doi:10.11887/j.cn.202301013 http://journal.nudt.edu.cn

涡轮盘疲劳寿命可靠性设计仿真及优化策略*

张文鑫,吕震宙
(西北工业大学 航空学院,陕西 西安 710072)

摘 要:涡轮盘是航空发动机主要部件之一,一旦发生破坏性故障将导致严重的后果。在充分考虑影响涡轮盘高低周复合疲劳寿命因素不确定性基础上,以MATLAB为平台,设计了涡轮盘高低周复合疲劳寿命可靠性优化设计的联合仿真平台。利用寿命函数和寿命可靠性分析极限状态函数中的共性需求,提出了在优化迭代的过程中自适应构建寿命函数Kriging模型和寿命可靠性极限状态面Kriging模型时共用训练样本点的策略。同时,提出了一种构建寿命函数Kriging模型的学习函数。使用所搭建的疲劳寿命可靠性优化设计平台,完成了某型涡轮盘盘心、榫槽以及涡轮盘系统高低周复合疲劳寿命的可靠性优化设计。结果表明,最优设计方案的局部最大应力显著降低,均值寿命大幅提高,并满足可靠性约束。

关键词:涡轮盘;高低周复合疲劳寿命;可靠性优化设计;代理模型;全局学习函数
中图分类号:V2 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2023)01-117-12

Co-simulation of reliability optimization design for turbine disk's fatigue life with its core optimization strategy

ZHANG Wenxin, LYU Zhenzhou
(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Turbine disk is one of the main components of aero-engine. Once a critical failure occurs, it will lead to serious consequences. On the basis of fully considering the uncertain factors affecting high-low cycle complex fatigue life of turbine disks, co-simulation platform of reliability optimization with high-low cycle compound fatigue life for turbine disk was designed by MATLAB. The uncertain factors affecting high-low cycle complex fatigue life of turbine disks are full considered in the platform. Based on the common requirements of lifetime function and lifetime reliability analysis limit state function, a strategy of sharing training sample points in adaptive construction of lifetime function Kriging model and lifetime reliability limit state surface Kriging model in the process of optimization iteration was proposed. Meanwhile, a learning function for constructing Kriging model of lifetime function was proposed. The high-low cycle complex fatigue life reliability optimization of turbine disk center and mortise were completed using the co-simulation platform. The results show that the local maximum stress of the optimal result is significantly reduced, the average life-cycle is increased, and the reliability constraints are satisfied.

Keywords: turbine disk; high-low cycle complex fatigue life; reliability optimization design; surrogate model; global learning function

涡轮盘是航空发动机主要部件之一,在高温、高速下工作,所承受的载荷复杂,所处的环境严酷,一旦发生破坏性故障将导致严重的后果。在涡轮盘的实际工作环境中,有许多影响涡轮盘疲劳寿命的因素具有随机不确定性[1-2],如模型尺寸参数、材料参数、边界条件等,这些随机不确定性因素导致涡轮盘疲劳寿命也具有随机不确定性。随着航空发动机的发展,涡轮盘工作时的温度和转速提高,如何在保障安全的条件下提高涡轮盘的疲劳寿命就显得尤为重要。因此,有必要开展涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计,这对于保证发动机正常、稳定、安全的运行具有重要意义。

涡轮盘的疲劳寿命可靠性优化设计的难点主要在于涡轮盘有限元分析过程复杂,一次结构有限元静力分析都会耗费较长的时间,而进行疲劳寿命可靠性分析时需要进行大样本量的结构分析,这将导致涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计中约束函数的处理会非常费时,进而导致优化求解的效率低下[3-5]。

基于代理模型法的优化算法是一类高效求解可靠性优化设计的算法。由于自适应构建可靠性优化设计中隐式目标和约束函数的代理模型所需

* **收稿日期**:2021-02-22
基金项目:国家自然科学基金资助项目(51775439)
作者简介:张文鑫(1992—),男,山东青岛人,博士研究生,E-mail:qnq_zh@hotmail.com;
吕震宙(通信作者),女,湖北黄石人,教授,博士,博士生导师,E-mail:zhenzhoulu@nwpu.edu.cn

的训练样本点集规模远小于备选样本点集规模，因此基于代理模型法的优化算法是一种求解疲劳寿命可靠性优化的高效方法[6-9]。许多文献[10-14]都使用了基于代理模型法的优化算法求解涡轮盘疲劳寿命可靠性优化问题。文献[10]基于响应面法近似模型和模拟退火法寻优技术，以涡轮盘的强度和疲劳寿命可靠性为约束，以质量最小为目标函数，对涡轮盘进行了优化，减轻了其质量。文献[11]在涡轮盘疲劳寿命可靠性优化模型中，将双辐板轮盘盘心、榫槽寿命可靠性优化的过程简化为基于应力约束的寻优过程，然后通过构造代理模型使用确定性优化算法进行可靠性优化模型求解。文献[12]基于响应面法近似模型，以结构强度和疲劳可靠性作为约束，以质量最小为目标函数，采用随机优化方法对轮盘进行优化设计。文献[13]利用 Kriging 模型以及多岛遗传算法对涡轮叶片进行多学科优化设计。文献[14]利用响应面模型以及多目标遗传算法对发动机的多工况性能进行可靠性优化设计。

使用基于代理模型法的优化算法求解可靠性优化问题的核心是代理模型构建的精确性，这关系到了可靠性优化模型求解的精度。在构建功能函数代理模型来估计失效概率时，训练点的分布对失效概率估计值的精度有着重要的影响。文献[10-14]均在整个输入变量空间中选取训练点，依据这些训练点生成代理模型。但是这样构建的代理模型一般较难满足失效概率估计的精度要求，原因在于这些方法生成的训练样本点均布于整个输入变量空间中，而失效域边界附近的训练样本点数量不多，因此可能导致失效概率估计不准确。为解决该问题，自适应选取训练点的策略被提出[15]。该策略采用学习函数有“目的”地从备选样本池中选择新的训练点，添加到代理模型的训练点集中，使训练点更多地集中在失效概率估计感兴趣的失效域附近，从而更准确地估计失效概率。这类自适应构造代理模型与数字模拟结合来估计失效概率的方法，称为数字模拟结合代理模型的方法[15-19]。

本文将针对涡轮盘的疲劳寿命可靠性优化设计这一工程问题，设计了涡轮盘高低周复合疲劳寿命可靠性优化设计的联合仿真平台，仿真平台使用基于代理模型法的优化算法求解可靠性优化问题。本文所提出的优化算法包括两点技术创新：其一是利用寿命函数和寿命可靠性分析极限状态函数中的共性需求，提出了在优化迭代的过程中自适应构建寿命函数 Kriging 模型和寿命可靠性极限状态面 Kriging 模型时共用训练样本点的策略；其二是提出了一种构建寿命函数 Kriging 模型的 SVDM 学习函数。

1 涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计仿真框架

涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计过程涉及多个软件，包括使用 Solidworks 构建涡轮盘参数化模型，使用 ANSYS 进行涡轮盘有限元分析，以及使用 MATLAB 运行可靠性优化算法。本文使用 MATLAB 建立控制平台，整个涡轮盘疲劳优化设计仿真由仿真输入、有限元分析、疲劳寿命计算、疲劳寿命可靠性优化设计以及优化结果组成，仿真平台各部分的关系如图 1 所示。

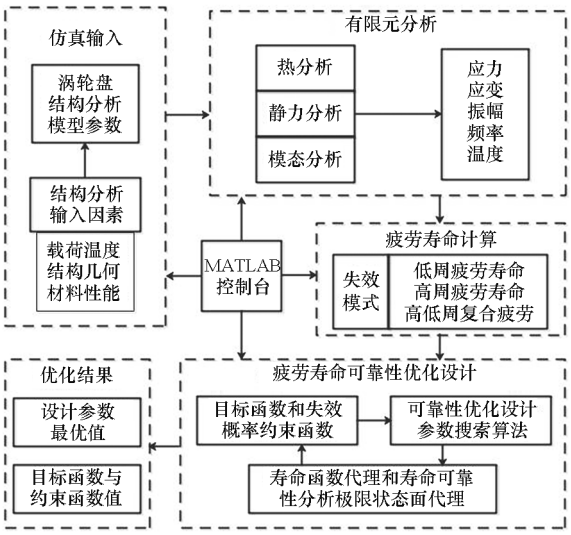


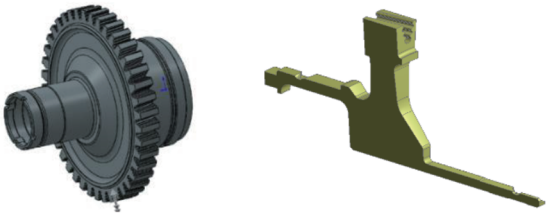
图 1 涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计联合仿真平台

Fig. 1 Co-simulation platform of reliability optimization design for turbine disk′s fatigue life

仿真输入部分主要功能为由 MATLAB 控制平台输入结构分析的各类参数，然后由 MATLAB 控制参数建模并控制 ANSYS 软件执行结构的热固耦合分析、模态分析和热分析等，得到与输入参数对应的考核位置的应力、应变、振幅、频率及温度等结构分析结果。疲劳寿命计算部分负责完成 MATLAB 控制下由输入的结构有限元分析结果进行的各种失效模式下疲劳寿命的计算。疲劳寿命可靠性优化设计部分则主要负责完成优化设计参数的搜索。优化结果部分则输出优化的结果，包括收敛的优化设计方案、寿命均值和失效概率。整个仿真过程中的有限元分析部分为在 MATLAB 中使用外部文件方法调用 ANSYS 程序，其余四个部分均在 MATLAB 内部完成。整个分析过程不需要进入软件界面操作，实现修改参数的自动化。

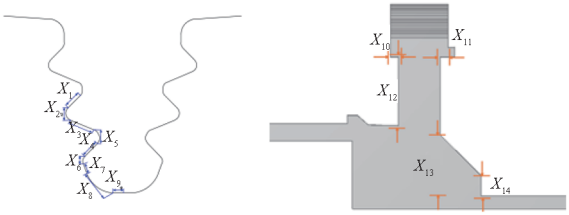
2　涡轮盘有限元模型、基本随机变量及其结构模型的参数化

本文研究的某型涡轮盘模型如图 2(a)所示,取整体涡轮盘的 1/41,即 8.78°的扇形对称体来进行有限元分析,如图 2(b)所示。本文选取榫槽剖面处 9 个尺寸$\{X_1,X_2,\cdots,X_9\}$以及涡轮盘截面处 5 个尺寸$\{X_{10},X_{11},\cdots,X_{14}\}$进行参数化,分别如图 3(a)、图 3(b)所示。



(a) 整体模型　(b) 化简模型
(a) Whole model　(b) Simplified model

图 2　涡轮盘 CAD 模型
Fig. 2　CAD model of turbine disk



(a) 榫槽剖面参数　(b) 涡轮盘剖面参数
(a) Parameters of mortise　(b) Parameters of turbine disk

图 3　涡轮盘含设计参数的随机变量
Fig. 3　Random variables of turbine disk including design parameters

涡轮盘疲劳寿命可靠性分析选取 7 个环境随机变量 $Z=\{\omega,\rho,\alpha_E,\alpha_\mu,T_0,\alpha_\lambda,u\}$,$Z$ 的物理含义、分布形式和参数如表 1 所示,其中寿命模型分散性辅助变量 u 将在第 4 节介绍。涡轮盘的材料为 FGH96,材料密度、线膨胀系数、导热率、弹性模量、泊松比参见文献[20-21]。

3　涡轮盘的有限元分析

3.1　热分析

涡轮盘处于高温工况下,温度对于涡轮盘的应力应变有较大影响。盘心处温度较低,设其温度为 450 ℃。涡轮盘榫槽与叶片榫头之间有热接触,接触部位的温度为 T。涡轮盘热分析获得的温度场计算结果如图 4 所示。涡轮盘热分析结果将作为边界条件加入热固耦合分析中。

表 1　环境随机变量的分布类型与分布参数
Tab. 1　Distributions and parameters of environmental variables

环境随机变量	符号	分布	均值	标准差
角速度/(rad/s)	ω	正态分布	2 661	133.5
密度/(kg/m^3)	ρ	正态分布	8.34×10^3	8.34×10
弹性模量系数比例	α_E	正态分布	1	0.01
泊松比系数比例	α_μ	正态分布	1	0.01
榫槽温度/℃	T_0	正态分布	750	37.5
线膨胀系数比例	α_λ	正态分布	1	0.01
寿命模型分散性辅助变量	u	正态分布	0	1

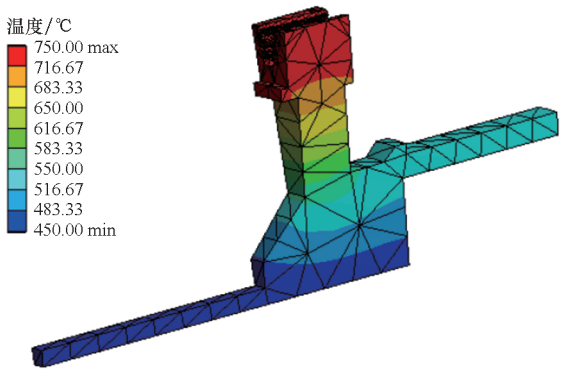


图 4　涡轮盘热分析
Fig. 4　Thermal analysis of turbine disk

3.2　热固耦合分析

涡轮盘所受载荷除上一小节的温度载荷以外,还受到离心力、气动载荷、协调载荷等的作用,本文主要考虑对涡轮盘应力应变影响最大的离心力。使用 ANSYS 进行热固耦合分析获得榫槽处应力如图 5 所示,盘心处应力如图 6 所示。分析涡轮盘的应力分布,发现涡轮盘的危险点有两个,分别位于涡轮盘盘心中部以及榫槽底部,因此后续的疲劳寿命可靠性分析以及可靠性优化设计中均选取涡轮盘盘心以及涡轮盘榫槽两个疲劳寿命考察部位。

3.3　模态分析

本文取叶片和涡轮盘组成的叶盘系统进行模态分析。叶盘系统所受的激振力为尾流激振力。尾流激振力的频率[22]为 $k\cdot N_c\cdot\omega/6$,其中 N_c 为构造系数,本文以静子叶片数作为构造系数,取 $N_c=35$,ω 为叶盘转速,k 为谐波阶次。激振力频

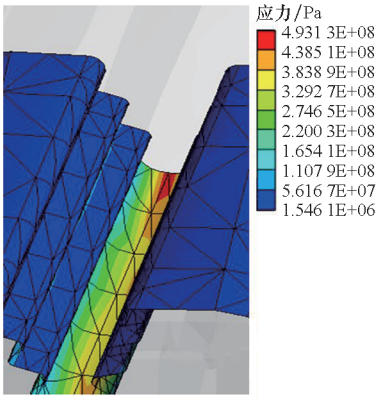


图 5 涡轮盘榫槽处应力分布

Fig. 5 Static analysis of turbine disk mortise

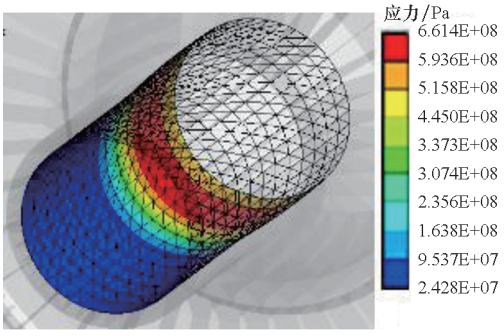


图 6 涡轮盘盘心处应力分布

Fig. 6 Static analysis of turbine disk center

率与转速关系可以统一写为 $F_e = K \cdot \omega/60$,其中 $K = N_c, 2N_c, \cdots$。

本文取第一阶激振力为叶片所受离心力的 15%[23-24],在叶尖部位施加横向激励。激振力作用下各随机变量取均值时榫槽危险点处的涡轮盘频率为 10 729 Hz,响应为 1.81×10^5 Pa,计算获得的涡轮盘频率及响应将用于后续涡轮盘高周疲劳寿命分析。

4 涡轮盘疲劳寿命计算

本文使用如下所示 Morrow 修正的 Manson-Coffin 模型[25]计算特定工况下涡轮盘疲劳寿命。

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E}(2N_f)^b + \varepsilon_f'(2N_f)^c \tag{1}$$

式中,ε_a 为应变幅值,b 为疲劳强度指数,c 为疲劳延性指数,σ_f'为疲劳强度系数,ε_f'为疲劳延性系数,σ_m 为应力均值,N_f 为疲劳寿命。其中 ε_f'、b、c、σ_f'/E 四个参数由低周疲劳实验数据进行异方差回归分析[26-27]获得,如表 2 所示,标准正态分布 u 用以衡量材料疲劳寿命分散性的变量,通过引入 u 可以将低周疲劳寿命模型转换为低周概率疲劳寿命模型。

表 2 FGH96 材料疲劳寿命模型参数

Tab. 2 Parameters of fatigue life model (FGH96)

参数	450 ℃	750 ℃
ε_f'	$10^{\frac{0.605-0.020u}{0.881+0.014u}}$	$10^{\frac{1.037-0.443u}{0.881+0.022u}}$
b	$-\frac{1}{6.771+0.848u}$	$-\frac{1}{6.771+1.340u}$
c	$-\frac{1}{0.881+0.014u}$	$-\frac{1}{0.881+0.022u}$
σ_f'/E	$10^{-\frac{13.915-1.785u}{6.771+0.848u}}$	$10^{-\frac{14.543-2.376u}{6.771+1.340u}}$

注:u 为表达寿命分散性的标准正态变量。

对于多级循环下的寿命估计,本文采用了线性损伤累积法则[25,28-29]

$$D = \sum_{i=1}^{k} D_i = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N_i} \tag{2}$$

式中,D_i 为第 i 级循环应力导致的损伤,n_i 为第 i 级应力水平循环次数,N_i 为每种应力水平下对应的由式(2)求得的疲劳寿命。

对于高低周复合疲劳寿命分析,本文使用 Corten 和 Dolan[30] 提出的考虑载荷间相互作用的疲劳损伤指数累积模型:

$$N_{f,g} = \frac{N_{f,m}}{\sum_{i=1}^{l} \alpha_i (\sigma_i/\sigma_m)^r} \tag{3}$$

式中,l 为交变载荷总级数,$N_{f,g}$为多级交变载荷作用下的疲劳总寿命,$N_{f,m}$为多级应力中最大应力作用下的疲劳寿命,α_i 为各级应力 σ_i 作用下的循环数与总循环数的比值,σ_m 为多级交变载荷中的最大应力幅值,γ 为材料常数,通常由实验来确定,当缺乏实验数据时,可依据经验公式取近似值。对于 FGH96 材料,本文取 $\gamma = 8.081$[31]。

5 涡轮盘的疲劳寿命可靠性优化设计

5.1 涡轮盘疲劳寿命可靠性优化模型

以均值寿命最大为目标函数,以寿命可靠性为约束条件,建立了涡轮盘榫槽疲劳寿命可靠性优化模型,模型如下

$$\begin{aligned} &\text{find} \quad \boldsymbol{d} = \{\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, \mu_{x_{14}}\} \\ &\boldsymbol{d}^* = \arg \max_{d \in [d_l, d_u]} E[N_f(\boldsymbol{X})] \\ &\text{s.t.} \quad P[N_f(\boldsymbol{X}) - N_f^* \leqslant 0] < 0.01 \\ &\qquad m_b(\boldsymbol{d}) < 110 \end{aligned} \tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{d}$ 为设计变量,代表尺寸随机变量的均值,$\boldsymbol{d}^*$ 为优化问题获得的最优解。目标函数为疲劳寿命 $N_f(\boldsymbol{X})$ 的均值 $E[N_f(\boldsymbol{X})]$,$\boldsymbol{X}$ 为影响疲劳寿命的随机输入变量,包含了涡轮盘的实际尺寸

$\{X_1, X_2, \cdots, X_{14}\}$ 以及环境变量 Z,约束条件为疲劳寿命 $N_f(\boldsymbol{X})$ 小于等于寿命约束 $N_f^*(\boldsymbol{X})$ 的概率小于 0.01,其中 $N_f^*(\boldsymbol{X})$ 依据涡轮盘的设计要求取值 1 000。目标函数与约束条件所涉及的功能函数均为寿命函数 $N_f(\boldsymbol{X})$ 的统计量,在设计变量 $\boldsymbol{d}$ 确定的情况下,$N_f(\boldsymbol{X})$ 只受随机变量与环境随机变量的影响。$\boldsymbol{d}_l$ 与 $\boldsymbol{d}_u$ 代表了设计变量 $\boldsymbol{d}$ 的下界与上界矢量。m_b 为涡轮盘简化模型的质量。

5.2　涡轮盘疲劳寿命可靠性优化模型求解策略

在涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计模型中,寿命函数 $N_f(\boldsymbol{X})$ 为含随机变量 $\boldsymbol{X}$ 的隐函数,且寿命函数与进行寿命可靠性分析的功能函数 $g(\boldsymbol{X})$ 有如下关系:

$$g(\boldsymbol{X}) = N_f(\boldsymbol{X}) - N_f^* \tag{5}$$

显然,如果直接采用由有限元分析及寿命分析确定的隐式函数 $N_f(\boldsymbol{X})$ 和 $g(\boldsymbol{X})$ 进行疲劳寿命可靠性优化设计模型的求解将造成极大的计算量,为此本文基于已有的基于代理模型法的优化求解策略[9,32-33],建立了涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计模型求解的类序列解耦法。本文所建立的类序列解耦法包括了如下所示两个基本步骤:

第一步是在设计参数和输入变量的扩展空间中自适应构造计算失效概率功能函数 $g(\boldsymbol{X})$ 的 Kriging 代理模型 $g_K(\boldsymbol{X})$,该部分的自适应构建过程中利用的是 U 学习准则。在第一步训练获得收敛后的 $g_K(\boldsymbol{X})$ 后,将利用 $g_K(\boldsymbol{X})$ 由下式来构造寿命函数 $N_f(\boldsymbol{X})$ 的初始 Kriging 代理模型,则

$$N_{f,K}(\boldsymbol{X}) = g_K(\boldsymbol{X}) - N_f^* \tag{6}$$

这种利用 $g_K(\boldsymbol{X})$ 来构造初始 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 的策略可以充分利用已有的训练点来同时得到 $g_K(\boldsymbol{X})$ 和 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$。在得到初始 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 之后,需要继续对 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 进行自适应训练,以便得到收敛的 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 用以计算可靠性优化模型中寿命的均值函数 $E[N_f(\boldsymbol{X})]$。本文在下一小节中提出一种 SVDM 学习函数来自适应训练 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$,该学习函数可以保证由收敛的 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 估计 $E[N_f(\boldsymbol{X})]$ 的方差满足预先设定的精度要求值。

第二步则是在第一步构造的 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 和 $g_K(\boldsymbol{X})$ 基础上,完成当前设计参数下代理模型的更新以及基于更新后的代理模型进行可靠性优化设计模型的求解。由于 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 和 $g_K(\boldsymbol{X})$ 将可靠性优化模型中的目标函数和约束函数均显式化,因此可以用序列二次规划法[34](sequential quadratic programming, SQP)等优化方法轻松搜索得到设计参数的优化解。

5.3　构建代理模型 $g_K(\boldsymbol{X})$ 和 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 的学习函数

5.3.1　构建 $g_K(\boldsymbol{X})$ 的 U 学习函数

本文构建寿命可靠性分析功能函数 $g(\boldsymbol{X}) = N_f(\boldsymbol{X}) - N_f^*$ 的代理模型 $g_K(\boldsymbol{X})$ 的目的是为了以收敛的 $g_K(\boldsymbol{X})$ 代替 $g(X)$ 进行失效概率的计算,已有文献[15-17,35-37]中已发展了自适应 Kriging 代理模型结合 Monte Carlo 模拟(adaptive Kriging-Monte Carlo methods, AK-MCS)的方法来高效构建 $g_K(\boldsymbol{X})$ 并进行失效概率的计算。AK-MCS 方法的基本思想是在 MCS 产生的计算失效概率的样本池 S 中自适应训练$g(\boldsymbol{X})$ 的 Kriging 代理模型 $g_K(\boldsymbol{X})$,以收敛的$g_K(\boldsymbol{X})$代替 $g(\boldsymbol{X})$识别 S 中样本点状态并进行失效概率计算,由于得到收敛的 $g_K(\boldsymbol{X})$ 的训练集规模远小于 S 的规模,因此 AK-MCS 方法具有较高的效率。

由 Kriging 模型的基本理论[38]可知,$x_i \in S$ 处的 Kriging 模型预测值 $g_K(x_i)$ 服从正态分布,即 $g_K(x_i) \sim N(\mu_{g_K}(x_i), \sigma^2_{g_K}(x_i))$,其中 $\mu_{g_K}(x_i)$,$\sigma_{g_K}(x_i)$ 分别代表 Kriging 模型的预测均值和标准差。在 AK-MCS 方法执行过程中,新训练点 x_{new} 是由如式(7)所示的 U 学习函数[15],按式(8)进行自适应选择的,式(9)为停止准则。

$$U(x_i) = \frac{\mu_{g_K}(x_i)}{\sigma_{g_K}(x_i)} \tag{7}$$

$$x_{new} = \arg \min_{x_i \in S} U(x_i) \tag{8}$$

$$\min U(x_i) > 2 \tag{9}$$

由 U 学习函数的基本性质可知[15],当式(9)成立时,表明当前 $g_K(\boldsymbol{X})$ 可以大于 $\Phi(2) = 0.977$(其中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数)的概率正确识别 S 中样本点状态。本文在构建 $g_K(\boldsymbol{X})$ 时采用的正是这种 U 学习函数。

5.3.2　构建 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 的 SVDM 学习函数

在本文所构建的疲劳寿命可靠性优化设计模型中,构建寿命函数 $N_f(\boldsymbol{X})$ 的 Kriging 代理模型 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 的目的是为了由收敛的 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 代替 $N_f(\boldsymbol{X})$ 求解优化模型中的寿命均值,即 $E[N_f(\boldsymbol{X})] \approx E[N_{f,K}(\boldsymbol{X})]$。设 MCS 样本池 S 尺寸为 N,即 $\boldsymbol{S} = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$,则由 $N_{f,K}(\boldsymbol{X})$ 估计得到的寿命均值为:

$$\hat{E} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} N_{f,K}(x_i) \tag{10}$$

由于 Kriging 模型预测值 $N_{f,K}(x_i)$ 服从正态分布,即 $N_{f,K}(x_i) \sim N(\mu_{f,k}(x_i), \sigma^2_{f,k}(\boldsymbol{x}_i))$,依据正态分布的性质,可以推得 $\hat{E}$ 也服从正态分布,均值如式(11)所示,方差如式(12)所示。

$$E[N_{\mathrm{f,K}}(x_i)] = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_{N_{\mathrm{f,K}}}(x_i)}{N} \tag{11}$$

$$D[N_{\mathrm{f,K}}(x_i)] = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sigma^2_{N_{\mathrm{f,K}}}(x_i)}{N^2} + \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N,i\neq j} Cov(N_{\mathrm{f,K}}(x_i), N_{\mathrm{f,K}}(x_j))}{N^2} \tag{12}$$

其中，$Cov(\cdot,\cdot)$ 为协方差算子。

由正态分布性质可知，$\hat{E}$ 的方差越大，由 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 估计的寿命均值越不准确，为了提高 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 估计 $\hat{E}$ 的估计精度，应选出使得对 $\hat{E}$ 方差贡献最大的样本点加入 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 的训练点集中，以最大限度降低 $\hat{E}$ 方差。因此本文提出了式(13)所示的最大方差缩减学习函数(steepest variance diminished learning function)，即 SVDM 学习函数，该学习函数依据式(14)在备选样本点集 S 中选择新的训练点 x_{new}。

$$SVDM(x_i) = \sigma^2_{N_{\mathrm{f,K}}}(x_i) + \sum_{j=1}^{N,j\neq i} Cov(N_{\mathrm{f,K}}(x_i), N_{\mathrm{f,K}}(x_j)) \tag{13}$$

$$x_{\mathrm{new}} = \arg\max_{x_i\in S} SVDM(x_i) \tag{14}$$

SVDM 学习函数停止准则如式(15)所示，其含义为 $\hat{E}$ 变异系数小于给定阈值后自适应训练 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 的过程停止。

$$\frac{\sqrt{D[N_{\mathrm{f,K}}(x_i)]}}{E[N_{\mathrm{f,K}}(x_i)]} < 10^{-3} \tag{15}$$

本文所提出的 SVDM 学习函数在自适应训练寿命函数 $N_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{X})$ 的代理模型 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 时，可以最大限度地降低由 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 估计寿命均值的方差，为验证本文所提的 SVDM 学习函数相对于已有的均方误差(mean squared error, MSE)学习函数[39-41]以及最小最大距离(minimax and maximin distance, MMD)学习函数[42]的优越性，下一小节将给出一个简单算例。

5.4 本文所提 SVDM 学习函数数值算例验证

一个拥有四个失效域边界串联问题的极限状态方程如式(16)所示[15]，x_1、x_2 均服从标准正态分布且相互独立。

$$g(x_1,x_2) = \min\begin{cases} 3+0.1(x_1-x_2)^2-(x_1+x_2)/\sqrt{2} \\ 3+0.1(x_1-x_2)^2+(x_1+x_2)/\sqrt{2} \\ (x_1-x_2)+6/\sqrt{2} \\ -(x_1-x_2)+6/\sqrt{2} \end{cases} \tag{16}$$

分别使用 SVDM、MMD、MSE 三种学习函数训练 $g(x_1,x_2)$ 的 Kriging 代理模型 $g_{\mathrm{K}}(x_1,x_2)$ 以便由收敛的 $g_{\mathrm{K}}(x_1,x_2)$ 计算 $g(x_1,x_2)$ 的均值 $E[g]$，三种方法的备选样本池均相同，初始训练点集相同且数量为 20 个，停止准则均为式(15)，获得的结果如表 3 所示。

通过表 3 的对比可以看出，相比于 MMD 和 MSE 学习函数，在相同初始训练点集下，SVDM 学习函数需要的训练点数最少，同时也能获得相对误差最小的均值估计值，这是因为 SVDM 学习函数总是选择能使 $E[g]$ 估计值方差减小最多的备选样本点加入训练点集中。

表 3 三种学习函数求解悬臂梁优化算例结果比较

Tab. 3 Comparison of three learning functions for cantilever beam example

学习函数	$E[g]$ 估计值相对误差/%	训练点数
SVDM	0.55	146
MMD	0.70	168
MSE	0.97	196

5.5 涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计求解的类序列解耦法流程及步骤

按照 5.2 小节设计的涡轮盘疲劳可靠性优化设计策略，以及 5.3 小节给出的构建寿命可靠性分析功能函数和寿命函数代理模型的学习函数，本小节将建立涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计求解的类序列解耦法的流程与步骤，所建立方法的流程如图 7 所示，主要步骤如下。

步骤 1：构建包含涡轮盘实际尺寸 $\{X_1, X_2, \cdots, X_{14}\}$ 以及环境变量 Z 的扩展空间，在该扩展空间中使用 Sobol 序列抽取所有输入随机变量的备选样本池 S 以及初始训练点集 T。其中，备选样本池 S 的长度 N_S 需要保证失效概率估计值的变异系数小于 5%，即

$$Cov(\hat{P}_{\mathrm{f}}) = \sqrt{\frac{\hat{P}_{\mathrm{f}}-1}{\hat{P}_{\mathrm{f}}-N_S}} < 5\% \tag{17}$$

式中，$\hat{P}_{\mathrm{f}}$ 为失效概率估计值，$Cov(\hat{P}_{\mathrm{f}})$ 为失效概率估计值的变异系数。$\hat{P}_{\mathrm{f}}$ 的取值可以依据优化模型中失效概率约束大小取一个预估的值，如 1×10^{-4}。

步骤 2：使用 U 学习函数在 S 中自适应构建涡轮盘疲劳寿命可靠性分析功能函数代理模型 $g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})$ 至收敛。

步骤 3：使用训练点集 T 构建初始 $g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})$。

步骤 4:依据 U 学习函数停止准则,即式(9)判别 $g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})$ 的自适应学习过程的收敛性。当满足 U 学习函数停止准则时,得到收敛的代理模型 $g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})$ 并转入步骤 6,否则执行步骤 5。

步骤 5:在 S 中依据 U 学习函数选取训练样本点加入训练点集 T 中,返回步骤 3。

步骤 6:使用 SVDM 学习函数在 S 中自适应更新代理模型 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 至收敛;

步骤 7:取初始的寿命函数代理模型为 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})=g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})+N_{\mathrm{f}}^{*}$。

步骤 8:依据 SVDM 学习函数停止准则,即式(15)判别 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 的自适应学习过程的收敛性。当满足 SVDM 学习函数停止准则时,得到收敛的代理模型 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 并转入步骤 10,否则执行步骤 9。

步骤 9:在 S 中依据 SVDM 学习函数选取训练样本点加入训练点集 T 中。

步骤 10:使用训练点集 T 构建代理模型 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$,返回步骤 8。

步骤 11:令优化迭代指针 $i=0$ 并选取优化过程的初始设计参数 $\boldsymbol{d}^{(0)}$。

步骤 12:依照当前设计参数 $\boldsymbol{d}^{(0)}$ 得到输入变量的概率密度函数 $f_X(x\mid\boldsymbol{d}^{(i)})$ 产生备选样本池 S_i。

步骤 13:取 $g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})=N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})-N_{\mathrm{f}}^{*}$,并使用 U 学习函数在当前设计参数产生的备选样本池 S_i 中自适应更新代理模型 $g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})$ 至收敛。

步骤 14:取 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})=g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})+N_{\mathrm{f}}^{*}$,并使用 SVDM 学习函数在 S_i 中自适应更新代理模型 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 至收敛。

步骤 15:使用 $N_{\mathrm{f,K}}(\boldsymbol{X})$ 计算当前设计参数 $\boldsymbol{d}^{(i)}$ 下寿命均值 $u_{N_{\mathrm{f}}}(\boldsymbol{d}^{(i)})$ 及其导数,并使用 $g_{\mathrm{K}}(\boldsymbol{X})$ 计算当前设计参数 $\boldsymbol{d}^{(i)}$ 下失效概率 $\hat{P}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{d}^{(i)})$ 及其导数。

步骤 16:利用步骤 15 的结果和 SQP 算法搜索得到下一步的设计点 $\boldsymbol{d}^{(i+1)}$。

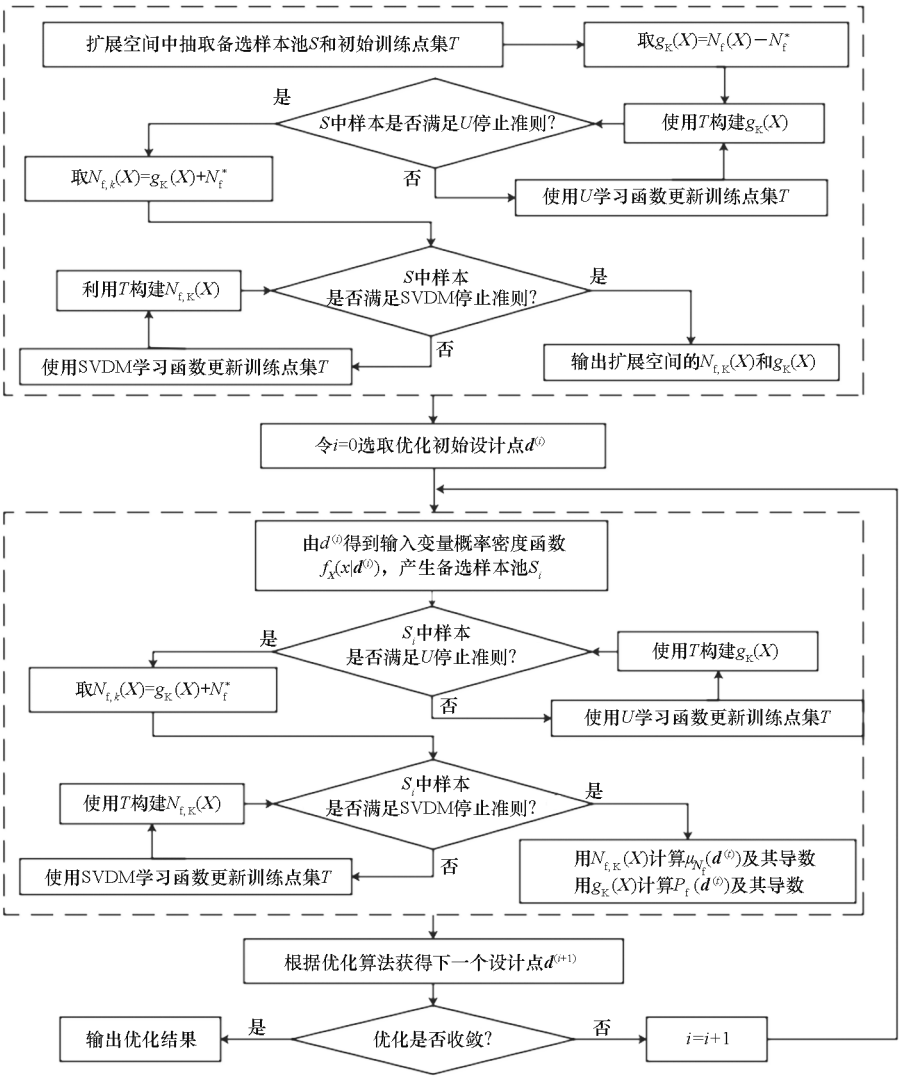


图 7　可靠性优化模型求解流程

Fig. 7　Solution process of reliability optimization model

步骤 17:判断 SQP 算法是否收敛,若未收敛则令 $i = i + 1$,返回步骤 12。否则输出优化结果 $\boldsymbol{d}^{(i+1)}$,结束优化设计过程。

6 仿真结果

6.1 盘心疲劳寿命可靠性优化

由涡轮盘的热固耦合分析结果可知,涡轮盘盘心的最大应力主要受到离心力影响,而离心力主要与转动速度以及转动惯量有关,因此,涡轮盘盘心优化的主要思路是通过改变涡轮盘形状,降低转动惯量,从而降低盘心最大应力或应变,增加盘心的疲劳寿命可靠性。

涡轮盘盘心疲劳寿命可靠性优化设计选取设计变量 $\boldsymbol{d} = [u_{X_{10}}, \cdots, u_{X_{14}}]$,设计变量的设计域如表4所示,选取正态分布的随机变量 $\boldsymbol{X} = [X_{10}, \cdots, X_{14}]$,其均值为 d,标准差为0.1 mm。求解该可靠性优化模型,获得的最优方案与涡轮盘的初始方案比较如表 4 和表 5 所示。

表 4 涡轮盘盘心优化设计变量

Tab. 4 Optimization design parameters of turbine disk center

单位:mm

设计变量	初始值	最小取值	最大取值	最优模型取值
$u_{X_{10}}$	2.50	2.5	4.50	4.50
$u_{X_{11}}$	2.50	2.5	4.50	4.50
$u_{X_{12}}$	21.15	21.0	35.00	21.94
$u_{X_{13}}$	12.73	12.0	22.00	18.96
$u_{X_{14}}$	6.25	1.0	6.25	4.46

表 5 涡轮盘优化前后疲劳寿命可靠性对比

Tab. 5 Comparison of fatigue life reliability of turbine disk before and after optimization

约束条件	均值寿命/次循环	可靠性/%
优化前	19 527	99.262
优化后	37 378	99.957

表6中给出的转动惯量(或质量)测量对象为对称化简后的涡轮盘模型,局部最大应力指的是环境变量取均值且不考虑模型尺寸误差的情况下,有限元分析获得的局部最大应力。由表 5 和表 6 的结果可知,优化后的模型相比于优化前的模型,转动惯量更小,从而导致离心力减小,局部最大应力减小,疲劳寿命增加。本文在涡轮盘盘心疲劳可靠性优化中,所得优化方案平均降低了约5%的涡轮盘转动惯量与离心力,平均降低了约13%的盘心最大应力,从而使得盘心结构的疲劳寿命均值由 19 527 次循环提高到 37 378 次循环,增幅达到91.4%,疲劳寿命可靠度则由优化前的99.262%提高到了优化后的99.957%。

表 6 优化前后模型对比

Tab. 6 Comparison of fatigue life reliability of turbine disk model before and after optimization

模型参数	优化前	优化后
转动惯量/(kg·mm^2)	45.491	43.258
质量/g	105.310	101.430
局部最大应力/MPa	667.000	578.000

6.2 榫槽疲劳寿命可靠性优化设计结果

榫槽存在应力集中现象,榫槽处的最大应力与榫槽的应力集中系数有关。因此,涡轮盘榫槽优化的主要思路是改进榫槽的构型,减小榫槽的应力集中系数,从而降低局部应力应变,增加榫槽的疲劳寿命可靠性。

榫槽的最大应力点位于榫槽开口结构的底部,因此本文在榫槽疲劳寿命可靠性优化设计中选择榫槽底部的三个参数$\{X_7, X_8, X_9\}$为正态分布的随机变量,取它们的均值$\{u_{X_7}, u_{X_8}, u_{X_9}\}$作为设计变量,并假设标准差为0.1 mm。其余的榫槽剖面参数$\{X_1, \cdots, X_6\}$作为环境随机变量,标准差为0.1 mm。设计变量的取值范围如表 7 所示。

表 7 涡轮盘榫槽优化设计变量

Tab. 7 Optimization design parameters of turbine disk mortise

单位:mm

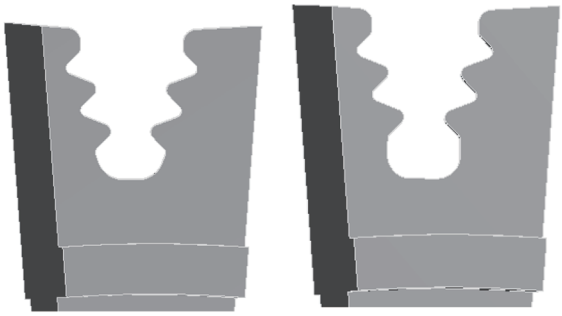
设计变量	初始值	最小取值	最大取值	最优模型取值
u_{X_7}	0.507	0.4	1.0	0.873
u_{X_8}	1.724	1.5	2.5	1.912
u_{X_9}	0.460	0.3	1.0	0.744

求解上述模型,获得的最优方案与涡轮盘的初始方案比较如表 7 和表 8 所示,优化前后结构分别如图 8(a) 和图 8(b)所示,应力分布如图 9(a)和图 9(b)所示。

表 8　涡轮盘榫槽优化前后疲劳寿命可靠性对比

Tab. 8　Comparison of fatigue life reliability of turbine disk mortise before and after optimization

约束条件	均值寿命/次循环	可靠性/%
优化前	42 824	99.413
优化后	73 047	99.975

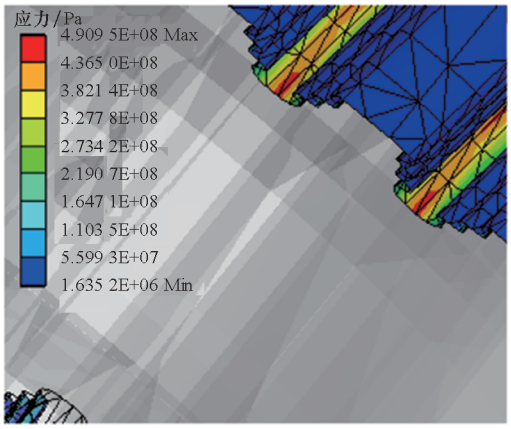


(a) 优化前　(b) 优化后

(a) Before optimization　(b) After optimization

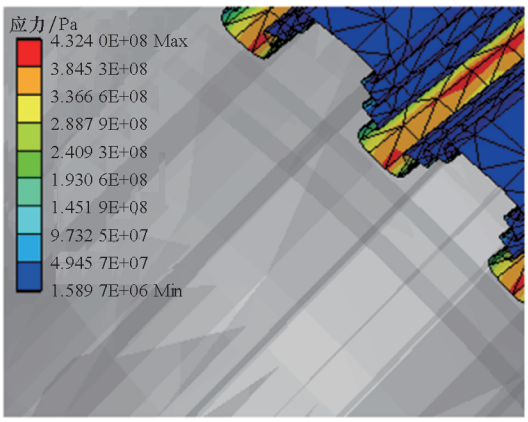
图 8　榫槽结构

Fig. 8　Structure of turbine disk mortise



(a) 优化前

(a) Before optimization



(b) 优化后

(b) After optimization

图 9　榫槽应力分布

Fig. 9　Stress distribution of turbine disk mortise

由于榫槽存在应力集中现象,榫槽的疲劳寿命主要受榫槽的形状影响。由于优化前榫槽的应力集中部位为榫槽的底部,因此优化的主要过程为调整榫槽的形状,降低应力集中,以减少榫槽的最大局部应变。对比优化前后榫槽的形状,可以看出优化后榫槽底部的开口更为平滑,形状近似圆形,应力集中现象也没有优化前那么突出。本文在涡轮盘榫槽高低周复合疲劳可靠性优化中,所得到的优化方案平均降低了约 12% 的榫槽最大应力,从而使得涡轮盘榫槽结构的高低周复合疲劳寿命均值由 42 824 次循环提高到 73 047 次循环,增幅达到 70.6%,可靠度也由优化前的 99.413% 增加到优化后的 99.975%。

6.3　涡轮盘系统疲劳寿命可靠性优化设计结果

本小节将盘心和榫槽构成的涡轮盘系统进行可靠性优化设计,同时考虑涡轮盘盘心和榫槽的疲劳寿命可靠性,即将涡轮盘的盘心与榫槽看作一个串联系统,则涡轮盘的寿命可靠性约束如下

$$P[\min(N_{f,c},N_{f,g})\leqslant N_f^*]<0.01 \qquad (18)$$

式中,$N_{f,c}$为涡轮盘盘心疲劳寿命,$N_{f,g}$为涡轮盘榫槽疲劳寿命,N_f^* 为寿命约束。

涡轮盘系统疲劳寿命可靠性优化包含设计变量$\{u_{X_7},\cdots,u_{X_{14}}\}$。设计变量的取值如表 4 和表 7 所示。求解上述模型,获得的最优方案与涡轮盘的初始方案比较如表 9 所示。

表 9　涡轮盘系统可靠性优化前后疲劳寿命可靠性对比

Tab. 9　Comparison of fatigue life reliability of turbine disk system before and after optimization

约束条件	均值寿命/次循环	可靠性/%
优化前	12 430	98.836
优化后	32 803	99.638

将涡轮盘系统可靠性优化获得的结果分别与盘心、榫槽单模式疲劳寿命可靠性优化对比,如表 10和表 11 所示。由对比结果可以看出:系统可靠性优化获得的结果与单模式疲劳寿命可靠性优化获得的结果的差异很小,由此可以看出榫槽优化与盘心优化互相之间影响很小。涡轮盘盘心优化的主要思路是通过改变涡轮盘形状,降低转动惯量,从而降低盘心最大应力或应变,而改变榫槽剖面尺寸对于涡轮盘离心力影响很小;涡轮盘榫槽优化的主要思路是改进榫槽的局部构型,减小榫槽的应力集中系数,从而

降低局部应力应变,而改变涡轮盘剖面尺寸对于榫槽应力集中的影响也很小。通过以上分析,可以认为涡轮盘系统疲劳可靠性优化与盘心、榫槽单模式疲劳寿命可靠性优化获得的结果是一致的。将二者进行对比,盘心、榫槽单模式疲劳寿命可靠性优化精度较高,原因是单模式的优化设计扩展空间中变量数量较少,Kriging模型的精度较高。

表 10 涡轮盘系统可靠性优化与盘心单模式疲劳可靠性优化结果对比

Tab. 10 Comparison of turbine disk system with turbine disk center for optimization results of fatigue reliability

单位:mm

设计变量	涡轮盘剖面尺寸	
	涡轮盘系统优化	盘心优化
$u_{x_{10}}$	4.50	4.50
$u_{x_{11}}$	4.50	4.50
$u_{x_{12}}$	21.22	21.94
$u_{x_{13}}$	18.77	18.96
$u_{x_{14}}$	4.93	4.46

表 11 涡轮盘系统可靠性优化与榫槽单模式疲劳可靠性优化结果对比

Tab. 11 Comparison of turbine disk system with turbine disk mortise for optimization results of fatigue reliability

单位:mm

设计变量	榫槽剖面尺寸	
	涡轮盘系统优化	榫槽优化
u_{x_7}	0.87	0.87
u_{x_8}	1.92	1.91
u_{x_9}	0.75	0.74

7 结论

1)本文以 MATLAB 为平台搭建了涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计的联合仿真平台,实现了对涡轮盘疲劳寿命可靠性优化流程的自主执行。

2)构建涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计模型时,利用寿命函数和寿命可靠性极限状态函数中的共性需求,提出了在优化迭代的过程中自适应构建寿命函数 Kriging 模型和寿命可靠性极限状态面 Kriging 模型时共用训练样本点的策略,在保证精度的基础上提高了涡轮盘疲劳寿命可靠性优化设计的效率。

3)提出一种新的高效全局学习函数,用于自适应构建寿命函数 Kriging 模型。该学习函数依据寿命函数 Kriging 模型的特性,在备选样本池中选择可以最大限度降低寿命均值估计值方差的样本点加入训练点集,从而最大化提高寿命函数 Kriging 模型对寿命均值估计的精度。

4)使用所搭建的平台分别对某型涡轮盘盘心、榫槽以及盘心榫槽串联系统进行高低周疲劳可靠性优化设计求解,最优设计方案的局部最大应力显著降低,均值寿命大幅提高,并满足可靠性约束,证明了所提方法的正确性和有效性。

参考文献(References)

[1] 王宁晨, 胡殿印, 刘茜, 等. 基于 Wiener 过程的涡轮盘榫槽裂纹扩展可靠性分析[J]. 航空动力学报, 2022, 37(11): 2440 - 2447.
WANG N C, HU D Y, LIU X, et al. Reliability analysis of crack growth in turbine disk mortise based on Wiener process[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(11): 2440 - 2447. (in Chinese)

[2] 牛晓鹏, 朱顺鹏, 高杰维, 等. 多源不确定性下叶盘结构疲劳可靠性分析与优化设计[J]. 推进技术, 2022, 43(2): 200988.
NIU X P, ZHU S P, GAO J W, et al. Fatigue reliability analysis and optimization design of turbine blade disks under multi-source uncertainties [J]. Journal of Propulsion Technology, 2022, 43(2): 200988. (in Chinese)

[3] 陆艺鑫, 吕震宙, 冯凯旋, 等. 涡轮轴低周疲劳寿命可靠性分析及优化设计方法研究[J]. 推进技术, 2022, 43(2): 210510.
LU Y X, LYU Z Z, FENG K X, et al. Probability analysis and reliability based design optimization methods for low cycle fatigue life of turbine shaft [J]. Journal of Propulsion Technology, 2022, 43(2): 210510. (in Chinese)

[4] 雷婧宇, 吕震宙, 贾贝熙. 含气膜孔涡轮叶片寿命可靠性设计优化中的网格参数化方法[J]. 国防科技大学学报, 2022, 44(2): 55 - 63.
LEI J Y, LYU Z Z, JIA B X. Mesh parameterization in reliability-based design optimization for the life of turbine blade with film holes[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022, 44(2): 55 - 63. (in Chinese)

[5] 张文鑫, 吕震宙. 一种新的自适应 Kriging 法停止准则及其在涡轮盘疲劳寿命可靠性中的应用[J]. 机械工程学报, 2022, 58(6): 263 - 273.
ZHANG W X, LYU Z Z. New stopping criterion of adaptive kriging method and its application in fatigue life reliability for turbine disk[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(6): 263 - 273. (in Chinese)

[6] QIAN J C, YI J X, CHENG Y S, et al. A sequential constraints updating approach for Kriging surrogate model-assisted engineering optimization design problem [J].

Engineering with Computers, 2020, 36: 993 – 1009.

[7] LIU X W, ZHAO W W, WAN D C. Multi-fidelity co-Kriging surrogate model for ship hull form optimization[J]. Ocean Engineering, 2022, 243: 110239.

[8] ZHAO H, GAO Z H, XIA L. Efficient aerodynamic analysis and optimization under uncertainty using multi-fidelity polynomial chaos-Kriging surrogate model[J]. Computers & Fluids, 2022, 246(3): 105643.

[9] MOUSTAPHA M, SUDRET B. Surrogate-assisted reliability-based design optimization: a survey and a unified modular framework[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 60: 2157 – 2176.

[10] 胡殿印, 王荣桥, 陈景阳, 等. 航空发动机结构可靠性优化方法研究[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2011, 24(3): 7 – 10, 57.
HU D Y, WANG R Q, CHEN J Y, et al. Research on the reliability-based optimization method to aero-engine[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2011, 24(3): 7 – 10, 57. (in Chinese)

[11] 由于, 陆山. 基于静强和寿命可靠性的双辐板涡轮盘/榫结构优化设计方法[J]. 航空动力学报, 2017, 32(6): 1388 – 1393.
YOU Y, LU S. Optimization design method for twin-web turbine disk/tenon structure based on static strength and life reliability[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(6): 1388 – 1393. (in Chinese)

[12] 陈智, 白广忱. 涡轮盘结构可靠性与稳健性综合优化设计[J]. 航空发动机, 2012, 38(1): 9 – 12.
CHEN Z, BAI G C. Optimal design of reliability and robustness for turbine disk[J]. Aeroengine, 2012, 38(1): 9 – 12. (in Chinese)

[13] 李磊, 李宏林, 杨子龙, 等. 基于网格参数化变形的单级涡轮多学科可靠性设计优化[J]. 航空动力学报, 2019, 34(8): 1764 – 1772.
LI L, LI H L, YANG Z L, et al. Reliability based multidisciplinary design optimization of single turbine stage based on parameterized mesh deformation[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(8): 1764 – 1772. (in Chinese)

[14] 曹大录, 白广忱, 吕晶薇, 等. 考虑多工况性能可靠性的航空发动机循环设计方法[J]. 航空动力学报, 2019, 34(1): 217 – 227.
CAO D L, BAI G C, LYU J W, et al. Aero-engine cycle design approach for multiple operating conditions performance reliability[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(1): 217 – 227. (in Chinese)

[15] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145 – 154.

[16] ZHANG X F, WANG L, SØRENSEN J D. REIF: a novel active-learning function toward adaptive Kriging surrogate models for structural reliability analysis[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2019, 185: 440 – 454.

[17] XIAO N C, ZUO M J, ZHOU C N. A new adaptive sequential sampling method to construct surrogate models for efficient reliability analysis[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2018, 169: 330 – 338.

[18] SUN Z L, WANG J, LI R, et al. LIF: a new Kriging based learning function and its application to structural reliability analysis[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 157: 152 – 165.

[19] WANG J, SUN Z L, YANG Q, et al. Two accuracy measures of the Kriging model for structural reliability analysis[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 167: 494 – 505.

[20] 《工程材料实用手册》编辑委员会. 工程材料实用手册: 第 5 卷[M]. 2 版. 北京: 中国标准出版社, 2002.
Editorial Committee of Engineering Materials Practical Manual. Practical manual of engineering materials editorial: Volume 5[M]. 2nd ed. Beijing: Standards Press of China, 2002. (in Chinese)

[21] 《航空发动机设计用材料数据手册》编委会. 航空发动机设计用材料数据手册:第五册[M]. 北京: 航空工业出版社, 2010.
Editorial Board of Material Data Manual for Aeroengine Design. Data book for aeroengine design material editorial: Volume 5[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2010. (in Chinese)

[22] 李其汉, 王延荣. 航空发动机结构强度设计问题[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2014.
LI Q H, WANG Y R. The design problem of aero-engine structure strength[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2014. (in Chinese)

[23] 徐鹤山. 发动机叶片工程应用分析[M]. 北京: 航空工业出版社, 2011.
XU H S. Application analysis of engine blade engineering[M]. Beijing: Aviation industry press, 2011. (in Chinese)

[24] 徐鹤山. 发动机转动部件的应力分析和强度设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
XU H S. Stress analysis and strength design of engine rotating parts[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015. (in Chinese)

[25] ENSIGN C R, FRECHE J C, MANSON S. Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue[M]. Washington D. C.: NASA Technical Memorandum, 1967.

[26] 傅惠民. 百分回归分析[J]. 航空学报, 1994, 15(2): 141 – 148.
FU H M. Percent regression analysis[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1994, 15(2): 141 – 148. (in Chinese)

[27] 傅惠民. 线性异方差回归分析[J]. 航空学报, 1994, 15(3): 295 – 302.
FU H M. Linear variance regression analysis[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1994, 15(3): 295 – 302. (in Chinese)

[28] MINER M A. Cumulative damage in fatigue[J]. Journal of Applied Mechanics, 1945, 12(3): 159 – 164.

[29] GROVER H. An observation concerning the cycle ratio in cumulative damage[C]//Proceedings of Symposium on Fatigue of Aircraft Structures, 1960.

[30] 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
CHEN C Y. Fatigue and fracture[M]. Wuhan: Huazhong

University of Science and Technology Press, 2002. (in Chinese)

[31] 赵少汴, 王忠保. 抗疲劳设计: 方法与数据[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
ZHAO S B, WANG Z B. Anti fatigue design: methods and data [M]. Beijing: China Machine Press, 1997. (in Chinese)

[32] MOUSTAPHA M, BOURINET J M, GUILLAUME B, et al. Comparative study of Kriging and support vector regression for structural engineering applications[J]. ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, 2018.

[33] MOUSTAPHA M, SUDRET B, BOURINET J M, et al. Quantile-based optimization under uncertainties using adaptive Kriging surrogate models[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, 54: 1403 – 1421.

[34] CHOI M J, CHO H, CHOI K K, et al. Sampling-based RBDO of ship hull structures considering thermo-elasto-plastic residual deformation [J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2015, 43(2): 183 – 208.

[35] BICHON B J, ELDRED M S, SWILER L P, et al. Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions[J]. AIAA Journal, 2008, 46(10): 2459 – 2468.

[36] LYU Z Y, LU Z Z, WANG P. A new learning function for Kriging and its applications to solve reliability problems in engineering [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2015, 70(5): 1182 – 1197.

[37] WANG Z Y, SHAFIEEZADEH A. ESC: an efficient error-based stopping criterion for Kriging-based reliability analysis methods[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 59: 1621 – 1637.

[38] 李永. 基于梯度法的Kriging优化方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014.
LI Y. Research on kriging optimization algorithm based on the gradient method[D]. Xi′an: Xidian University, 2014. (in Chinese)

[39] CURRIN C, MITCHELL T, MORRIS M, et al. Bayesian prediction of deterministic functions, with applications to the design and analysis of computer experiments[J]. Journal of the American Statistical Association, 1991, 86(416): 953 – 963.

[40] SHANNON C E. A mathematical theory of communication[J]. The Bell System Technical Journal, 1948, 27(3): 379 – 423.

[41] JIN R C, CHEN W, SUDJITANTO A. On sequential sampling for global metamodeling in engineering design[C]// Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences & Computers & Information in Engineering Conference, 2002.

[42] JOHNSON M E, MOORE L M, YLVISAKER D. Minimax and maximin distance designs [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 1990, 26(2): 131 – 148.