doi:10.11887/j.cn.201906024

http://journal. nudt. edu. cn

系统可靠寿命的不确定性分析及其高效方法。

阚丽娟,徐吉辉,陈玉金

(空军工程大学 装备管理与无人机工程学院,陕西 西安 710051)

摘 要:为了分析元器件失效率的不确定性对系统可靠性的影响,借鉴 Borgonovo 的矩独立灵敏度分析思想,在充分考虑了系统可靠寿命完整不确定性信息的情况下,提出了基于系统可靠寿命的矩独立重要性测度,用来分析不确定性条件下系统元器件失效率对其可靠寿命的平均影响。但由于系统可靠寿命函数是系统可靠度函数的反函数,一般无法解析表达而以隐函数的形式存在,致使该矩独立重要性测度难以高效准确求解。为了解决这一问题,文章提出了一种新的 Kriging 自适应代理模型的高效算法,该算法以 Kriging 代理模型预测值的变异系数作为自适应学习函数,通过自主增加新的试验样本,增强代理模型的预测准确性。阀 门控制系统和民用飞机电液舵机系统两个算例分析表明,在保证计算精度的情况下,通过变异系数自适应学习函数,仅需添加少量系统可靠寿命试验样本,就能够构建用来充分近似系统可靠寿命函数的 Kriging 代理模型,解决了重要性测度的高效求解问题,从而验证了所提方法的合理性和算法的高效性。

关键词:系统可靠寿命;重要性测度;矩独立;变异系数;Kriging代理模型 中图分类号:V215.7;TB114.3 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2019)06-161-07

Uncertainty analysis of systematic reliability life and its efficient solution

KAN Lijuan, XU Jihui, CHEN Yujin

(Equipment Management and Unmanned Aerial Vehicle Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: In order to study the influence of uncertain component failure rates to systematic reliability, a new systematic reliability life-based moment-independent importance measure was presented to analyze the components average impact of component failure rate under uncertainty to systematic reliability life. Inspired by the idea of the Borgonovo moment-independent sensitivity analysis, the proposed method fully takes the complete uncertainty information of systematic reliability life into consideration. Since the moment-independent importance measure was hardly solved accurately due to the implicit format of the inverse function of systematic reliability life function to systematic reliability function, therefore, a new method for Kriging adaptive surrogate model solving was proposed to improve the model prediction precision by adopting the response variation coefficient as the adaptive learning function and automatically increasing new samples. The two test cases of the valve control system and the civil aircraft electro-hydraulic actuator system results show that in the premise of computation accuracy, the Kriging model of systematic reliability life function can be fully approximated by adding small number of systematic reliability life test samples to the variation coefficient adaptive learning function. Hence, the new Kriging model successfully solves the importance measure problem, and the rationality of the proposed method and the high efficiency of the new algorithm are therefore verified.

Keywords: systematic reliability life; importance measure; moment-independent; variation coefficient; Kriging surrogate model

可靠寿命是衡量产品可靠性大小的一个重要 指标,表征给定可靠度情况下的产品工作时间。 在传统的可靠性分析与设计中,一般假定系统基 本元器件的失效率为一个常数,其可靠度是工作 时间的单调递减函数。如果知道可靠度函数的解 析表达式,给定一个可靠度,就可以求出对应的可 靠寿命。通常情况下,一个系统大多由若干个元 器件组成,且它们之间的关系非常密切。系统的 可靠度可以由底层元器件可靠度的关系式来表达,因此当系统底层元器件的失效率皆为定值时, 给定一个系统的可靠度,就有一个系统可靠寿命 与之对应。然而,在实际工程中,不确定性具有一 定的普遍性,并对系统的可靠性带来重大影响。 其中随机不确定性和认知不确定性是不确定的两 类重要来源^[1-3]。在实际工程中,系统元器件失 效率统计结果既会受到内外界环境和人的认知水

^{*} 收稿日期:2018-07-14

平的干扰,也会面临试验数据特别少的困惑,使得 它也具有很大的不确定性。因此 Baraldi 等^[4]学 者主张运用概率分布函数反映其不确定性,且通 常采用正态分布^[5]、三角分布^[5]或对数正态分 布^[6]等函数来表达。在这种情况下,元器件失效 率的不确定性经过系统的功能函数传递到系统可 靠寿命,使得系统可靠寿命也具有一定的不确定 性。为了有效指导系统可靠性的设计与优化,更 好地监控和维护系统性能,就需要分析元器件失 效率的不确定性对系统可靠寿命的影响。

重要性测度也被称为全局灵敏度^[7],主要用 来分析输入响应量的不确定性对输出响应不确定 性的影响程度。前期很多学者对其进行了探讨, 并有大量研究成果出现。现有的重要性测度分析 方法可归纳为三类:即非参数法^[8]、方差法^[9]和 矩独立法^[7]。由于方差和矩独立方法充分体现 了输入变量的不确定性对输出响应量的平均影 响,所以它们的应用最为广泛。通过系统元器件 失效率的重要性测度分析,可以确定对系统可靠 寿命影响最大的底层元器件,为系统可靠性分析、 预测和优化,以及系统的维护保障提供技术指导。

在元器件失效率不确定性影响下的系统可靠 寿命重要性测度分析方面,目前的相关研究还比 较少。虽然文献[10]研究了系统失效概率给定 情况下的元器件失效率重要性测度,提出了基于 系统工作时间的方差重要性测度及其高效算法, 但这一方法是通过系统工作时间的方差来提取不 确定性信息,难免会丢失大量有用的不确定信息。 因此,需要更深入地探讨这一问题。

本文依据矩独立重要性测度分析的基本思 想,根据系统可靠寿命的分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF)能够反映其完整不确 定性信息这一特点,通过系统可靠寿命分布函数 建立了一种重要性测度,用来度量元器件失效率 的重要性程度。虽然该方法很好地解决了不确定 性信息的损失问题,但面临难以求解和计算成本 过高的难题。为此,本文提出了一种基于变异系 数(Coefficient of Variation, CV)自适应学习函数 的 Kriging 代理模型的高效算法,大大提高了该重 要性测度的求解效率。

不确定性失效率下系统可靠寿命的特 点分析

假设某系统由 n 个元器件组成, $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$ 表示各元器件的失效率, λ_i 表示第 i 个元器件的失效率。元器件的可靠寿命一般采用

指数模型来描述,设第 *i* 个元器件可靠度的表达 式为

$$R^{i}(t, \lambda_{i}) = e^{-\lambda_{i}t}$$
(1)

由式(1)可以看出,元器件的可靠度是以它 的失效率和工作时间为输入变量的函数。通常情 况下,系统由若干个元器件构成,且它们之间存在 一定的相关关系,所以系统可靠度也是系统元器 件失效率 λ 和工作时间 t 函数。设系统可靠度的 表达式为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{G}(t, \boldsymbol{\lambda}) \tag{2}$$

1.1 确定性失效率下的系统可靠寿命

在元器件的失效率为常数的情况下,对于任 意给定的系统可靠度r,通过式(2)的反函数可得 到系统的可靠寿命表达式为

$$t_{\rm r} = G^{-1}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{\lambda}) \tag{3}$$

由式(3)可知,在系统结构不变的情况下,当 元器件失效率为常数λ*时,系统的可靠寿命与其 可靠度呈一一对应关系,且系统的可靠寿命随着 可靠度的增大而减小。给定一个系统可靠度 r, 就有一个与之对应的可靠寿命 t_r。

1.2 不确定性失效率下的系统可靠寿命

考虑各种不确定性因素的影响,假定式(2) 中元器件的失效率 λ 为一个不确定性变量。在 系统可靠度 r_0 给定的情况下,元器件失效率 λ 的 不确定性经式(3)传递到系统可靠寿命 t_r ,使得系 统可靠寿命 t_r 为服从某 CDF 的不确定性变量。 为此,采用 Monte Carlo 数字模拟法,可求解出系 统可靠度为常数 r_0 时系统可靠寿命 t_r 的分布 特征。

2 基于系统可靠寿命分布函数的重要性 测度

为了通过系统可靠寿命分析不同元器件失效 率的不确定性,借鉴文献[7]所提的灵敏度分析 思想,探讨了基于系统可靠寿命的元器件失效率 矩独立重要性测度。

对于由式(3)表达的系统可靠寿命函数,设 系统元器件失效率 $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n]$ 的联合 概率密度函数(Probability Density Function, PDF) 为 $f(\lambda)$,它的第i个元器件失效率 λ_i 的 PDF 为 $f_i(\lambda_i)$ 。在系统可靠度为常数 r_0 时,依据它的 $f(\lambda)$,通过式(3)可得到系统可靠寿命 t_r 的无条 件 CDF,记为 $F_{i_r}(t_r)$;如果第i个元器件通过它的 $f_i(\lambda_i)$ 获得任意一个固定值 λ_i^* ,这时元器件失效 率 λ_i 的不确定性将会消失,从而改变了系统可靠 寿命 t_r 的取值特点,这时可通过 λ_{-i} (除第 i 个元 器件之外的元器件失效率组合)的联合概率密度 函数 $f(\lambda_{-i})$,得到系统可靠寿命 t_r 的条件 CDF, 记为 $F_{t_r|\lambda_i}(t_r|\lambda_i)$ 。因此, $F_{t_r}(t_r) 与 F_{t_r|\lambda_i}(t_r|\lambda_i)$ 之间的差异,反映了元器件失效率 λ_i 取实现值 λ_i^* 时它的不确定性对系统可靠寿命 CDF 的影响 程度。假设某系统的 $F_{t_r}(t_r)$ 和 $F_{t_r|\lambda_i}(t_r|\lambda_i)$ 曲线 如图 1 所示,则这两条曲线之间的差异可采用阴 影部分的面积来度量,且能够通过式(4)的 $A(\lambda_i)$ 来求解。

$$A(\boldsymbol{\lambda}_{i}) = \int \left| F_{t_{r}}(t_{r}) - F_{t_{r} \mid \boldsymbol{\lambda}_{i}}(t_{r} \mid \boldsymbol{\lambda}_{i}) \right| dt_{r} \quad (4)$$

由于 λ_i 为不确定性变量,当 λ_i 按照它的 $f_i(\lambda_i)$ 取所有可能实现值时, $A(\lambda_i)$ 的平均值可表 示为

$$E_{\lambda_i}(A(\lambda_i)) = \int f_i(\lambda_i) A(\lambda_i) d\lambda_i \qquad (5)$$

式(5)中的 $E_{\lambda_i}(A(\lambda_i))$ 反映了元器件失效率 λ_i 的不确定性对系统可靠寿命 t_r 分布函数平均 影响;由式(4)和式(5)可知, $E_{\lambda_i}(A(\lambda_i))$ 的量纲 取决于 $A(\lambda_i)$ 的量纲,而 $A(\lambda_i)$ 的量纲取决于系 统可靠寿命 t_r 的量纲。因此,为了避免不同量纲 可能对指标造成的不利影响,基于系统可靠寿命 分布函数的重要性测度 $S_{\lambda_i}^{\text{CDF}}$ 采用式(6)来表达。



图 1 系统可靠寿命的条件和无条件分布函数曲线 Fig. 1 Unconditional and conditional CDFs curves of system reliability life

由于系统可靠寿命 $t_r \ge 0$,它的无条件分布函数 $F_{t_r}(t_r)$ 和条件分布函数 $F_{t_r|\lambda_i}(t_r|\lambda_i)$ 均介于 0 和1之间,由式(4)和式(5)可以推断出 $A(\lambda_i) \ge 0$ 、 $E_{\lambda_i}(A(\lambda_i)) \ge 0$ 和系统可靠寿命 t_r 的数学期望 $E(t_r) \ge 0$,故 $S_{\lambda_i}^{\text{CDF}}$ 大于等于零且没有量纲。由 式(5)和式(6)可知: $S_{\lambda_i}^{\text{CDF}}$ 与 λ_i 对 t_r 的影响呈正相 关关系。因此,可以通过 $S_{\lambda_i}^{\text{CDF}}$ 的值来判断各个系统元器件失效率的重要性程度。

3 基于系统可靠寿命的矩独立重要性测 度的求解

由于 S^{CDF} 的求解是一个二维积分过程,在准 确求解可靠寿命的条件和无条件 CDF 时,需要计 算大量的可靠寿命,而可靠寿命函数是系统可靠 度函数的反函数,一般情况下由于其无法解析表 达而往往以隐函数的形式出现。当系统底层元器 件数目较多时,对应的系统可靠度函数变得非常 复杂,致使系统可靠寿命的求解成本很高。虽然 运用 Monte Carlo 数字模拟法能够求解 S^{CDF},且计 算结果很准确,但因为计算成本太高而难以推广 和应用到实际工程中。为此,本文提出了一种新 的 Kriging 自适应代理模型,能够在满足计算误差 的情况下减少可靠寿命函数的调用次数,提高了 计算效率。

3.1 Kriging 代理模型

设 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ 为 n 维输入变量, y(x)为输出变量,则 Kriging 代理模型^[11-14]的表 达式为

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} \beta_j f_j(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x})$$
$$= \mathbf{f}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x})\mathbf{\beta} + z(\mathbf{x})$$
(7)

其中: $f^{T}(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta}$ 为模拟全局设计空间的线性回归多 项式的参数部分; $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}^{T}$ 为回归系 数列矩阵,可根据试验样本点由极大似然法来估 计; $f = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\}^{T}$ 为基函数列向 量; $f_j(\mathbf{x}) (j = 1, 2, \dots, m)$ 为 \mathbf{x} 已知时对应的多项 式,m 为基函数的个数; $\mathbf{z}(\mathbf{x})$ 为一个随机过程,其 均值和方差分别为0 与 σ^2 ,用来表示线性回归多 项式模拟后剩余部分,其协方差为

$$Cov[Z(x_i), Z(x_j)] = \sigma^2 R(x_i, x_j)$$

$$i, j = 1, 2, \cdots, N$$
(8)

其中:N为试验样本量,R(x_i,x_j)为任意两个实验 样本 x_i和 x_j之间的空间相关函数,本文选用高斯 函数作为相关函数,其形式为

$$R(x_{i}, x_{j}) = \prod_{k=1}^{n} \exp(-\theta_{k} |x_{ik} - x_{jk}|^{p_{k}}) \quad (9)$$

式中:n 为输入变量的维数; x_{ik} 和 x_{jk} 分别是样本点 x_i 和 x_j 的第k个分量;相关性参数 θ_k 和 p_k 为待 定参数, $\theta_k \ge 0$, $0 \le p_k \le 2$, 一般情况 p_k 设定为2。 这种情况下,可以通过两个样本点之间的距离来 求解相关函数,并运用极大似然估计法来求解参 数 θ_k 。

如果能够获得 n_s 个输入变量的试验样本X=

 $(x_1, x_2, \dots, x_{n_s})$,则对应的输出响应量为**y** = $(y(x_1), y(x_2), \dots, y(x_{n_s}))^{\mathrm{T}}$,采用最小二乘法可 得到回归系数列矩阵**β** = $[\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m]^{\mathrm{T}}$ 和方差 为 σ^2 的估计值**β**与 $\hat{\sigma}^2$,则

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{F})^{-1}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{y} \qquad (10)$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{2} = \frac{1}{n} \left[\left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{F} \,\hat{\boldsymbol{\beta}} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \left(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{F} \,\hat{\boldsymbol{\beta}} \right) \right] \quad (11)$$

其中: F 为回归模型矩阵, 由 n_s 个试验样本的基函数 $f_j(x)$ 构成; R 为 n_s 个试验样本之间的相关函数矩阵。通常情况下相关性参数 θ_k 的具体值可以通过优化过程求解, 即 θ_k 为使式(12) 中 φ 取最大值时对应的 θ_k 即为 θ_k 的具体值。

$$\varphi = -\frac{1}{2}(n_{\rm s}\ln(\hat{\sigma}^2) + \ln|\boldsymbol{R}|) \qquad (12)$$

其中, | R | 表示相关函数矩阵 R 的行列式值。

对于任意输入样本向量 x^* , Kriging 模型的 预测值实际上服从 N($\hat{y}(x^*), \hat{\sigma}_{g}^{2}(x^*)$)。Kriging 模型的最优线性无偏估计为

 $\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{f}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}^*)\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}^*)\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})$ (13)

式中: $f^{T}(x^{*})$ 为 x^{*} 对应的基函数值组成的回归 向量; $r^{T}(x^{*})$ 为 n_{s} 维列向量,表示输入样本向量 x^{*} 与试验样本 $X = (x_{1}, x_{2}, \dots, x_{n_{s}})$ 之间的相关 性,具体为

 $\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x}, x_1), \boldsymbol{R}(\boldsymbol{x}, x_2), \cdots, \boldsymbol{R}(\boldsymbol{x}, x_N)]^{\mathrm{T}}$ (14)

Kriging 估计值的方差 $\hat{\sigma}_{g}^{2}(\boldsymbol{x}^{*})$ 可通过以下公 式求解,即

 $\hat{\sigma}_{\hat{\tau}}^{2}(\boldsymbol{x}^{*}) = \sigma^{2} [1 - \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{F})^{-1} \boldsymbol{u} -$

 $r^{T}(x^{*})R^{-1}r(x^{*})$] (15) 式中, $u = F^{T}R^{-1}r^{T}(x^{*}) - f(x^{*})$ 。Kriging 模型估 计值的方差 $\hat{\sigma}_{g}^{2}(x^{*})$ 实际上是输入样本向量 x^{*} 对应的真实值 $y(x^{*})$ 与估计值 $\hat{y}(x^{*})$ 之间的最 小平方误差。

3.2 Kriging 自适应代理模型

由于 Kriging 代理模型在预测点附近具有一定的不确定性,所以它在整个设计空间的精度取决于试验样本的数量和质量^[15-16]。当试验样本量较少,构建的代理模型精度比较低,用其进行预测会导致局部收敛问题。为此,本文利用变异系数既能够提取变量的离散程度信息,又能够提取均值信息这一优良特征,提出了 CV 自适应学习法。该方法能够自主选择不确定性大的预测样本作为新增试验样本,在保证试验样本质量的同时增大了试验样本数量,有效减小了代理模型预测

值的不确定性,提高了代理模型预测精度。设 Kriging代理模型预测值的变异系数学习函数为

$$c_{\nu} = \hat{\sigma}_{\hat{y}} / \hat{y} \tag{16}$$

式中: \hat{r} 和 $\hat{\sigma}_{g}$ 分别表示 Kriging 代理模型在任意 输入样本向量 \mathbf{x}^{*} 处的预测值和预测标准差。

将 CV 自适应学习方法和 Kriging 代理模型 结合,构建可靠寿命函数的 Kriging 自适应代理模 型,代理模型的构件如图 2 所示,具体流程如下。



图 2 Kriging 自适应代理模型的构建流程 Fig. 2 Flow chart of construction of Kriging adaptive surrogate model

步骤1:建立初始输入输出样本集。给定系统 可靠度 r_0 ,根据元器件失效率 λ 的联合概率密度函 数 $f(\lambda)$,采用拉丁超立方抽样方法生成 N_1 组元 器件失效率的初始样本集 $\lambda_k = (\lambda_{k1}, \lambda_{k2}, \cdots, \lambda_{kn})^{T}(k=1, \cdots, N_1)$,将其代入式(3)所示的系统 可靠寿命函数,可得到对应的系统可靠寿命初始 样本集即 $t_i^k(k=1, \cdots, N_1)$ 。

步骤2:产生备选输入样本集。同理,给定系 统可靠度 r_0 ,根据元器件失效率 λ 的联合概率密 度函数 $f(\lambda)$,采用拉丁超立方抽样方法生成 N_2 组元器件失效率备选样本集 $\lambda_j = (\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn})^{\mathrm{T}}(j=1,\dots,N_2)$ 。

步骤3: 拟合初始 Kriging 代理模型。根据初始输入输出样本集, 建立初始 Kriging 代理模型。

步骤4:用初始代理模型进行预测。运用初始 Kriging 代理模型,预测与元器件失效率备选样本集对应的 N₂ 组可靠寿命及其标准差。

步骤 5:更新 Kriging 代理模型。首先,根据 式(16)求解与 N_2 组可靠寿命预测值的变异系数 $c'_{\nu}(j=1,...,N_2)$,确定与最大的 max(c_{ν})对应的 元器件失效率 max(λ)。其次,将 max(c_{ν})与可靠 寿命预测值的变异系数阈值 c'_{ν} 进行比较,如果 $\max(c_v) \ge c_v^0$,则将 $\max(\lambda)$ 代入式(3)求解对应 的可靠寿命 $\max(t_r)$ 。最后,将元器件失效率 $\max(\lambda)$ 和对应的可靠寿命 $\max(t_r)$ 添加到初始输 入输出样本集,重复步骤3至步骤5,更新 Kriging 代理模型。

步骤 6:确定最终 Kriging 代理模型。当 max(c_v) < c_v^0 时,结束 Kriging 代理模型的更新,从 而将其确定为最终 Kriging 代理模型。一般情况 下,可靠寿命预测值变异系数的阈值 c_v^0 = 0.01。

3.3 基于 CV-Kriging 方法的指标求解步骤

运用 CV-Kriging 方法求解基于系统可靠寿命的矩独立重要性测度,具体步骤如下。

步骤1:建立自适应 Kriging 代理模型。按照 3.2 节提出的方法和步骤,建立系统可靠寿命函 数的 Kriging 代理模型。

步骤 2:估算系统可靠寿命 t_r 的无条件分布 函数 $F_{t_r}(t_r)$ 。给定系统可靠度 r_0 ,根据元器件失 效率 λ 的联合概率密度函数 $f(\lambda)$,生成 N 组样本 $\lambda_k = (\lambda_{k1}, \lambda_{k2}, \dots, \lambda_{kn})^T (k = 1, \dots, N)$,运用建立 的 Kriging 代理模型求解对应的可靠寿命样本 t_r^k $(k = 1, \dots, N)$,并求解系统失效概率 t_r 的数学期 望 $E(t_r)$ 及无条件分布函数 $F_{t_r}(t_r)$ 。

步骤 3:估算系统可靠寿命 t_r 的条件分布函数 $F_{t_r|\lambda_i}(t_r|\lambda_i)$ 。首先选取任意一个 λ_i ,由对应的 $f_i(\lambda_i)$ 生成 M 个样本 { $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{iM}$ };然后 λ_i 逐个取固定值 $\lambda_{ik}(k = 1, 2, \dots, M)$,并由 λ_{-i} 对应的 $f(\lambda_{-i})$ 随机产生 N 组样本;最后运用建 立的 Kriging 代理模型计算它们对应的 $t_r|\lambda_i$ 和 $F_{t_r|\lambda_i}(t_r|\lambda_i)$ 。

步骤4:求解 $S_{\lambda_i}^{\text{CDF}}$ 。将前3个步骤所求的系统 可靠寿命 t_r 的 $F_{t_r}(t_r)$ 、 $F_{t_r \mid \lambda_i}(t_r \mid \lambda_i)$ 和 $E(t_r)$ 代入 式(4)~(6),求解重要性测度 $S_{\lambda_i}^{\text{CDF}}$ 。

4 算例分析

下面通过两个算例来验证所提重要性测度的 合理性和 CV-Kriging 方法的高效性。

4.1 阀门控制系统

图 3 为一个流体控制装置示意图^[17],其主要 功能是控制流体的工作状态。如果控制装置正常 工作,流体将能够从 A 端流到 B 端,否则流体无 法到达 B 端。该系统由 V₁、V₂ 和 V₃ 等 3 个部件 组成,它们的失效率皆服从对数正态分布,具体参 数见表 1。

根据阀门控制系统的结构特点,可得其可靠 度函数为 $G_{\rm S} = G_1 G_2 + G_2 G_3 - G_1 G_2 G_3 \tag{17}$

式中, G_s 为阀门控制系统的可靠度, G_1 、 G_2 和 G_3 表示3个部件的可靠度。



图 3 流体的控制装置

Fig. 3 Fluid control device

表1 各部件失效率的概率分布参数

Tab. 1 Probability distribution parameters of these components' failure rates

| 失效率 | 均值 | 方差 |
|-------------|--------------------|----------------------|
| λ_1 | 4×10^{-2} | 2×10^{-5} |
| λ_2 | 2×10^{-2} | 1×10^{-5} |
| λ_3 | 1×10^{-2} | 0.5×10^{-5} |

采用本文所提的矩独立重要性测度分析法, 给定系统可靠度为95%,采用 CV-Kriging 方法求 解阀门控制系统元器件失效率的重要性测度指标。CV-Kriging 方法初始样本集设为12组,自适 应学习变异系数的阈值 $c_{\nu}^{0} = 0.01$,指标的计算结 果见表2。表2给出的蒙特卡洛仿真(Monte Carlo Simulation, MCS)方法的计算结果用来验证所提 CV-Kriging 方法的计算效率和计算精度, N_{call} 表示 每种方法求解系统可靠寿命的次数。

表 2 各部件对应的重要性测度值

| Tab. 2 Importance measures of these components | | | | |
|--|-------------------|------------|--|--|
| $P_{\rm f} = 0.05$ 时的失效率 | MCS | CV-Kriging | | |
| λ_{1} | 0.016 5 | 0.015 7 | | |
| λ_2 | 0.023 1 | 0.0227 | | |
| λ_{3} | 0.1514 | 0.1417 | | |
| $N_{ m call}$ | 3×10^{7} | 34 | | |

由表2可以看出,与 MCS 方法的计算结果相 比,所提 CV-Kriging 方法在保证计算精度的情况 下,大幅提高了重要性测度指标的计算效率。计 算结果的一致性表明,通过 12 组初始样本和 22 组新添加样本,总共 34 组样本所建的 Kriging 代 理模型能够对阀门控制系统可靠寿命函数进行充 分近似。对比两种方法的 N_{call} 可以看出, MCS 方 法求解系统可靠寿命的次数为 3 × 10⁷, 计算量非 常庞大。而所提 CV-Kriging 方法,在建立 Kriging 代理模型时只需求解 34 次系统可靠寿命,后续的 重要性测度结果都是通过 Kriging 代理模型求解 所得,因此这一方法大幅提高了重要性测度指标 的计算效率。

进一步分析表 2 中指标值,能够列出各个部 件对阀门控制系统可靠寿命的影响程度排序。两 种方法得到 3 个元器件失效率的重要性排序完全 一致,皆为 $\lambda_3 > \lambda_2 > \lambda_1$ 。由此可见,元器件 V_3 对 阀门控制系统的失效概率影响最大,通过加强对 元器件 V_3 的检测、维修和保养,降低元器件 V_3 失 效率的不确定性,可以在很大程度上提高阀门控 制系统的可靠性。这一结果表明,本文所提方法 能够用来对系统元器件失效率的重要性进行 分析。

4.2 民用飞机电液舵机系统

图 4 为某飞机舵面电液舵机系统主控制装置的结构示意图^[18]。运用功能危险方法,可以得到 "舵机不动作,这一失效状态会导致严重性飞行 事故的发生,因此有必要对它进行深入研究和 探讨。





依据该客机舵面电液舵机系统的主控制舵机 的结构原理和经验数据,对"舵机不工作"的原因 进行分析,构建了如图5所示的故障树。通过故 障树可得到系统的可靠度函数为:

 $G_{s} = G_{1}G_{2}G_{3}G_{5}G_{7}G_{8}(G_{4} + G_{6} - G_{4}G_{6})$ (18) 式中, G_{s} 表示飞机舵面电液舵机系统的可靠度, $G_{i}(i=1,2,...,8)$ 表示故障树中 8 个底事件对应 部件的可靠度。对应于各部件的失效率分别为 $\lambda_{i}(i=1,2,...,8)$,其中1 至 8 分别表示不同部件 的故障,依次为:①推杆变形,②工作气隙内有杂 物,③导瓷套破裂,④阀腔阀芯不同心,⑤油液污 染,⑥停留时间长,⑦引线位置太紧凑,⑧加工太 粗糙。且各部件故障的失效率皆服从对数正态分 布,具体参数见表3。



图 5 飞机舵机系统的故障树

Fig. 5 Fault tree of aircraft actuator system

表 3 各部件失效率的概率分布参数

Tab. 3 Probability distribution parameters of these components' failure rates

| | • | |
|-------------|-------------------------|--------------------------|
| 失效率 | 均值 | 方差 |
| λ_1 | 3. 5 × 10 ⁻⁷ | 2×10^{-14} |
| λ_2 | 2×10^{-7} | 1×10^{-14} |
| λ_3 | 3×10^{-7} | 1. 5 × 10 ⁻¹⁴ |
| λ_4 | 10×10^{-7} | 5×10^{-14} |
| λ_5 | 6×10^{-7} | 5×10^{-14} |
| λ_6 | 2. 5 × 10 ⁻⁷ | 1×10^{-14} |
| λ_7 | 1. 5 × 10 ⁻⁷ | 0.8 × 10 ⁻¹⁴ |
| λ_8 | 1×10^{-7} | 0. 5 × 10 ⁻¹⁴ |

同理,运用本文所提的矩独立重要性测度分析法,给定系统可靠度为 99%,采用 CV-Kriging 方法,初始样本设为 12 组,自适应学习变异系数的阈值 $c_{\nu}^{0} = 0.01$,求解飞机舵面电液舵机系统故障树中 8 个底事件对应部件元器件失效率的重要 性测度指标,结果如表 4 所示。

对于此类具有较多底事件的工程问题,求解 系统可靠寿命所需的计算周期很长,因此在进行 重要性分析时,要尽量减少系统可靠寿命的计算 次数。由表4可知,与 MCS 方法的计算结果相 比,在保证计算精度的情况下,CV-Kriging 方法更 具有实用性,可以大幅减少可靠寿命函数的调用 次数,节约指标的计算成本。计算结果的一致性 表明,通过12 组初始样本和 240 组新添加样本, 总共仅需求解 252 次系统可靠寿命,就能够构建 用来充分近似飞机舵面电液舵机系统可靠寿命函 数的 Kriging 代理模型,完成该飞机舵面电液舵机 系统可靠寿命的不确定性分析。这再次表明本文 所提 CV-Kriging 方法的高效性。

表4 各部件失效率的重要性测度指标

Tab. 4 Importance measure indices of these components' failure rates

| $P_{\rm f} = 0.01$ 时的失效率 | MCS | CV-Kriging |
|--------------------------|-----------------|------------|
| λ_1 | 0.0674 | 0.067 8 |
| λ_2 | 0.044 7 | 0.045 5 |
| λ_3 | 0.0591 | 0.057 4 |
| λ_4 | 0.004 4 | 0.003 4 |
| λ_5 | 0.116 2 | 0.109 5 |
| λ_6 | 0.003 3 | 0.002 5 |
| λ_7 | 0.038 6 | 0.039 6 |
| λ_{8} | 0.0297 | 0.031 0 |
| $N_{ m call}$ | 8×10^7 | 252 |

通过对表 4 中重要性测度指标计算结果的进 一步分析,可以得到 8 个底事件对应部件元器件 失效率的重要性程度排序。两种方法的重要性排 序结果完全一致,均为 $\lambda_5 > \lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2 > \lambda_7 > \lambda_8 > \lambda_6 = \lambda_4$ 。这表明本文所提的重要性测度,能 够有效地分析飞机舵面电液舵机系统元器件失效 率的不确定性对系统可靠寿命的影响,再次表明 本文所提方法的可行性。

由 8 个底事件对应部件元器件失效率的重要 性排序结果可知,油液污染(λ_5)、推杆变形(λ_1) 和导瓷套破裂(λ_3)三个因素对飞机舵面电液舵 机系统可靠寿命的影响最大。因此,为了保证飞 机舵面电液舵机系统安全可靠运行,在日常维护 保养过程中,应经常开展油液污染检测工作,根据 实际情况清理油液系统,避免油液污染问题的发 生;同时要积极监控和维护推杆和导瓷套,防止推 杆变形和导瓷套破裂。

5 结论

本文重点研究了元器件失效率的不确定性对系统可靠寿命的影响问题。

1)分析了不确定性失效率下可靠寿命的特 点。在实际应用中元器件经常会面临各种不确定 性因素的干扰,致使它的失效率呈现一定的不确 定性。如果采用概率分布函数表示其不确定性, 那么在给定系统可靠度的情况下,系统可靠寿命 为服从某分布函数的不确定性变量。

2)建立了基于系统可靠寿命分布函数的重

要性测度,用以分析可靠度给定情况下元器件失 效率不确定对系统可靠寿命的影响,分析结果可 为系统可靠性和安全性设计提供理论支撑。

3)提出了基于变异系数的自适应学习函数, 能够自主选择不确定性大的预测样本作为新增试 验样本,减小代理模型预测值的不确定性,将其与 Kriging 代理模型结合,构建了 CV-Kriging 自适应 代理模型。该方法在保证计算精度的情况下,能 够显著提高重要性测度指标的计算效率。

参考文献(References)

- Kaplan S, Garrick B J. On the quantitative definition of risk[J]. Risk Analysis, 1981, 1(1): 11-27.
- Bogen K T, Spear R C. Integrating uncertainty and interindividual variability in environmental risk assessment [J]. Risk Analysis, 1987, 7(4): 427 - 436.
- [3] Eldred M S, Swiler L P, Tang G. Mixed aleatory-epistemic uncertainty quantification with stochastic expansions and optimization-based interval estimation [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2011, 96(9): 1092 - 1113.
- [4] Baraldi P, Zio E, Compare M. A method for ranking components importance in presence of epistemic uncertainties [J]. Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2009, 22 (5): 582 - 592.
- [5] Zafiropoulos E P, Dialynas E N. Reliability and cost optimization of electronic devices considering the component failure rate uncertainty [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 84(3): 271 – 284.
- [6] Blanks H S. Arrhenius and the temperature dependence of non-constant failure rate [J]. Quality and Reliability Engineering International, 1990, 6(4): 259 - 265.
- Borgonovo E. A new uncertainty importance measure [J].
 Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92 (6): 771-784.
- [8] Saltelli A, Marivoet J. Non-parametric statistics in sensitivity analysis for model output: a comparison of selected techniques[J]. Reliability Engineering & System Safety, 1990, 28(2): 229-253.
- [9] Sobol I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2001, 55(1/2/3): 271 – 280.
- [10] 巩祥瑞, 吕震宙, 刘辉, 等. 动态系统失效的不确定性分析及高效算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 43(7): 1460-1469.
 GONG Xiangrui, LYU Zhenzhou, LIU Hui, et al. Uncertainty analysis of failure in dynamic system and its efficient algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 43(7): 1460-1469. (in Chinese)
- [11] Kleijnen J P C. Kriging metamodeling in simulation: a review[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 192(3): 707 – 716.
- [12] Kaymaz I. Application of Kriging method to structural reliability problems [J]. Structural Safety, 2005, 27 (2): 133-151.

(下转第174页)

更优;与波数积分法相比,FFP + + 在误差为同量 级的情况下,积分时间大幅降低,实际应用价值 更高。

参考文献(References)

[1] 杨坤德.水声阵列信号的匹配场处理[M].西安:西北工业大学出版社,2008.

YANG Kunde. Matching field processing of underwater acoustic array signal [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2008. (in Chinese)

 [2] 笪良龙.海洋水声环境效应建模与应用[M].北京:科学 出版社,2012.
 DA Lianglong. Modeling and application of underwater

acoustic environmental effect [M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)

- [3] Dinapoli F R. Fast field program for multilayered media: NUSC Report No. 4103 [R]. Naval Underwater Systems Center, 1971.
- [4] Li Y L, White M J. A note on using the fast field program[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1994, 95(6): 3100-3102.
- [5] Lee S W, Bong N, Richards W F. Impedance formulation of the fast field program for acoustic wave propagation in the atmosphere[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1986, 79(3): 628-634.
- [6] 祝捍皓,朴胜春,张海刚.快速场(FFP)算法反演海底参数研究[J].哈尔滨工程大学学报,2012,33(5):648-652,659.

ZHU Hanhao, PIAO Shengchun, ZHANG Haigang. The research for seabed parameters inversion with fast field program (FFP) [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2012, 33(5): 648-652, 659. (in Chinese)

[7] 张翼鹏,马远良,李蓉艳,等.用快速场(FFP)分析空气
 中声源在水下产生的声场[J].声学技术,2004,23(zl):
 106-109.

ZHANG Yipeng, MA Yuanliang, LI Rongyan, et al. Analysis of the air-to-water sound transmission with fast field program[J]. Technical Acoustics, 2004, 23 (z1): 106 – 109. (in Chinese)

- [8] 邱宏安,王主威,张翼鹏,等.基于改进的快速场模型的 空气声源跨越空-水界面辐射声场仿真[J].西北工业大 学学报,2012,30(6):814-819.
 QIU Hongan, WANG Zhuwei, ZHANG Yipeng, et al. Improving simulation method for acoustic field of underwater transmission excited by airborne source [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2012, 30(6):814-819. (in Chinese)
- [9] 骆文于,于晓林,张仁和.一种可稳定计算 Pekeris 波导 中声场的波数积分方法[J].声学学报,2016,41(3): 321-329.
 LUO Wenyu, YU Xiaolin, ZHANG Renhe. Numerically stable. wavenumber-integration-based solution of acoustic

stable, wavenumber-integration-based solution of acoustic field in a Pekeris waveguide [J]. Acta Acustica, 2016, 41(3): 321-329. (in Chinese)

[10] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, et al. Computational ocean acoustics [M]. 2nd ed. New York: Springer, 2011.

(上接第167页)

- [13] Echard B, Gayton N, Lemaire M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation [J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145-154.
- [14] Zhao H L, Yue Z F, Liu Y S, et al. An efficient reliability method combining adaptive importance sampling and Kriging metamodel [J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39(7): 1853-1866.
- [15] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions [J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492.
- [16] 夏露,王丹,张阳,等.基于自适应代理模型的气动优化 方法[J].空气动力学学报,2016,34(4):433-440.
 XIA Lu, WANG Dan, ZHANG Yang, et al. Aerodynamic optimization method based on adaptive surrogate model[J].

Acta Aerodynamica Sinica, 2016, 34(4): 433 – 440. (in Chinese)

- [17] 尹晓伟,钱文学,谢里阳.系统可靠性的贝叶斯网络评估 方法[J].航空学报,2008,29(6):1482-1489.
 YIN Xiaowei, QIAN Wenxue, XIE Liyang. A method for system reliability assessment based on Bayesian networks[J].
 Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(6): 1482-1489. (in Chinese)
- [18] 袁朝辉, 崔华阳, 侯晨光. 民用飞机电液舵机故障树分析[J]. 机床与液压, 2006(11): 221 223.
 YUAN Chaohui, CUI Huayang, HOU Chenguang. Fault tree analysis of civil aircraft electro-hydraulic actuator [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2006(11): 221 223. (in Chinese)