doi:10.11887/j.cn.202001011 http://journal.nudt.edu.cn

高超声速飞行器保预设性能的反演控制方法*

李小兵[1],赵思源[2],卜祥伟[1],何阳光[2]
(1. 空军工程大学 防空反导学院,陕西 西安 710051;2. 空军工程大学 研究生院,陕西 西安 710051)

摘 要:为了解决高超声速飞行器纵向运动模型的稳定轨迹控制问题,设计了一种在非仿射模型基础上保证预设性能的反演控制方法。对于速度子系统,直接设计非仿射控制律,保证预设性能,通过合理的变换将高度子系统转化为严格的反馈形式,便于反演控制步骤的设计。基于动态性能和稳态精度,设计了预设性能函数,将跟踪误差的稳定性限制在预设范围内,引入指令滤波器,有效克服了传统反演控制中虚拟信号重复推导的问题。控制器的设计不依赖于精确的模型。引入径向基函数来逼近过程中的未知函数,使得控制律具有令人满意的鲁棒性和实用性。基于李雅普诺夫稳定性理论,证明了所有闭环系统的稳定性。仿真结果表明,该控制器能够稳定地跟踪参考信号。

关键词:高超声速飞行器;非仿射;预设性能;反演控制;径向基函数
中图分类号:V448 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2020)01-073-11

Backstepping control method for hypersonic vehicles to guarantee prescribed performance

LI Xiaobing[1], *ZHAO Siyuan*[2], *BU Xiangwei*[1], *HE Yangguang*[2]
(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;
2. Graduate College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: In order to solve the problem of stable trajectory control of hypersonic vehicle longitudinal motion model, a backstepping control method was designed to ensure the prescribed performance on the basis of non-affine model. For the velocity subsystem, the non-affine control law was directly designed to ensure the prescribed performance, and the altitude subsystem was transformed into a strict feedback form through reasonable transformation to facilitate the design of backstepping control steps. Based on dynamic performance and steady-state accuracy, the preset performance function was designed to limit the stability of tracking error within the preset range, and the instruction filter was introduced to effectively overcome the problem of repeated derivation of virtual signal in traditional inversion control. The design of the controller does not depend on the exact model. The radial basis function was introduced to approximate the unknown function in the process. As a result, the control law has satisfactory robustness and practicability. Based on the Lyapunov stability theory, the stability of all closed-loop systems was proved. Simulation results show that the controller can track the reference signal stably.

Keywords: hypersonic flight vehicles; non-affine; prescribed performance; backstepping control; radial basis function

高超声速飞行器(Hypersonic Flight Vehicles, HFV)作为一种新型的临近空间战略武器装备,已成为近十年来的研究热点。控制系统面临着系统的不确定性、复杂子系统与非线性模型的耦合,因此HFV的飞行控制器设计成为一个具有挑战性的研究课题[1-3]。同时,由于系统的不确定性,控制增益信号一般是未知的,给控制器的设计带来了很多困难[4-5]。传统的仿射模型控制器设计方法不能处理HFV非仿射模型,对控制器的动态性能和稳态精度提出了更高的要求[6-8]。

HFV在大跨度飞行包络范围内需要完成许多复杂的任务,因此有必要设计一种有效的控制方法。然而,复杂的飞行环境、未知的外部干扰和模型的不确定性使得HFV的鲁棒控制具有挑战性[9-11]。为了解决HFV飞行过程中的不确定项和干扰问题,文献[12]并没有使用动态高阶微分器,而是设计了一种无模型跟踪控制器。文献[13]研究了HFV纵向运动模型的鲁棒控制,保证了对模型不确定性的鲁棒控制律。为了克服鲁棒控制通常过于保守的缺点,文献[14]设计了

* **收稿日期**:2018-09-07
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61603410);陕西省高校科协青年人才托举计划资助项目(20170107);陕西省自然科学基础研究计划资助项目(2018JQ6024)
作者简介:李小兵(1966—),男,陕西三原人,教授,硕士,硕士生导师,E-mail: lxb661017@sohu.com

一种适用于 HFV 的滑模控制律。当模型参数受到扰动时,控制律仍能保证参考输入的稳定跟踪。文献[15]研究了高阶连续滑模控制器的设计,实现了 HFV 控制输入的连续切换,避免了控制输入高频抖振的影响。在文献[16-17]中,HFV 容错控制是为了保证执行器故障的稳定跟踪而设计的。文献[18]介绍了最小学习参数算法,估计了神经网络权值矩阵的范数,降低了在线学习量。文献[19]对模型进行了变换,将 HFV 模型分解为速度子系统和高度子系统,将高度子系统转化为等效的纯反馈系统,避免了传统反演方法的缺点,引入了最小参数学习方法,减小了计算量。

国内外对 HFV 仿射控制的研究虽取得了很大的成果,但实际模型是非仿射的,且不宜被仿射化。由于上述控制策略只保证了控制系统的稳态性能,因此不考虑系统的动态性能。并且,对 HFV 高速飞行和控制系统快速飞行的动态性能要求也不能满足。文献[6]设计了 HFV 预设性能反演控制器,因为控制律对预设性能函数的初值选择提出了更高的要求,虽然速度和高度跟踪误差限制在预设范围内,但可用性和实时性较差。在文献[20]中,通过组合隐藏函数和均值定理,对仿射模型进行了变换,并通过 RBF 神经网络对未知函数进行了逼近,提出了一种自适应变结构控制的非仿射控制方法。文献[21]通过泰勒公式将 HFV 非仿射模型转化为仿射模型,设计了自适应模糊神经非仿射控制律。本文利用中值定理[22]对 HFV 的非仿射模型进行变换,然后利用神经网络估计未知函数,同时引入 Nussbaum 函数来处理以前未知的控制方向问题。

本文设计了一种新型 HFV 纵向运动跟踪控制器,该控制器是基于 HFV 非仿射模型提出的保证预设性能的反演控制策略,旨在保证跟踪误差被限定在预设区域内。控制器的设计是建立在非仿射模型上的,这避免了模型简化过程中的不确定并保证了控制策略的可行性。所设计的预设性能控制器实现了准确地对参考输入的稳定跟踪。由于控制策略的建立与准确的飞行器模型和函数估计值无关,因此增强了系统鲁棒性的同时降低了在线计算量。最后,通过仿真实验验证了控制策略的实用性和优越性。

1 问题描述

1.1 HFV 纵向平面运动学方程

本文采用 Bolender 和 Parker 的 HFV 面向控制的非线性模型[23-24],其纵向平面受力情况图 1 所示。HFV 上所受的空气动力可以表示为升力 $\boldsymbol{L}$、推力 $\boldsymbol{T}$、阻力 $\boldsymbol{D}$ 和俯仰力矩 $\boldsymbol{M}$,推力 $\boldsymbol{T}$ 作用在飞行器机体轴线上。同时,图 1 也表示了 HFV 的航行速度 V,航行高度 h,航迹角 γ,俯仰角 θ,攻角 $\alpha=\theta-\gamma$。由标准拉格朗日方程推导出的 HFV 纵向动力学模型可以表示为如下形式:

$$\dot{V}=\frac{T\cos\alpha-D}{m}-\frac{\mu\sin\gamma}{r^2} \tag{1}$$

$$\dot{h}=V\sin\gamma \tag{2}$$

$$\dot{\gamma}=\frac{L+T\sin\alpha}{mV}-\frac{(\mu-V^2r)\cos\gamma}{Vr^2} \tag{3}$$

$$\dot{\theta}=Q \tag{4}$$

$$\dot{Q}=\frac{M+\tilde{\psi}_1\ddot{\eta}_1+\tilde{\psi}_2\ddot{\eta}_2}{I_{yy}} \tag{5}$$

$$k_1\ddot{\eta}_1=-2\zeta_1\omega_1\dot{\eta}_1-\omega_1^2\eta_1+N_1-\tilde{\psi}_1\frac{M}{I_{yy}}-\frac{\tilde{\psi}_1\tilde{\psi}_2\ddot{\eta}_2}{I_{yy}} \tag{6}$$

$$k_2\ddot{\eta}_2=-2\zeta_2\omega_2\dot{\eta}_2-\omega_2^2\eta_2+N_2-\tilde{\psi}_2\frac{M}{I_{yy}}-\frac{\tilde{\psi}_2\tilde{\psi}_1\ddot{\eta}_1}{I_{yy}} \tag{7}$$

其中,部分系数表达式如下:

$$\begin{cases} k_1=1+\dfrac{\tilde{\psi}_1}{I_{yy}} \\ k_2=1+\dfrac{\tilde{\psi}_2}{I_{yy}} \\ \tilde{\psi}_1=\displaystyle\int_{-L_f}^{0}\hat{m}_f\xi\varphi_f(\xi)\,\mathrm{d}\xi \\ \tilde{\psi}_2=\displaystyle\int_{0}^{L_a}\hat{m}_a\xi\varphi_a(\xi)\,\mathrm{d}\xi \end{cases} \tag{8}$$

L、T、D、M 只表示力的大小,其拟合式如下:

$$\begin{cases} T\approx C_T^{\alpha^3}\alpha^3+C_T^{\alpha^2}\alpha^2+C_T^{\alpha}\alpha+C_T^0 \\ D\approx\bar{q}S(C_D^{\alpha^2}\alpha^2+C_D^{\alpha}\alpha+C_D^{\delta_e^2}\delta_e^2+C_D^{\delta_e}\delta_e+C_D^0) \\ L\approx\bar{q}S(C_L^{\alpha}\alpha+C_L^{\delta_e}\delta_e+C_L^0) \\ M\approx z_TT+\bar{q}S\bar{c}[C_{M,\alpha}^{\alpha^2}\alpha^2+C_{M,\alpha}^{\alpha}\alpha+C_{M,\alpha}^0+c_e\delta_e] \\ N_1\approx N_1^{\alpha^2}\alpha^2+N_1^{\alpha}\alpha+N_1^0 \\ N_2\approx N_2^{\alpha^2}\alpha^2+N_2^{\alpha}\alpha+N_2^{\delta_e}\delta_e+N_2^0 \\ \bar{q}=\dfrac{1}{2}\bar{\rho}V^2 \\ \bar{\rho}=\bar{\rho}_0\exp\left(\dfrac{h_0-h}{h_s}\right) \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} C_{\mathrm{T}}^{\alpha^3} = \beta_1(h,\bar{q})\Phi + \beta_2(h,\bar{q}) \\ C_{\mathrm{T}}^{\alpha^2} = \beta_3(h,\bar{q})\Phi + \beta_4(h,\bar{q}) \\ C_{\mathrm{T}}^{\alpha} = \beta_5(h,\bar{q})\Phi + \beta_6(h,\bar{q}) \\ C_{\mathrm{T}}^{0} = \beta_7(h,\bar{q})\Phi + \beta_8(h,\bar{q}) \end{cases} \tag{10}$$

其中:Q 为俯仰角速率;μ 为重力常数;m、I_{yy} 分别表示 HFV 的质量和俯仰转动惯量;r 为 HFV 距离地球中心的距离;$\varphi_{\mathrm{f}}(\cdot)$ 与 $\varphi_{\mathrm{a}}(\cdot)$ 为振型函数[24];$q = 1/2\bar{\rho}V^2$ 为空气动压,$\bar{\rho}$ 为空气密度;S、$\bar{c}$ 是 HFV 参考气动面积和气动弦长;Φ 和 δ_{e} 分别为燃料 - 空气比和升降舵偏角;z_{T} 为推力力矩耦合系数。

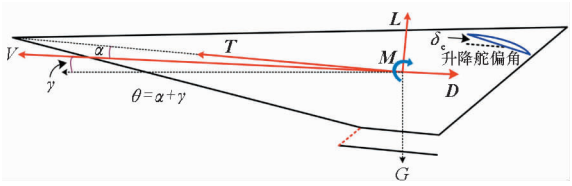


图 1　HFV 受力示意图

Fig. 1　Force map of HFV model

由式(1) ~ (10)可以看出,HFV 模型由五个刚体状态和四个弹性状态构成,且弹性状态 η_1、$\dot{\eta}_1$、η_2、$\dot{\eta}_2$ 的值并不可测,实际设计控制律时会将其视为模型不确定项。显然,控制系统的输入燃料 - 空气比 Φ 和升降舵偏转角 δ_{e} 并未表现在式(1) ~ (7)中,而是通过气动力 L、T、D、M 构成耦合,如果没有对弹性状态做出明显的抑制,将会使得整个飞行器变得难以控制。因此,控制系统的任务要保证速度 V 和高度 h 准确地跟踪其参考指令 V_{ref} 和 h_{ref},还要保证弹性状态最终是收敛的。同时,相应的跟踪误差应收敛到零附近的区间,以保证期望的动态性能和稳态性能。此外,必须保证所设计的控制器对模型不确定性和抖振具有良好的鲁棒性,且速度和高度的跟踪误差具有小超调的特点。

HFV 巡航段飞行速度 V 的变化相对于俯仰角 θ 和俯仰角速率 Q 近似为慢变量[9],为了便于设计控制器,通常将 HFV 模型分解为速度子系统(见式(1))和高度子系统(见式(2) ~ (5)),并分别进行控制器设计。

假设 1　所有的参考指令和它对于时间的一阶及二阶导数是有界连续的。

1.2　预设性能分析

定义　连续函数 $\rho(t):\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$,若同时满足以下两个条件[25],则该连续函数可被称为预设性能函数。

1) $\rho(t)$ 是严格单调递减的正函数;

2) $\lim\limits_{t\to\infty}\rho(t) = \rho_\infty > 0$。

基于上述定义,本文设计如下预设性能函数:

$$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)\,e^{-lt} + \rho_\infty \tag{11}$$

其中,$\rho_\infty \leqslant \rho(t) \leqslant \rho_0$,$\rho_0 > \rho_\infty > 0$,$l > 0$ 为待设计参数。

跟踪误差 $e(t)$ 需要满足下述定义不等式:

$$-\underline{\delta}\rho(t) < e(t) < \bar{\delta}\rho(t) \tag{12}$$

式中,$\underline{\delta}$ 和 $\bar{\delta}$ 为选择的正常数。

这就保证 $e(t)$ 具有满意的动态性能与稳态精度,且 $\rho(t)$ 是有界的。在设计控制系统的过程中,直接对不等式约束式(12)进行处理的难度非常大,因此可以先将不等式约束转化为等式约束再进行设计,这里定义一个误差转换函数 $S(\varepsilon(t))$,则

$$S(\varepsilon(t)) = \frac{e(t)}{\rho(t)} \tag{13}$$

将 $S(\varepsilon(t))$ 选取为如下形式:

$$S(\varepsilon(t)) = \frac{\bar{\delta}e^{\varepsilon(t)} - \underline{\delta}e^{-\varepsilon(t)}}{e^{\varepsilon(t)} + e^{-\varepsilon(t)}} \tag{14}$$

显然,$S(\varepsilon(t))$ 具有严格递增性,于是其逆函数 $\varepsilon(t)$ 的一阶动态方程为:

$$\dot{\varepsilon}(t) = r(\dot{e} - e\dot{\rho}/\rho) \tag{15}$$

其中,$r = \dfrac{1}{2\rho}\left[\dfrac{1}{e/\rho + \underline{\delta}} - \dfrac{1}{e/\rho - \bar{\delta}}\right] > 0$。选择如下转换状态来设计控制器:

$$z_1 = \varepsilon(t) - \frac{1}{2}\ln\frac{\underline{\delta}}{\bar{\delta}} \tag{16}$$

$$\dot{z}_1 = r(\dot{e} - e\dot{\rho}/\rho) \tag{17}$$

1.3　RBF 神经网络

引入如下径向基函数(Radial Basis Function, RBF)神经网络用来逼近模型不确定项:

$$\varphi(Z) = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}(Z) \tag{18}$$

式中,$\varphi \in \mathbb{R}$ 和 $Z \in \mathbb{R}^n$ 分别是神经网络的输出和输入,$\boldsymbol{W} \in \mathbb{R}^n$ 为权值向量,$\boldsymbol{S}(Z) = [S_1(Z), \cdots, S_n(Z)]^{\mathrm{T}}$ 是径向基函数。通常情况下,将 $S_i(Z)$ 选取成如下高斯基函数:

$$S_i(Z) = \exp\left(-\frac{\|Z - a_i\|^2}{b_i^2}\right) \tag{19}$$

式中,$a_i \in \mathbb{R}^n$ 为高斯基函数中心向量大小,$b_i \in \mathbb{R}^+$ 为高斯基函数的宽度。

引理[6]　假设任意连续函数 $\varphi(Z)$ 是定义在紧集 Ω_Z 上的实值函数和任意常数 $\bar{\omega} > 0$。当 n 足够大时,选取合适的 b_i 和 a_i 使得 RBF 神经网络变为:

$$\varphi(Z) = \boldsymbol{W}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{S}(Z) + \Delta(Z) \tag{20}$$

其中，$|\Delta(Z)| \leqslant \bar{\omega}$ 表示估计误差，$\forall Z \in \Omega_Z$，$\boldsymbol{W}^*$ 为最优权值向量，将 $\boldsymbol{W}^*$ 定义为如下形式：

$$\boldsymbol{W}^* = \arg \min_{\boldsymbol{W} \in \mathbb{R}^n} \{ \sup_{Z \in \Omega_Z} |\varphi(Z) - \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S}(Z)| \} \quad (21)$$

其中，$\boldsymbol{W}^*$ 是需要估计的未知权值向量。因此，引入 $\hat{\boldsymbol{W}}$ 来估计 $\boldsymbol{W}^*$，并定义估计误差为 $\tilde{\boldsymbol{W}} = \boldsymbol{W}^* - \hat{\boldsymbol{W}}$。

2 控制器设计与稳定性分析

2.1 指令滤波器

当采用反演控制方法设计控制器时，“微分项爆炸问题”必然会发生。本文将引入一组指令滤波器，而不是反复求导[26]。其表达形式如下：

$$\dot{\omega}_i = -\eta_\omega(\omega_i - \delta_{i-1}), i = 1, 2, \cdots, n \quad (22)$$

其中，$\eta_\omega > 0$ 为待设计参数，δ_{i-1} 为虚拟控制信号。

定义估计误差信号 ϑ_i 为如下形式：

$$\vartheta_i = \omega_i - \delta_{i-1}, i = 2, 3, \cdots, n \quad (23)$$

则

$$z_1 = \varepsilon(t) - \frac{1}{2} \ln \frac{\underline{\delta}}{\bar{\delta}} \quad (24)$$

$$z_i = x_i - \delta_{i-1}, i = 2, 3, \cdots, n \quad (25)$$

式中，x_i 为实际信号，在后文的设计中 i 代表 HFV 纵向模型中的 γ, θ, Q。

2.2 速度控制器设计与稳定性分析

由于速度的动态变化比高度系统慢，所以当速度变化时，可以认为高度和高度角已经达到了其稳定状态[4]。因此将速度子系统表达式写为如下形式：

$$\dot{V} = f_V(V, \boldsymbol{\Phi}) \quad (26)$$

式中，f_V 是未知的不可微非仿射连续函数，$\boldsymbol{\Phi}$ 和 V 为速度子系统的输入和输出。根据中值定理，将式(26)改写为如下形式：

$$\dot{V} = f_{V1}(V) + f_{V2}(V)\boldsymbol{\Phi} \quad (27)$$

其中，$f_{V2}(V) = \dfrac{\partial f_V(V, \boldsymbol{\Phi}_*)}{\partial \boldsymbol{\Phi}_*} \neq 0, \boldsymbol{\Phi}_* \in (0, \boldsymbol{\Phi})$。

假设 2 信号 $\dfrac{\partial f_V(V, \boldsymbol{\Phi}_*)}{\partial \boldsymbol{\Phi}_*} \neq 0$ 是未知的，存在正常数 f_0 和 f_1，使得 $f_0 \leqslant \dfrac{\partial f_V(V, \boldsymbol{\Phi}_*)}{\partial \boldsymbol{\Phi}_*} \leqslant f_1$。

定义速度跟踪误差 $\tilde{V} = V - V_{\mathrm{ref}}$。构造相应的预设性能函数来限制 $\tilde{V}$，表达式为：

$$\rho_V(t) = (\rho_{V0} - \rho_{V\infty}) e^{-l_V t} + \rho_{V\infty} \quad (28)$$

根据式(12)可以得到：

$$-\underline{\delta}_V \rho_V(t) < \tilde{V} < \bar{\delta}_V \rho_V(t) \quad (29)$$

其中，$\rho_{V0} > 0, \rho_{V\infty} > 0$，$l_V > 0, 0 < \underline{\delta}_V < 1, 0 < \bar{\delta}_V < 1$ 为待设计参数，且要保证 $\rho_{V0} > \rho_{V\infty}, \rho_{V\infty} \leqslant \rho_V(t) \leqslant \rho_{V0}$。

将式(29)转化为：

$$\tilde{V} = S_V(z_V(t))\rho_V(t) \quad (30)$$

综合式(17)和式(27)，将转换函数 $z_V(t)$ 对时间求导可得：

$$\begin{aligned} \dot{z}_V(t) &= r_V \left[\dot{\tilde{V}} - \tilde{V} \frac{\dot{\rho}_V(t)}{\rho_V(t)} \right] \\ &= r_V \left[f_{V1}(V) + f_{V2}(V)\boldsymbol{\Phi} - \dot{V}_{\mathrm{ref}} - \tilde{V} \frac{\dot{\rho}_V(t)}{\rho_V(t)} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

其中，$r_V = \dfrac{1}{2\rho_V} \left[\dfrac{1}{\tilde{V}/\rho_V + \underline{\delta}_V} - \dfrac{1}{\tilde{V}/\rho_V - \bar{\delta}_V} \right] > 0, \dot{\rho}_V(t) = -l_V(\rho_{V0} - \rho_{V\infty}) e^{-l_V t} \in [-l_V(\rho_{V0} - \rho_{V\infty}), 0)$。

定义 Lyapunov 函数为：

$$L_V = \frac{1}{2} z_V^2(t) + \frac{\nu_V}{\lambda_{V0}} \quad (32)$$

式中，ν_V 为动态信号，λ_{V0} 为待设计参数。对式(32)求导可得：

$$\dot{L}_V \leqslant z_V r \left[f_{V1}(V) + f_{V2}(V)\boldsymbol{\Phi} - \dot{V}_{\mathrm{ref}} - \tilde{V} \frac{\dot{\rho}_V}{\rho_V} \right] - \frac{\bar{c}_V \nu_V}{\lambda_{V0}} + \frac{\bar{\mu}_V(V)}{\lambda_{V0}} + \frac{d_V}{\lambda_{V0}} \quad (33)$$

根据 Young's 不等式以及假设 2，有

$$z_V r_V f_{V2}(V)\boldsymbol{\Phi} \leqslant z_V^2 r_V^2 + z_V r_V f_{V2}(V)\boldsymbol{\Phi} \quad (34)$$

将式(34)代入式(35)，可得：

$$\dot{L}_V \leqslant z_V r_V \left[f_{V1}(V) + f_{V2}(V)\boldsymbol{\Phi} - \dot{V}_{\mathrm{ref}} - \tilde{V} \frac{\dot{\rho}_V}{\rho_V} \right] - \frac{\bar{c}_V \nu_V}{\lambda_{V0}} + \frac{\bar{\mu}_V(V)}{\lambda_{V0}} + \frac{d_V}{\lambda_{V0}} \quad (35)$$

令

$$h_V = f_{V1}(V) + \frac{z_V \mu_{V0}(V)}{r_V \lambda_{V0} c_{V0}^2} \quad (36)$$

由于 $\mu_{V0}(V)$ 是非负的连续函数，则必存在一个连续的函数 $\varphi_V(\boldsymbol{Z}_V)$，使得

$$z_V \varphi_V \leqslant z_V \varphi_V(\boldsymbol{Z}_V) + \lambda_V \quad (37)$$

其中，$\boldsymbol{Z}_V = [V, z_V, r_V]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3$，$\lambda_V > 0$ 为待设计参数。

采用 RBF 径向基神经网络对 $\varphi_V(\boldsymbol{Z}_V)$ 进行逼近，则有 $\varphi_V(\boldsymbol{Z}_V) = \boldsymbol{W}_V^{\mathrm{T}} S_V(\boldsymbol{Z}_V) + \Delta_V(\boldsymbol{Z}_V)$，将其代入式(35)可得：

$$\dot{L}_V \leqslant z_V r_V \left[\boldsymbol{W}_V^{\mathrm{T}} S_V(\boldsymbol{Z}_V) - \dot{V}_{\mathrm{ref}} - \tilde{V} \frac{\dot{\rho}_V}{\rho_V} \right] - \frac{\bar{c}_V \nu_V}{\lambda_{V0}} + \frac{(1 - z_V^2/c_{V0})\bar{\mu}_V(V)}{\lambda_{V0}} + \frac{d_V}{\lambda_{V0}} + \lambda_V \quad (38)$$

将速度控制律 $\boldsymbol{\Phi}$ 设计为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Phi}=N_V(\xi_V)\left[k_V z_V+\hat{\boldsymbol{W}}_V^{\mathrm{T}}S_V(\boldsymbol{Z}_V)-\dot{V}_{\mathrm{ref}}-\tilde{V}\dfrac{\dot{\rho}_V}{\rho_V}\right]\\ \dot{\xi}_V=k_V z_V+z_V r_V\hat{\boldsymbol{W}}_V^{\mathrm{T}}S_V(\boldsymbol{Z}_V)-z_V r_V\dot{V}_{\mathrm{ref}}-z_V r_V\tilde{V}\dfrac{\dot{\rho}_V}{\rho_V}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_V=\Delta_{V1}z_V r_V S_V(\boldsymbol{Z}_V)-\Delta_{V2}\hat{\boldsymbol{W}}_V\end{cases}\tag{39}$$

其中,$N_V(\xi_V)=e^{\xi_V^2}\cos(\pi\xi_V/2)$是 Nussbaum 函数,$k_V>0$ 为待设计参数,$\Delta_{V1}>0$ 和 $\Delta_{V2}>0$ 为自适应律。

选取如下 Lyapunov 函数:

$$U_V=\frac{1}{2}z_V^2+\frac{\nu_V}{\lambda_{V0}}+\frac{1}{2\Delta_{V1}}\tilde{\boldsymbol{W}}_V^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_V\tag{40}$$

式中,$\tilde{\boldsymbol{W}}_V=\hat{\boldsymbol{W}}_V-\boldsymbol{W}_V^*$,$\Delta_{V1}$为待设计参数。

对式(40)求导可得:

$$\begin{aligned}\dot{U}_V\leqslant&-k_V z_V^2+[f_{V2}(V)N(\xi_V)+1]\dot{\xi}_V-\\&\frac{\bar{c}_V}{\lambda_{V0}}\nu_V+\left(1-\frac{z_V^2}{c_0^2}\right)\frac{1}{\lambda_0}\bar{\mu}_V(V)-\\&\frac{\Delta_{V2}}{\Delta_{V1}}\tilde{\boldsymbol{W}}_V^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{W}}_V+\frac{d_V}{\lambda_{V0}}+\lambda_V\end{aligned}\tag{41}$$

由于

$$-\frac{\Delta_{V2}}{\Delta_{V1}}\tilde{\boldsymbol{W}}_V^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{W}}_V\leqslant-\frac{\Delta_{V2}}{2\Delta_{V1}}\tilde{\boldsymbol{W}}_V^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_V+\frac{\Delta_{V2}}{2\Delta_{V1}}\boldsymbol{W}_V^{*\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}_V^{\mathrm{T}}\tag{42}$$

则式(41)可进一步写成

$$\begin{aligned}\dot{U}_V\leqslant&[f_{V2}(V)N(\xi_V)+1]\dot{\xi}_V-D_{V1}L_V+\\&\left(1-\frac{z_V^2}{c_{V0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{V0}}\bar{\mu}_V(V)+D_{V2}\end{aligned}\tag{43}$$

其中,$D_{V1}=\min\{2k_V,\bar{c}_V,\Delta_{V2}\}$,$D_{V2}=\dfrac{d_V}{\lambda_{V0}}+\lambda_V+\dfrac{\Delta_{V2}}{2\Delta_{V1}}\boldsymbol{W}_V^2$。

对式(43)两边同乘 $e^{D_{V1}t}$并积分,可得:

$$\begin{aligned}0\leqslant U_V\leqslant&\frac{D_{V2}}{D_{V1}}+\left[U_V(0)-\frac{D_{V2}}{D_{V1}}\right]e^{-D_{V1}t}+\\&e^{-D_{V1}t}\int_0^t\left(1-\frac{z_V^2}{c_{V0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{V0}}\bar{\mu}_V(V)\mathrm{d}\tau+\\&e^{-D_{V1}t}\int_0^t[(f_{V2}(V)N(\xi_V)+1)e^{D_{V1}t}]\dot{\xi}_V\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{44}$$

由引理和假设 2,可以得出 U_V、$e^{-D_{V1}t}\int_0^t\left(1-\dfrac{z_V^2}{c_{V0}^2}\right)\dfrac{1}{\lambda_{V0}}\bar{\mu}_V(V)\mathrm{d}\tau$、$e^{-D_{V1}t}\int_0^t[(f_{V2}(V)N(\xi_V)+1)e^{D_{V1}t}]\dot{\xi}_V\mathrm{d}\tau$ 有界。因此,所有的闭环系统均为有界系统且存在一个正数 $\bar{z}_V$ 使得 $z_V(t)\leqslant\bar{z}_V$。最终,将速度误差限定在预期的范围内,保证了 $\tilde{V}$ 的预设性能。

2.3　高度控制器设计与稳定性分析

为了便于控制器设计,根据式(2)~(5)将 HFV 高度子系统改写为如下形式:

$$\begin{cases}\dot{h}=f_h(\gamma)\\ \dot{\gamma}=f_\gamma(\gamma,\theta)\\ \dot{\theta}=f_\theta(Q)\\ \dot{Q}=f_Q(\delta_{\mathrm{e}})\end{cases}\tag{45}$$

其中,f_h、f_γ、f_θ 和 f_Q 是未知的不可微非仿射连续函数。根据中值定理将式(45)改写为:

$$\begin{cases}\dot{h}=f_h(h)\gamma\\ \dot{\gamma}=f_{\gamma1}(\gamma)+f_{\gamma2}(\gamma)\theta\\ \dot{\theta}=f_\theta(\theta)Q\\ \dot{Q}=f_Q(Q)\delta_{\mathrm{e}}\end{cases}\tag{46}$$

其中,$f_{\gamma2}(\gamma)=\dfrac{\partial f_\gamma(\gamma,\theta_*)}{\partial\theta_*}\neq0,\theta_*\in(0,\theta)$。

假设 3　信号$\dfrac{\partial F(x_j,x_{j+1})}{\partial x_{j+1}}\neq0,j=h,\gamma,\theta,Q$ 是未知的,存在正常数 g_{j0} 和 g_{j1},使得 $g_{j0}\leqslant\dfrac{\partial F(x_j,x_{j+1})}{\partial x_{j+1}}\leqslant g_{j1}$。

假设 4　参考指令 h_{ref}和它对于时间的一阶及二阶导数是有界连续的。

定义高度误差 $\tilde{h}=h-h_{\mathrm{ref}}$。构造相应的预设性能函数来限制 $\tilde{h}$,表达式为:

$$\rho_h(t)=(\rho_{h0}-\rho_{h\infty})^{e^{-l_h t}}+\rho_{h\infty}\tag{47}$$

根据式(12)可以得到

$$-\underline{\delta}_h\rho_h(t)<\tilde{h}<\bar{\delta}_h\rho_h(t)\tag{48}$$

其中,$\rho_{h0}>0,\rho_{h\infty}>0$,$l_h>0,0<\underline{\delta}_h<1,0<\bar{\delta}_h<1$ 为待设计参数,且要保证$\rho_{h0}>\rho_{h\infty}$,$\rho_{h\infty}\leqslant\rho_h(t)\leqslant\rho_{h0}$。

将式(48)转化为:

$$\tilde{h}=S_h(z_h(t))\rho_h(t)\tag{49}$$

综合式(17)和式(46),将转换函数 $z_h(t)$对时间求导可得:

$$\begin{aligned}\dot{z}_h(t)=&r_h\left[\dot{\tilde{h}}-\tilde{h}\frac{\dot{\rho}_h(t)}{\rho_h(t)}\right]\\=&r_h\left[f_h(h)\gamma-\dot{h}_{\mathrm{ref}}-\tilde{h}\frac{\dot{\rho}_h(t)}{\rho_h(t)}\right]\end{aligned}\tag{50}$$

其中,$r_h=\dfrac{1}{2\rho_h}\left[\dfrac{1}{\tilde{h}/\rho_h+\underline{\delta}_h}-\dfrac{1}{\tilde{h}/\rho_h-\bar{\delta}_h}\right]>0$,$\dot{\rho}_h(t)=-l_h(\rho_{h0}-\rho_{h\infty})e^{-l_h t}\in[-l_h(\rho_{h0}-\rho_{h\infty}),0)$。

定义 Lyapunov 函数

$$L_h=\frac{1}{2}z_h^2(t)+\frac{\nu_h}{\lambda_{h0}}\tag{51}$$

式中，ν_h 为动态信号，λ_{h0} 为待设计参数。对上式求导可得：

$$\dot{L}_h \leqslant z_h r_h\left[f_{h2}(h)\gamma - \dot{h}_{\mathrm{ref}} - \tilde{h}\,\frac{\dot{\rho}_h}{\rho_h}\right] - \frac{\bar{c}_h \nu_h}{\lambda_{h0}} + \frac{\bar{\mu}_h(h)}{\lambda_0} + \frac{d}{\lambda_0} \tag{52}$$

根据 Young's 不等式及假设 3，有

$$z_h r_h f_h(h)\gamma \leqslant z_h^2 r_h^2 + \frac{g_{h1}^2}{4} z_\gamma^2 + z_h r_h f_h(h)\gamma \tag{53}$$

将式(53)代入式(52)，可得：

$$\dot{L}_h \leqslant z_h r_h\left[f_h(h)\gamma - \dot{h}_{\mathrm{ref}} - \tilde{h}\,\frac{\dot{\rho}_h}{\rho_h}\right] + \frac{g_{h1}^2}{4} z_\gamma^2 - \frac{\bar{c}_h \nu_h}{\lambda_{h0}} + \frac{\bar{\mu}_h(h)}{\lambda_{h0}} + \frac{d_h}{\lambda_{h0}} \tag{54}$$

令

$$\varphi_h = \frac{z_h \mu_{h0}(h)}{r_h \lambda_{h0} c_{h0}^2} \tag{55}$$

由于 $\mu_{h0}(h)$ 是非负的连续函数，则必存在一个连续的函数 $\varphi_h(\boldsymbol{Z}_h)$，使得

$$z_h \varphi_h \leqslant z_h \varphi_h(\boldsymbol{Z}_h) + \lambda_h \tag{56}$$

其中，$\boldsymbol{Z}_h = [h, z_h, r_h]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3$，$\lambda_h > 0$ 为待设计参数。

采用 RBF 径向基神经网络对 $\varphi_h(\boldsymbol{Z}_h)$ 进行逼近，则有 $\varphi_h(\boldsymbol{Z}_h) = \boldsymbol{W}_h^{\mathrm{T}} S_h(\boldsymbol{Z}_h) + \Delta_h(\boldsymbol{Z}_h)$，将其代入式(54)可得：

$$\dot{L}_h \leqslant z_h r_h\left[\boldsymbol{W}_h^{\mathrm{T}} S_h(\boldsymbol{Z}_h) - \dot{h}_{\mathrm{ref}} - \tilde{h}\,\frac{\dot{\rho}_h}{\rho_h}\right] + \frac{g_{h1}^2}{4} z_\gamma^2 - \frac{\bar{c}_h \nu_h}{\lambda_{h0}} + \frac{(1 - z_h^2/c_{h0})\bar{\mu}_h(h)}{\lambda_{h0}} + \frac{d_h}{\lambda_{h0}} + \lambda_h \tag{57}$$

将虚拟控制律 γ_{d} 设计为：

$$\begin{cases} \gamma_{\mathrm{d}} = N_h(\xi_h)\left[\dfrac{k_h}{r_h} z_h + \hat{\boldsymbol{W}}_h^{\mathrm{T}} S_h(\boldsymbol{Z}_h) - \dot{h}_{\mathrm{ref}} - \tilde{h}\,\dfrac{\dot{\rho}_h}{\rho_h}\right] \\ \dot{\xi}_h = k_h z_h^2 + z_h r_h \hat{\boldsymbol{W}}_h^{\mathrm{T}} S_h(\boldsymbol{Z}_h) - z_h r_h \dot{h}_{\mathrm{ref}} - z_h r_h \tilde{h}\,\dfrac{\dot{\rho}_h}{\rho_h} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_h = \mathcal{S}_{h1} z_h r_h S_h(\boldsymbol{Z}_h) - \mathcal{S}_{h2} \hat{\boldsymbol{W}}_h \end{cases} \tag{58}$$

其中，$N_h(\xi_h) = e^{\xi_h^2}\cos(\pi\xi_h/2)$ 是 Nussbaum 函数，$k_h > 0$ 为待设计参数，$\mathcal{S}_{h1} > 0$ 和 $\mathcal{S}_{h2} > 0$ 为自适应律。

选取如下 Lyapunov 函数

$$U_h = \frac{1}{2} z_h^2 + \frac{\nu_h}{\lambda_{h0}} + \frac{1}{2\mathcal{S}_{h1}} \tilde{\boldsymbol{W}}_h^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_h \tag{59}$$

式中，$\tilde{\boldsymbol{W}}_h = \hat{\boldsymbol{W}}_h - \boldsymbol{W}_h^*$，$\mathcal{S}_{h1}$ 为待设计参数。

对式(59)求导可得：

$$\dot{U}_h \leqslant -k_h z_h^2 + [f_h(h) N_h(\xi_h) + 1]\dot{\xi}_h - \frac{\bar{c}_h}{\lambda_{h0}} \nu_h + \left(1 - \frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}} \bar{\mu}_h(h) - \frac{\mathcal{S}_{h2}}{\mathcal{S}_{h1}} \tilde{\boldsymbol{W}}_h^{\mathrm{T}} \hat{\boldsymbol{W}}_h + \frac{d_h}{\lambda_{h0}} + \lambda_h + \frac{g_{h1}^2}{4} z_\gamma^2 \tag{60}$$

由于

$$-\frac{\mathcal{S}_{h2}}{\mathcal{S}_{h1}} \tilde{\boldsymbol{W}}_h^{\mathrm{T}} \hat{\boldsymbol{W}}_h \leqslant -\frac{\mathcal{S}_{h2}}{2\mathcal{S}_{h1}} \tilde{\boldsymbol{W}}_h^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_h + \frac{\mathcal{S}_{h2}}{2\mathcal{S}_{h1}} \boldsymbol{W}_h^{*\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_h^{\mathrm{T}} \tag{61}$$

则式(60)可进一步写成

$$\dot{U}_h \leqslant [f_h(h) N_h(\xi_h) + 1]\dot{\xi}_h - D_{h1} L_h + \left(1 - \frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}} \bar{\mu}_h(h) + D_{h2} + \frac{g_{h1}^2}{4} z_\gamma^2 \tag{62}$$

其中，$D_{h1} = \min\{2k_h, \bar{c}_h, \mathcal{S}_{h2}\}$，$D_{h2} = \dfrac{d_h}{\lambda_{h0}} + \lambda_h + \dfrac{\mathcal{S}_{h2}}{2\mathcal{S}_{h1}} \boldsymbol{W}_h^2$。

对式(62)两边同时乘以 $e^{-D_{h1}t}$ 并积分，可得：

$$0 \leqslant U_h \leqslant \frac{D_{h2}}{D_{h1}} + \left[U_h(0) - \frac{D_{h2}}{D_{h1}}\right] e^{-D_{h1}t} + e^{-D_{h1}t} \int_0^t \left(1 - \frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}} \bar{\mu}_h(h)\,\mathrm{d}\tau + e^{-D_{h1}t} \int_0^t [(f_h(h) N_h(\xi_h) + 1) e^{D_{h1}t}]\dot{\xi}_h \mathrm{d}\tau + \frac{g_{h1}^2}{4} e^{-D_{h1}t} \int_0^t z_\gamma^2 e^{D_{h1}t}\,\mathrm{d}\tau \tag{63}$$

由式(63)可知，如果 z_γ 有界，则易知 $\dfrac{g_{h1}^2}{4} e^{-D_{V1}t} \int_0^t z_\gamma^2 e^{D_{V1}t}\,\mathrm{d}\tau$ 有界。

考虑系统式(46)，结合指令滤波器，可得：

$$z_\gamma = \gamma - \gamma_{\mathrm{d}} = \gamma - \omega_\gamma + \vartheta_\gamma \tag{64}$$

进一步，有

$$\dot{z}_\gamma = f_{\gamma 1}(\gamma) + f_{\gamma 2}(\gamma) z_\theta + f_{\gamma 2}(\gamma)\theta_{\mathrm{d}} - \omega_\gamma + \vartheta_\gamma \tag{65}$$

定义 Lyapunov 函数

$$L_{z_\gamma} = \frac{1}{2} z_\gamma^2 \tag{66}$$

对上式求导可得：

$$\dot{L}_{z_\gamma} \leqslant z_\gamma f_{\gamma 1}(\gamma) + z_\gamma f_{\gamma 2}(\gamma) z_\theta + z_\gamma f_{\gamma 2}(\gamma)\theta_{\mathrm{d}} + z_\gamma \eta_\omega(\omega_\gamma - \gamma_{\mathrm{d}}) + z_\gamma \dot{\vartheta}_\gamma \tag{67}$$

类似于速度控制器设计，可以得到

$$\dot{L}_{z_\gamma} \leqslant z_\gamma f_{\gamma 1}(\gamma) + z_\gamma^2 + \frac{g_{\gamma 1}^2}{4} z_\theta^2 + z_\gamma f_{\gamma 2}(\gamma)\theta_{\mathrm{d}} + z_\gamma \eta_\omega(\omega_\gamma - \gamma_{\mathrm{d}}) + z_\gamma \dot{\vartheta}_\gamma \tag{68}$$

令

$$\varphi_\gamma = f_{\gamma 1}(\gamma) + \eta_\omega(\omega_\gamma - \gamma_{\mathrm{d}}) \tag{69}$$

存在一个未知的连续函数 $\varphi_\lambda(\boldsymbol{Z}_\lambda)$，使得：

$$z_\gamma\varphi_\gamma + z_\gamma\dot{\vartheta}_\gamma \leqslant z_\gamma\varphi_\gamma(\boldsymbol{Z}_\gamma) + \lambda_\gamma \tag{70}$$

其中,$\boldsymbol{Z}_\gamma = [\gamma, z_\gamma, \omega_\gamma, \gamma_\mathrm{d}]^\mathrm{T} \in \mathbb{R}^4$,$\lambda_\gamma$ 为待设计参数。

将式(70)代入式(68),可得:

$$\dot{L}_{z_\gamma} \leqslant z_\gamma \boldsymbol{W}_\gamma^{*\mathrm{T}} S_\gamma(\boldsymbol{Z}_\gamma) + \frac{g_{\gamma 1}^2}{4} z_\theta^2 + z_\gamma f_{\gamma 2}(\gamma)\theta_\mathrm{d} + \lambda_\gamma \tag{71}$$

将虚拟控制律 θ_d 设计为:

$$\begin{cases} \theta_\mathrm{d} = N_\gamma(\xi_\gamma)[k_\gamma z_\gamma + \hat{\boldsymbol{W}}_\gamma^\mathrm{T} S_\gamma(\boldsymbol{Z}_\gamma)] \\ \dot{\xi}_\gamma = k_\gamma z_\gamma^2 + z_\gamma \hat{\boldsymbol{W}}_\gamma^\mathrm{T} S_\gamma(\boldsymbol{Z}_\gamma) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_\gamma = \Delta_{\gamma 1} z_\gamma S_\gamma(\boldsymbol{Z}_\gamma) - \Delta_{\gamma 2}\hat{\boldsymbol{W}}_\gamma \end{cases} \tag{72}$$

其中,$\tilde{\boldsymbol{W}}_\gamma = \hat{\boldsymbol{W}}_\gamma - \boldsymbol{W}_\gamma^*$,$\Delta_{\gamma 1} > 0$ 和 $\Delta_{\gamma 2} > 0$ 为自适应律。

选取如下 Lyapunov 函数

$$U_\gamma = U_h + L_{z_\gamma} + \frac{1}{2\Delta_{\gamma 1}}\tilde{\boldsymbol{W}}_\gamma^\mathrm{T}\tilde{\boldsymbol{W}}_\gamma \tag{73}$$

对上式求导,并综合考虑 U_h 和 L_{z_γ} 可得:

$$\begin{aligned} \dot{U}_\gamma \leqslant & -D_{\gamma 1}U_\gamma + [f_h(h)N_h(\xi_h) + 1]\dot{\xi}_h + \\ & [f_{\gamma 2}(\gamma)N_\gamma(\xi_\gamma) + 1]\dot{\xi}_\gamma + \\ & \left(1 - \frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}}\bar{\mu}_h(h) + \frac{g_{\gamma 1}^2}{4}z_\theta^2 + D_{\gamma 2} \end{aligned} \tag{74}$$

其中,$D_{\gamma 1} = \min\{2k_\gamma, \bar{c}_\gamma, \Delta_{\gamma 2}\}$,$D_{\gamma 2} = \dfrac{d_\gamma}{\lambda_{\gamma 0}} + \lambda_h + \lambda_\gamma + \dfrac{\Delta_{h2}}{2\Delta_{h1}}\boldsymbol{W}_h^2 + \dfrac{\Delta_{\gamma 2}}{2\Delta_{\gamma 1}}\boldsymbol{W}_\gamma^2$。

对式(74)两边同乘 $e^{-D_{\gamma 1}t}$ 并积分,可得:

$$\begin{aligned} 0 \leqslant U_\gamma \leqslant & \frac{D_{\gamma 2}}{D_{\gamma 1}} + \left[U_\gamma(0) - \frac{D_{\gamma 2}}{D_{\gamma 1}}\right]e^{-D_{\gamma 1}t} + \\ & e^{-D_{\gamma 1}t}\int_0^t \left(1 - \frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}}\bar{\mu}_h(h)\mathrm{d}\tau + \\ & e^{-D_{\gamma 1}t}\int_0^t [(f_h(h)N_h(\xi_h) + 1)e^{D_{\gamma 1}t}\dot{\xi}_h + \\ & (f_{\gamma 2}(\gamma)N_\gamma(\xi_\gamma) + 1)e^{D_{\gamma 1}t}\dot{\xi}_\gamma]\mathrm{d}\tau + \\ & \frac{g_{\gamma 1}^2}{4}e^{-D_{\gamma 1}t}\int_0^t z_\theta^2 e^{D_{\gamma 1}t}\mathrm{d}\tau \end{aligned} \tag{75}$$

由上式可知,如果 $\int_0^t z_\theta^2 e^{D_{\gamma 1}t}\mathrm{d}\tau$ 有界,根据 Nussbaum 函数的性质可知 U_γ 和 ξ_γ 有界。

虚拟控制律 Q_d 的设计过程及稳定性证明均和以上步骤类似,这里不再赘述。直接给出将虚拟控制律 Q_d 设计为如下形式:

$$\begin{cases} Q_\mathrm{d} = N_\theta(\xi_\theta)[k_\theta z_\theta + \hat{\boldsymbol{W}}_\theta^\mathrm{T} S_\theta(\boldsymbol{Z}_\theta)] \\ \dot{\xi}_\theta = k_\theta z_\theta^2 + z_\theta \hat{\boldsymbol{W}}_\theta^\mathrm{T} S_\theta(\boldsymbol{Z}_\theta) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_\theta = \Delta_{\theta 1} z_\theta S_\theta(\boldsymbol{Z}_\theta) - \Delta_{\theta 2}\hat{\boldsymbol{W}}_\theta \end{cases} \tag{76}$$

考虑系统式(46),结合指令滤波器,可得:

$$z_Q = Q - Q_\mathrm{d} = Q - \omega_Q + \vartheta_Q \tag{77}$$

进一步,有

$$\dot{z}_Q = f_Q(Q)\delta_\mathrm{e} - \omega_Q + \vartheta_Q \tag{78}$$

定义 Lyapunov 函数

$$L_{z_Q} = \frac{1}{2}z_Q^2 \tag{79}$$

对上式求导可得:

$$\dot{L}_{z_Q} \leqslant z_Q f_Q(Q)\delta_\mathrm{e} + \eta_\omega(\omega_Q - \theta_\mathrm{d}) + z_Q\dot{\vartheta}_Q \tag{80}$$

令

$$\varphi_Q = \eta_\omega(\omega_Q - \theta_\mathrm{d}) \tag{81}$$

存在一个未知的连续函数 $\varphi_Q(Z_Q)$,使得:

$$\dot{L}_{z_Q} \leqslant z_Q \boldsymbol{W}_Q^{*\mathrm{T}} S_Q(\boldsymbol{Z}_Q) + z_Q f_Q(Q)\delta_\mathrm{e} + \lambda_Q \tag{82}$$

将实际控制律 δ_e 设计为:

$$\begin{cases} \delta_\mathrm{e} = N_Q(\xi_Q)[k_Q z_Q + \hat{\boldsymbol{W}}_Q^\mathrm{T} S_Q(\boldsymbol{Z}_Q)] \\ \dot{\xi}_Q = k_Q z_Q^2 + z_Q \hat{\boldsymbol{W}}_Q^\mathrm{T} S_Q(\boldsymbol{Z}_Q) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_Q = \Delta_{Q1} z_Q S_Q(\boldsymbol{Z}_Q) - \Delta_{Q2}\hat{\boldsymbol{W}}_Q \end{cases} \tag{83}$$

其中,$\tilde{\boldsymbol{W}}_Q = \hat{\boldsymbol{W}}_Q - \boldsymbol{W}_Q^*$,$\Delta_{Q1} > 0$ 和 $\Delta_{Q2} > 0$ 为自适应律。

选取如下 Lyapunov 函数

$$U_Q = U_\theta + L_{z_Q} + \frac{1}{2\Delta_{Q1}}\tilde{\boldsymbol{W}}_Q^\mathrm{T}\tilde{\boldsymbol{W}}_Q \tag{84}$$

对上式求导,并综合考虑 U_θ 和 L_{z_Q} 可得:

$$\begin{aligned} \dot{U}_Q \leqslant & -D_{Q1}U_Q + [f_h(h)N_h(\xi_h) + 1]\dot{\xi}_h + \\ & [f_{\gamma 2}(\gamma)N_\gamma(\xi_\gamma) + 1]\dot{\xi}_\gamma + [f_\theta(\theta)N_\theta(\xi_\theta) + \\ & 1]\dot{\xi}_\theta + [f_Q(Q)N_Q(\xi_Q) + 1]\dot{\xi}_Q + \\ & \left(1 - \frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}}\bar{\mu}_h(h) + D_{Q2} \end{aligned} \tag{85}$$

其中,$D_{Q1} = \min\{2k_Q, \bar{c}_Q, \Delta_{Q2}\}$,$D_{Q2} = \dfrac{d_Q}{\lambda_{Q0}} + \lambda_h + \lambda_\gamma + \lambda_\theta + \lambda_Q + \dfrac{\Delta_{h2}}{2\Delta_{h1}}\boldsymbol{W}_h^2 + \dfrac{\Delta_{\gamma 2}}{2\Delta_{\gamma 1}}\boldsymbol{W}_\gamma^2 + \dfrac{\Delta_{\theta 2}}{2\Delta_{\theta 1}}\boldsymbol{W}_\theta^2 + \dfrac{\Delta_{Q2}}{2\Delta_{Q1}}\boldsymbol{W}_Q^2$。

对式(85)两边同乘 $e^{-D_{Q1}t}$ 并积分,可得:

$$\begin{aligned} 0 \leqslant U_Q \leqslant & \frac{D_{Q2}}{D_{Q1}} + U_Q(0) + \\ & e^{-D_{Q1}t}\int_0^t \left(1 - \frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}}\bar{\mu}_h(h)\mathrm{d}\tau + \\ & e^{-D_{Q1}t}\int_0^t [(f_h(h)N(\xi_h) + 1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_h + \\ & (f_{\gamma 2}(\gamma)N_\gamma(\xi_\gamma) + 1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_\gamma + \\ & (f_\theta(\theta)N_\theta(\xi_\theta) + 1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_\theta + \\ & (f_Q(Q)N_Q(\xi_Q) + 1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_Q]\mathrm{d}\tau \end{aligned} \tag{86}$$

根据前述推导过程,已知 $\left(1 - \dfrac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\dfrac{1}{\lambda_{h0}}\bar{\mu}_h(h)$

为不确定项，分如下两种情况进行分析：① 若 $\bar{\mu}(\cdot)$ 是非负的光滑函数，则 $\bar{\mu}_h(h)$ 有界，如果 $|z_h| \leqslant c_{h0}$，可得存在一个正常数 D_0 使得 $\left(1-\frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}}\bar{\mu}_h(h) \leqslant D_0$ 成立；② 如果 $|z_h| > c_{h0}$，则有 $\left(1-\frac{z_h^2}{c_{h0}^2}\right)\frac{1}{\lambda_{h0}}\bar{\mu}_h(h) < 0$。综上分析并结合式(86)，可得：

$$\begin{aligned} U_Q \leqslant\ & \bar{D} + U_Q(0) + \\ & e^{-D_{Q1}t}\int_0^t [\,(f_h(h)N(\xi_h)+1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_h + \\ & (f_{\gamma 2}(\gamma)N_\gamma(\xi_\gamma)+1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_\gamma + \\ & (f_\theta(\theta)N_\theta(\xi_\theta)+1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_\theta + \\ & (f_Q(Q)N_Q(\xi_Q)+1)e^{D_{Q1}t}\dot{\xi}_Q]\,\mathrm{d}\tau \end{aligned} \tag{87}$$

其中，$\bar{D} = D_{Q2}/D_{Q1} + D_0/D_{Q1}\lambda_{h0}$。

根据 Nussbaum 函数的性质，可知 $U_Q(t)$、ξ_Q、$\hat{\boldsymbol{W}}_Q$ 在 $[0,+\infty)$ 上是有界的，即 z_Q 有界。又根据式(24)可得 $\varepsilon(t)$ 有界，进而得到跟踪误差 $e(t)$ 有界，故闭环系统所有信号一致有界，且跟踪误差 $e(t)$ 满足预设性能标准。图 2 给出了 HFV 保预设性能的反演控制方法结构图。

3　仿真与分析

针对 HFV 动力学模型进行速度与高度的闭环仿真实验。速度与高度参考输入均由图 3 所示的二阶参考模型给出。该二阶参考模型的传递函数为[27]：

$$\frac{V_{\mathrm{ref}}(s)}{V_{\mathrm{c}}(s)} = \frac{h_{\mathrm{ref}}(s)}{h_{\mathrm{c}}(s)} = \frac{\omega_{\mathrm{A}}^2}{s^2 + 2\zeta_{\mathrm{A}}\omega_{\mathrm{A}}s + \omega_{\mathrm{A}}^2} \tag{88}$$

二阶参考模型参数取：$\zeta_{\mathrm{A}}=0.9$，$\omega_{\mathrm{A}}=0.1$。控制参数选取：$\rho_{V0}=10$，$\rho_{V\infty}=1$，$l_V=0.05$，$\bar{\delta}_V=\underline{\delta}_V=0.8$，$k_V=0.5$，$\rho_{h0}=0.5$，$\rho_{h\infty}=0.1$，$l_h=0.05$，$\bar{\delta}_h=\underline{\delta}_h=0.6$，$k_h=0.01$，$\rho_{\gamma 0}=0.09$，$\rho_{\gamma\infty}=0.03$，$l_\gamma=0.1$，$\bar{\delta}_\gamma=\underline{\delta}_\gamma=0.5$，$k_\gamma=0.02$，$\rho_{\theta 0}=0.09$，$\rho_{\theta\infty}=0.3$，$l_\theta=0.1$，$\bar{\delta}_\theta=\underline{\delta}_\theta=0.5$，$k_\theta=2.4$，$\rho_{Q0}=0.09$，$\rho_{Q\infty}=0.03$，$l_Q=0.1$，$\bar{\delta}_Q=\underline{\delta}_Q=0.5$，$k_Q=0.5$，自适应律参数均为 0.2，高斯基函数宽度 $b_V=10.16$，$b_h=10.94$，$b_\gamma=0.0012$，$b_\theta=0.0029$，$b_Q=0.0058$。

HFV 飞行包线的刚体取值范围可以见文献[28]。仿真中，HFV 的初始状态取值见表 1。

通过 MATLAB/Simulink 搭建控制系统，采用步长为 0.01 s 的四阶 Runge-Kuta 法进行验证控制方法的有效性。要求临近空间巡航阶段 HFV 在速度阶跃 $V_{\mathrm{d}}=100$ m/s，高度阶跃 $h_{\mathrm{d}}=100$ m 作用下。控制任务是要求系统输出能够准确跟踪给定的速度和高度参考指令并保证跟踪误差稳定在预设的区域内。为了检验控制律的鲁棒性，仿真中给 HFV 模型气动系数存在 ±40% 的摄动量，定义：

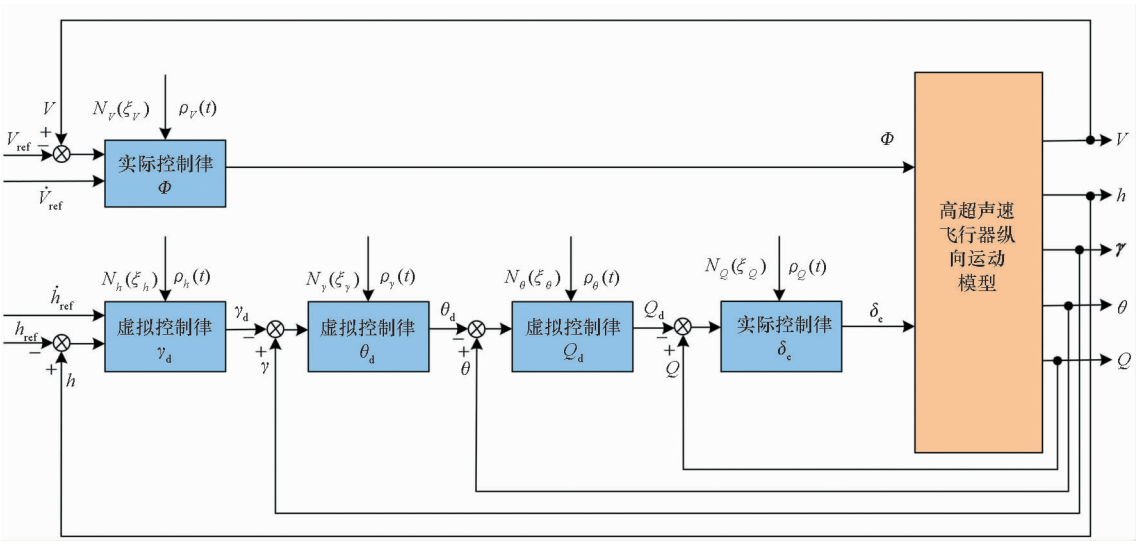


图 2　HFV 控制结构图

Fig. 2　Control structure of HFV

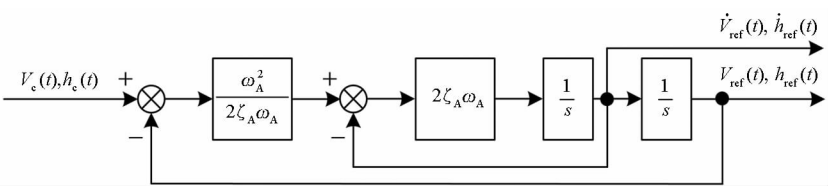


图 3　参考输入二阶模型结构

Fig. 3　Second-order model structure of reference

表 1　HFV 的状态初值

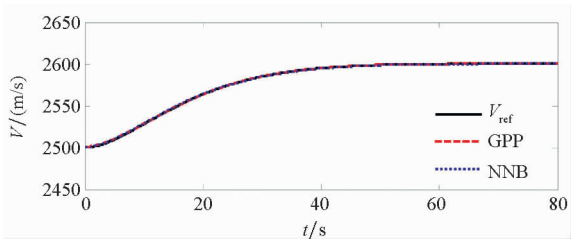
Tab. 1　HFV state initial value

状态	取值
V/(m/s)	2500
h/m	27 000
γ/(°)	0
θ/(°)	1.529 5
Q/((°)/s)	0
η_1	0.285 7
η_2	0.235 0

$$C=\begin{cases}C_0, 0\leqslant t<50\ \text{s}\\ C_0[1+0.4\sin(0.1\pi t)], t\geqslant 50\ \text{s}\end{cases} \tag{89}$$

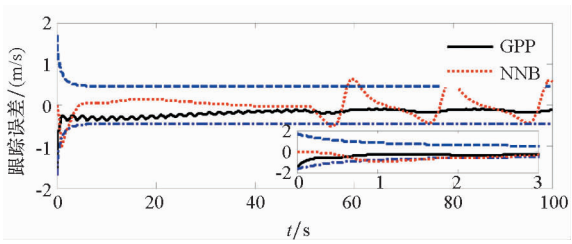
式中,C_0 表示 HFV 气动系数的标称值。

为了验证本文所提方法具有更好的使用价值,将保预设性能(Guarantee Prescribed Performance, GPP)方法与文献[29]中神经反演控制(Neural Network Backstepping, NNB)方法进行对比仿真,仿真结果如图 4 ~9 所示。在模型参数摄动的情况下,本文设计的 GPP 方法能保证速度跟踪误差和高度跟踪误差的稳态精度和较好的动态性能,实现速度跟踪误差的小超调收敛和高度跟踪误差的零超调收敛。由图 4 ~5 可知,与文献[29]中的 NBB 方法相比,该控制器的速度和高度跟踪误差能更快地收敛到零,这表明该控制器比文献[29]中的 NBB 方法具有更好的动态性能;图 6 ~9 显示了两个控制器的姿态角、弹性状态和系统输入都是平滑的,没有高频抖振。如此,设计的控制器可以保证速度跟踪误差的小超调收敛和高度跟踪误差的零超调收敛。同时,控制律对参数的存在具有鲁棒性,控制系统的动态性能和稳态精度满足预定性能的要求。



(a) 速度跟踪曲线

(a) Velocity tracking curve

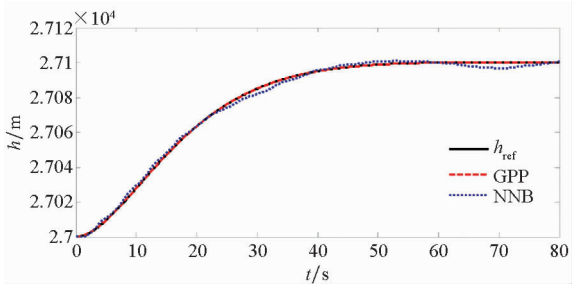


(b) 速度跟踪误差

(b) Velocity tracking error

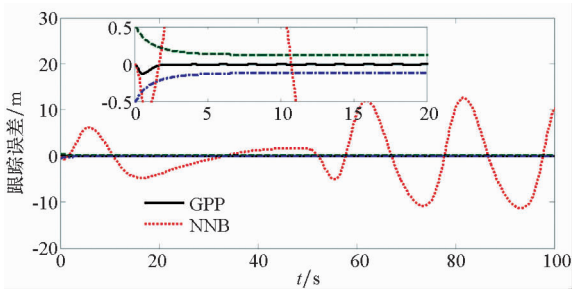
图 4　速度跟踪响应

Fig. 4　Velocity tracking performance



(a) 高度跟踪曲线

(a) Altitude tracking curve

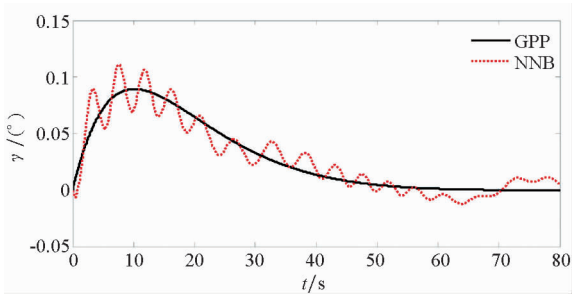


(b) 高度跟踪误差

(b) Altitude tracking error

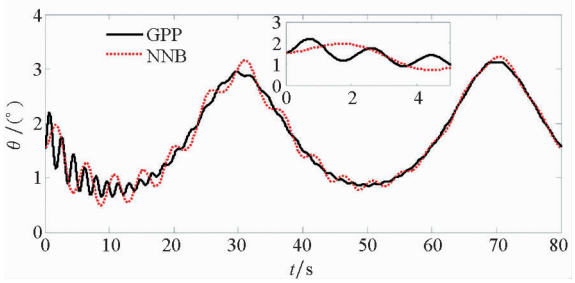
图 5　高度跟踪响应

Fig. 5　Altitude tracking performance



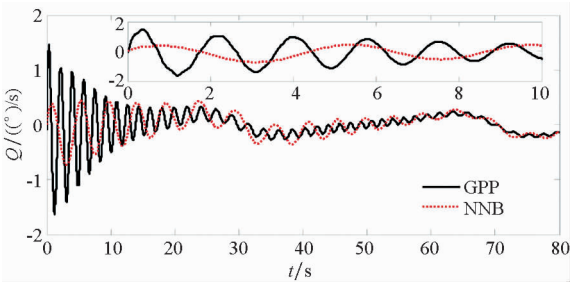
(a) 航迹角曲线

(a) Path angle curve



(b) 俯仰角曲线

(b) Pitch angle curve

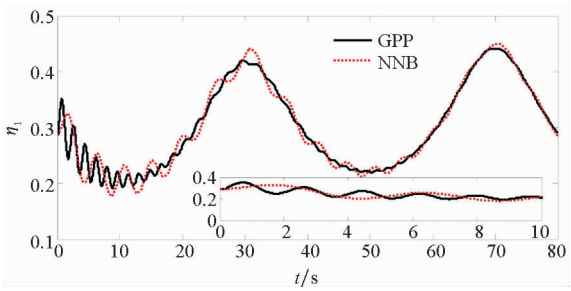


（c）俯仰角速度曲线

（c）Pitch rate curve

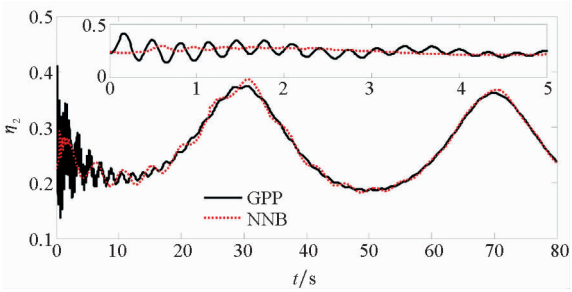
图 6　高度角曲线

Fig. 6　Altitude angle curve



（a）第一弹性状态

（a）The first flexible state



（b）第二弹性状态

（b）The second flexible state

图 7　弹性状态

Fig. 7　The flexible states

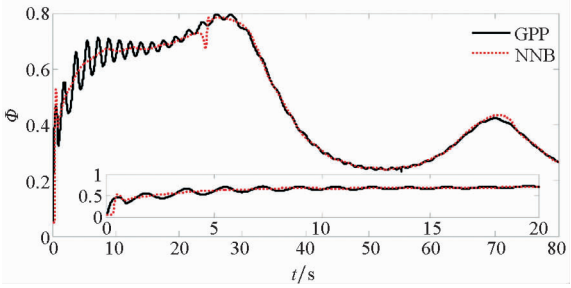


图 8　燃料空气比

Fig. 8　Flue-to-air ratio

4　结论

本文在反演控制方法的结构下，为 HFV 设计了一种保证预设性能的控制方法。通过引入预设性能函数来限定跟踪误差的预设范围，控制律的设计基于 HFV 的非仿射模型，保证了预期的动态性能。所设计的控制器不再需要精确的模型以及控制增益的信号，其鲁棒性和实用性得到了很大的提升。通过引入动态信号，克服了原模型中存在未建模的动态，并引入一组指令滤波器，有效地规避了反演控制方法中的反复求导，运用 Lyapunov 方法证明了所有闭环系统的稳定性。最后，数字仿真结果表明了所设计的控制器对参考信号跟踪的准确性及较好的可行性。

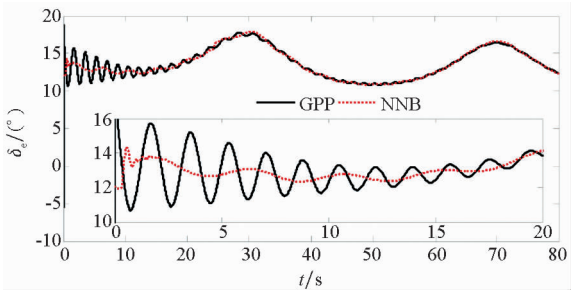


图 9　升降舵偏角

Fig. 9　Elevator declination

参考文献(References)

[1] 孙长银，穆朝絮，余瑶. 近空间高超声速飞行器控制的几个科学问题研究[J]. 自动化学报，2013，39(11)：1901－1913.
SUN Changyin，MU Chaoxu，YU Yao. Some control problems for near space hypersonic vehicles[J]. Acta Automatica Sinica，2013，39(11)：1901－1913.(in Chinese)

[2] 卜祥伟. 高超声速飞行器控制研究进展[J]. 航空兵器，2018(1)：47－61.
BU Xiangwei. Progress on flight control of hypersonic flight vehicles[J]. Aero Weaponry，2018(1)：47－61.(in Chinese)

[3] 李小兵，赵思源，卜祥伟，等. 高超声速飞行器非仿射模型的预设性能反演控制[J]. 控制理论与应用，2019，36(10)：1672－1681.
LI Xiaobing，ZHAO Siyuan，BU Xiangwei，et al. Prescribed performance control method for non-affine model of hypersonic vehicles[J]. Control Theory & Applications，2019，36(10)：1672－1681.(in Chinese)

[4] Wang J，Zong Q，Su R，et al. Continuous high order sliding mode controller design for a flexible air-breathing hypersonic vehicle[J]. ISA Translations，2014，53(3)：690－698.

[5] Shao X，Wang H. Active disturbance rejection based trajectory linearization control for hypersonic reentry vehicle with bounded uncertainties[J]. ISA Translations，2015，54：27－38.

[6] Zhu G Q，Liu J K. Neural network-based adaptive backstepping control for hypersonic flight vehicles with prescribed tracking performance[J]. Mathematics Problems in Engineering，2015，2015：1－10.

[7] Hao A，Liu J X，Wang C H，et al. Disturbance observer-based anti-windup control for air-breathing hypersonic vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics，

2016, 63(5): 3038 – 3049.

[8] Chen M, Wu Q X, Jiang C S, et al. Guaranteed transient performance based control with input saturation for near space vehicles[J]. Science China Information Sciences, 2014, 57(5): 1 – 12.

[9] Wilcox Z D, Mackunis W, Bhat S, et al. Lyapunov-based exponential tracking control of a hypersonic aircraft with aerothermoelastic effects[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2010, 33(4): 1213 – 1224.

[10] 李小兵, 赵思源, 卜祥伟, 等. 高超声速飞行器预设性能反演控制方法设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(4): 650 – 661.
LI Xiaobing, ZHAO Siyuan, BU Xiangwei, et al. Design of prescribed performance backstepping control method for hypersonic flight vehicles[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(4): 650 – 661. (in Chinese)

[11] Preller D, Smart M K, Banerjee S, et al. Longitudinal control strategy for hypersonic accelerating vehicles[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2015, 52(3): 993 – 999.

[12] Zhang Y, Xian B. Continuous nonlinear asymptotic tracking control of an air-breathing hypersonic vehicle with flexible structural dynamics and external disturbances[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 83(1/2): 867 – 891.

[13] Qin W W, Liu J Y, Liu G, et al. Robust parameter dependent receding horizon H_∞ control of flexible air-breathing hypersonic vehicles with input constraints[J]. Asian Journal of Control, 2015, 17(2): 508 – 522.

[14] Hu X X, Wu L G, Hu C H, et al. Adaptive sliding mode tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(2): 559 – 577.

[15] Tian B L, Su R, Fan W R. Multiple-time scale smooth second order sliding mode controller design for flexible hypersonic vehicles[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2015, 229(5): 781 – 791.

[16] Gao G, Wang J Z. Observer-based fault-tolerant control for an air-breathing hypersonic vehicle model[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 76: 409 – 430.

[17] Gao J, Wang J Z, Wang X H. Adaptive fault-tolerant control for feedback linearizable systems with an aircraft application[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(9): 1301 – 1326.

[18] Zong Q, Wang F, Tian B L, et al. Robust adaptive dynamic surface control design for a flexible air-breathing hypersonic vehicle with input constraints and uncertainty[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 78(1): 289 – 315.

[19] Xu B, Fan Y H, Zhang S M. Minimal-learning-parameter technique based adaptive neural control of hypersonic flight dynamics without back-stepping[J]. Neurocomputing, 2015, 164: 201 – 209.

[20] Du H B, Chen X C. NN-based output feedback adaptive variable structure control for a class of non-affine nonlinear systems: a nonseparation principle design[J]. Neurocomputing, 2009, 72(7/8/9): 2009 – 2016.

[21] Leu Y G, Wang W Y, Lee T T. Observer-based direct adaptive fuzzy-neural control for nonaffine nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2005, 16(4): 853 – 861.

[22] Arefi M M, Zarei J, Karimi H R. Adaptive output feedback neural network control of uncertain non-affine systems with unknown control direction[J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(8): 4302 – 4316.

[23] Parker J T, Serrani A, Yurkovich S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3): 856 – 869.

[24] Bolender M A, Doman D B. Nonlinear longitudinal dynamical model of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(2): 374 – 387.

[25] 张扬, 吴文海, 胡云安, 等. 基于全状态预设性能的受限制令反演控制器设计[J]. 控制与决策, 2018, 33(3): 479 – 485.
ZHANG Yang, WU Wenhai, HU Yunan, et al. Constrained command backstepping controller design under full state prescribed performance[J]. Control and Decision, 2018, 33(8): 479 – 485. (in Chinese)

[26] 龚建业, 高吉成, 杨鹏飞, 等. 基于指令滤波和预设性能的自适应容错跟踪控制[C]. 中国自动化学会, 2017.
GONG Jianye, GAO Jicheng, YANG Pengfei, et al. Adaptive fault tolerant tracking control with command filters and prescribed performance[C]. Chinese Automation Society, 2017. (in Chinese)

[27] Bu X W, Xiao Y. Prescribed performance-based low-computational cost fuzzy control of a hypersonic vehicle using non-affine models[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(1): 1 – 12.

[28] 李惠峰. 高超声速飞行器制导与控制技术[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2012.
LI Huifeng. Hypersonic vehicles guidance and control technology[M]. Beijing: China Aerospace Press, 2012. (in Chinese)

[29] Bu X W, Wu X Y, Huang J Q, et al. Minimal-learning-parameter based simplified adaptive neural back-stepping control of flexible air-breathing hypersonic vehicles without virtual controllers[J]. Neurocomputing, 2016, 175: 816 – 825.