I}} \boldsymbol{P}^{\mathrm{M/I}} \mathrm{d}A$$

$$\boldsymbol{G}^{\mathrm{E/MI/II}} = \int_{l_{\mathrm{E/I}}} (\boldsymbol{P}^{\mathrm{M/M/I}})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{n}^{\mathrm{E/MI/I}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L}^{\mathrm{E/I/I}} \mathrm{d}l$$

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{out}}$ 表示作用单元边界节点上的作用力，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{in}}$ 表示同一单元内基体－夹杂界面节点上的作用力。

由驻值条件 $\dfrac{\partial \Pi_{mc_e}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{0}$，可得单元应力参数的表达式为

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{q} \tag{5}$$

将式(5)代入到式(1)，并对节点位移求一阶

变分,可得

$$\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{q}=\boldsymbol{Q} \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{K}_e=\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{G}$。

由于单元的外部节点与内部节点并不互相连接,这可能导致在进行静力计算时两者会产生相对位移,为保证位移的收敛性,引入三个约束条件,即刚体沿 x、y 方向的平动量和垂直平面的旋转量,可得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_e & \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{\Phi} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{q}_e^d\\ \lambda\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{Q}\\ 0\end{Bmatrix} \tag{7}$$

式中,λ 为拉格朗日乘子,

$$\boldsymbol{q}_e^d=(\boldsymbol{q}_e^{\mathrm{E}}\quad\boldsymbol{q}_e^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Phi}=[((\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{E}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{E}})^{-1}(\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{E}})^{\mathrm{T}}\quad -((\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{I}})^{-1}(\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}}]$$

$$\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{E/I}}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1\\ -y_1 & x_1 & -y_2 & x_2 & \cdots & -y_n & x_n\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

通过自由度凝聚减少数据准备和输入,以达到减少系统求解规模的目的,得到

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{E}}^{*}\boldsymbol{q}_e^{\mathrm{E}}=\boldsymbol{Q}^{*} \tag{8}$$

式中,

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{E}}^{*}=\boldsymbol{K}_{11}-\boldsymbol{K}_{12}\boldsymbol{K}_{22}^{-1}\boldsymbol{K}_{12}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{Q}^{*}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{out}}-\boldsymbol{K}_{12}\boldsymbol{K}_{22}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{in}}$$

$$\boldsymbol{K}_{11}=(\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}^{\mathrm{M}})^{-1}\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}}$$

$$\boldsymbol{K}_{12}=[-(\boldsymbol{G}^{\mathrm{E}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}^{\mathrm{M}})^{-1}\boldsymbol{G}^{\mathrm{MI}}\quad(((\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{E}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{E}})^{-1}(\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{E}})^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}]$$

$$\boldsymbol{K}_{22}=[(\boldsymbol{G}^{\mathrm{MI}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}^{\mathrm{M}})^{-1}\boldsymbol{G}^{\mathrm{MI}}+(\boldsymbol{G}^{\mathrm{II}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}^{\mathrm{I}})^{-1}\boldsymbol{G}^{\mathrm{II}}\quad -((\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{I}})^{-1}(\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}}]$$

将每一个单元的单元刚度矩阵和节点荷载按照节点编号进行装配,得到整体刚度矩阵,即可由式(8)求得每一个节点的位移,代入式(5)和式(2)可得到单元应力场。

2　均匀化方法

在进行数值计算时,分别采用三角形单元和四边形单元对每一个 Voronoi 单元的夹杂和基体进行积分区域划分。复合固体推进剂细观模型的平均应力和平均应变可根据每个积分区域的平均应力和平均应变来计算[7]:

$$\begin{cases}\overline{\sigma}_{ij}=\sum\limits_{m=1}^{N_{\mathrm{tri}}}\overline{\sigma}_m^{\mathrm{tri}}\dfrac{A_m^{\mathrm{tri}}}{A_{\mathrm{RVE}}}+\sum\limits_{n=1}^{N_{\mathrm{quad}}}\overline{\sigma}_n^{\mathrm{quad}}\dfrac{A_n^{\mathrm{quad}}}{A_{\mathrm{RVE}}}\\ \overline{\varepsilon}_{ij}=\sum\limits_{m=1}^{N_{\mathrm{tri}}}\overline{\varepsilon}_m^{\mathrm{tri}}\dfrac{A_m^{\mathrm{tri}}}{A_{\mathrm{RVE}}}+\sum\limits_{n=1}^{N_{\mathrm{quad}}}\overline{\varepsilon}_n^{\mathrm{quad}}\dfrac{A_n^{\mathrm{quad}}}{A_{\mathrm{RVE}}}\end{cases} \tag{9}$$

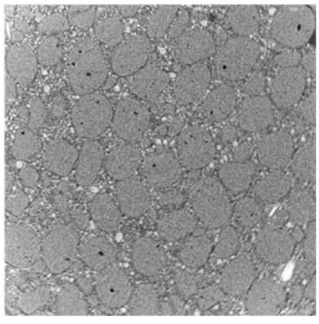
其中:N_{tri} 和 N_{quad} 分别是三角形积分区域及四边形积分区域的数目;$\overline{\sigma}_m^{\mathrm{tri}}$、$\overline{\varepsilon}_m^{\mathrm{tri}}$ 和 $\overline{\sigma}_n^{\mathrm{quad}}$、$\overline{\varepsilon}_n^{\mathrm{quad}}$ 分别是单个三角形积分区域及四边形积分区域的平均应力、平均应变;A_m^{tri} 和 A_n^{quad} 分别是第 m 个三角形积分区域和第 n 个四边形积分区域的面积;A_{RVE} 是整个 RVE 的面积。各积分区域的平均应力和平均应变可表示为

$$\begin{cases}\overline{\sigma}_n^{\mathrm{tri/quad}}=\int_A\overline{\sigma}_{ij}\mathrm{d}A=\sum\limits_I\sigma_{ij}^I|\boldsymbol{J}^{\mathrm{tri/quad}}|W_{\mathrm{I}}\\ \overline{\varepsilon}_n^{\mathrm{tri/quad}}=\int_A\overline{\varepsilon}_{ij}\mathrm{d}A=\sum\limits_I\varepsilon_{ij}^I|\boldsymbol{J}^{\mathrm{tri/quad}}|W_{\mathrm{I}}\end{cases} \tag{10}$$

其中,σ_{ij}^I、ε_{ij}^I 为高斯积分点应力、应变值,W_{I} 为权系数,$\boldsymbol{J}$ 为雅可比矩阵。

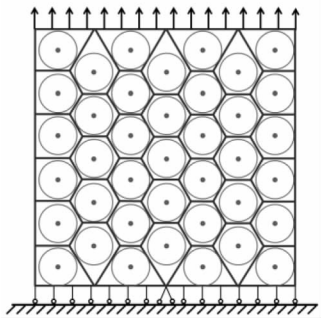
3　固体推进剂细观结构的数值重构方法

RVE 是可以充分描述材料宏观性能的最小细观模型[14]。采用细观力学方法预示复合固体推进剂的宏观等效力学性能,首先要建立其 VE 模型。图 2(a)为固体推进剂断面的电镜照片,可以发现推进剂夹杂均为球体颗粒,且粒径大小相似。考虑到推进剂的体分比非常高,已接近等球装载的极限,故将推进剂 RVE 模型假设为一个按照最优装载方案布置了若干粒径相等的颗粒的正方形模型。



(a) 微 CT 扫描照片

(a) Micro-CT scanning



(b) RVE 模型

(b) RVE model

图 2　固体推进剂微 CT 照片及 RVE 模型

Fig. 2　Micro-CT scanning and RVE model of solid propellant

本文基于该假设利用等圆装载方案建立了 RVE 模型,在确定夹杂颗粒等效粒径、个数和

RVE 模型尺寸等参数后，根据等圆装载方案确定夹杂颗粒的圆心位置，再进行 Voronoi 网格划分，即可得到可用于 VCFEM 分析的 RVE 模型，如图 2(b)所示。

4 算例

4.1 验证性算例

设计一个含 10 个夹杂的 RVE 模型作为验证模型，该模型关于 x 轴与 y 轴对称，几何尺寸、荷载和边界条件如图 3 所示。夹杂的半径均为1.5 μm，上下 5 个夹杂的圆心水平对齐，且同排相邻圆心水平间距均为 4 μm。在模型顶部施加 10 Pa 的均布力，底部固支。基体：模量 E_M =10 Pa，泊松比 μ_M =0.2；夹杂：模量 E_I =30 Pa，泊松比 μ_I =0.2。

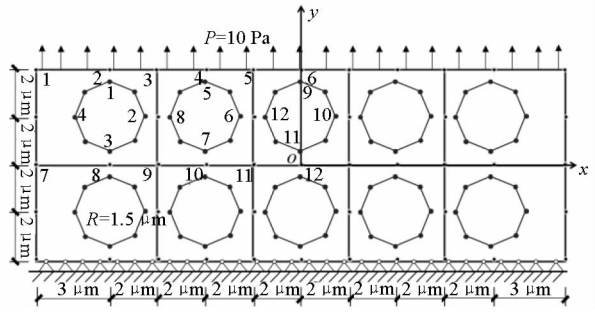


图 3 10 个夹杂 RVE 模型

Fig. 3 RVE model with ten inclusions

Voronoi 网格划分方法将模型划分 10 个单元，每一个单元含有一个夹杂颗粒，采用八边形对圆形颗粒夹杂进行拟合，如图 3 所示。同时采用 Patran 对本算例进行细剖计算，剖分的网格如图 4 所示，共有 5536 个四边形单元。

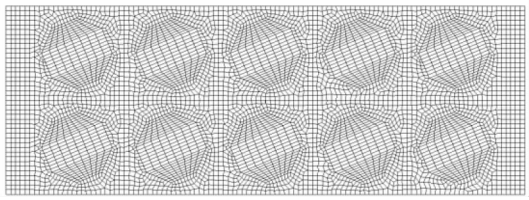


图 4 位移有限元网格

Fig. 4 Mesh of displacement-based finite element method

表 1 给出了 VCFEM 与 Nastran 在基体和夹杂代表性节点的位移结果，各节点编号如图 3 所示，可以发现各节点的位移值都非常接近，基体节点的位移值基本已经重合。通过计算整理各节点位移的相对误差值，发现两种方法在基体节点上最大的相对误差仅为 1.45%，在夹杂节点上最大的相对误差仅为 4.62%，说明本文设计的程序精确有效。由于本文方法对刚度矩阵进行了自由度凝聚，基体节点是通过式(8)直接得到的，而夹杂节点位移是由基体节点位移间接得到的，在多次数值实现过程不可避免地引入了误差。但是本文仅用与夹杂颗粒等量的单元就完成了计算，大大提高了计算效率。

表 1 加载方向节点位移值比较

Tab. 1 Comparisons of displacement of loading direction

节点编号	基体节点			夹杂节点		
	VCFEM 位移/μm	Nastran 位移/μm	相对误差①/%	VCFEM 位移/μm	Nastran 位移/μm	相对误差①/%
1	7.400	7.320	1.09	5.070	4.920	3.05
2	5.400	5.370	0.56	4.170	4.070	2.46
3	5.710	5.680	0.53	3.840	3.690	4.07
4	5.010	4.970	0.80	4.910	4.760	3.15
5	5.500	5.500	0.00	4.580	4.430	3.39
6	4.960	4.910	1.02	3.910	3.840	1.82
7	3.490	3.440	1.45	3.320	3.230	2.79
8	2.870	2.850	0.70	4.080	3.900	4.62
9	2.670	2.640	1.14	4.530	4.370	3.66
10	2.570	2.560	0.39	3.940	3.849	2.36
11	2.520	2.500	0.80	3.550	3.404	4.30
12	2.530	2.510	0.80	3.940	3.848	2.39

注：① 相对误差 $= \left| \dfrac{\text{位移}_{\text{VCFEM}} - \text{位移}_{\text{Nastran}}}{\text{位移}_{\text{Nastran}}} \right| \times 100\%$。

4.2　分析算例

采用如图 2(b)所示的 RVE 模型对推进剂等效力学性能进行分析,该模型含有 39 个 Voronoi 多边形,共有 74 个基体节点,采用八边形对圆形进行近似拟合,共有 312 个夹杂节点,夹杂节点位于基体节点和单元中心的连线上,通过改变夹杂节点分割连线的比例,控制每个单元的夹杂面积大小和整个 RVE 模型夹杂的体分比。约束 RVE 模型底部的竖向自由度,并在顶部施加 10 MPa 的均布力。将基体视为近似不可压缩的弹性材料:E = 10 MPa,μ = 0.495;高氯酸铵(AP):E = 2.4 GPa,μ = 0.14;铝粉(Al):E = 68.3 GPa,μ = 0.33。

4.2.1　夹杂体分比与等效力学性能的关系

为研究夹杂体分比对等效力学性能的影响,分别计算推进剂不同体分比及 AP/Al 比例(V_{AP}/V_{Al})的等效模量和等效泊松比,得到如图 5 所示的等效力学性能随体分比变化规律,方案一、方案二和方案三 V_{AP}/V_{Al} 分别等于 0.34、1.05 和 1.57。

观察图 5 曲线趋势可以发现,当夹杂体分比在 60% 以下的时候,等效模量十分接近基体模量,随着体分比不断增长,等效模量的增长速度也逐步加快,说明夹杂颗粒对材料整体等效模量影响逐渐显著。材料的等效泊松比随体分比增加逐渐减小,即越接近夹杂的泊松比。这两项性能变化都说明夹杂体分比越大,夹杂颗粒增强效应越明显。

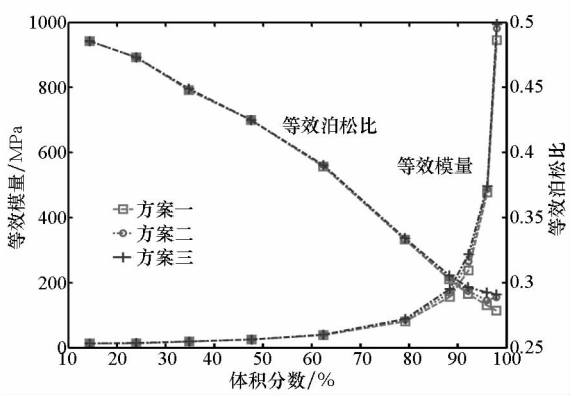


图 5　等效力学性能随体分比变化规律

Fig. 5　Relationship of effective mechanical properties and volume fraction

另外,当夹杂体分比相同时,AP 与 Al 不同的颗粒比例变化并未对等效模量和等效泊松比产生明显影响,因为这两种夹杂的模量都已远大于基体模型和整体的等效模量,两者对等效力学性能影响效果类似。

4.2.2　基体材料与等效力学性能的关系

为观察推进剂基体材料参数对等效力学性能的影响,保持 AP 体分比 65% 不变,分别将基体模量从 1 MPa 增加到 100 MPa,计算基体泊松比分别为 0.01、0.3 和 0.495 时材料的等效力学性能结果,绘制如图 6 所示的曲线图,可知等效模量与基体模量呈线性正相关,但基体泊松比对等效模量的影响可以忽略。

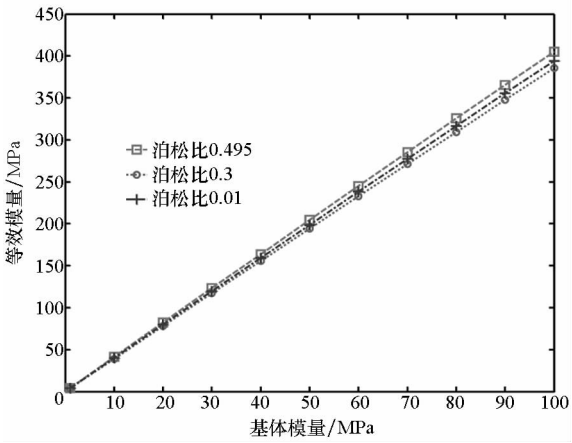


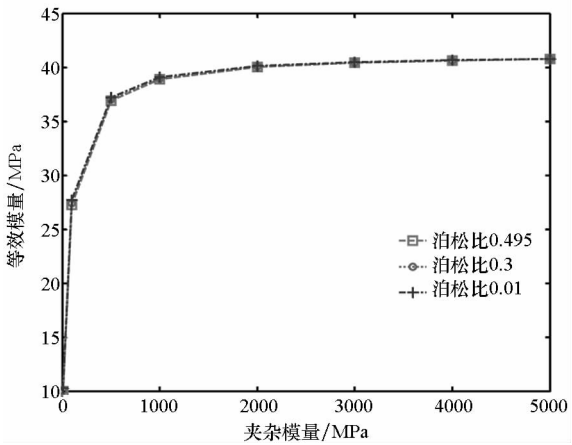
图 6　等效力学性能随基体材料变化规律

Fig. 6　Relationship of effective mechanical properties and matrix material

4.2.3　夹杂材料与等效力学性能的关系

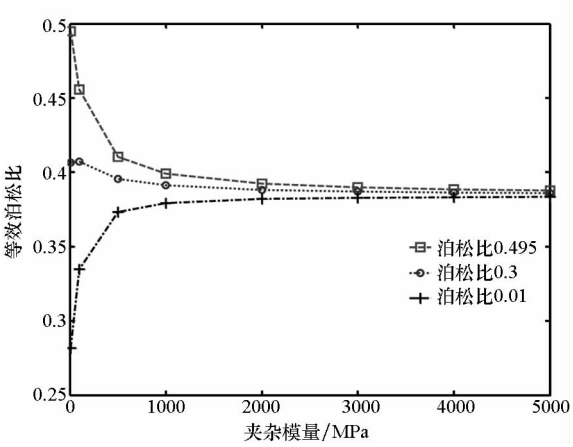
为研究推进剂夹杂材料参数对等效力学性能的影响,保持体分比在 65%,分别将夹杂模量从 1 MPa增加到 5 GPa,计算夹杂泊松比分别为 0.01、0.3 和 0.495 时材料的等效力学性能结果,绘制如图 7 所示的曲线图。

由图 7 可以看出,等效模量随夹杂模量增长而增长,但增长速度逐渐放缓;当夹杂模量与基体模量接近时,夹杂泊松比对等效泊松比影响明显;当夹杂模量较大时,不同夹杂泊松比的等效泊松



(a) 等效模量变化

(a) Variation of effective modulus



(b) 等效泊松比变化

(b) Variation of effective Poisson's ratio

图7 等效力学性能随夹杂材料变化规律

Fig. 7 Relationship of effective mechanical properties and inclusion material

比都趋近同一个值。这说明当夹杂模量与基体模量比值较大时,夹杂模量和夹杂泊松比变化对等效力学性能没有明显影响。

5 结论

1)随着夹杂体积分数的增长,推进剂等效模量随之升高,等效泊松比随之降低,即夹杂的颗粒增强效应越来越明显。然而,当夹杂体积分数一定时,AP 与 Al 两种夹杂材料的比例变化对等效力学性能未有明显影响,推测是因为两种夹杂材料参数与基体材料均相差很大,故对整体等效力学性能的影响效果接近。

2)基体模量直接影响着推进剂的等效模量,故在推进剂设计过程中,可通过控制基体材料的力学性能以达到优化整体力学性能的目的。

3)仅当夹杂的材料参数与基体的材料参数接近时,其变化可对等效力学性能产生明显影响。然而实际固体推进剂夹杂材料与基体材料的力学性能相差很大,此时夹杂材料弹性模量和泊松比的小幅度变化已不能对等效力学性能造成明显影响。

本文给出了固体推进剂等效模量和等效泊松比的预示方法,在进行推进剂精确设计时,需要考虑黏弹性本构模型,所以可在 VCFEM 中进一步考虑基体的黏弹特性,发展考虑松弛效应和温度效应的 Voronoi 单元有限元方法。

参考文献(References)

[1] 张海联, 周建平. 固体推进剂药柱结构分析的非概率凸集合理论模型[J]. 国防科技大学学报, 2002, 24(2): 1-5.
ZHANG Hailian, ZHOU Jianping. Nonprobabilistic convex set theoretic models for structural analysis of solid propellant grain[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2002, 24(2): 1-5. (in Chinese)

[2] 张建伟, 职世君, 孙冰. 基于细观颗粒夹杂模型的复合固体推进剂松弛模量预测[J]. 航空动力学报, 2013, 28(10): 2370-2375.
ZHANG Jianwei, ZHI Shijun, SUN Bing. Estimation of modulus of composite solid propellant based on particle packing model [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(10): 2370-2375. (in Chinese)

[3] 杨庆生. 复合材料细观结构力学与设计[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2000.
YANG Qingsheng. Microstructural mechanics and design of composite materials[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2000. (in Chinese)

[4] 韩龙, 陈雄, 许进升, 等. 基于细观模型的复合推进剂宏观松弛行为[J]. 固体火箭技术, 2017, 40(1): 52-59.
HAN Long, CHEN Xiong, XU Jinsheng, et al. Relaxtion behavior of composite propellant based on meso-mechanical model [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2017, 40(1): 52-59. (in Chinese)

[5] Buckmaster J, Jackson T L, Hegab A, et al. Randomly packed heterogeneous propellants and the flames they support[C]//Proceedings of 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 2001: 1-25.

[6] Knott G M, Jackson T L, Buckmaster J. Random packing of heterogeneous propellants[J]. AIAA Journal, 2001, 39(4): 678-686.

[7] Zhi S J, Sun B, Zhang J W. Multiscale modeling of heterogeneous propellants from particle packing to grain failure using a surface-based cohesive approach[J]. Acta Mechanica Sinica, 2012, 28(3): 746-759.

[8] Zhang J W, Zhi S J, Sun B. Estimation of thermophysical properties of solid propellants based on particle packing model[J]. Science China (Technological Sciences), 2013, 56(12): 3055-3069.

[9] Ghosh S, Lee K, Moorthy S. Multiple scale analysis of heterogeneous elastic structures using homogenization theory and Voronoi cell finite element method [J]. International Journal of Solids and Structures, 1995, 32(1): 27-62.

[10] Ghosh S, Moorhy S. Elastic-plastic analysis of arbitrary heterogeneous materials with the Voronoi cell finite element method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995, 121(1/2/3/4): 373-409.

[11] Ghosh S, Liu Y S. Voronoi cell finite element model based on micropolar theory of thermoelasticity for heterogeneous materials[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1995, 38(8): 1361-1398.

[12] Moorthy S, Ghosh S. Particle cracking in discretely reinforced materials with Voronoi cell finite element model [J]. International Journal of Plasticity, 1998, 14(8): 805-827.

[13] Guo R, Shi H J, Yao Z H. Modeling of interfacial debonding crack in particle reinforced composites using Voronoi cell finite element method[J]. Computational Mechanics, 2003, 32(1/2): 52-59.

[14] 郑宁昆. 一种求解粘(黏)弹性夹杂问题的时域自适应 Voronoi 算法[D]. 大连: 大连理工大学, 2011.
ZHENG Ningkun. An adaptive Voronoi algorithm in time domain for viscoelastic inclusion problem[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2011. (in Chinese)