doi:10.11887/j.cn.202001018 http://journal.nudt.edu.cn

次级通道估计误差对 Fx-Newton 算法的影响*

张 能[1,2],何 琳[1,2],李 彦[1,2],王迎春[1,2]
(1. 海军工程大学 振动与噪声研究所,湖北 武汉 430033;
2. 海军工程大学 船舶振动噪声重点实验室,湖北 武汉 430033)

摘 要:Fx-Newton 算法在执行过程中需要估计次级通道模型,针对主被动隔振工程应用中次级通道估计存在误差的问题,假设输入信号为正弦信号,建立含次级通道估计误差的 Fx-Newton 算法结构模型,推导了 Fx-Newton 算法的稳定性条件,并就相位误差和幅值误差对 Fx-Newton 算法稳定性和收敛性的影响做了详细阐述。最后对两自由度主被动隔振模型开展仿真研究,验证了理论分析结果。

关键词:主被动隔振;次级通道估计;Fx-Newton 算法;幅值误差;相位误差
中图分类号:TB123 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2020)01-133-06

Effects of estimation errors of the secondary path on the Fx-Newton algorithm

ZHANG Neng[1,2], *HE Lin*[1,2], *LI Yan*[1,2], *WANG Yingchun*[1,2]
(1. Institute of Vibration & Noise, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;
2. National Key Laboratory on Ship Vibration & Noise, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Estimation of the secondary path model is required in the implementation of the Fx-Newton algorithm. Aiming at the problem that errors exist in the estimation of the secondary path model in the active-passive vibration isolation engineering application, providing that the input signal is a sine signal, the structure model of the Fx-Newton algorithm was established, considering the error of the estimation of the secondary path model. Stability condition of the Fx-Newton algorithm was deduced. Effects of the amplitude and phase errors on the stability and convergence of the Fx-Newton algorithm were elaborated. Finally, simulations for a two-degree-of-freedom active-passive vibration isolation model were conducted and the theoretical analysis results were verified.

Keywords: active-passive vibration isolation; estimation of the secondary path; Fx-Newton algorithm; amplitude error; phase error

对于船舶机械低频振动线谱,通常采用主被动隔振的方法加以控制,而自适应控制算法在执行过程中通常需要对由作动器输出到误差信号的次级通道进行模型估计或辨识,在此过程中不可避免会引入误差,因此开展次级通道估计误差对自适应控制算法的影响研究具有重要意义。

文献[1]通过分析传递函数的极点位置和根轨迹,研究了次级通道相位估计误差对最小均方滤波(the Filtered-x Least Mean Square, FxLMS)算法收敛速度和稳定性的影响,结果表明次级通道相位估计误差小于90°时能收敛,当相位估计误差小于45°时,相位误差对收敛时间影响较小。文献[2-3]针对噪声主动控制系统,采用随机分析的方法,研究了次级通道估计误差对 FxLMS 算法性能的影响,发现当次级通道真实模型与估计模型负相关时,控制系统不稳定。王雷针对次级通道估计相位误差对 FxLMS 算法的收敛性开展了研究,通过仿真发现相位延迟越大,系统收敛速度越慢,稳定性越差[4]。Hansen 等忽略真实的次级通道传递函数(假设该传递函数幅值为1,相位为0°),理论推导了步长因子的取值范围,分析了次级通道估计误差对频域 FxLMS 算法稳定性的影响[5]。

FxLMS 算法的收敛速度受制于滤波参考信号自相关矩阵的特征值分布,实时性较差,而 Fx-Newton 算法具有收敛速度快、对矩阵特征值分散度不敏感的优点,文献[6-8]将 Fx-Newton 算法应用于船舶机械主被动隔振系统中,有效隔离了振动线谱。然而,在 Fx-Newton 算法执行过程中需要估计次级通道模型,而针对次级通道估计误

* 收稿日期:2018-09-07
基金项目:军事科技领域青年人才托举工程资助项目(18-JCJQ-QT-002)
作者简介:张能(1991—),男,湖北武汉人,博士研究生,E-mail:zn710119@sina.cn;
李彦(通信作者),女,副教授,博士,E-mail:liyan19840622@yeah.net

差对 Fx-Newton 算法的影响，未见学者开展相关研究。

本文通过在频域 Fx-Newton 算法中引入估计误差模型，假设输入信号为正弦信号，基于含次级通道估计误差的 Fx-Newton 算法迭代公式，通过理论推导，从次级通道估计相位误差和幅值误差两方面来分析 Fx-Newton 算法的稳定性和收敛性。最后建立两自由度主被动隔振模型，在不同相位误差和幅值误差条件下开展主动控制仿真，以验证理论分析结果。

1 含次级通道估计误差的 Fx-Newton 算法推导

文献[6－8]推导了 Fx-Newton 算法的滤波器更新方程，基本的 Fx-Newton 算法的原理如图 1 所示。

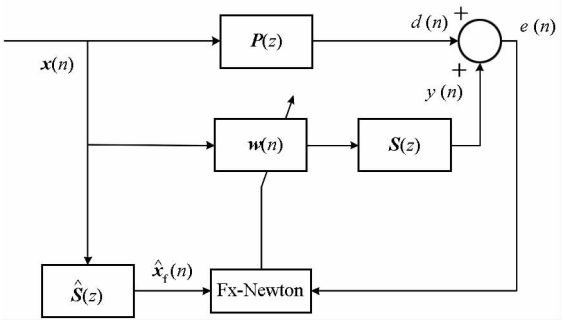


图 1 Fx-Newton 算法结构框图

Fig. 1 Block diagram of the Fx-Newton algorithm

Fx-Newton 算法中滤波器系数的更新公式表示为

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)-\mu e(n)\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{f}}^{-1}(n)\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{f}}(n) \quad (1)$$

其中：$\boldsymbol{w}(n)$为滤波器权系数，μ 为步长因子，$e(n)$为误差信号，$\boldsymbol{P}(z)$和 $\boldsymbol{S}(z)$分别表示主通道模型和次级通道模型，$\hat{\boldsymbol{S}}(z)$是次级通道模型的估计，$\boldsymbol{x}(n)$是参考信号。$d(n)$是期望信号，由输入信号经过主通道滤波得到；$y(n)$是自适应系统最终的输出信号。$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{f}}(n)$是由输入信号 $\boldsymbol{x}(n)$经过估计次级通道滤波得到的滤波参考信号，$\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{f}}^{-1}(n)$是滤波参考信号自相关逆矩阵的估计。

次级通道模型的估计包含于 Fx-Newton 算法的迭代公式中，在实际工程应用中不可避免地会出现误差，影响着算法的稳定性和收敛性。在主被动隔振系统应用中，通常控制的是振动线谱，这里为了研究方便，考虑输入为某一正弦信号，并且算法在频域执行，次级通道模型估计误差表示为 $\boldsymbol{H}(z)$，则考虑次级通道模型估计误差的自适应前馈控制系统如图 2 所示。

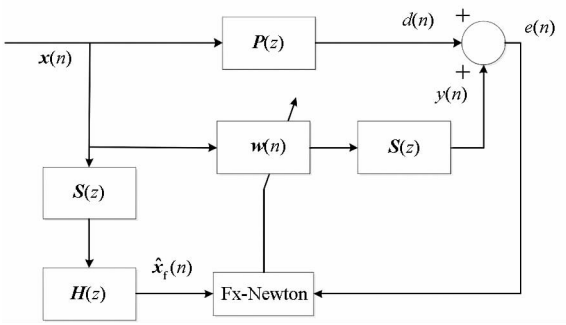


图 2 考虑次级通道估计误差的 Fx-Newton 算法结构框图

Fig. 2 Block diagram of the Fx-Newton algorithm considering the estimation error of the secondary path model

频域 Fx-Newton 算法的迭代公式可以表示为

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)-\mu e(n)\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{f}}^{-1}(n)\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{f}}^{*}(n) \quad (2)$$

式中，“ * ”表示共轭。

记 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}(n)$为参考信号 $\boldsymbol{x}(n)$经过真实的次级通道 $\boldsymbol{S}(z)$滤波所得的滤波参考信号；对于正弦信号，经过次级通道估计误差 $\boldsymbol{H}(z)$滤波后得到滤波参考信号 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{f}}(n)$，会表现为幅值和相位的改变，因此次级通道估计误差可以分别采用一个复数 h 来表示。则 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{f}}(n)$可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{f}}(n)=h\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}(n) \quad (3)$$

记次级通道估计误差的相位为 φ_h，则复数 h 可以表示为

$$h=|h|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_h} \quad (4)$$

其中 $|h|=1$ 和 $\varphi_h=0°$表示次级通道估计不存在幅值误差和相位误差。

由图 2 可知，误差信号 $e(n)$表示为

$$e(n)=d(n)+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}(n) \quad (5)$$

记 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}(n)=\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}^{*}(n)\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}(n)$，则估计的滤波参考信号自相关逆矩阵可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{f}}^{-1}(n)=\frac{1}{|h|^2}\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{-1}(n) \quad (6)$$

将式(3)、式(6)代入式(2)中，可得

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)-\frac{\mu}{|h|^2}h^{*}\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{-1}(n)e(n)\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}^{*}(n) \quad (7)$$

记 $\frac{\mu}{|h|^2}h^{*}$ 为等效步长因子，其中 $h^{*}=|h|\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_h}$，将式(5)代入式(7)可得

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)-\frac{\mu}{|h|^2}h^{*}\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{-1}(n)[d(n)+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}(n)]\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}^{*}(n) \quad (8)$$

令 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{f}}=E\{d(n)\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}^{*}(n)\}$，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}=E\{\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}^{*}(n)\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}(n)\}$，其中 E 表示期望。对于平稳输入信号，有 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}\approx\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}(n)$，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{-1}(n)\approx\boldsymbol{I}$，其中 $\boldsymbol{I}$ 表示单位矩阵。则

式(8)可以化简为

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)-\frac{\mu}{|h|^2}h^*[\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{-1}\boldsymbol{p}_{\mathrm{f}}+\boldsymbol{w}(n)] \tag{9}$$

定义滤波器误差矢量 $\boldsymbol{v}(n)=\boldsymbol{w}(n)-\boldsymbol{w}_{\mathrm{opt}}$,其中 $\boldsymbol{w}_{\mathrm{opt}}=-\boldsymbol{R}_{\mathrm{f}}^{-1}\boldsymbol{p}_{\mathrm{f}}$ 为最优滤波器系数,则式(9)可以化简为

$$\boldsymbol{v}(n+1)=\left(1-\frac{\mu}{|h|^2}h^*\right)\boldsymbol{v}(n) \tag{10}$$

当 $n\to\infty$ 时,$\boldsymbol{v}(n)$ 必须收敛到零,Fx-Newton 算法才能稳定,则下面的条件必须满足

$$\left|1-\frac{\mu}{|h|^2}h^*\right|<1 \tag{11}$$

将 $h^*=|h|\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_h}$ 代入式(11)中,可得

$$\left|1-\frac{\mu}{|h|}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_h}\right|<1 \tag{12}$$

将式(12)展开得到

$$\left(1-\frac{\mu\cos\varphi_h}{|h|}\right)^2+\left(\frac{\mu\sin\varphi_h}{|h|}\right)^2<1 \tag{13}$$

式(13)化简可得

$$\mu<2|h|\cos\varphi_h \tag{14}$$

其中 $|h|$ 为次级通道估计误差的幅值,因此,对于次级通道估计存在误差的系统,Fx-Newton 算法的稳定性条件为

$$0<\mu<2|h|\cos\varphi_h \tag{15}$$

由式(15)可知,次级通道模型估计误差对 Fx-Newton 算法的影响可以分为相位误差和幅值误差两部分来讨论。

一方面,由于 $\cos\varphi_h\leqslant 1$,次级通道估计的相位误差会降低步长因子的取值上限。如果 $-90°<\varphi_h<90°$,则保证算法稳定收敛的步长因子上限会减小 $\cos\varphi_h$,降低了 Fx-Newton 算法的稳定性;如果 $\varphi_h\leqslant -90°$ 或者 $\varphi_h\geqslant 90°$,则 $\cos\varphi_h\leqslant 0$,此时无论怎样选择步长因子,算法都会发散。此外,由式(7)可知,在引入次级通道估计误差后,Fx-Newton 算法迭代公式的等效步长因子为 $\frac{\mu}{|h|^2}h^*$。仅考虑次级通道估计存在相位误差,则 $h=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_h}$,$\frac{\mu}{|h|^2}h^*=\mu\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_h}$。当 $-90°<\varphi_h<90°$ 时,$\mathrm{Re}(\mu\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_h})=\mu\cos\varphi_h\leqslant\mu$,等效步长因子的实部会随着 $\cos\varphi_h$ 的减小而减小,收敛速度也随之降低。

另一方面,次级通道估计的幅值误差也会影响步长因子的取值范围,幅值越大,允许的步长因子上限也越大,从而增强了 Fx-Newton 算法的稳定性。此外,当仅考虑次级通道估计存在幅值误差时,则 h 为一正实常数,等效步长因子 $\frac{\mu}{|h|^2}h^*=\frac{\mu}{h}$。在保证算法收敛的前提下,当 $h<1$ 时,$\frac{\mu}{h}>\mu$,次级通道估计的幅值误差可以提高 Fx-Newton 算法的收敛速度;当 $h>1$ 时,$\frac{\mu}{h}<\mu$,次级通道估计的幅值误差会降低 Fx-Newton 算法的收敛速度。

2　两自由度主被动隔振模型与仿真算例

2.1　两自由度主被动隔振模型

下面建立两自由度主被动隔振模型,其结构如图 3 所示。上层机械设备质量为 m_1,下层平台质量为 m_2,上层隔振器刚度和阻尼分别为 k_1 和 c_1,下层隔振器刚度和阻尼分别为 k_2 和 c_2,作动器和上层被动隔振器并联,f 为激励力,f_{a} 为主动控制力。设 x_1、x_2 表示机械设备和下层平台的垂向位移,则该系统的运动方程为

$$\begin{cases}m_1\ddot{x}_1+c_1(\dot{x}_1-\dot{x}_2)+k_1(x_1-x_2)=f-f_{\mathrm{a}}\\ m_2\ddot{x}_2+c_2\dot{x}_2+k_2x_2+c_1(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_1(x_2-x_1)=f_{\mathrm{a}}\end{cases} \tag{16}$$

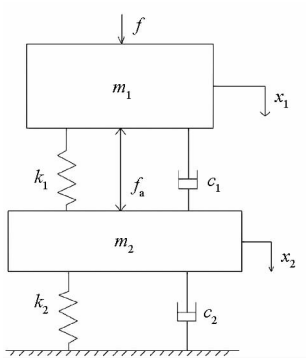


图 3　两自由度主被动隔振模型

Fig. 3　Two degree-of-freedom active-passive vibration isolation model

在零初始条件下,$x_i=\dot{x}_i=0$ $(i=1,2)$。对式(16)进行拉普拉斯变换可得

$$\begin{cases}m_1s^2X_1+c_1s(X_1-X_2)+k_1(X_1-X_2)=F_{\mathrm{s}}-F_{\mathrm{as}}\\ m_2s^2X_2+c_2sX_2+k_2X_2+c_1s(X_2-X_1)+k_1(X_2-X_1)=F_{\mathrm{as}}\end{cases} \tag{17}$$

化简,消去 X_1 可得

$$\begin{aligned}&[m_1m_2s^4+(m_1c_1+m_1c_2+m_2c_1)s^3+\\&(m_1k_1+m_1k_2+m_2k_1+c_1c_2)s^2+\\&(c_1k_2+c_2k_1)s+k_1k_2]X_2\\&=m_1s^2F_{\mathrm{as}}+(c_1s+k_1)F_{\mathrm{s}}\end{aligned} \tag{18}$$

记 $a=m_1m_2$,$b=m_1c_1+m_1c_2+m_2c_1$,$c=m_1k_1+m_1k_2+m_2k_1+c_1c_2$,$d=c_1k_2+c_2k_1$,$e=k_1k_2$,分别令 $F_{\mathrm{s}}=0$、$F_{\mathrm{as}}=0$,可得下层平台位移 X_2 和激励力

F_s、主动控制力 F_{as}之间的传递函数

$$\begin{cases}\dfrac{X_2}{F_s}=\dfrac{c_1 s+k_1}{as^4+bs^3+cs^2+ds+e}\\ \dfrac{X_2}{F_{as}}=\dfrac{m_1 s^2}{as^4+bs^3+cs^2+ds+e}\end{cases}\tag{19}$$

主动控制的目标是下层平台的振动最小。以下层平台的振动加速度作为误差信号，激励力作为参考信号，则激励力到下层平台振动加速度的传递函数$\dfrac{s^2X_2}{F_s}$为主通道传递函数，主动控制力到下层平台振动加速度的传递函数$\dfrac{s^2X_2}{F_{as}}$为次级通道传递函数。可以对$\dfrac{s^2X_2}{F_{as}}$作幅值或者相位修正，构造出含误差的次级通道估计模型，并用于 Simulink/MATLAB 仿真模型中。

2.2 仿真算例

表 1 给出了 2.1 节两自由度主被动隔振模型的参数值。

表 1 主被动隔振模型参数

Tab.1 Parameters of the active-passive vibration isolation model

模型参量	描述	值	单位
m_1	上层机械设备质量	165	kg
m_2	下层平台质量	40	kg
k_1	上层隔振器刚度	57 000	N/m
k_2	下层隔振器刚度	200 000	N/m
c_1	上层阻尼系数	400	Ns/m
c_2	下层阻尼系数	2400	Ns/m

根据主被动隔振模型，在 Simulink/MATLAB 中建立仿真模型如图 4 所示，其中 Fx-Newton 算法通过自定义的 S 函数模块实现，Fx-Newton 算法的步长因子为 0.000 2，初始时滤波器系数为零矢量，阶数为 64。由于 Euler 求解器具有简单、计算效率高的优点，仿真采用固定时间步长的 Euler 求解器。仿真时间步长为 0.001 s，仿真时间为 10 s，在 1 s 时开启主动控制。

激励力为多频正弦激励，由 25 Hz 和 50 Hz 的正弦波与表示外界干扰的高斯白噪声叠加而成，其表达式为

$$f=6\sin(50\pi t)+10\sin(100\pi t)+n_0\tag{20}$$

其中，n_0 表示高斯白噪声，其均值为 0，方差为 0.01。

3 结果与讨论

3.1 次级通道估计相位误差的影响

考虑次级通道估计不存在幅值误差（$|h|=1$），分别在次级通道估计相位误差 φ_h 为 0°、45°、90°时，对图 4 所示主被动隔振模型开展仿真，得到控制后下层平台振动加速度的时间历程曲线和功率收敛曲线分别如图 5、图 6 所示。

由图 5 可知，随着次级通道估计相位误差从 0°增大到 45°，下层平台振动加速度收敛速度降低，当相位误差增大到 90°时，下层平台振动加速度在控制后直接发散。同时图 6 也反映出相位误差从 0°增大到 45°时收敛速度降低，相位误差为 90°时功率收敛曲线在控制后直接发散，说明相位误差的存在降低了 Fx-Newton 算法的稳定性，当相位误差达到 90°时，Fx-Newton 算法直接发散，与理论分析结果一致。

3.2 次级通道估计幅值误差的影响

考虑次级通道估计没有相位误差（$\varphi_h=0°$），分别在幅值误差$|h|$为 0.5、1、2 时开展主被动隔振系统仿真，得到控制后下层平台振动加速度的时间历程曲线和功率收敛曲线分别如图 7、图 8 所示。

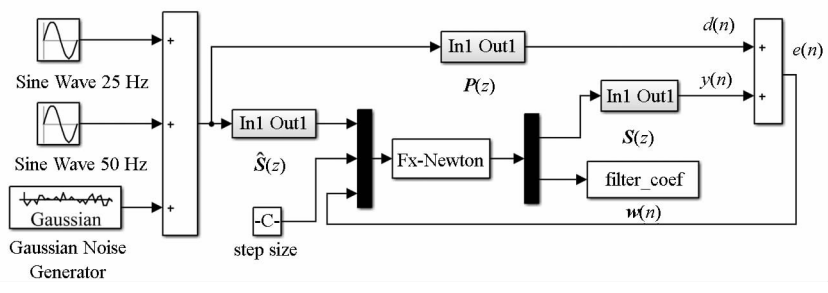
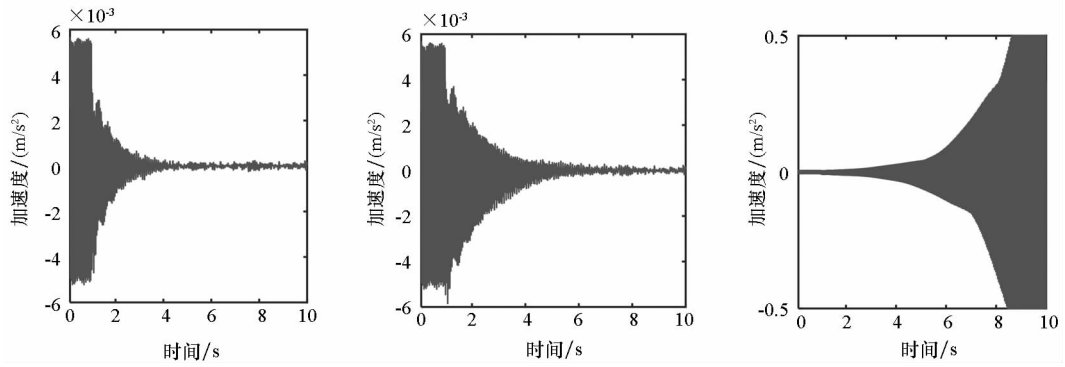


图 4 主被动隔振模型 Simulink/MATLAB 仿真模型

Fig.4 Simulation model of the active-passive vibration isolation system in the Simulink/MATLAB



(a) $\varphi_h=0°$　　(b) $\varphi_h=45°$　　(c) $\varphi_h=90°$

图 5　不同相位误差时下层平台振动加速度时间历程曲线

Fig. 5　Curves of the acceleration of the middle raft under different phase errors

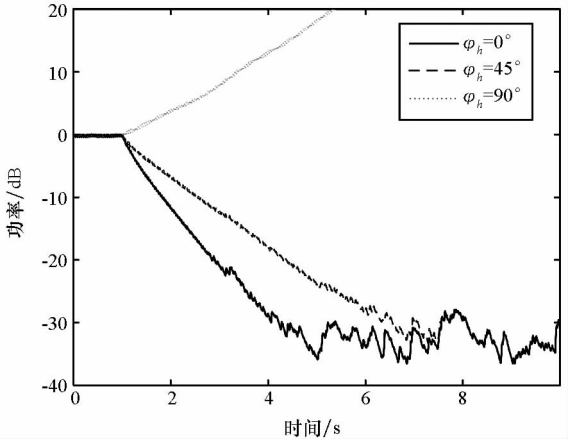
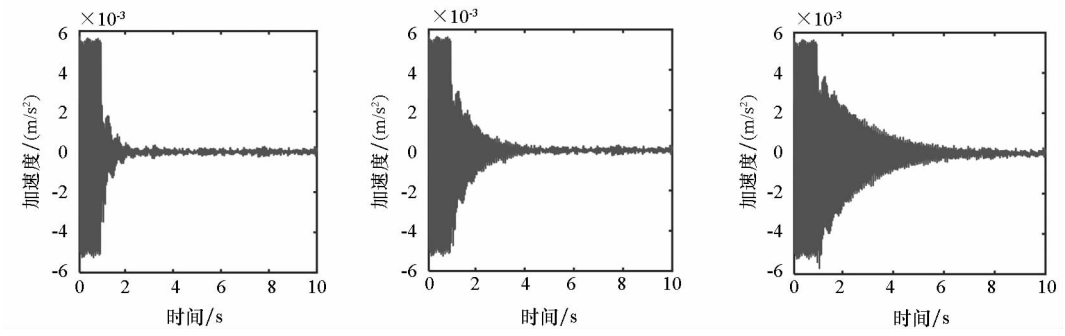


图 6　不同相位误差时下层平台振动功率收敛曲线

Fig. 6　Curves of the vibrational power of the middle raft under different phase errors



(a) $|h|=0.5$　　(b) $|h|=1$　　(c) $|h|=2$

图 7　不同幅值误差时下层平台振动加速度时间历程曲线

Fig. 7　Curves of the acceleration of the middle raft under different amplitude errors

由图 7、图 8 可知,当次级通道估计幅值误差 $|h|=0.5$ 时,下层平台振动加速度收敛速度较不存在幅值误差时($|h|=1$)快,Fx-Newton 算法能更快收敛到稳态;当次级通道估计幅值误差 $|h|=2$ 时,下层平台振动加速度收敛速度较不存在幅值误差时慢,Fx-Newton 算法收敛速度降低,验证了理论分析的结果。

4　结论

针对次级通道估计存在误差的问题,在正弦输入信号假设条件下,理论推导了含次级通道估计误差的频域 Fx-Newton 算法迭代公式,阐述了 Fx-Newton 算法的稳定性条件,并就相位误差和幅值误差对 Fx-Newton 算法稳定性和收敛性的影响

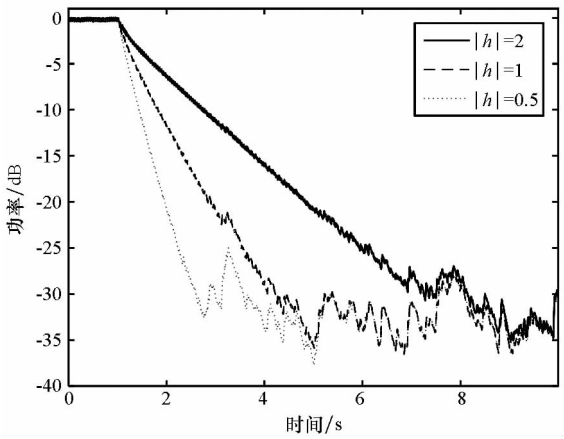


图 8 不同幅值误差时下层平台振动功率收敛曲线

Fig. 8 Curves of the vibrational power of the middle raft under different amplitude errors

作了理论分析。结果发现:当相位误差大于 90°或者小于 -90°,Fx-Newton 算法会发散;当相位误差在 -90° ~90°范围内,Fx-Newton 算法的稳定性会在一定程度上降低,同时收敛速度也会降低。当幅值误差小于 1 时,Fx-Newton 算法的收敛速度较不存在幅值误差时快;当幅值误差大于 1 时,Fx-Newton 算法的收敛速度较不存在幅值误差时降低。通过对两自由度主被动隔振模型开展仿真研究,验证了理论分析结果。本文的研究结果对提高 Fx-Newton 算法在工程应用中的稳定性和收敛性具有重要意义。

参考文献(References)

[1] Boucher C C, Elliott S J, Nelson P A. Effect of errors in the plant model on the performance of algorithms for adaptive feedforward control[J]. IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), 1991, 138(4): 313 -319.

[2] Ardekani I T, Abdulla W H. Effects of imperfect secondary path modeling on adaptive active noise control systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(5): 1252 -1262.

[3] Ardekani I T, Abdulla W H. On the convergence of real-time active noise control systems[J]. Signal Processing, 2011, 91(5): 1262 -1274.

[4] 王雷. 基于FxLMS算法的齿轮传动系统振动噪声主动控制研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2012.
WANG Lei. Study on active vibration and sound of a gear pair system based on FxLMS algorithm[D]. Chongqing: Chongqing University, 2012. (in Chinese)

[5] Hansen C, Snyder S, Qiu X J, et al. Active control of noise and vibration[M]. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2012.

[6] Li Y, He L, Shuai C G, et al. Time-domain filtered-x-Newton narrowband algorithms for active isolation of frequency-fluctuating vibration[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 367: 1 -21.

[7] Li Y, He L, Shuai C G, et al. Active control of low-frequency sinusoidal vibration transmission of ship machinery[J]. Journal of Ship Mechanics, 2015, 19(12): 553 -562.

[8] 李彦, 何琳, 帅长庚. 多通道窄带Fx-Newton时频算法及动力机械主动隔振实验[J]. 声学学报, 2015, 40(3): 391 -403.
LI Yan, HE Lin, SHUAI Changgeng. MIMO Fx-Newton narrowband algorithm and experiment of active vibration isolation on diesel generator[J]. Acta Acustica, 2015, 40(3): 391 -403. (in Chinese)