doi:10.11887/j.cn.201906013 http://journal.nudt.edu.cn

基于反正切函数的测试性分配方法*

杨 鹏,胡业荣,吴伟兴,邱 静
(国防科技大学 智能科学学院 装备综合保障技术重点实验室,湖南 长沙 410073)

摘 要:针对现有主流测试性分配方法存在的分配指标过低和过高等不合理问题,分析认为其根源在于现有方法采用线性分配函数,而该函数不符合测试性指标提升规律,为此,构造了一种基于反正切函数的测试性分配函数,设计故障检测率与故障隔离率指标的分配算法,开展案例应用并与经典故障率分配法和综合加权分配法进行对比分析,结果表明随着分配权重(故障率)的变大,本方法分配指标的增幅逐渐减小,不会出现极低指标和超1指标的不合理情形。

关键词:测试性分配;分配函数;分配权重;反正切函数;测试性指标
中图分类号:TN806 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2019)06-083-05

Testability allocation method based on inverse tangent function

YANG Peng, *HU Yerong*, *WU Weixing*, *QIU Jing*
(Science and Technology on Integrated Logistics Support Laboratory, College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The existing testability allocation methods exist some unreasonable problems, such as the allocation index is too low or too high. The reason is that those methods apply linear allocation function which is not consistent with testability index. Therefore, a novel allocation function based on inverse tangent function was constructed, and the allocation algorithm of fault detection rate and fault isolation rate was presented. The comparative analysis among the proposed method and the classic fault rate allocation and comprehensive weighted allocation methods shows the superiority of the method proposed. With the increase of the allocation weight (fault rate), the amplification of allocation index gradually decreases, and there will be no unreasonable allocation index which is either too low or higher than 1.

Keywords: testability allocation; allocation function; allocation weight; inverse tangent function; testability index

测试性是装备通用质量特性之一,用于评价装备是否易于检测和隔离故障。它是一种设计特性,在装备设计之初就要予以考虑,其定量设计要求就是测试性指标,主要包括故障检测率和故障隔离率等。测试性分配是指将系统级的测试性指标按一定的原则和方法,分配给各组成单元,作为其测试性设计的目标。测试性分配是装备开展测试性设计的重要工作,然而由于缺乏科学有效的方法,不少在研重点型号装备均面临测试性分配难以实施或者分配不合理导致低层级产品测试性设计难以开展等问题。

20世纪80—90年代,美国学界对测试性分配方法做了大量研究,其中主流方法是故障率分配法、加权分配法和综合加权分配法,基本思想是按照各单元的分配权重(如故障率、重要度、测试难易程度等因素)来构造比例分配函数,然后利用该函数来计算各单元的指标。故障率分配法是加权分配法的特例,其分配权重就是故障率,即故障率大者获得较大分配额;综合加权分配法是对加权分配法的改进,即对权重最大者设定分配上限后再按比例分配。

我国国军标GJB 2547A—2012《装备测试性工作通用要求》在附录中收录了等值分配法、按经验分配法、按故障率分配法、加权分配法等;GJB 1770.2—1993《对空情报雷达维修性——维修性的分配和预计方法》给出了故障率分配法;GJB 4260—2001《侦查雷达测试性通用要求》在附录中给出了加权分配法。国内测试性专著,如《电子设备测试性及诊断技术》《系统测试性设计分析与验证》《测试性设计分析与验证》《装备测试性建模与设计技术》等,还介绍了经验分配法、按系统复杂程度分配法(故障率分配法)、加权分

* **收稿日期**:2018-09-02
基金项目:国家部委基金资助项目(41403020101)
作者简介:杨鹏(1978—),男,湖北宜昌人,讲师,博士,E-mail:nudtyp7894@163.com

配法、有部分老产品时的分配法等[1]。

以上分配方法均是通过构造分配函数来进行指标分配,不妨统称为函数分配法。其中故障率分配法是其他方法的基础,其问题在于:当各单元分配权重(故障率)相差较大时,会出现权重大的单元分配指标超过1,而权重小的单元分配指标趋于0的不符合实际的分配结果(故障检测率与故障隔离率均为比例指标,有效取值范围为[0,1]),对此不得不进行人工修正,或者通过增加分配影响因子(加权分配法、综合加权分配法)、设置分配指标上限(综合加权分配法)等方式来进行修正。此外,针对多个影响因子如何科学量化的问题,国内学者还研究了基于层次分析法(Analytic Hierarchy Process, AHP)的分配方法[2-3]。

另一类指标分配方法称为优化分配法[4-11],其基本思想是构建一个融合多个影响因素以及多个约束条件的优化分配模型,然后采用遗传算法等优化算法来获得最佳分配结果。

理论上,由于优化分配法和改进的函数分配法考虑了更多的影响因素,因此比故障率分配法更加科学合理。但在实践中,总研制单位在分配指标时,装备通常处于研发阶段的早期,仅有组成单元的故障率数据,没有或者难以获取其他可用于指导分配的数据,即使通过专家评分等手段得到了影响因子等数据,也带有一定主观性,这使得上述方法受到一定的限制。

因此,在仅有故障率数据的前提下,如何实施测试性指标分配,不出现极低指标和超1指标等不合理情形,是目前急需解决的问题。

现有故障率分配法出现异常结果的本质原因在于其线性分配函数没有体现测试性指标提升的一般规律,即:对于测试性水平低的单元,通过改进测试性设计提升其测试性指标相对容易;而对于测试性水平本身较高的单元,进一步提升其测试性指标则非常困难。因此,对于分配权重(故障率)较低的单元,不应分配过低的指标,而应分配一个相对值较低、绝对值并不低的指标;对于分配权重较高的单元,应分配相对值较高、绝对值不能太高(如逼近于极限值1)的指标。综上,分配函数不应是线性的,而应为一个上凸的抛物线型函数,它应体现出这种指标低时易提升而高时难提升的特点。

对此,本文提出一种基于反正切函数的测试性分配方法。首先给出测试性分配的数学描述模型,然后进行理论推导得到基于反正切函数的测试性分配函数,进而分别给出故障检测率和故障隔离率分配算法,最后应用本方法与经典方法进行对比分析,以证明该方法的有效性和先进性。

1 测试性分配的数学描述

测试性分配问题在数学上可描述为:

$$\gamma_i = f_1(\lambda_i), 1 \leqslant i \leqslant N \tag{1}$$

$$\gamma_s = f_2(\gamma_1, \cdots, \gamma_N) \tag{2}$$

$$0 \leqslant \gamma_i \leqslant 1 \tag{3}$$

$$\gamma_{sr} \leqslant \gamma_s \leqslant 1 \tag{4}$$

其中:式(1)为测试性分配函数,γ_i 为第 i 个单元的分配指标,N 为系统组成单元数目;λ_i 为第 i 个单元的故障率,是分配函数的自变量,若采用加权分配法,则用分配权重因子 W_i 代替 λ_i。式(2)为指标验算函数,不同指标的验算式详见文献[1],γ_s 为由各单元的分配指标综合计算得出的系统指标,它不能低于要求达到的(即待分配的)系统级指标 γ_{sr},即必须满足式(4)。式(3)和式(4)为分配指标的约束条件。

测试性分配的关键是确定分配函数,即式(1),还要同时满足约束条件,即式(3)、式(4)。

2 反正切分配函数的提出

本文所要构造的分配函数,应具备以下特点:首先,分配函数应为单调递增函数,即分配权重越大,分配指标越大,经典故障率分配法的分配函数满足该要求;其次,用分配函数的一阶导数表示测试性指标提升的困难程度,在曲线导数较大时指标提升比较容易,在曲线导数较小时提升比较困难,因此分配函数的一阶导数应为单调递减函数,经典故障率分配法的分配函数的一阶导数为0,不满足此要求。

令分配函数为:

$$\gamma = f(\lambda) \tag{5}$$

式中,γ 表示分配的测试性指标,据前文分析,$f(\lambda)$ 应满足以下条件:

条件①:$f(\lambda)$ 在 λ 取值 $[0, +\infty)$ 区间单调递增,且 $f(0) = 0$, $\lim\limits_{\lambda \to \infty} f(\lambda) = 1$,这两个等式使分配结果能够满足式(3)。

条件②:$f'(\lambda)$ 在 λ 取值 $[0, +\infty)$ 区间单调递减,且 $f'(\lambda) \geqslant 0$, $\lim\limits_{\lambda \to \infty} f'(\lambda) = 0$。

可以构造幂函数来满足条件②,不妨令:

$$f'(\lambda) = \frac{A}{B + C\lambda^{\beta}} \tag{6}$$

式中,A、B、C 和 β 均为区间 $(0, +\infty)$ 内的常数。不妨取 $\beta = 2$(可以证明,当取其他数值时,无法同

时满足两个条件),再对上式取积分:

$$\begin{aligned} f(\lambda) &= \int f'(\lambda)\mathrm{d}\lambda \\ &= \int \frac{A}{B + C\lambda^2}\mathrm{d}\lambda \\ &= \frac{A}{B}\arctan\left(\sqrt{\frac{C}{B}}\lambda\right) \end{aligned} \tag{7}$$

根据条件①中 $f(0) = 0$,结合式(7)可得 $\frac{A}{B} = \frac{2}{\pi}$。

再令 $\alpha = \sqrt{\frac{C}{B}}$,于是得到分配函数为:

$$f(\lambda) = \frac{2}{\pi}\arctan(\alpha\lambda) \tag{8}$$

至此,得到了测试性分配函数的一般表达式。从形式上看,这是一个反正切函数,α 是一个待定的未知量,它的取值必须使得各单元的分配指标满足式(4),不妨称 α 为分配系数。下面分别讨论故障检测率和故障隔离率相应的分配系数及分配算法。

3　测试性分配算法设计

套用式(8),写出故障检测率的分配函数:

$$\gamma_{\mathrm{FD}k} = \frac{2}{\pi}\arctan(\alpha_{\mathrm{FD}}\lambda_k) \tag{9}$$

式中,$\gamma_{\mathrm{FD}k}$ 为第 k 个单元所分配的故障检测率,λ_k 为第 k 个单元的故障率,α_{FD} 为故障检测率的分配系数,其求解方法如下:

给定要求达到的系统级故障检测率为 γ_{FDsr},根据故障检测率的验算式(详见文献[1]第三章)及式(4),有:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{2}{\pi}\arctan(\alpha_{\mathrm{FD}}\lambda_i)\cdot\lambda_i}{\sum_{k=1}^{N}\lambda_k} \geqslant \gamma_{\mathrm{FDsr}} \tag{10}$$

式(10)取等号,得到 α_{FD} 所能取到的最小值,不妨记为 α_{FDmin}。再将 α_{FDmin} 代入式(9),即可得到各单元的故障检测率指标。

在实际分配中,有时会提出新的附加条件,如规定当单元故障率大于或等于某个指定故障率 λ_0 时,该单元的分配指标应不小于某个指定数值 γ_{FD0}。对此,可将 λ_0 和 γ_{FD0} 分别替代式(9)中的 λ_k 和 $\gamma_{\mathrm{FD}k}$,求得相应的分配系数 α_{FD0}。再将 α_{FD0} 与 α_{FDmin} 比较,若 $\alpha_{\mathrm{FD0}} \geqslant \alpha_{\mathrm{FDmin}}$,则令 $\alpha_{\mathrm{FD}} = \alpha_{\mathrm{FD0}}$;若 $\alpha_{\mathrm{FD0}} < \alpha_{\mathrm{FDmin}}$,则令 $\alpha_{\mathrm{FD}} = \alpha_{\mathrm{FDmin}}$。最后将 α_{FD} 代入式(9),得到各单元的故障检测率指标。

同理,写出故障隔离率分配函数:

$$\gamma_{\mathrm{FI}k} = \frac{2}{\pi}\arctan(\alpha_{\mathrm{FI}}\lambda_k) \tag{11}$$

式中,$\gamma_{\mathrm{FI}k}$ 为第 k 个单元分配的故障隔离率,α_{FI} 为故障隔离率分配系数,其求解方法如下:

给定要求到达的系统级故障隔离率为 γ_{FIsr},根据故障隔离率的验算式(详见文献[1]第三章)和式(4),有:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{2}{\pi}\arctan(\alpha_{\mathrm{FI}}\lambda_i)\cdot\lambda_{\mathrm{FD}i}}{\sum_{k=1}^{N}\lambda_{\mathrm{FD}k}} \geqslant \gamma_{\mathrm{FIsr}} \tag{12}$$

式中,$\lambda_{\mathrm{FD}k}$ 为第 k 个单元所能检测到的故障率,且 $\lambda_{\mathrm{FD}k} = \lambda_k \cdot \gamma_{\mathrm{FD}k}$。式(12)取等号,得到 α_{FI} 所能取到的最小值,不妨记为 α_{FImin}。再将 α_{FImin} 代入式(11),即可得到各单元的故障隔离率指标。

若规定当单元故障率大于或等于某个指定故障率 λ_0 时,该单元的分配指标应不小于某个指定数值 γ_{FI0}。对此,可以将 λ_0 和 γ_{FI0} 分别替代式(11)中的 λ_k 和 $\gamma_{\mathrm{FI}k}$,求得相应的分配系数 α_{FI0}。再将 α_{FI0} 与 α_{FImin} 比较,若 $\alpha_{\mathrm{FI0}} \geqslant \alpha_{\mathrm{FImin}}$,则令 $\alpha_{\mathrm{FI}} = \alpha_{\mathrm{FI0}}$;若 $\alpha_{\mathrm{FI0}} < \alpha_{\mathrm{FImin}}$,则令 $\alpha_{\mathrm{FI}} = \alpha_{\mathrm{FImin}}$。最后将 α_{FI} 代入式(11),得到各单元的故障隔离率指标。

4　应用与对比

应用文献[1]中的案例进行对比分析。该案例由 5 个外场可更换单元(Line Replace Unit, LRU)构成,待分配的指标为 $\gamma_{\mathrm{FDsr}} = 0.95$,$\gamma_{\mathrm{FIsr}} = 0.90$,各 LRU 的故障率见表 1。首先应用本文方法,算出故障检测率和故障隔离率的分配系数分别为 $\alpha_{\mathrm{FD}} = 0.807\,5$,$\alpha_{\mathrm{FI}} = 0.093\,6$,分别代入式(9)和式(11),得到分配结果如表 1 所示。

表 1　本文方法的分配结果

Tab. 1　Allocation results from the proposed method

	λ_i	$\gamma_{\mathrm{FD}i}$	$\gamma_{\mathrm{FI}i}$
LRU1	30E - 6	0.880 7	0.755 4
LRU2	30E - 6	0.880 7	0.755 4
LRU3	100E - 6	0.963 8	0.929 7
LRU4	150E - 6	0.957 9	0.952 7
LRU5	50E - 6	0.927 9	0.855 9
综合计算	360E - 6	0.950 0	0.900 0

表 1 综合计算项中各 LRU 故障率之和为 360E - 6;由各 LRU 所分配的故障检测率综合计算得到的系统故障检测率为 0.950 0,其计算详见文献[1]中的式(3.6);由各 LRU 所分配的故障隔离率综合计算得到的系统故障隔离率为

0.900 0,其计算详见文献[1]中的式(3.8)。两个综合计算得到的系统指标分别等于待分配的系统指标,满足式(4),分配结果有效。可以看出:故障检测率分布在0.88 ~ 0.97 之间,故障隔离率分布在 0.75 ~ 0.96 之间,所有的分配指标没有超过 1 的,也没有过低的,而且随着故障率的变大,分配指标的增幅逐渐减小。

为了进行对比分析,下面采用经典故障率分配法对该案例进行分配,其结果如表 2 所示。

表 2 经典故障率分配法的分配结果

Tab. 2 Results from the classic failure rate allocation method

	λ_i	γ_{FDi}		γ_{FIi}	
		计算值	修正值	计算值	修正值
LRU1	30E - 6	0.278 8	0.90	0.259 5	0.90
LRU2	30E - 6	0.278 8	0.90	0.259 5	0.90
LRU3	100E - 6	0.929 3	0.98	0.865 0	0.94
LRU4	150E - 6	1.394 0	0.99	1.297 6	0.95
LRU5	50E - 6	0.464 7	0.90	0.432 5	0.90
综合计算	360E - 6	0.967 7	0.959 7	0.899 9	0.932 8

由表 2 可以看出:结果中出现分配指标较小的情形,如 LRU1 和 LRU2 仅分到了 0.278 8;还出现分配额大于 1 的情形,如 LRU4 分到了 1.394 0。以上都是不符合实际的,需要进行修正。修正之后,还需进行指标验算,若不满足式(4),还需再次修正,直到同时满足式(3)和式(4)。可见经典故障率分配法的工程实用性较差。

再采用综合加权分配法进行分配。综合加权分配法采用多因素(故障率 K_i^1、故障影响 K_i^2、修复时间 K_i^3、诊断难易度 K_i^4、诊断成本 K_i^5,其量化方法详见文献[1])综合加权,此法还需指定分配指标的上限,不妨规定分配指标上限为 0.98,分配结果如表 3 所示。

由于采取多因素综合加权,分配权重差距缩小,同时限定了分配结果的上限,所以避免了出现分配指标超 1 的情况,不用人为修正,但它仍是一种线性分配函数(综合权重的线性函数),而且分配权重因子和分配上限的确定带有主观性。

为了直观对比以上三种分配法,图 1 给出了三种方法的故障检测率分配结果的趋势图。

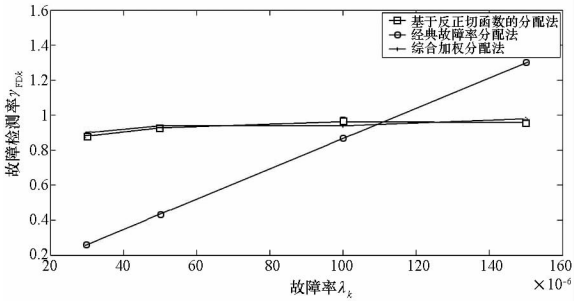


图 1 故障检测率分配曲线对比

Fig. 1 Comparison among allocation curves of fault detection rate

由图可以看出:经典故障率分配法得到的分配结果与故障率呈一条直线,故障率最大单元很容易超出分配上限;综合加权分配法和本方法所得到的分配结果均与故障率呈非线性关系,且二者分配结果比较接近。

事实上,综合加权分配法的分配结果与综合权重呈线性关系,其综合权重是单元故障率与各影响因子($K_i^1 \sim K_i^5$)的加权平均,因此分配结果与故障率呈现出非线性关系。考虑到在分配用到的数据中,单元故障率是经过科学计算得到的客观数据,而影响因子($K_i^1 \sim K_i^5$)和分配上限是人为确定的,带有主观性,而且在设计初期,难以对上述影响因子进行科学量化。因此综合看来,本文方法更加简单和实用。

表 3 综合加权分配法的分配结果

Tab. 3 Results from comprehensive weighted allocation method

	λ_i	加权系数					γ_{FDi}	γ_{FIi}
		K_i^1	K_i^2	K_i^3	K_i^4	K_i^5	计算值	计算值
LRU1	30E - 6	1	2	2	2	1	0.900 000	0.763 584
LRU2	30E - 6	1	3	2	1	1	0.900 000	0.763 584
LRU3	100E - 6	3	1	2	2	1	0.940 000	0.871 792
LRU4	150E - 6	5	2	1	1	1	0.980 000	0.980 000
LRU5	50E - 6	2	1	2	3	1	0.940 000	0.871 792
综合计算	360E - 6						0.950 000	0.898 844

其他分配方法,如加权分配法、基于 AHP 的分配法以及优化分配法虽未与本文方法进行比较,但通过类比分析可知,用这些方法得到的结果应该与综合加权分配法的差别不大,但是与综合加权分配法存在相同的技术问题。因此,可以认为本文方法在实用性方面优于现有方法。

5　结论

针对现有主流测试性分配方法,尤其是经典故障率分配法存在的问题——当系统组成单元分配权重相差较大时,会出现权重大的单元分配指标过大甚至超过 1,而权重小的单元分配指标趋于 0 的违背客观规律的现象,本文首先分析了造成该问题的原因,即现有方法所构造的线性分配函数未遵循产品测试性水平越高则进一步提升难度越大这一客观规律。根据这一分析结论,本文构造了一种基于反正切函数的测试性分配函数,进而设计了故障检测率与故障隔离率指标的分配算法,最后开展了案例应用分析并与经典故障率分配法和综合加权分配法进行了对比分析,结果表明本文方法随着分配权重(故障率)的变大,分配指标的增幅逐渐减小,因此不会出现极低指标和指标超 1 的不合理情形,且本文方法仅需故障率数据即可实施分配,具有较好的实用性。

参考文献(References)

[1] 邱静, 刘冠军, 杨鹏, 等. 装备测试性建模与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 110 – 135.
QIU Jing, LIU Guanjun, YANG Peng, et al. Equipment testability modeling and design[M]. Beijing: Science Press, 2013: 110 – 135. (in Chinese)

[2] 沈亲沐. 装备系统级测试性分配技术研究及应用[D]. 长沙: 国防科技大学, 2004.
SHEN Qinmu. Research on system testability allocation for equipment[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004. (in Chinese)

[3] 李金龙, 陶凤和, 贾长治, 等. 基于 AHP 的测试性分配方法研究[J]. 中国测试, 2010, 36(2): 30 – 33.
LI Jinlong, TAO Fenghe, JIA Changzhi, et al. Study on testability allocation method based on analytic hierarchy process[J]. China Measurement & Test, 2010, 36(2): 30 – 33. (in Chinese)

[4] Yang J E, Hwang M J, Sung T Y, et al. Application of genetic algorithm for reliability allocation in nuclear power plants [J]. Reliability Engineering & System Safety, 1999, 65(3): 229 – 238.

[5] Elegbede C, Adjallah K. Availability allocation to repairable systems with genetic algorithms: a multi-objective formulation[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2003, 82(3): 319 – 330.

[6] Harmanani H M, Saliba R. An evolutionary algorithm for the testable allocation problem in high-level synthesis[J]. Journal of Circuits, Systems, and Computers, 2005, 14 (2): 347 – 366.

[7] 王宝龙, 黄考利, 苏林, 等. 基于遗传算法的复杂电子装备测试性优化分配[J]. 计算机测量与控制, 2007, 15(7): 925 – 928.
WANG Baolong, HUANG Kaoli, SU Lin, et al. Testability optimizing allocation of complicated electronic equipment based on genetic algorithms[J]. Computer Measurement & Control, 2007, 15(7): 925 – 928. (in Chinese)

[8] 张延生, 黄考利, 陈建辉. 基于遗传算法的测试性优化分配方法[J]. 测试技术学报, 2011, 25(2): 153 – 157.
ZHANG Yansheng, HUANG Kaoli, CHEN Jianhui. Testability optimization allocation method based on genetic algorithm[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2011, 25(2): 153 – 157. (in Chinese)

[9] 张琦, 朱春生, 冉红亮, 等. 基于 NSGA-Ⅱ的测试性指标分配方法[J]. 南京理工大学学报, 2012, 36(4): 650 – 655.
ZHANG Qi, ZHU Chunsheng, RAN Hongliang, et al. Testability index distribution method based on NSGA-Ⅱ algorithm[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2012, 36(4): 650 – 655. (in Chinese)

[10] 刘刚, 黎放, 胡斌. 基于改进遗传算法的测试性优化分配方法[J]. 火力与指挥控制, 2014, 39(1): 44 – 47.
LIU Gang, LI Fang, HU Bin. Research on testability optimization allocation method based on improved genetic algorithm[J]. Fire Control & Command Control, 2014, 39(1): 44 – 47. (in Chinese)

[11] 曲小宇, 郭腾飞. 基于多目标优化的飞控系统指标分配方法研究[J]. 控制理论与应用, 2016, 35(6): 18 – 22.
QU Xiaoyu, GUO Tengfei. Research on flight control system reliability distribution method based on multi-objective optimization[J]. Control Theory and Application, 2016, 35(6): 18 – 22. (in Chinese)