doi:10.11887/j.cn.201806025 http://journal.nudt.edu.cn

随机-非概率模型下的船体结构屈服强度可靠性分析*

滑 林,吴 梵,牟金磊
(海军工程大学 舰船与海洋学院,湖北 武汉 430033)

摘 要:针对在役舰船船体载荷、材料属性的随机特性和实船勘验得出的腐蚀损伤下船体抗力区间特性,提出一种基于随机概率理论和区间非概率理论的随机-非概率可靠性分析模型,分别从区间变量随机化和随机变量区间化两个角度给出该模型的可靠性指标求解方法。基于该模型对某舰船船体结构屈服强度进行可靠性分析,结果表明:该模型既体现了结构变量的客观不确定性又减弱了评估结果的盲目保守性,对于既含有随机变量又含有区间变量的在役舰船的可靠性评估具有很强的适用性。

关键词:随机-非概率;现役舰船;船体结构;屈服强度;可靠性分析
中图分类号:U661.4 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2018)06-177-06

Reliability analysis on yielding strength of hull structure based on random non-probabilistic model

HUA Lin, *WU Fan*, *MU Jinlei*
(College of Naval Architecture and Ocean Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: A new model, a model of random non-probabilistic reliability, to evaluate the structure reliability was established based on the theory of random probability and interval non-probabilistic reliability for the randomness of material properties and loads of vessels in-service, and for region character of hull resistance testing result under the inspection of corrosion damage. Furthermore, the method to calculate the reliability index of the new model was investigated in the view of random variables and interval variables mutual transformation. Based on this new model, the reliability of vessel hull structure yield strength was analyzed. The result shows that the model can well reflect the objective uncertainty of structure variables as well as abate the conservatism of evaluation results, and has a strong applicability in reliability evaluation of ships in-service which contain the random variables and the interval variables simultaneously.

Key words: random non-probabilistic; warships in-service; hull structure; yielding strength; reliability analysis

当前,船体结构强度状态评估已经进入可靠性时代[1-2]。在可靠性分析模型中,随机概率模型是现阶段理论最为成熟、应用最为广泛的可靠性模型[3]。但对于现役舰艇,由于样本数据极其有限,表征船体结构抗力的随机变量的概率分布函数难以确定,随机概率模型在现役舰艇船体结构安全性评估方面实用性不强。为此,20世纪90年代,有学者提出了非概率可靠性模型[4-7]。该模型虽降低了样本数据的要求,但是其评估结果却过于保守[8-9]。

虽然随机概率和非概率可靠性两种模型自身都存有其固有的缺陷[10],但在现役舰船船体结构可靠性评估过程中又各具优势。例如,基于随机概率可靠性模型可确定船体载荷响应、材料屈服强度等随机变量的概率密度函数;基于非概率模型可量化船体抗力在腐蚀损伤下的变化规律。为此,如何将上述两种模型的优势整合在一起,使船体结构可靠性分析结果既能避免盲目保守又能反映不确定变量的客观随机性具有显著的学术研究意义和工程实用价值。

1 随机-非概率模型的可靠性分析方法

1.1 随机-非概率模型简述

根据信息量的多少,结构中的不确定性变量通常可分为随机变量和区间变量。尤其在现役结构中,区间变量往往占据很大比重。为此,对于这种既含随机变量又含区间变量的结构,其功能函数可表示为:

$$M=f(X,Y)=f(x_1,x_2,\cdots,x_n,y_1,y_2,\cdots,y_m) \tag{1}$$

* 收稿日期:2017-03-15
基金项目:国家自然科学基金资助项目(51309231);国防基金资助项目(20130752)
作者简介:滑林(1986—),男,山东济宁人,讲师,博士,E-mail:hlby123@126.com

式中，$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 表示随机变量，$Y=\{y_1,y_2,\cdots,y_m\}$ 表示区间变量。

定义对同时含有随机变量和区间变量的结构进行数学描述的模型即为随机 - 非概率模型。对于这种特殊模型，既可以基于随机概率论也可基于非概率可靠性理论开展结构的可靠性分析。

由区间数学理论可知，变量在给定的区间范围内其被赋予某值的概率是相同的。所以，对于区间变量可认为其满足均匀分布。在所有变量分布形式明确的情况下，采用蒙特卡洛数值模拟法可得到结构功能函数的概率密度函数：

$$g(X,X')=g(x_1,x_2,\cdots,x_n,x'_{n+1},x'_{n+2},\cdots,x'_{n+m}) \tag{2}$$

结构的失效概率为：

$$P_r(M\leqslant 0)=\int_{\Omega}\cdots\int g(x_1,x_2,\cdots,x_n,x'_{n+1},x'_{n+2},\cdots,x'_{n+m})\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x'_n\mathrm{d}x'_{n+1}\cdots\mathrm{d}x'_{n+m} \tag{3}$$

其中，$X'=(x'_{n+1},x'_{n+2},\cdots,x'_{n+m})$ 是区间变量等效后的随机变量，Ω 为结构失效域。

由拉依达准则[11]可知，随机变量同样具有广泛意义上的取值范围。为此，对于随机 - 非概率模型描述的结构形式可将随机变量等效为区间变量，进而基于非概率模型开展结构的可靠性分析。

由于拉依达准则的适用对象为正态或近似正态分布的变量，对于非正态分布的随机变量还需对其进行当量正态化处理，求出当量正态变量的均值 $\mu_{\tilde{Y}}$ 及标准差 $\sigma_{\tilde{Y}}$。

设验算点为 Y^*，非正态变量为 Y，当量正态变量为 $\tilde{Y}$，非正态变量的分布函数为 $F_Y(Y^*)$，概率密度函数为 $f_Y(Y^*)$，则：

$$\begin{aligned}F_Y(Y^*)&=\int_{-\infty}^{Y^*}f_Y(Y)\mathrm{d}Y\\&=\int_{-\infty}^{Y^*}f_{\tilde{Y}}(Y)\mathrm{d}Y\\&=\Phi[(Y^*-\mu_{\tilde{Y}})/\sigma_{\tilde{Y}}]\end{aligned} \tag{4}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{Y^*-\mu_{\tilde{Y}}}{\sigma_{\tilde{Y}}}=\Phi^{-1}[F_Y(Y^*)] \tag{5}$$

$$\Rightarrow\quad \mu_{\tilde{Y}}=Y^*-\Phi^{-1}[F_Y(Y^*)]\sigma_{\tilde{Y}} \tag{6}$$

$$\text{由}\ f_Y(Y^*)=\exp\left[-\frac{(Y^*-\mu_{\tilde{Y}})^2}{2\sigma_{\tilde{Y}}^2}\right]\Big/\sqrt{2\pi}\sigma_{\tilde{Y}}=\varphi\left(\frac{Y^*-\mu_{\tilde{Y}}}{\sigma_{\tilde{Y}}}\right)\frac{1}{\sigma_{\tilde{Y}}} \tag{7}$$

$$\Rightarrow\quad \sigma_{\tilde{Y}}=\frac{\varphi\{\Phi^{-1}[F_Y(Y^*)]\}}{f_Y(Y^*)} \tag{8}$$

其中，$\varphi(\cdot)$ 表示标准正态分布概率密度函数。

联立式(6)、式(8)可求解出当量正态变量的均值 $\mu_{\tilde{Y}}$ 及标准差 $\sigma_{\tilde{Y}}$，然后再利用拉依达准则求出对应变量的波动区间。

1.2 随机 - 非概率模型的可靠性指标

由于随机 - 非概率模型中既含有随机变量又含有区间变量，分别从如下两个角度探讨该模型下的可靠性指标的计算。

1.2.1 将区间变量等效为随机变量

采用均值一次二阶矩法将结构功能函数的概率密度函数，即式(2)在随机变量的均值点 $\mu_x=(\mu_{x_1},\mu_{x_2},\cdots,\mu'_{x_{n+m}})$ 处进行一阶泰勒级数展开：

$$\begin{aligned}&g(x_1,x_2,\cdots,x_n,x'_{n+1},x'_{n+2},\cdots,x'_{n+m})\\&\approx g(x_1,x_2,\cdots,x'_{n+m})+\sum_{i=1}^{n+m}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\mu_x}(x_i-\mu_{x_i})\end{aligned} \tag{9}$$

式中，$g(x_1,x_2,\cdots,x_n,x'_{n+1},x'_{n+2},\cdots,x'_{n+m})$ 为区间变量全部等效为随机变量后的结构功能函数的概率密度函数；$\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\mu_x}$ 表示功能函数的导数在均值点 μ_x 处的函数值。

由式(9)可近似得到结构功能函数的概率密度函数的均值 μ_g 和方差 σ_g^2 为：

$$\begin{cases}\mu_g=g(\mu_{x_1},\mu_{x_2},\cdots,\mu'_{x_{n+m}})\\\sigma_g^2=\sum_{i=1}^{n+m}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\mu_x}^2\sigma_{x_i}^2+\sum_{i=1,j=1,j\neq i}^{n+m}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\mu_x}\left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right)_{\mu_x}Cov(x_i,x_j)\end{cases} \tag{10}$$

概率可靠性理论下的安全指数 β 定义为：在标准化后的坐标系内，从原点到失效面的最短距离。基于均值一次二阶矩法，其计算公式为：

$$\beta=\frac{g(\mu_{x_1},\mu_{x_2},\cdots,\mu'_{x_{n+m}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n+m}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\mu_x}^2\sigma_{x_i}^2+\sum_{i=1,j=1,j\neq i}^{n+m}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\mu_x}\left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right)_{\mu_x}Cov(x_i,x_j)}} \tag{11}$$

对于船体结构，文献[12]给出了基于安全指数 β 的评估衡准。

1.2.2 将随机变量等效为区间变量

随机变量等效为区间变量后，设结构的功能函数 $f(y'_1,y'_2,\cdots,y'_n,y_{n+1},y_{n+2},\cdots,y_{n+m})$，$y'_i$ 为随机变量等效后的区间变量。设区间变量为 $y\in Y^{\mathrm{I}}=[y^{\mathrm{l}},y^{\mathrm{u}}]$，对应的均值 y^{c} 和离差 y^{r} 分别为：

$$\begin{cases}y^{\mathrm{c}}=\dfrac{y^{\mathrm{u}}+y^{\mathrm{l}}}{2}\\y^{\mathrm{r}}=\dfrac{y^{\mathrm{u}}-y^{\mathrm{l}}}{2}\end{cases} \tag{12}$$

结构功能函数对应的均值 $f^{\mathrm{c}}(y'_1,y'_2,\cdots,$

y_{n+m})和离差$f^{\mathrm{r}}(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m})$的计算公式为:

$$\begin{cases} f^{\mathrm{c}}(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m}) = f(y'^{\mathrm{c}}_1,y'^{\mathrm{c}}_2,\cdots,y^{\mathrm{c}}_{n+m}) \\ f^{\mathrm{r}}(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m}) = f(y'^{\mathrm{r}}_1,y'^{\mathrm{r}}_2,\cdots,y^{\mathrm{r}}_{n+m}) \end{cases} \tag{13}$$

非概率可靠性理论下,结构的非概率可靠性指标 η 的物理意义为:从坐标原点到结构极限状态方程确定失效面的最短距离。其计算公式为:

$$\eta = \frac{f^{\mathrm{c}}(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m})}{f^{\mathrm{r}}(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m})} \tag{14}$$

由非概率可靠性理论可知,结构的功能方程 $f(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m})=0$ 将结构的基本参量区间分为失效域、安全域和临界域三个部分。当非概率可靠性指标 $\eta>1$ 时,均有 $f(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m})>0$,此时,结构安全可靠;当 $\eta<1$ 时,均有 $f(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m})<0$,此时,结构不可靠;当 $\eta=1$ 时,$f(y_1',y_2',\cdots,y_{n+m})$既有可能大于 0 也有可能小于 0,但此时不能认为结构是可靠的[13]。

2　随机 – 非概率模型下船体结构可靠性分析

2.1　船体结构中的随机变量

船体结构中的随机变量主要有:材料屈服强度 σ_{s},作用在船体的静水弯矩 M_{s} 及波浪弯矩 M_{w}。

有学者指出,材料的屈服强度通常呈正态分布[14]。对于静水弯矩,美国船舶结构委员会认为其服从正态分布,均值可取船级社规范允许最大静水弯矩 $M_{\mathrm{s,max}}$ 的 60%。具体计算方法请参阅文献[15]。

船体承受的波浪载荷主要受舰船航行海况、航速及航向角的影响。研究表明:波浪载荷的短期分布满足 Rayleigh 分布[16],而长期分布则服从 Weibull 分布[17],对应的概率密度函数 $f(M_{\mathrm{w}})$ 及概率分布函数 $F(M_{\mathrm{w}})$ 分别为:

$$\begin{cases} f(M_{\mathrm{w}}) = \dfrac{h_{\mathrm{w}}}{M_{\mathrm{o}}}\left(\dfrac{M_{\mathrm{w}}}{M_{\mathrm{o}}}\right)^{h_{\mathrm{w}}-1}\exp\left[-\left(\dfrac{M_{\mathrm{w}}}{M_{\mathrm{o}}}\right)^{h_{\mathrm{w}}}\right] \\ F(M_{\mathrm{w}}) = \displaystyle\int_0^{M_{\mathrm{w}}'} f(M_{\mathrm{w}})\,\mathrm{d}M_{\mathrm{w}} = 1-\exp\left[-\left(\dfrac{M_{\mathrm{w}}'}{M_{\mathrm{o}}}\right)^{h_{\mathrm{w}}}\right] \end{cases} \tag{15}$$

对应的波浪载荷幅值的均值 $\mu_{M_{\mathrm{w}}}$ 及标准差 $\sigma_{M_{\mathrm{w}}}$ 分别为:

$$\begin{cases} \mu_{M_{\mathrm{w}}} = M_{\mathrm{o}}\Gamma\left(1+\dfrac{1}{h_{\mathrm{w}}}\right) \\ \sigma_{M_{\mathrm{w}}} = M_{\mathrm{o}}\left[\Gamma\left(1+\dfrac{2}{h_{\mathrm{w}}}\right)\right]-\Gamma^2\left[\left(1+\dfrac{1}{h_{\mathrm{w}}}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \tag{16}$$

其中:$\Gamma(\,)$ 为 Gamma 函数;h_{w} 为形状参数;M_{o} 为设计舰船寿命周期内所遭遇的最大波浪弯矩,其计算公式请参阅文献[18]。

2.2　船体结构中的区间变量

计算剖面的最小剖面模数作为表征船体结构抗力的主要参数,在腐蚀损伤作用下逐渐降低。在实际勘测过程中,由于客观条件限制,仅可粗略获取船体构件腐蚀剩余厚度 t 的波动范围。由于 t 为区间变量,计算剖面处的剖面积 A、静矩 S 以及剖面相对于中和轴的惯性矩 I 及最小剖面模数 $W_{\min}$亦为区间变量,相应计算公式为:

$$\begin{cases} [A] = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} b_i[t_i] \\ [S] = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} b_i h_i[t_i] \\ [I] = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} b_i(h_i)^2[t_i] + \sum_{i=1}^{n}\frac{b_i[t_i]^3}{12} \\ [W_{\min}] = \left([I]-\dfrac{[S]^2}{[A]}\right)\Big/\left(h-\dfrac{[S]}{[A]}\right) \end{cases} \tag{17}$$

其中:b_i 为构件 i 的宽度;h_i 为构件 i 距参考轴的垂直距离;t_i 为构件 i 的现时厚度;h 为最远构件距参考轴的垂直距离;[·]表示区间变量。

2.3　船体结构失效状态函数

由于舰船计算剖面的中和轴距船底处较近,所以当甲板结构处的总纵弯曲应力达到材料的极限强 σ_{s} 度后,甲板结构发生屈服失效(对于弹塑性材料,当应力达到材料的屈服极限时由于塑性流动产生的应力重新分配现象,本文这里不作考虑)。由此,可确定舰船船体结构可靠性分析的失效状态函数为:

$$M(W_{\min},\sigma_{\mathrm{s}},M_{\mathrm{s}},M_{\mathrm{w}}) = W_{\min}\cdot\sigma_{\mathrm{s}} - M_{\mathrm{s}} - M_{\mathrm{w}} \tag{18}$$

3　算例分析

已知某舰艇的基本参数:设计水线 L 为 98.00 m,设计水线宽 B 为 10.20 m,排水体积▽为 1165.8 m^3,平均吃水 T_d 为 2.97 m,设计波高 H_s 为 5.27 m,航速 V 为 29 kn。由式(15)、式(16)可得随机变量的特征值,具体数值见表 1。

表 1 船体变量的数学特征

Tab. 1 Numerical characteristics of hull structural variables

参数	σ_s	M_s	M_w	W_{min}
均值	400 MPa	$2.359\,4\times10^7$ N·m	$1.052\,7\times10^8$ N·m	$4.514\,6\times10^5$ mm^2·m
标准差	24 MPa	$4.718\,8\times10^6$ N·m	$1.271\,4\times10^7$ N·m	$3.700\,3\times10^4$ mm^2·m
变异系数	0.06	0.12	0.20	0.07
分布类型	正态分布	正态分布	正态分布	均匀分布

对于区间变量 W_{min}，在得到其波动范围后，采用蒙特卡洛数值模拟法得到其均匀分布的概率统计特征值，然后由式(4)～(8)得到当量正态化后的概率密度分布和累积概率分布，通过回归分析还可得到对应的函数曲线，如图 1、图 2 所示。

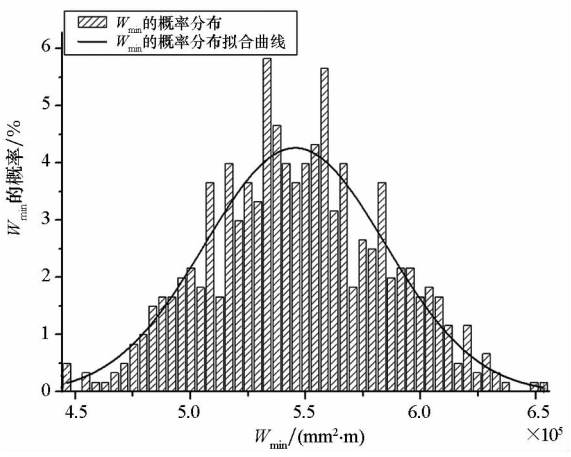


图 1 最小剖面模数的概率分布

Fig. 1 Probability distribution of minimum section modulus

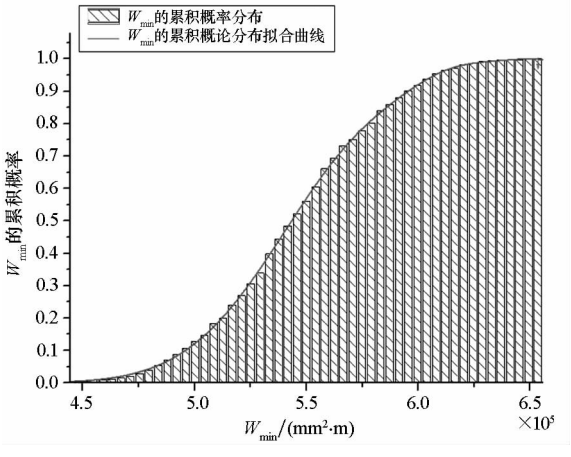


图 2 最小剖面模数的累积概率分布

Fig. 2 Accumulative probability distribution of minimum section modulus

采用蒙特卡洛数值模拟法对船体失效状态进行数值模拟，可得到其概率密度分布和累积概率分布，通过回归分析还可得到对应的函数及曲线，如图 3、图 4 所示。

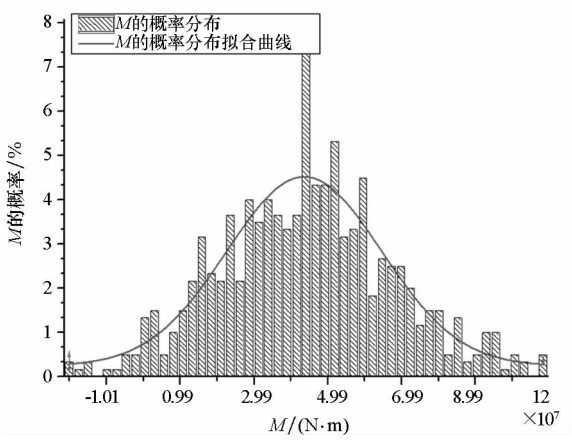


图 3 结构失效状态的概率分布

Fig. 3 Probability distribution of failure station

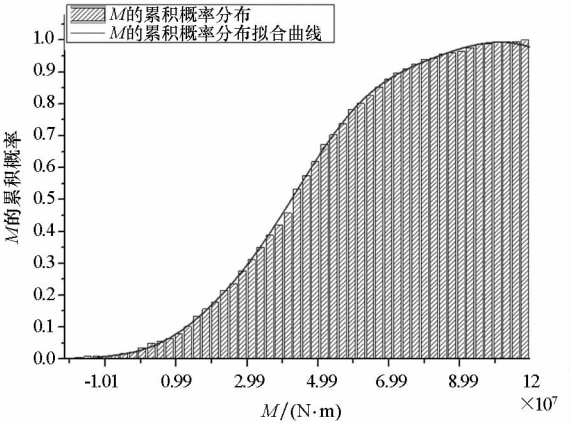


图 4 结构失效状态的累积概率分布

Fig. 4 Accumulative probability distribution of failure station

上述的理论方法可借助编程完成具体的船体结构可靠性的计算。

基于拉依达准则将船体结构中的随机变量进行区间变量化，可得到变量区间表示形式：材料的屈服极限 $\sigma_s=[328,427]$ MPa，静水弯矩 $M_s=[9.437\,6,37.750]\times10^6$ N·m，波浪弯矩 $M_w=[6.712\,8,14.341]\times10^7$ N·m，最小剖面模数 $W_{min}=[4.022,5.007]\times10^5$ mm^2·m。结合图 1、图 2 及式(14)、式(18)，可得到船体现时状态下概率安全指数 β、非概率可靠性指标 η 的大小，由

图 3、图 4 还可得到船体结构的失效概率 $P_r(M \leqslant 0)$。为了进一步论证所提方法的准确性和可行性,依据文献[19]给出的舰船可靠性度量指标计算方法,分别基于随机概率模型和非概率可靠性模型计算了该舰艇现时状态下的可靠性度量指标,并设定其为参照值。具体的计算结果如表 2 所示。

表 2　船体结构可靠性分析结果

Tab. 2　Results of hull structure reliability analysis

参数	β	η	P_r
计算值	2.34	1.72	0.08%
参照值	2.49	1.67	0.09%
评估衡准	1.68	1	—

由表 2 所示的舰船结构可靠性计算结果可知:①基于随机 - 非概率模型开展结构可靠性评估是可行的,且相比于非概率可靠性模型其结果的保守性有所减弱。②将区间变量随机化处理比将随机变量区间化处理得到的结果更为保守,这与将区间变量等效为均匀分布的随机变量有密切关系。此外,采用拉依达准则可有效减少计算量,提高评估效率。③基于随机 - 非概率模型开展船体结构可靠性评估,将随机变量区间化实用性和有效性更为突出。

4　结论

针对现役舰船结构可靠性评估,本文提出了一种新的可靠性评估模型,并从随机概率理论和非概率可靠性理论两个方面给出了基于该模型的结构可靠性指标的求解方法。通过算例分析,主要结论如下:

1)随机 - 非概率可靠性模型既克服了概率模型对样本数据过于依赖的缺陷又减弱了非概率可靠性模型的过于盲目保守性,且评估结果更能体现船体结构的客观随机性。

2)采用随机 - 非概率模型开展现役舰船结构可靠性评估时,将区间变量等效为均匀分布的随机变量会增加评估结果的保守性。

3)随机 - 非概率可靠性模型弱化了非概率可靠性评估结果的保守性,主要原因是拉依达准则减小了变量的波动范围。若要提高随机 - 非概率模型的实用性,还有待在与其对应的可靠性指标计算方法方面开展深入研究。

参考文献(References)

[1] Chao R J. Reliability and uncertainty evaluation for longitudinal bending of hull girders of surface ships [J]. Journal of Ship Research, 1997, 41 (1): 57 - 68.

[2] 施兴华, 徐定海, 张婧, 等. 基于随机过程理论的舰船结构时变可靠性分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2008, 29(2): 135 - 139, 150.
SHI Xinghua, XU Dinghai, ZHANG Jing, et al. Time-dependent reliability analysis of ship structure based on random process theory [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2008, 29(2): 135 - 139, 150. (in Chinese)

[3] Ben-Haim Y. Robust reliability and decisions under serve uncertainty [J]. Journal of the Franklin Institute, 2000, 337(2/3): 171 - 199.

[4] Guo J, Du X P. Reliability sensitivity analysis with random and interval variables [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2009, 78(13): 1585 - 1617.

[5] Jiang C, Bi R G, Lu G Y, et al. Structural reliability analysis using non-probabilistic convex model[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2013, 254(2): 83 - 98.

[6] 王晓军, 邱志平, 武哲. 结构非概率集合可靠性模型[J]. 力学学报, 2007, 39(5): 641 - 646.
WANG Xiaojun, QIU Zhiping, WU Zhe. Non-probabilistic set-based model for structure reliability [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(5): 641 - 646. (in Chinese)

[7] 郭书祥, 吕震宙. 结构体系的非概率可靠性分析方法[J]. 计算力学学报, 2002, 19(3): 332 - 335.
GUO Shuxiang, LYU Zhenzhou. A procedure of the analysis of non-probabilistic reliability of structural systems [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2002, 19(3): 332 - 335. (in Chinese)

[8] 孙文彩, 杨自春. 区间参数结构可靠性分析新模型[J]. 海军工程大学学报, 2011, 23(3): 62 - 66.
SUN Wencai, YANG Zichun. New model for reliability analysis of structures with interval parameters[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2011, 23(3): 62 - 66. (in Chinese)

[9] 樊建平, 李世军, 漆伟, 等. 关于结构非概率可靠性模型的安全评估[J]. 固体力学学报, 2012, 33(3): 325 - 330.
FAN Jianping, LI Shijun, QI Wei, et al. Safety evaluation of non-probabilistic reliability model of structures [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2012, 33(3): 325 - 330. (in Chinese)

[10] 李贵杰, 吕震宙, 葛山增, 等. 用非概率理论分析混合不确定性结构的可靠性[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(5): 21 - 25.
LI Guijie, LYU Zhenzhou, GE Shanzeng, et al. A reliability approach based on non-probabilistic theory for structures with hybrid uncertainties [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(5): 21 - 25. (in Chinese)

[11] 王卓健, 沈安慰, 郭基联. 基于机群仿真模型的平均秩次法有效性分析[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(5): 1128 - 1132.
WANG Zhuojian, SHEN Anwei, GUO Jilian. Analysis of validity with mean rank order method based on air fleet simulation model [J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(5): 1128 - 1132. (in Chinese)

[12] GJB/Z 119 - 99. 水面舰艇结构设计计算方法[S]. 北京: 中国人民解放军总装备部, 1999.
GJB/Z 119 - 99. Method for structural design and strength

calculation of naval surface ships [S]. Beijing: General Armament Department, 1999. (in Chinese)

[13] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性分析模型[J]. 计算力学学报, 2001, 18(1): 56 – 60.
GUO Shuxiang, LYU Zhenzhou, FENG Yuansheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18(1): 56 – 60. (in Chinese)

[14] 孙海虹, 肖桃云, 张圣坤. 考虑腐蚀影响的船体梁极限承载能力时变可靠性分析[J]. 中国造船, 2000, 41(2): 49 – 57.
SUN Haihong, XIAO Taoyun, ZHANG Shengkun. Time-variation reliability analysis based on ultimate strength of corroding ship girders [J]. Shipbuilding of China, 2000, 41(2): 49 – 57. (in Chinese)

[15] Lloyd's Register. Naval classification [Z]. The United Kingdom: Lloyd's Register, 2000.

[16] Fukuda J. Long-term predictions of wave bending moment (Part I and Part II)[J]. Society of Naval Architects of Japan, 1970, 5: 35 – 55.

[17] Hoffman D, Lewis E. Analysis and interpretation of full scale data on mid ship bending stress of dry cargo ships: report SSC_196[R]. USA: Ship Structure Committee, 1969. (in Chinese)

[18] 中国船级社. 钢制海船入级规范[M]. 北京: 中国船级社, 2012.
China Classification Society. Rules for building and classing steel vessels [M]. Beijing: China Classification Society, 2012. (in Chinese)

[19] 滑林, 吴梵, 牟金磊, 等. 关于在役舰艇非概率可靠性模型的安全性评估[J]. 船舶力学, 2017, 21(2): 184 – 191.
HUA Lin, WU Fan, MU Jinlei, et al. Safety evaluation of non-probabilistic reliability model of vessels in-service [J]. Journal of Ship Mechanics, 2017, 21(2): 184 – 191. (in Chinese)