doi:10.11887/j.cn.202206012 http://journal.nudt.edu.cn

采用含22.5°二面角反射器无源定标体组的极化校准方法*

张道明,邓晓波,张 勇
(中国航空工业集团公司 雷华电子技术研究所,江苏 无锡 214063)

摘 要:在实际应用中,采用传统Whitt点目标无源定标方法往往会出现极化失真矩阵求解错误从而无法正确进行校准的问题。针对这一问题,在剖析常用的Whitt算法失真矩阵求解错误原因的基础上,提出了一种采用含22.5°二面角反射器的定标体组的新定标方法,包括点目标定标体组合、极化散射矩阵测量值预处理方法及特征值配对准则,可有效避免特征值配对错误导致校准结果错误的问题。仿真试验验证了所提方法的有效性和稳健性。

关键词:极化校准;点目标;Whitt算法;特征值;22.5°二面角反射器
中图分类号:TN95 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2022)06-095-08

Polarimetric calibration method using passive calibrator set including 22.5° dihedral angle reflector

ZHANG Daoming, *DENG Xiaobo*, *ZHANG Yong*
(LEIHUA Electronic Technology Institute, Aviation Industry Corporation of China, Wuxi 214063, China)

Abstract: In practical applications, the traditional Whitt passive point target calibration algorithm often leads to the problem of incorrect solution of polarimetric distortion matrix, which makes it impossible to calibrate the polarimetric distortion correctly. To solve this problem, on the basis of analyzing the cause of failure in solving the distortion matrix of the commonly used Whitt algorithm, a new polarimetric calibration method using 22.5° dihedral was proposed, including a new calibrator set, a preprocessing procedure for measured polarimetric scatter matrix and a new eigenvalue match rule, which could prevent wrong eigenvalue match result and thus wrong calibration result effectively. Simulation results verify its effectiveness and robustness.

Keywords: polarimetric calibration; point target; Whitt algorithm; eigenvalue; 22.5° dihedral angle reflector

极化校准技术是指通过测量极化散射特性已知的定标体求取待校准极化雷达的系统误差参数,以便对这些误差进行校正和补偿的技术[1]。根据定标体是否有源,极化校准技术可分为有源校准技术[2]、无源校准技术[3-7]以及无源和有源结合的校准技术[8]。根据所使用的定标体类型,极化校准技术可分为点目标校准技术[3-5,9-14]、分布式目标校准技术[6]以及点目标与分布式目标相结合的校准技术[7,15]三类,其中无源点目标校准技术是开展研究最早最多,应用也最为广泛的一类技术。迄今为止,人们先后提出了高极化隔离度校准算法[3]、单目标校准算法[9]、改进的三目标校准算法[10]、单二面角校准算法[11]、类点目标校准算法[12]、全极化校准算法[13]等点目标极化校准算法。这些算法要么假定待测目标具有某种特性,要么假定雷达系统的失真矩阵具有某种特殊形式,使得它们的应用受到了一定的限制。Whitt等于1991年提出了广义极化校准算法[14],该算法不需要对系统失真矩阵作任何假设,用于定标的目标也只需要满足很少的限制条件,校准效果良好,因而得到了广泛应用[16-18]。

由于三面角反射器、0°二面角反射器、45°二面角反射器容易制作,因此人们常常将三者作为一组定标体对极化雷达系统进行校准。这种情况下,利用Whitt算法求解系统的失真矩阵时,往往会因特征值配对准则失效引起特征值配对错误从而导致系统失真矩阵求解错误[19]。本文就这一问题进行研究,并提出了新的定标体组和定标方法,可有效解决上述问题。

1 Whitt算法及存在的问题

1.1 Whitt算法

全极化合成孔径雷达(synthetic aperture

* 收稿日期:2020-11-25
基金项目:工信部预研基金资助项目(MJ-2017-F-12);航空基金资助项目(ASFC-201920007002)
作者简介:张道明(1979—),男,河南南阳人,高级工程师,博士,E-mail:zhangdm05@foxmail.com

radar, SAR)系统的极化定标模型[16]可表示为:

$$\boldsymbol{M} = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}\begin{bmatrix}1 & \delta_1\\ \delta_2 & f_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S_{\mathrm{hh}} & S_{\mathrm{hv}}\\ S_{\mathrm{vh}} & S_{\mathrm{vv}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \delta_3\\ \delta_4 & f_2\end{bmatrix} + \boldsymbol{N}$$
$$= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}A\boldsymbol{RST} + \boldsymbol{N} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{M}$ 为系统测量得到的目标极化散射矩阵,$\boldsymbol{S}$ 为目标的真实极化散射矩阵,$\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{T}$ 分别为系统接收和发射失真矩阵,A 为系统绝对幅度增益因子,φ 为绝对相位,$\boldsymbol{N}$ 为杂波和噪声矩阵。

采用式(1)的定标模型,考虑真实散射矩阵已知的三个不同点目标的极化测量。利用下标来区分不同的点目标和相应的散射矩阵(测量值和真实值),可以得到三个矩阵方程:

$$\boldsymbol{M}_k = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_k}A\boldsymbol{RS}_k\boldsymbol{T} + \boldsymbol{N}_k \quad k = 1,2,3 \tag{2}$$

由于各个目标的相位中心到雷达天线相位中心的距离并不相等,所以这里也用下标 k 来表明各个目标的绝对相位 φ 互不相同[16],但由于大多数应用仅仅需要知道散射矩阵 $\boldsymbol{S}$ 的相对相位,所以,这里并不对这些绝对相位定标。

由于 Whitt 算法要求至少一个定标体的散射矩阵可逆,所以,不失一般性,假定定标体 1 的散射矩阵可逆,即 $\boldsymbol{S}_1$ 和 $\boldsymbol{M}_1$ 可逆,则矩阵 $\boldsymbol{M}_2$ 和 $\boldsymbol{M}_3$ 均左乘 $\boldsymbol{M}_1^{-1}$,并忽略杂波和噪声,可得:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_T &= \boldsymbol{M}_1^{-1}\boldsymbol{M}_2\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_2-\varphi_1)}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{S}_T\boldsymbol{T}\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_2-\varphi_1)}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{S}_1^{-1}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{T}\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{M}}_T &= \boldsymbol{M}_1^{-1}\boldsymbol{M}_3\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_3-\varphi_1)}\boldsymbol{T}^{-1}\overline{\boldsymbol{S}}_T\boldsymbol{T}\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_3-\varphi_1)}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{S}_1^{-1}\boldsymbol{S}_3\boldsymbol{T}\end{aligned} \tag{4}$$

可以看出式(3)和式(4)中只包含矩阵 $\boldsymbol{T}$,而与矩阵 $\boldsymbol{R}$ 无关。从式(3)和式(4)还可以看出,$\boldsymbol{M}_T$ 和 $\boldsymbol{S}_T$、$\overline{\boldsymbol{M}}_T$ 和 $\overline{\boldsymbol{S}}_T$ 为两对相似矩阵。$\boldsymbol{M}_T$ 和 $\boldsymbol{S}_T$ 的特征值和特征向量满足:

$$\boldsymbol{S}_T\boldsymbol{X}_T = \boldsymbol{X}_T\boldsymbol{\Lambda}_{ST} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{M}_T\boldsymbol{Y}_T = \boldsymbol{Y}_T\boldsymbol{\Lambda}_{MT} \tag{6}$$

其中,$\boldsymbol{\Lambda}_{ST}$、$\boldsymbol{\Lambda}_{MT}$分别为 $\boldsymbol{S}_T$、$\boldsymbol{M}_T$ 的特征值构成的对角阵,$\boldsymbol{X}_T$ 和 $\boldsymbol{Y}_T$ 的列向量分别由 $\boldsymbol{S}_T$、$\boldsymbol{M}_T$ 的特征向量构成。由于 $\boldsymbol{M}_T$ 和 $\boldsymbol{S}_T$ 为相似矩阵,因此它们的特征值与特征向量矩阵之间应有:

$$\boldsymbol{\Lambda}_{ST} = \boldsymbol{\Lambda}_{MT}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_1-\varphi_2)} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{Y}_T = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{X}_T \tag{8}$$

需要指出的是,给定 $\boldsymbol{\Lambda}_{ST}$,则 $\boldsymbol{\Lambda}_{MT}$中的特征值的次序必须保证式(7)成立。

类似地,对于 $\overline{\boldsymbol{M}}_T$ 和 $\overline{\boldsymbol{S}}_T$ 的特征值和特征向量,同样满足:

$$\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{ST} = \overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{MT}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_1-\varphi_3)} \tag{9}$$

$$\overline{\boldsymbol{Y}}_T = \boldsymbol{T}^{-1}\overline{\boldsymbol{X}}_T \tag{10}$$

其中,$\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{ST}$、$\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{MT}$分别为 $\overline{\boldsymbol{S}}_T$、$\overline{\boldsymbol{M}}_T$ 的特征值构成的对角阵,$\overline{\boldsymbol{X}}_T$ 和 $\overline{\boldsymbol{Y}}_T$ 的列向量分别由 $\overline{\boldsymbol{S}}_T$、$\overline{M}_T$ 的特征向量构成。

同样,给定 $\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{ST}$,则 $\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{MT}$中的特征值的次序必须保证式(9)成立。

由于构成 $\boldsymbol{X}_T$ 和 $\boldsymbol{Y}_T$ 的特征向量有任意的尺度因子,所以,由式(8)不能唯一确定 $\boldsymbol{T}$。选取尺度因子,则矩阵 $\boldsymbol{T}$ 可以表示为:

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{X}_T\boldsymbol{C}\boldsymbol{Y}_T^{-1} \tag{11}$$

式中,$\boldsymbol{C} = \mathrm{diag}(c_1, c_2)$是含有未知元素 $c_1 \neq 0$、$c_2 \neq 0$ 的对角阵。

从式(4)也可得到另一个关于 $\boldsymbol{T}$ 的矩阵方程:

$$\boldsymbol{T} = \overline{\boldsymbol{X}}_T\overline{\boldsymbol{C}}\overline{\boldsymbol{Y}}_T^{-1} \tag{12}$$

式中,$\overline{\boldsymbol{C}} = \mathrm{diag}(\bar{c}_1, \bar{c}_2)$是含有未知元素 $\bar{c}_1 \neq 0$、$\bar{c}_2 \neq 0$ 的对角阵。

联合求解式(11)和式(12),即可得到发射失真矩阵 $\boldsymbol{T}$。

类似地,矩阵 $\boldsymbol{M}_2$ 和 $\boldsymbol{M}_3$ 都右乘 $\boldsymbol{M}_1^{-1}$,可得:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_R &= \boldsymbol{M}_2\boldsymbol{M}_1^{-1}\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_2-\varphi_1)}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S}_R\boldsymbol{R}\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_2-\varphi_1)}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{S}_1^{-1}\boldsymbol{R}\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{M}}_R &= \boldsymbol{M}_3\boldsymbol{M}_1^{-1}\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_3-\varphi_1)}\boldsymbol{R}^{-1}\overline{\boldsymbol{S}}_R\boldsymbol{R}\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_3-\varphi_1)}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S}_3\boldsymbol{S}_1^{-1}\boldsymbol{R}\end{aligned} \tag{14}$$

采用类似求解 $\boldsymbol{T}$ 的方法,可以求解出接收失真矩阵 $\boldsymbol{R}$。

得到发射失真矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和接收失真矩阵 $\boldsymbol{R}$ 后,可进一步求得系统绝对幅度增益因子 A,从而实现系统的极化校准。

1.2 Whitt 算法存在的问题

从式(7)~(10)可以看出,由于 $\boldsymbol{S}_T$ 和 $\boldsymbol{M}_T$ 的特征分解过程彼此独立,为求得 $\boldsymbol{T}$,在对 $\boldsymbol{S}_T$ 和 $\boldsymbol{M}_T$ 进行特征分解后,需要将两者的特征值正确配对。实际上,由于相位项 φ_k 未知,无法直接根据式(7)和式(9)进行特征值配对。为此,Whitt 算法中给出了下述特征值配对准则[14]:若 $\boldsymbol{\Lambda}_{ST} = \mathrm{diag}(\lambda_{ST_1}, \lambda_{ST_2})$,并且 $\boldsymbol{\Lambda}_{MT}$的两个特征值为 λ_{MT_1}、λ_{MT_2},则 $\boldsymbol{\Lambda}_{MT}$为:

$$\boldsymbol{\Lambda}_{MT} = \begin{cases}\mathrm{diag}(\lambda_{MT_1}, \lambda_{MT_2}) & \left|\arctan\left(\dfrac{\lambda_{ST_1}\lambda_{MT_2}}{\lambda_{ST_2}\lambda_{MT_1}}\right)\right| < \left|\arctan\left(\dfrac{\lambda_{ST_1}\lambda_{MT_1}}{\lambda_{ST_2}\lambda_{MT_2}}\right)\right|\\ \mathrm{diag}(\lambda_{MT_2}, \lambda_{MT_1}) & \text{其他}\end{cases} \tag{15}$$

Whitt 算法对定标体的要求容易验证,三面角反射器、0°二面角反射器、45°二面角反射器这一组定标体满足算法的要求,因此实际中,通常采用这样一组定标体对系统进行极化校准。不失一般性,假设 0°二面角反射器为定标体 1、三面角反射器为定标体 2、45°二面角反射器为定标体 3,并且假设若 $\boldsymbol{\Lambda}_{MT}$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}_{ST}$ 的特征值的次序是对应的,则

$$\begin{bmatrix} \lambda_{MT_1} & 0 \\ 0 & \lambda_{MT_2} \end{bmatrix} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_2-\varphi_1)} \begin{bmatrix} \lambda_{ST_1} & 0 \\ 0 & \lambda_{ST_2} \end{bmatrix} \tag{16}$$

因此有

$$\arctan\left(\frac{\lambda_{ST_1}\lambda_{MT_2}}{\lambda_{ST_2}\lambda_{MT_1}}\right) = \frac{\pi}{4} \tag{17}$$

此外,由于

$$\boldsymbol{S}_T = \boldsymbol{S}_1^{-1}\boldsymbol{S}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

容易知道,$\boldsymbol{S}_T$ 的特征值为 -1、1,因此同样有

$$\arctan\left(\frac{\lambda_{ST_1}\lambda_{MT_1}}{\lambda_{ST_2}\lambda_{MT_2}}\right) = \frac{\pi}{4} \tag{19}$$

可以看出,此时式(15)所给的特征值配对准则已经失效,从而无法保证对 $\boldsymbol{\Lambda}_{ST}$、$\boldsymbol{\Lambda}_{MT}$ 的特征值进行正确配对。$\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{ST}$ 与 $\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{MT}$、$\boldsymbol{\Lambda}_{SR}$ 与 $\boldsymbol{\Lambda}_{MR}$、$\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{SR}$ 与 $\overline{\boldsymbol{\Lambda}}_{MR}$ 的配对与此类似,在此不再赘述。

特征值无法正确配对将导致最终求解得到的发射失真矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和接收失真矩阵 $\boldsymbol{R}$ 错误,具体情况可见文献[19]。

通过上文分析可知,出现配对错误问题的两个原因同时存在:①式(3)和式(4)中的定标体的观测矩阵中的绝对相位项 φ_1、φ_2、φ_3 与各个目标的相位中心到雷达天线相位中心的距离有关,无法直接精确测出,为未知项;②利用三面角反射器、0°二面角反射器、45°二面角反射器定标体组基于 Whitt 算法进行定标时,涉及矩阵的特征值模值相同,相位相差 π,这导致无论如何配对,均满足式(7)和式(9)的约束。

2　极化校准方法

基于上文分析,本部分考虑利用极化散射矩阵测量值与极化散射矩阵真值之间的关系,得到各定标体回波信号绝对相位近似为 0 时的极化散射矩阵测量结果,从而将绝对相位未知条件下的极化校准问题转化为绝对相位近似已知条件下的极化校准问题,实现对系统极化失真的校准。为此,本部分提出了新的定标体组,并基于 Whitt 算法,提出新的点目标极化校准方法。

2.1　定标体

使用三种定标体作为一组进行极化校准,分别为 0°二面角反射器、三面角反射器或者金属球(考虑到所需的信杂比等因素,一般使用三面角反射器)、22.5°二面角反射器。

0°二面角反射器的理论极化散射矩阵为:

$$\boldsymbol{S}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{20}$$

三面角反射器的理论极化散射矩阵为:

$$\boldsymbol{S}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

22.5°二面角反射器的理论极化散射矩阵为:

$$\boldsymbol{S}_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{22}$$

容易验证,采用上述三种定标体进行定标,满足 Whitt 算法的所有要求。另外,22.5°二面角反射器与常用的 45°二面角反射器的不同之处仅仅在于二面角反射器在垂直入射波平面上的横滚角由 45°变为 22.5°,即只存在摆放姿态的区别,除此之外,定标体的布放方法与原有的布放方法完全相同,因此采用这样的定标体组并不会带来新的难度。

2.2　极化失真矩阵求解算法

考虑发射失真和接收失真。将式(20)代入式(2),可知实际测量得到的 0°二面角反射器的极化散射矩阵为:

$$\boldsymbol{M}_1 = A_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1}\begin{bmatrix} -1+\delta_1\delta_4 & -\delta_3+\delta_1 f_2 \\ -\delta_2+\delta_4 f_1 & -\delta_2\delta_3+f_1 f_2 \end{bmatrix} + \boldsymbol{N}_1 \tag{23}$$

由于信杂噪比较大,忽略杂波和噪声,则可知当其绝对相位 φ_1 为 0 时,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_1' &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_1}\boldsymbol{M}_1 \\ &= A_1\boldsymbol{R}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{T} \\ &= A_1\begin{bmatrix} -1+\delta_1\delta_4 & -\delta_3+\delta_1 f_2 \\ -\delta_2+\delta_4 f_1 & -\delta_2\delta_3+f_1 f_2 \end{bmatrix} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_1}A_1''\begin{bmatrix} -1 & M_1''(1,2)/A_1'' \\ M_1''(2,1)/A_1'' & M_1''(2,2)/A_1'' \end{bmatrix} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_1}\boldsymbol{M}_1'' \end{aligned} \tag{24}$$

式中,A_1'' 为正实数,且

$$\boldsymbol{M}_1'' = A_1''\begin{bmatrix} -1 & M_1''(1,2)/A_1'' \\ M_1''(2,1)/A_1'' & M_1''(2,2)/A_1'' \end{bmatrix} \tag{25}$$

另外,由于 δ_1、δ_4 均较小,容易知道 $\Delta\varphi_1 \approx 0$。

类似地,对于三面角反射器,当绝对相位 φ_2 为 0 时的极化散射矩阵测量值为:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_2' &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_2}\boldsymbol{M}_2 \\ &= A_2\begin{bmatrix}1+\delta_1\delta_4 & \delta_3+\delta_1 f_2\\ \delta_2+\delta_4 f_1 & \delta_2\delta_3+f_1 f_2\end{bmatrix} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_2}A_2''\begin{bmatrix}1 & M_2''(1,2)/A_2''\\ M_2''(2,1)/A_2'' & M_2''(2,2)/A_2''\end{bmatrix} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_2}\boldsymbol{M}_2'' \end{aligned} \tag{26}$$

式中，$\Delta\varphi_2\approx 0$，A_2''为正实数，且

$$\boldsymbol{M}_2'' = A_2''\begin{bmatrix}1 & M_2''(1,2)/A_2''\\ M_2''(2,1)/A_2'' & M_2''(2,2)/A_2''\end{bmatrix} \tag{27}$$

对于22.5°二面角反射器，经过类似的推导，可知当其绝对相位 φ_3 为0时，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_3' &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_3}\boldsymbol{M}_3 \\ &= A_3\begin{bmatrix}-1+\delta_1+\delta_4+\delta_1\delta_4 & -\delta_3+f_2+\delta_1\delta_3+\delta_1 f_2\\ -\delta_2+f_1+\delta_2\delta_4+\delta_4 f_1 & -\delta_2\delta_3+\delta_2 f_2+\delta_3 f_1+f_1 f_2\end{bmatrix} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_3}A_3''\begin{bmatrix}-1 & M_3''(1,2)/A_3''\\ M_3''(2,1)/A_3'' & M_3''(2,2)/A_3''\end{bmatrix} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_3}\boldsymbol{M}_3'' \end{aligned} \tag{28}$$

且 $\Delta\varphi_3\approx 0$。从这里可以看出，采用22.5°二面角反射器的原因在于可以利用其极化散射矩阵的特点以及失真矩阵交叉极化电平较小的特点，根据其极化散射矩阵测量值 $\boldsymbol{M}_3$ 得到绝对相位 φ_3 近似为0时的极化散射矩阵测量值 $\boldsymbol{M}_3''$，从而利用 $\boldsymbol{M}_k''$、$\boldsymbol{S}_k$ 将绝对相位未知条件下的极化校准问题转化为绝对相位近似已知条件下的极化校准问题，实现系统的极化校准。

忽略杂波和噪声，考虑到

$$\boldsymbol{M}_k' = A\boldsymbol{R}\boldsymbol{S}_k\boldsymbol{T} \tag{29}$$

以及 $\boldsymbol{M}_k' = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Delta\varphi_k}\boldsymbol{M}_k''$，容易知道 $\boldsymbol{M}_k''$满足：

$$\boldsymbol{M}_k'' = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Delta\varphi_k}A\boldsymbol{R}\boldsymbol{S}_k\boldsymbol{T} \tag{30}$$

因此，基于 $\boldsymbol{M}_k''$，$\boldsymbol{S}_k$ 即可利用 Whitt 算法进行求解。

令

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_T'' &= \boldsymbol{M}_1''^{-1}\boldsymbol{M}_2'' \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\Delta\varphi_1-\Delta\varphi_2)}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{S}_T\boldsymbol{T} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\Delta\varphi_1-\Delta\varphi_2)}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{S}_1^{-1}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{T} \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{T}}'' &= \boldsymbol{M}_1''^{-1}\boldsymbol{M}_3'' \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\Delta\varphi_1-\Delta\varphi_3)}\boldsymbol{T}^{-1}\overline{\boldsymbol{S}}_T\boldsymbol{T} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\Delta\varphi_1-\Delta\varphi_3)}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{S}_1^{-1}\boldsymbol{S}_3\boldsymbol{T} \end{aligned} \tag{32}$$

以及

$$\boldsymbol{S}_T\boldsymbol{X}_T = \boldsymbol{X}_T\boldsymbol{\Lambda}_{ST} \tag{33}$$

$$\boldsymbol{M}_T''\boldsymbol{Y}_T = \boldsymbol{Y}_T\boldsymbol{\Lambda}_{MT}'' \tag{34}$$

其中，$\boldsymbol{\Lambda}_{ST}$、$\boldsymbol{\Lambda}_{MT}''$、$\boldsymbol{X}_T$、$\boldsymbol{Y}_T$ 与上文的定义类似，则$\boldsymbol{M}_T''$和 $\boldsymbol{S}_T$ 的特征值与特征向量矩阵之间应满足：

$$\boldsymbol{\Lambda}_{ST} = \boldsymbol{\Lambda}_{MT}''\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\Delta\varphi_2-\Delta\varphi_1)} \tag{35}$$

$$\boldsymbol{Y}_T = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{X}_T \tag{36}$$

不同的是，此时 $\Delta\varphi_k\approx 0$，因此 $\Delta\varphi_2-\Delta\varphi_1\approx 0$，这意味 $\boldsymbol{\Lambda}_{ST}$、$\boldsymbol{\Lambda}_{MT}''$中的特征值正确配对时，对应特征值之间的相位差应该接近于0或很小。另外，定标目标的定向误差对其散射矩阵特征值幅度的影响远大于对其相位的影响[14]，从而很容易对 $\boldsymbol{\Lambda}_{ST}$和 $\boldsymbol{\Lambda}_{MT}''$中的特征值进行正确配对，具体准则如下：若 $\boldsymbol{\Lambda}_{ST}=\mathrm{diag}(\lambda_{ST_1},\lambda_{ST_2})$，并且 $\boldsymbol{\Lambda}_{MT}''$的两个特征值为 λ_{MT_1}、λ_{MT_2}，则 $\boldsymbol{\Lambda}_{MT}''$为：

$$\boldsymbol{\Lambda}_{MT}'' = \begin{cases}\mathrm{diag}(\lambda_{MT_1},\lambda_{MT_2}) & \sum_{i=1}^{2}|\angle\lambda_{ST_i}-\angle\lambda_{MT_i}| < |\angle\lambda_{ST_1}-\angle\lambda_{MT_2}|+|\angle\lambda_{ST_2}-\angle\lambda_{MT_1}|\\ \mathrm{diag}(\lambda_{MT_2},\lambda_{MT_1}) & \text{其他}\end{cases} \tag{37}$$

其中，$\angle\lambda_{ST_i}$、$\angle\lambda_{MT_i}$分别为复数 λ_{ST_i}、λ_{MT_i}的相角，$i=1,2$。其他三组矩阵对的特征值配对情形与此类似，不再赘述。特征值正确配对后，即可按照 Whitt 算法求解失真矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和 $\boldsymbol{R}$。

综上，所提出的极化校准方法步骤如下：

步骤1：选用0°二面角反射器、三面角反射器（或与三面角反射器归一化极化散射矩阵相同的定标体）、22.5°二面角反射器为定标体；

步骤2：对实测的 $\boldsymbol{M}_k(k=1,2,3)$进行相位补偿，得到 $\boldsymbol{M}_k''(k=1,2,3)$，使得 $M_1''(1,1)$为负实数，$M_2''(1,1)$为正实数，$M_3''(1,1)$为负实数；

步骤3：基于 $\boldsymbol{M}_k''$和 $\boldsymbol{S}_k(k=1,2,3)$，利用 Whitt 算法求解发射失真矩阵 $\boldsymbol{T}$ 和接收失真矩阵 $\boldsymbol{R}$，其中根据式(37)准则进行特征值配对。

2.3 稳健性分析

根据式(3)~(4)、式(13)~(14)、式(20)~(22)，容易知道：

$$\boldsymbol{S}_T = \begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{38}$$

$$\overline{\boldsymbol{S}}_T = \begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix} \tag{39}$$

$$\boldsymbol{S}_R = \begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{40}$$

$$\overline{\boldsymbol{S}}_R = \begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{bmatrix} \tag{41}$$

从而可知 $\boldsymbol{S}_T$、$\boldsymbol{S}_R$ 的特征值均为 -1、1，两个特征值的相角分别为 π、0；$\overline{\boldsymbol{S}}_T$、$\overline{\boldsymbol{S}}_R$ 的特征值均为 $1+\mathrm{j}$、$1-\mathrm{j}$，两个特征值的相角分别为 $\pi/4$、$-\pi/4$。

每个矩阵的两个特征值的相角明显不同,因此在 $\Delta\varphi_k \approx 0(k=1,2,3)$ 的条件下,$\boldsymbol{M}_T''$和 $\boldsymbol{M}_R''$的特征值的相角应分别接近于 π、0。这意味着式(37)的特征值配对准则不会导致特征值配对错误,具有很好的稳健性。

3　仿真试验结果及分析

为了验证本文提出的校准方法的性能,本部分进行极化校准仿真试验,通过对比本文方法得到的失真矩阵和预设的失真矩阵直接验证所提方法的性能,通过仿真不同条件下目标极化散射矩阵的校准结果间接验证所提方法的性能并分析校准试验条件对校准性能的影响。仿真参数设置如下:系统发射失真矩阵和接收失真矩阵分别为 $\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}1 & I_{\mathrm{p}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/3}\\ I_{\mathrm{p}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/7} & 1\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}1 & I_{\mathrm{p}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/4}\\ I_{\mathrm{p}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/8} & 1\end{bmatrix}$。其中,$I_{\mathrm{p}}$ 为归一化交叉极化电平。蒙特卡洛仿真次数为 500,三个定标体的绝对相位值均为随机变量,服从[0,2π]均匀分布,待校准目标的理论相对散射矩阵为 $\begin{bmatrix}1 & 0.4\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/4}\\ 0.4\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/4} & 0.5\end{bmatrix}$。

为了定量衡量失真矩阵估计值与预设值之间的误差,采用了失真矩阵幅度相对误差 $e_{\mathrm{A}}^{(\boldsymbol{D})}$ 和相位误差两个指标 $e_{\mathrm{P}}^{(\boldsymbol{D})}$。

$$e_{\mathrm{A}}^{(\boldsymbol{D})}(i,j)=20\lg\frac{\big||d_{ij}^{c}|-|d_{ij}^{0}|\big|}{|d_{ij}^{0}|}$$

$$e_{\mathrm{P}}^{(\boldsymbol{D})}(i,j)=|\angle d_{ij}^{c}-\angle d_{ij}^{0}|$$

$$i,j=h\text{ 或 }v$$

其中,$\boldsymbol{D}$ 为 $\boldsymbol{T}$ 或 $\boldsymbol{R}$,d_{ij}^{0}是预设的失真矩阵元素值,是定标得到的失真矩阵元素值。为了定量衡量定标体摆放姿态角度误差、交叉极化电平、信杂比等因素对校准算法性能的影响,采用了最大幅度相对误差 e_{A} 和最大相位误差 e_{P}两个指标。

$$e_{\mathrm{A}}=\max_{i,j=h\text{或}v}\left(20\lg\frac{\big||s_{ij}^{c}|-|s_{ij}^{0}|\big|}{|s_{ij}^{0}|}\right)$$

$$e_{\mathrm{P}}=\max_{i,j=h\text{或}v}\left(|\angle s_{ij}^{c}-\angle s_{ij}^{0}|\right)$$

其中,s_{ij}^{0}是待校准目标的理论相对散射矩阵元素值,s_{ij}^{c}是校准后的相对散射矩阵元素值。当最大幅度相对误差小于 −20 dB、最大相位误差小于 5°时,通常认为校准结果满足校准要求。

交叉极化电平为 −25 dB 时,相应的发射失真矩阵为:

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}1 & 0.028-0.049\mathrm{j}\\ 0.051+0.024\mathrm{j} & 1\end{bmatrix}$$

接收失真矩阵为:

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}1 & 0.040-0.040\mathrm{j}\\ 0.052+0.022\mathrm{j} & 1\end{bmatrix}$$

摆放误差角为 0°、信杂比为 35 dB 时,蒙特卡洛仿真试验中某次校准得到的系统发射失真矩阵和接收失真矩阵的定标结果为:

$$\boldsymbol{T}^{c}=\begin{bmatrix}1 & 0.030+0.047\mathrm{j}\\ 0.067+0.026\mathrm{j} & 1.012-0.015\mathrm{j}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}^{c}=\begin{bmatrix}1 & 0.024-0.030\mathrm{j}\\ 0.050+0.011\mathrm{j} & 0.991+0.004\mathrm{j}\end{bmatrix}$$

此时:

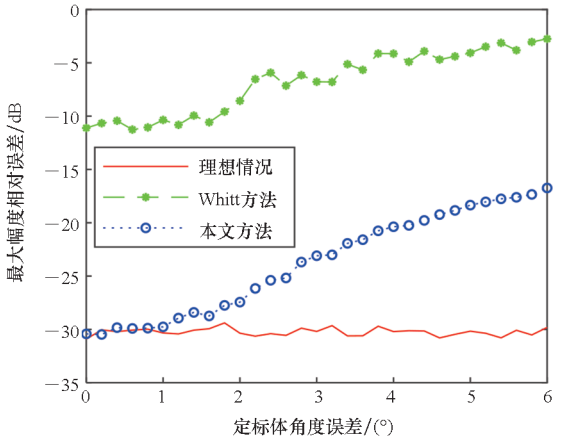
$$e_{\mathrm{A}}^{(\boldsymbol{T})}=\begin{bmatrix}-\infty & -33.5\\ -11.3 & -38.4\end{bmatrix},e_{\mathrm{P}}^{(\boldsymbol{T})}==\begin{bmatrix}0 & 2.2\\ 4.5 & 0.8\end{bmatrix},$$

$$e_{\mathrm{A}}^{(\boldsymbol{R})}=\begin{bmatrix}-\infty & -10.0\\ -20.4 & -41.0\end{bmatrix},e_{\mathrm{P}}^{(\boldsymbol{R})}==\begin{bmatrix}0 & 5.7\\ 9.8 & 0.2\end{bmatrix}。$$

其中,幅度相对误差和相位误差的单位分别为 dB 和(°)。可以看出,本文算法计算出的失真矩阵与预设失真矩阵对应元素间的幅度和相位误差都很小。由于发射和接收失真矩阵的估计误差对极化散射矩阵校准结果为乘性影响,接下来利用上文设置的目标极化散射矩阵通过蒙特卡洛仿真试验验证所提方法的性能。

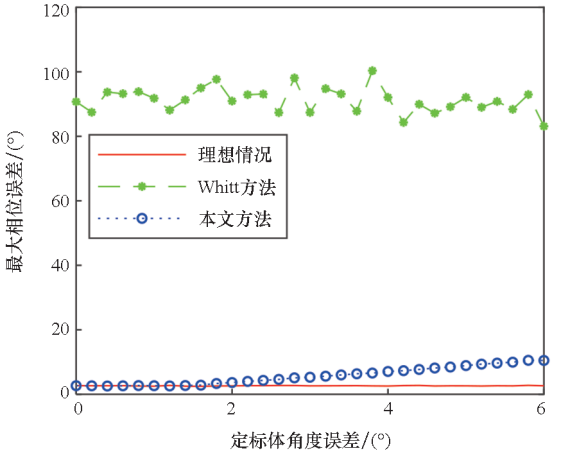
图 1 为交叉极化电平为 −25 dB、信杂比为 35 dB时,校准方法在不同角度误差下的仿真结果。作为对比,图 1 中也给出了理想情况下的仿真结果。这里所说的理想情况是指定标体摆放不存在误差,并且每个定标体极化散射矩阵测量结果中的绝对相位已知,定标体极化散射矩阵测量值仅受杂波和噪声的影响,这种情况下,校准算法总是能够正确地进行特征值配对,从而进行校准。另外,图 1 中也给出了 Whitt 校准算法的校准结果。可以看出,随着定标体摆放误差角的增大,本文方法和 Whitt 算法校准后,最大幅度相对误差和最大相位误差均变大。本文方法在摆放误差角度小于 1°时,其校准性能与理想情况下的校准效果无明显区别。此外需要说明的是,本文方法是与理想的无任何摆放误差时的校准结果对比,当摆放误差角度超过 1°时,校准误差变大的原因在于此时的定标体及相应的散射矩阵真值已经变化,而一般情况下,极化校准方法都需要利用对定标体极化散射矩阵的敏感性实现校准,因此上述结果并非本文校准方法本身的原因所致。实际校准时,往往通过测量定标体的摆放姿态以及飞机的位置、姿态数据对摆放误差角进行补偿,从而得到准确的校准结果。

图 2 为定标体角度误差为 0.5°、信杂比为



（a）最大幅度相对误差

（a）Maximum magnitude relative error

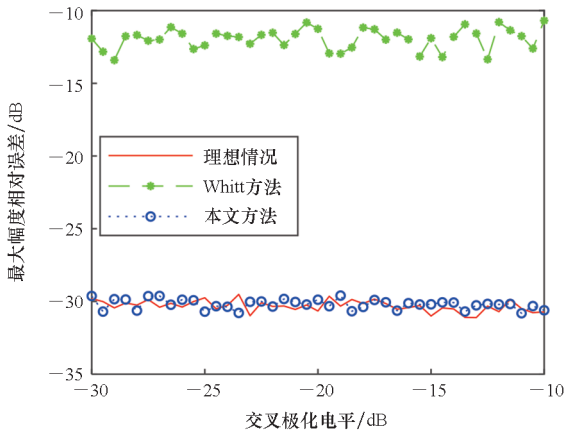


（b）最大相位误差

（b）Maximum phase error

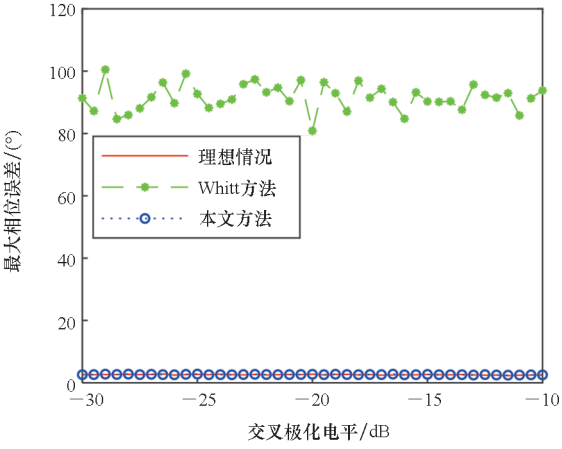
图 1　不同定标体角度误差时的定标误差

Fig. 1　Calibration error for different calibrator attitude error



（a）最大幅度相对误差

（a）Maximum magnitude relative error



（b）最大相位误差

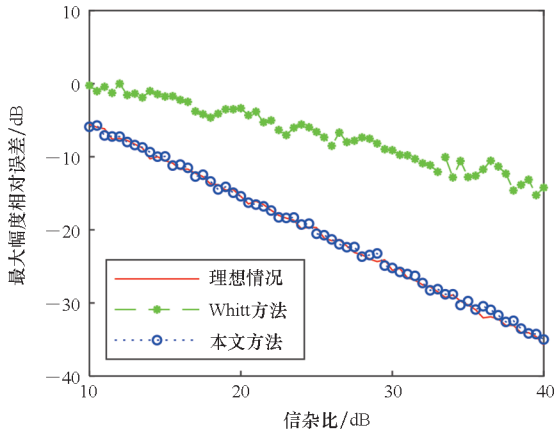
（b）Maximum phase error

图 2　不同交叉极化电平时的定标误差

Fig. 2　Calibration error for different cross polarization level

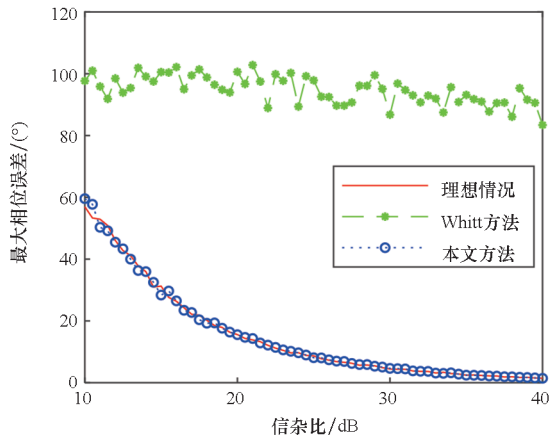
35 dB时，校准方法在不同交叉极化电平条件下的校准结果。可以看出，对于每一种校准方法，交叉极化电平均不会明显影响其性能。另外，无论是最大幅度相对误差还是最大相位误差，本文方法与理想情况下的校准效果均无明显差别，而 Whitt 方法的校准性能则明显比本文方法和理想情况下的校准效果差，其根本原因在于绝对相位未知使得特征值配对问题欠定，并且基于上文所述的常用定标体定标时，两个特征值又比较特殊，从而导致 Whitt 方法所提出的配对准则失效。本文方法基于定标体的理论极化散射矩阵对其极化散射矩阵的测量值进行了预处理，得到了绝对相位接近 0（$\Delta\varphi_k \approx 0$）时的极化散射矩阵测量值，等效于测出并补偿了各个定标体的绝对相位，从而可以利用所提出的相位判别准则对特征值进行配对，避免了 Whitt 方法中绝对相位未知导致的特征值配对错误的情况，使得本文方法能够对发射、接收极化失真进行准确校准。由于实际系统中，极化失真矩阵的交叉极化电平通常小于等于主极化电平（10 dB），因此，经过预处理后，$\Delta\varphi_k \approx 0$ 这一结论显然成立。

图 3 为定标体角度误差为 0.5°、交叉极化电平为 -25 dB 时，不同信杂比条件下校准方法的校准效果。从图 3（a）中可以看出，三种方法的最大幅度相对误差均会随着信杂比的提高而减小，并且，本文校准方法与理想情况下的校准结果无明显区别，明显优于 Whitt 校准方法的校准效果。从图 3（b）中可以看出，本文方法与理想情况下的校准结果相同，但不同信杂比下，Whitt 校准方法校准后的相位误差无明显区别，均远大于理想情况下的校准结果及本文方法的校准结果，这一结果仍然是由特征值会错误配对所致。



（a）最大幅度相对误差

（a）Maximum magnitude relative error



（b）最大相位误差

（b）Maximum phase error

图 3　不同信杂比时的定标误差

Fig. 3　Calibration error for different SCR

综合上述仿真结果及分析可以看出，本文方法在绝对相位未知的情况下，可对系统的发射接收极化失真进行校准，性能与理想情况下的校准结果一致。之所以如此，其根本原因有二：①尽管绝对相位未知，但本文方法通过对定标体极化散射矩阵测量值进行预处理，可以得到绝对相位接近于 0 时的极化散射矩阵测量值，从而将绝对相位未知条件下的特征值配对这一欠定问题转换成绝对相位接近于 0 时的特征值配对问题，在这一基础上，通过简单的相位匹配准则对特征值进行配对，即可对极化失真进行校准；②绝对相位只影响特征值的配对结果，在特征值正确配对的情况下，各个定标体的绝对相位的具体数值对定标结果无任何影响。因此，本文方法进行的预处理尽管没有得到绝对相位为 0 时的极化散射矩阵测量结果，但这一预处理不但给后续的特征值配对带来便利，而且不会对最终的校准结果带来任何不利影响。

4　结论

为解决利用常用定标体组基于 Whitt 算法进行极化校准时，算法中的特征值配对准则失效从而可能导致极化校准结果错误的问题，本文提出了新的定标体组及相应的校准方法，并通过仿真试验分析了校准方法在不同定标体角度误差、不同交叉极化电平、不同信杂比条件下的校准效果，结果表明，本方法具有良好的校准性能。由于本文所提出的新的定标体组与常用的定标体组相同，只有一种定标体存在摆放角度的区别，因此，新的校准方法同样具有广泛的适用性。

参考文献（References）

[1] 贺雨露. SAR 极化测量误差的影响分析和校准[D]. 长沙：国防科技大学，2018.
HE Y L. Influence analysis and calibration of SAR polarimetric measurement errors[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018. (in Chinese)

[2] 黄婧，李永祯，何密，等. 基于非匀速旋转单天线 PARC 的极化校准方法[J]. 雷达科学与技术，2015，13(1)：90－94.
HUANG J, LI Y Z, HE M, et al. A new scheme of polarization calibration using polarimetric active radar calibrator(PARC) with single rotatable antenna[J]. Radar Science and Technology, 2015, 13(1): 90－94. (in Chinese)

[3] SARABANDI K, ULABY F T, TASSOUDJI M A. Calibration of polarimetric radar systems with good polarization isolation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1990, 28(1): 70－75.

[4] 文玲，高沅铭，常宇亮. 基于标校球的瞬态极化雷达校准方法[J]. 雷达科学与技术，2012，10(6)：580－584，589.
WEN L, GAO Y M, CHANG Y L. Calibration method for instantaneous polarimetric radar based on metal sphere[J]. Radar Science and Technology, 2012, 10(6): 580－584, 589. (in Chinese)

[5] 何密，刘勇，李永祯，等. 一种新的点目标无源极化校准方案[J]. 雷达科学与技术，2010，8(3)：273－278.
HE M, LIU Y, LI Y Z, et al. A novel passive polarimetric calibration scheme for point-target[J]. Radar Science and Technology, 2010, 8(3): 273－278. (in Chinese)

[6] 胡继伟，任泓璇，吕爱玲，等. 全极化散射计极化失真误差校正方法[J]. 空间科学学报，2021，41(3)：511－518.
HU J W, REN H X, LYU A L, et al. Efficient correction method for polarimetric distortion error of polarimetric scatterometer[J]. Chinese Journal of Space Science, 2021, 41(3): 511－518. (in Chinese)

[7] VAN ZYL J J. Calibration of polarimetric radar images using only image parameters and trihedral corner reflector responses[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1990, 28(3): 337－348.

[8] SHIMADA M, OAKU H, NAKAI M. SAR calibration using frequency-tunable active radar calibrators[J]. IEEE

Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(1): 564 – 573.

[9] SARABANDI K, ULABY F T. A convenient technique for polarimetric calibration of single-antenna radar systems[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1990, 28(6): 1022 – 1033.

[10] CHEN T J, CHU T H. Calibration and measurement of a wideband six-port polarimetric measurement system[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997, 45(7): 1080 – 1085.

[11] GAU J R J, BURNSIDE W D. New polarimetric calibration technique using a single calibration dihedral [J]. IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation, 1995, 142(1): 19 – 25.

[12] SHI L, LI P X, YANG J, et al. Polarimetric SAR calibration and residual error estimation when corner reflectors are unavailable[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 58(6): 4454 – 4471.

[13] WELSH B M, KENT B M, BUTERBAUGH A L. Full polarimetric calibration for radar cross-section measurements: performance analysis[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(9): 2357 – 2365.

[14] WHITT M W, ULABY F T, POLATIN P, et al. A general polarimetric radar calibration technique [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1991, 39(1): 62 – 67.

[15] CORDEY R A. On the accuracy of crosstalk calibration of polarimetric SAR using natural clutter statistics[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1993, 31(2): 447 – 454.

[16] 席育孝. 多极化合成孔径雷达定标技术研究[D]. 北京: 中国科学院电子学研究所, 2002.
XI Y X. Study on polarimetric SAR calibration techniques[D]. Beijing: Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2002. (in Chinese)

[17] 席育孝, 杨汝良. Whitt 点目标极化定标算法的实验研究[J]. 遥感技术与应用, 2002, 17(4): 220 – 223.
XI Y X, YANG R L. Experiment on Whitt′s polarimetric SAR calibration algorithm using point targets[J]. Remote Sensing Technology and Application, 2002, 17(4): 220 – 223. (in Chinese)

[18] 刘云龙, 梁兴东, 李焱磊, 等. 一种补偿时变姿态的 Whitt 极化定标改进算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(10): 2354 – 2359.
LIU Y L, LIANG X D, LI Y L, et al. Improved time-variant attitude compensating Whitt polarimetric calibration algorithm[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(10): 2354 – 2359. (in Chinese)

[19] 吴迪, 李焱磊, 周良将, 等. 一种基于 Whitt 算法的 SAR 极化定标改进方法[J]. 雷达科学与技术, 2018, 16(2): 125 – 132.
WU D, LI Y L, ZHOU L J, et al. An improved method for SAR polarimetric calibration based on Whitt algorithm[J]. Radar Science and Technology, 2018, 16(2): 125 – 132. (in Chinese)