doi:10.11887/j.cn.202202013

http://journal. nudt. edu. cn

非理想正交发射信号对频控阵波束的影响*

杨 进1,2,付耀文1,杨 威1

(1. 国防科技大学 电子科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 湖南第一师范学院 电子信息学院, 湖南 长沙 410205)

摘 要:为考察发射非理想正交基带信号对频控阵波束的影响,基于频控阵信号模型引出了基带信号正 交问题,从数学上推导频控阵发射非理想正交基带信号情况下的波束表达式,进一步分析匹配接收处理性 能。基于频控阵波束发射和匹配接收计算量,提炼出影响分析评估因子,构建了频控阵基带发射信号正交特 性与波束、匹配接收性能的定量分析关系。基于6类典型随机分布二相编码基带信号进行数值仿真,验证了 理论分析的正确性。不同随机分布呈现不同基带信号正交特性,其对频控阵波束发射和匹配接收性能的影 响随正交特性不同各有差异。单从正交性影响分析而言,基于 Normal、Uniform、Logistic 随机分布具有更好的 频控阵基带信号发射应用潜力。

关键词:频控阵;阵列信号;正交信号;波形设计;波束 中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2022)02-104-08

Effect of transmitting nonideal quadrature signal on frequency diversity array beamform

YANG Jin^{1,2}, FU Yaowen¹, YANG Wei¹

(1. College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Electronic Information School, Hunan First Normal University, Changsha 410205, China)

Abstract: To analyze the impact of transmitting nonideal quadrature signal on FDA (frequency diversity array) beamform, based on the signal model of FDA, the orthogonality issue of baseband signal was brought out, the beamform expression was deduced mathematically under the condition that FDA system transmitting nonideal orthogonal baseband signal, and the performance of matched reception processing was further analyzed. Based on the calculation amount of beamform transmission and matched reception of FDA system, the influencing factors were extracted, and a quantitative analysis of the relationship between the orthogonal characteristics of the baseband signals and the performance of the beamform and matched reception was constructed. Based on the numerical simulation of six kinds of typical random distribution biphasic coded baseband signals, the correctness of theoretical analysis was verified by experiments. Different random distributions show different baseband signal orthogonal characteristics, and their influence on the performance of FDA beamform transmission and matching reception varies with the orthogonal characteristics. From the perspective of orthogonality, the application potential of baseband signal based on Normal, Uniform and Logistic random distribution is better.

Keywords: frequency diversity array; array signal; orthogonal signal; waveform design; beamform

2006 年, Antonik 等学者在当年 IEEE 雷达年 会上首次提出频控阵概念^[1],并随之展示了相关专 利^[2-3]。不同于相控阵,频控阵每个阵元载波频率 具有固定偏差,从而使得波束指向函数和作用距离 相关,增加了波形自由度^[4]。在此情况下,相控阵 成为频控阵阵元频偏为0的一个特例^[5]。

由于波形自由度特性带来的应用潜力,频控 阵得以广泛且细化研究,其特性进一步得以发掘, 关于频控阵和相控阵、正交频分复用雷达、多输入 多输出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)雷达等 的比较研究进一步发展,概念不断清晰^[6-7];频控 阵参数解耦和参数估计方法更加具体,在阵元布 站、频率偏置控制、波束解耦、波达角估计等具象 问题研究上不断深化^[8-11];同时,针对频控阵的 应用研究也不断拓宽,如在雷达低截获概率^[12]、 合成孔径雷达成像^[13-14]、多功能雷达系统^[15-16]、 智能雷达^[17-19]等应用系统均有研究报道。

需要指出的是,早期频控阵假定各阵元发射 完全相同相参基带信号^[1,20-21],而近年来随着 MIMO 在波形分集上体现的优势,频控阵转而形

^{*} 收稿日期:2020-09-15 基金项目:国家自然科学基金面上资助项目(61871384);中国博士后科学基金面上资助项目(2016M603004) 作者简介:杨进(1983—),男,湖南邵阳人,高级工程师,博士,E-mail: yangjin_spdf@163.com

成借鉴 MIMO 发射正交基带信号形式,进一步拓 展了波形自由度。信号正交性在不少电子系统中 均有要求^[1,6,22-23],以达到扩自由度、扩容、分集 的应用要求。根据信号具体形式,在时、空、频、极 化等域均可形成正交效果。较多频控阵研究以发 射时域理想正交信号为自然假设前提,虽然近年 来正交信号设计方法取得了较多研究成果^[24-26], 但在时域空间实现完全正交仍仅为理想假设。个 别研究^[27]虽提到了频控阵发射非理想正交基带 信号情况,但是以定性分析为主。

基于此,本文着重分析频控阵发射基带信号 非理想正交情况下对模型的影响,着重进行量化 分析,尤其是发射波束和匹配接收处理的影响,并 在分析过程中凝练提出针对频控阵基带信号正交 的综合评估因子,可用于指导基带信号优化设计。

1 问题的提出

线阵假设下,频控阵第 m 个阵元发射信号一 般表示为

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{E}{M}} s_m^0(t) \exp(j2\pi f_m t), 0 \le t \le T_p \quad (1)$$

其中,M为阵元个数,E为发射总能量(各阵元均 匀分配), T_p 为信号脉冲宽度, $s_m^0(t)$ 为基带信号, f_m 表示载波频率。模型要求基带信号时域正交, 对于连续信号有

$$\int_{T_{\rm p}} s_{n}^{0}(t) s_{n}^{0*}(t-\tau) \,\mathrm{d}\tau = 0, m \neq n, \,\forall \,\tau \quad (2)$$

离散条件下,一般通过相关函数考察信号正 交。对于离散编码信号 *a_p*、*a_q*,信号编码长度为*L*,则信号互相关为

$$C(a_{p}, a_{q}, k) = \begin{cases} \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1-k} a_{p}(l) a_{q}^{*}(l+k), 0 \leq k < L-1 \\ \frac{1}{L} \sum_{l=-k}^{L-1} a_{p}(l) a_{q}^{*}(l+k), -(L-1) \leq k < 0 \end{cases}$$

$$(3)$$

$$\widehat{e} = a_{n} \hat{e} = a_{n}$$

$$A(a_{n},k) = \begin{cases} \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} a_{n}(l) a_{n}^{*}(l), k = 0 \\ \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1-k} a_{n}(l) a_{n}^{*}(l+k), 0 < k < N-1 \qquad (4) \\ \frac{1}{L} \sum_{l=-k}^{L-1} a_{n}(l) a_{n}^{*}(l+k), -(N-1) < k < 0 \end{cases}$$

对于理想正交信号而言, $C(a_p, a_q, k) = 0$, $A(a_n, 0) = 1, A(a_n, k) = 0(k \neq 0)_{\circ}$

事实上,完全理想正交基带信号(信号集)基

本无法实现。频控阵这一理想约束条件值得更多 具体分析,以下分别从波束发射和匹配接收两个 角度进行研究分析。

2 发射波束与匹配接收分析

2.1 发射波束分析

重写发射波束表达式^[7],有

$$P_{\text{FDA}}(t,\Delta f,r,\theta)$$

$$= \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{r_n} \exp\left[-j2\pi \left(f_n t - \frac{r_n}{\lambda_n} \right) \right] s_n^* \left(t - \frac{r_n}{c} \right) \right\} \times \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{r_n} \exp\left[j2\pi \left(f_n t - \frac{r_n}{\lambda_n} \right) \right] s_n \left(t - \frac{r_n}{c} \right) \right|$$
(5)

其中,r为径向距离, θ 为波束方位角,c表示电磁波 传播速率。基于远场假设,波长 $\lambda_n \approx \lambda_m \approx \lambda_0$;窄带 条件 $f_0 \gg \Delta f$,记 $v = 2\pi/\lambda$,各阵元等间距d,则有

$$\begin{cases} r_n = r - nd\sin\theta \\ r_m = r - md\sin\theta \end{cases}$$
(6)

进一步假设基带为编码信号,忽略时延对信 号形式的影响,发射波束表达式可近似计算为 P (t Af r A)

$$\approx \left| \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\left(2\pi\Delta ft - \frac{2\pi\Delta fr}{c} + \nu d\sin\theta\right)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}\left(2\pi\Delta ft - \frac{2\pi\Delta fr}{c} + \nu d\sin\theta\right)\right]} \right|^{2} \times \frac{\left|\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=n}^{N}C(s_{n}, s_{m}, k)\right|}{N}$$
(7)

记信号相关因子

$$\gamma(k) = \frac{1}{N} \Big| \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=n}^{N} C(s_n, s_m, k) \Big| \qquad (8)$$

$$\frac{P_{FDA}(r,\Delta f,r,\theta)}{\Delta} = P_{FDA}(r,\Delta f,r,\theta,k) \\
\approx \gamma(k) \left| \sin\left(\frac{N}{2}\Psi\right) / \sin\left(\frac{1}{2}\Psi\right) \right|^{2} \\
= N^{2}\gamma(k) \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{N}{2}\Psi\right) / \operatorname{sinc}\left(\frac{1}{2}\Psi\right) \right|^{2} \tag{9}$$

其中,
$$\Psi = 2\pi\Delta ft - \frac{2\pi\Delta fr}{c} + vd\sin\theta_{c}$$

由以上推导可见,发射非理想正交基带信号 情况下,信号相关因子 γ(k) 将会保留,并影响到 最终发射波束生成。

同时注意到,在信号完全对准情况下, $\gamma(0)$ 将是所有相关函数包括自相关和互相关函数在中 心点加和平均,而非仅仅所有自相关计算平均。依 此单独定义一个信号正交性因子 $\gamma_0 = \gamma(0)$ 。理 想正交信号集, $\gamma_0 = 1$;信号越不满足正交性约束 条件,γ₀越小,理想最小为1/N和0之间的一个数 值,实际大小取决于信号自相关程度。

2.2 匹配接收分析

从发射和接收信号端理解,接收波束和发射 波束具有相同特性,在接收端将主要讨论发射非 理想基带信号对频控阵匹配接收处理的影响。接 收端处理模式设定为全带宽全相干匹配接收处 理,在该接收模式下,单阵元后置滤波器允许阵列 所有载频通过,即具有全带宽通过属性;同时,各 阵元收发回馈联通,收发信号具有完全相干性,处 理流程如图1所示。





假设单点目标位于(*R*₀, *θ*₀)处,则第*n*个阵元 接收到的来自该目标的反射回波表示为

$$x_{n}(t) = \sum_{m=1}^{M} \beta_{mn} s_{m}^{0} (t - \tau_{mn}) \exp[j2\pi f_{m} (t - \tau_{mn})]$$
(10)

其中, β_{mn} 为点目标相对各阵元复散射系数,M为接收阵元个数,在阵元聚集模式下记 $\beta_{mn} \triangleq \beta$,不影响算子求和运算; τ_{mn} 为双程时延,表示为

$$\tau_{mn} = \frac{2R_0 - d(n-1)\sin\theta_0 - d(m-1)\sin\theta_0}{c}$$
(11)

其中,τ₀ = 2*R*₀/*c* 表示公共时延,*R*₀ 为径向距离。 基带编码信号可表示为

$$s_{m}^{0}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} a_{m}(l) \operatorname{rect}(t - lT_{s})$$
(12)

其中: T_s 为子编码脉冲宽度,则 $LT_s = T_p$;

$$rect(t) = \begin{cases} 1, \ 0 < t < T_{s} \\ 0, \ else \end{cases}$$
(13)

$$s_{m}^{0}(t - t_{mn}) 表示为$$

$$s_{m}^{0}(t - \tau_{mn}) = \sum_{l=0}^{L-1} a_{m}(l) rect(t - \tau_{mn} - lT_{s})$$
(14)

可见编码函数仅是向右 τ_{mn} 偏移,对编码方案 并无影响。假设目标径向距离 R_0 远大于阵列天线 尺寸 Md,则有 $\tau_{mn} \approx \tau_0$, $s_m^0(t - \tau_{mn}) \approx s_m^0(t - \tau_0)$ 。

再次考察发射离散编码基带信号情况下频控 阵输出形式,第 m 个阵元发射信号第 n 个阵元接 收信号并经匹配滤波 $s_n^0(t - \tau_0) \exp(-j2\pi f_n t)$ 后 输出表示为

$$y_{nm} = \beta_{nm}C(a_m, a_n, k) \times \exp\left[j2\pi f_m\left(t - \frac{2R_0}{c}\right) - j2\pi f_n t\right] \times \\ \exp\left(j2\pi \frac{f_m d(m-1)\sin\theta_0}{c}\right) \times \exp\left(j2\pi \frac{f_m d(n-1)\sin\theta_0}{c}\right) \\ \approx \beta_{nm}C(a_m, a_n, k) \times \exp\left[j2\pi (m-n)f\Delta t\right] \times \\ \exp\left(j2\pi \frac{-2R_0}{\lambda_0}\right) \times \exp\left\{j2\pi \frac{1}{\lambda_0}\left[d(m+n-2)\sin\theta_0\right]\right\}$$
(15)

基于各向同性假设,有
$$\beta_{nm} = 1_{\circ} \leq m = n$$
时,有
 $y_{mm} \approx A(a_m,k) \exp\left(j2\pi \frac{-2R_0}{\lambda_0}\right) \times \exp\left\{j2\pi \frac{1}{\lambda_0} \left[2d(m-1)\sin\theta_0\right]\right\}$ (16)

互相关变为自相关关系。
第 n 个阵元输出为

$$y_n = \sum_{m=1}^{M} C(a_m, a_n, k) \times \exp(j2\pi m\Delta ft) \times$$

 $\exp\{j2\pi \frac{1}{\lambda_0} [d(m-1)\sin\theta_0]\}$ (17)
总的输出表示为
 $y = \sum_{n=1}^{M} y_n = \sum_{n=1}^{M} \sum_{m=1}^{M} y_{nm}$
 $\approx \sum_{n=1}^{M} \sum_{m=1}^{M} \exp(-j4\pi \frac{R_0}{\lambda_0}) \times \exp(-j2\pi n\Delta ft) \times$
 $\exp\{j2\pi m\Delta ft) \times \exp\{j2\pi \frac{1}{\lambda_0} [d(m-1)\sin\theta_0]\}$

(18) 考察式(18),设定发射波束导向矢量因子 表示为 $\alpha(m) = \exp\left\{-j2\pi \frac{1}{\lambda_0}[d(m-1)\sin\theta_0]\right\}$, 接收波束导向矢量因子 $\beta(n) = \exp\left\{-j2\pi \frac{1}{\lambda_0}[d(n-1)\sin\theta_0]\right\}$,则相关函数 $C(a_m, a_n, k)$ 只是序列k的函数,与序列m, n并无 关系,因此在加入发射、接收波束导向矢量因子 后,可以通过式(19)对接收信号进行考察。

$$y \approx \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{\infty} C(a_m, a_n, k) \exp\left(-j4\pi \frac{R_0}{\lambda_0}\right) \times \exp\left(-j2\pi n\Delta ft\right) \times \exp\left(j2\pi m\Delta ft\right)$$

$$\approx \exp\left(-j4\pi \frac{R_0}{\lambda_0}\right) \sum_{n=1}^{N} \exp\left(-j2\pi n\Delta ft\right) \sum_{m=1}^{M} C(a_m, a_n, k) \exp\left(j2\pi\Delta ft\right) \frac{1 - \exp\left(j2\pi M\Delta ft\right)}{1 - \exp\left(j2\pi\Delta ft\right)}$$

$$= \exp\left(-j4\pi \frac{R_0}{\lambda_0}\right) \exp\left(j2\pi\Delta ft\right) \frac{1 - \exp\left(j2\pi M\Delta ft\right)}{1 - \exp\left(j2\pi\Delta ft\right)} \sum_{m=1}^{M} C(a_m, a_n, k) \sum_{n=1}^{N} \exp\left(-j2\pi n\Delta ft\right)$$

$$= \exp\left(-j4\pi \frac{R_0}{\lambda_0}\right) \times \frac{1 - \exp\left(j2\pi M\Delta ft\right)}{1 - \exp\left(j2\pi\Delta ft\right)} \times \frac{1 - \exp\left(-j2\pi M\Delta ft\right)}{1 - \exp\left(-j2\pi\Delta ft\right)} \times \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} C(a_m, a_n, k)$$

$$= \exp\left(-j4\pi \frac{R_0}{\lambda_0}\right) \times \frac{1 - \cos\left(2\pi M\Delta ft\right)}{1 - \cos\left(2\pi\Delta ft\right)} \times \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} C(a_m, a_n, k)$$
(19)

可见,基带信号正交性能对波束形成的综合 影响主要通过相关函数施加影响,定义

$$A_{\rm C}(k) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} C(a_m, a_n, k)$$
(20)

其实质表现为族信号自相关、互相关函数求和,受 相关函数性能指标启发,可建立评估因子:

1)峰值旁瓣比 PSLR 定义为最大旁瓣峰值与 主瓣峰值之比,考察了副瓣干扰水平,尤其是副瓣 强目标对主瓣弱目标的掩盖能力。

$$PSLR = 10 \lg \frac{p_{\text{side}}}{p_{\text{main}}}$$
(21)

其中,p_{side} 表示旁瓣峰值,p_{main} 为主瓣峰值。

2) 积分旁瓣比 *ISLR* 主要关注能量在主瓣的 集中程度,定义为

$$ISLR = 10 \lg \frac{E_{\text{side}}}{E_{\text{main}}}$$
(22)

其中, Eside 表示旁瓣能量, Emain 为主瓣能量。

3)事实上,对于理想正交信号,可计算得
 *A*_{Cidea}(0) = *M*。定义非理想正交信号相关损耗为

$$O_{\text{ACloss}} = 10 \, \lg \frac{A_{\text{Cidea}}(0) - A_{\text{C}}(0)}{A_{\text{Cidea}}(0)}$$
$$= 10 \, \lg \left(1 - \frac{A_{\text{C}}(0)}{M}\right)$$
(23)

主要关注主瓣峰值能量集中程度。

由此,建立频控阵发射信号正交性能影响评 估综合因子,有

 $P_{10} = \gamma_1 \cdot PSLR + \gamma_2 \cdot ISLR + \gamma_3 O_{\text{ACloss}}$ (24)

其中, γ_1 、 γ_2 、 γ_3 为各因子对应归一化权重系数, 0 $\leq \gamma_1 \leq 1, 0 \leq \gamma_2 \leq 1, 0 \leq \gamma_3 \leq 1, \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 1_{\circ}$

需补充指出的是,该综合因子可用于信号优 化设计领域,目标函数如

$$\min(P_{10}) = \min(\gamma_1 \cdot PSLR + \gamma_2 \cdot ISLR + \gamma_3 O_{\text{ACloss}})$$

(25)

3 数值仿真分析

3.1 计算条件

Tab 1

由随机编码信号产生发射基带信号:选取6 类随机信号产生随机序列;在随机序列基础上生 成二相编码序列,编码长度假设为256点长;阵元 数为64,则生成随机二相编码基带信号为64× 256信号集;在此基础上进行蒙特卡洛数值计算。 选取的6类随机信号如表1描述。

表1 6类随机分布函数

kinds of typical random distribution function

rab. 1 Six kinds of typical fandoin distribution function										
随机 分布	Normal	Uniform	Rayleigh	Weibull	Poiss	Logistic				
分布 函数 参数	0,1	0,1	0.5	0.1,1	5	0,1				

需要说明的是,6 类随机分布并非全为对称 分布,为确保基于短序列小样本编码信号具有较 好的编码均衡性,在编码方法中判别依据为当前 序列均值而非统计均值,以确保通信编码方案中 每一帧数据的编码均衡。

3.2 发射类随机编码信号情况波束仿真

在上述6类随机二相编码信号基础上计算 γ(k)。各类随机分布由于各自特性不同,展现出 各异的相关因子特性。其中主瓣峰值大于1的情 况是因为互相关函数在主瓣峰值位置处产生的叠 加效果。通过因子γ(k)的不同,计算对应的主旁 瓣性能,并考虑空间波束合成偏移的影响,在此基 础上进一步分析6类信号下发射波束形态影响。 数值计算条件设定为:固定阵元频偏2kHz,固定 扫描时间 3/2 000 s,考察发射波束随距离、角度 和相关函数因子序列值的变化。

分别绘制基于6类随机信号分布的发射波

束,在信号序列上进行切面分割,结果如 图2(a)~(f)所示。如对于完全理想正交信号集 而言,将只在序列中心位置剖面形成发射峰值波 束;而对于非理想正交发射信号集,波束在距离角 度面和序列维度上均进行散布,此种散布形态主 要取决于信号集相关函数因子,分散形态越小越 接近理想发射信号,发射波束能量越集中。从形



(c) Beamform based on transmitting Rayleigh distributed signal



态上有,基于 Normal 随机分布、Uniform 随机分 布和 Logistic 随机分布构成的信号集在 FDA 系 统合成发射波束性能表现更好,而基于 Poiss 随 机分布、Rayleigh 随机分布构成的信号集表现较 差,基于 Weibull 随机分布构成的信号集发射波 束散布效应比较明显,不适用于能量集中使用 场景。

3.3 匹配接收性能数值计算

式(19)取模,有 $|y| \approx \left| \frac{1 - \cos(2\pi M \Delta f t)}{1 - \cos(2\pi \Delta f t)} \times \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} C(a_m, a_n, k) \right|$ (26)

通过数值计算评估发射非理想正交基带信号 对匹配接收处理性能的影响。

假定发射、接收阵元数均为64,阵元频率间 隔1000 Hz,固定时刻t为0.1s,信号同为前述基 于6类随机分布二相编码,编码长度256 位。绘 制接收波形相关性能有结果如图3、图4呈现。





不难理解对于理想正交发射信号而言,匹配 接收端处理具有最小的信号间互扰性能,理论上 其峰值旁瓣比计算为无穷大正值。对比基于6类 随机分布发射信号,基于 Normal、Uniform、Logistic 随机分布的信号性能相对较好,峰值旁瓣比均在 16 dB以上,而其他三类随机分布信号性能表现 一般。











(f) Transmitting Logistic distributed signal

- 图 4 基于随机正交发射匹配接收处理
- Fig. 4 Receiving beamform based on transmitting pseudo-orthogonal signals

进一步计算非理想正交信号相关损耗 O_{ACloss},计算结果见表2。

表 2 相关损耗值 O_{ACloss}

Tab. 2 Correlation loss index $O_{\rm ACloss}$

随机 分布	Normal	Uniform	Rayleigh	Weibull	Poiss	Logistic
$O_{\rm ACloss}$	0.112 6	0.1547	0.434 7	0.836 0	0. 192 7	0.1495

由表2可见,基于 Normal、Uniform、Logistic 随 机分布信号的接收损耗较小,而其他随机分布信 号接收损耗不尽如人意。在一体化信号随机编码 可依此设定编码的随机化规则,以满足一体化功 能应用。

4 结论

本文主要推导分析了频控阵发射基带信号非 理想正交情况下对系统波束的影响,并基于6类 随机编码信号进行数值仿真实验,验证了理论分 析的正确性。凝练出的频控阵发射信号正交性能 影响评估综合因子,对频控阵基带信号设计方法 可提供有益指导。

参考文献(References)

- [1] ANTONIK P, WICKS M C, GRIFFITHS H D, et al. Frequency diverse array radars [C]//Proceedings of IEEE Conference on Radar, 2006.
- [2] WICKS M C, ANTONIK P. Frequency diverse array with independent modulation of frequency, amplitude, and phase: US07319427B2[P]. 2008 - 01 - 15.
- [3] WICKS M C, ANTONIK P. Method and apparatus for a frequency diverse array: US20060152403A1[P]. 2006-07-13.

- [4] ANTONIK P, WICKS M C, GRIFFITHS H D, et al. Multimission multi-mode waveform diversity [C]//Proceedings of IEEE Conference on Radar, 2006.
- [5] ANTONIK P. An investigation of a frequency diverse array[D]. London: University College London, 2009.
- [6] BASIT A, KHAN W, KHAN S, et al. Development of frequency diverse array radar technology: a review [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2018, 12(2): 165-175.
- [7] SECMEN M, DEMIR S, HIZAL A, et al. Frequency diverse array antenna with periodic time modulated pattern in range and angle [C]//Proceedings of IEEE Radar Conference, 2007.
- [8] SAMMARTINO P F, BAKER C J, GRIFFITHS H D. Frequency diverse MIMO techniques for radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 201-222.
- [9] WANG W Q, SO H C, SHAO H Z. Nonuniform frequency diverse array for range-angle imaging of targets [J]. IEEE Sensors Journal, 2014, 14(8): 2469 – 2476.
- [10] KHAN W, QURESHI I M, SAEED S. Frequency diverse array radar with logarithmically increasing frequency offset[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14: 499 – 502.
- [11] XU J W, LIAO G S, ZHU S Q, et al. Joint range and angle estimation using MIMO radar with frequency diverse array[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(13): 3396-3410.
- [12] XIONG J, WANG W Q, CUI C, et al. Cognitive FDA-MIMO radar for LPI transmit beamforming[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2017, 11(10): 1574 – 1580.
- [13] WANG H, ZHANG S S, WANG W Q, et al. Multi-scene deception jamming on SAR imaging with FDA antenna [J]. IEEE Access, 2019, 8: 7058 - 7069.
- [14] GUO Y F, LIAO G S, ZHANG Q J, et al. A robust radial velocity estimation method for FDA-SAR [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2020, 17 (4): 646-650.
- [15] BASIT A, YAW NUSENU S, KHAN W, et al. Adaptive main lobe/sidelobes controls selection in FDA based joint radar-communication design [C]//Proceedings of International Conference on Electrical, Communication, and Computer Engineering, 2019.
- [16] ZHENG L, LOPS M, WANG X D, et al. Joint design of overlaid communication systems and pulsed radars[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(1): 139-154.
- [17] BASIT A, WANG W Q, NUSENU S Y. Adaptive transmit beamspace design for cognitive FDA radar tracking [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2019, 13(12): 2083 – 2092.
- [18] YANG X P, LIU Y X, SUN Y Z, et al. Improved PRIstaggered space-time adaptive processing algorithm based on projection approximation subspace tracking subspace technique [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2014, 8(5): 449-456.
- [19] FAROOQ J, TEMPLE M A, SAVILLE M A. Exploiting frequency diverse array processing to improve SAR image

resolution [C]//Proceedings of IEEE Radar Conference, 2008.

- [20] DING Y, ZHANG J, FUSCO V. Frequency diverse array OFDM transmitter for secure wireless communication [J]. Electronics Letters, 2015, 51(17): 1374-1376.
- [21] LAWRENCE D E. Low probability of intercept antenna array beamforming [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(9): 2858 – 2865.
- [22] BASIT A, QURESHI I M, KHAN W, et al. Hybridization of cognitive radar and phased array radar having low probability of intercept transmit beamforming[J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2014, 2014: 129172.
- XIONG J, WANG W Q, GAO K D. FDA-MIMO radar rangeangle estimation: CRLB, MSE, and resolution analysis [J].
 IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(1): 284 – 294.

- [24] WANG W Q. MIMO SAR OFDM chirp waveform diversity design with random matrix modulation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(3): 1615 – 1625.
- [25] KHIRALLAH C, STANKOVIC V, STANKOVIC L, et al. Compress-spread-forward with multiterminal source coding and complete complementary sequences [J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(4): 884-887.
- [26] ZHANG W S, YANG L Q. Communications-inspired sensing: a case study on waveform design [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(2): 792 - 803.
- [27] GUI R H, WANG W Q, CUI C, et al. Coherent pulsed-FDA radar receiver design with time-variance consideration: SINR and CRB analysis [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(1): 200-214.