

质子在重核内级联过程的蒙特卡罗计算

张 树 发

提 要 用更逼真的核模型(费米型的核子密度分布)进行了模拟计算,计算中用折线近似粒子的曲线运动轨迹,并考虑了粒子在核表面处的折射和反射。用自由核子截面确定核内的碰撞,并且自始至终地使用了统计抽样技术。入射粒子的能量被限于350MeV以下,即 π 介子不大可能产生的能量范围。初步计算结果与实验数据进行了对比。

引 言

描述高能核反应的 Serber 模型^[1]的基本假设是,入射粒子与复杂核的相互作用可用核内自由粒子——粒子碰撞来描述,入射粒子的运动情况好象低能中子在介质中的运动一样。这就是所谓的核内级联过程。

核内的级联理论是一种半量子半古典的理论:用量子力学的办法处理自由粒子的碰撞,在获得这种碰撞全部数据(截面、分截面和角分布等),并对核的构形作某些假定(核模型)的基础上,用古典统计力学(相对论性的)处理入射粒子与整个核的相互作用。

当入射粒子在核内的能量变得相当小时(约50MeV),它开始与核中所有粒子通盘交换能量,形成复核。复核的解体过程用蒸发模型来描述。

Goldberger^[2]首先完成了基于 Serber 设想的计算,其后又有些作者作了类似的计算。1958年 Metropolis 等人^[3]对这一问题进行了三维处理,他们用的模型是把核看作半径为 $r_0 A^{1/3}$ 的简并费米气体,认为核内核子密度的分布是均匀的。后来, Bertini^[4]用一阶梯形的分布代替 Hofstadter^[5]提出的费米型的核子密度分布,详细地计算了核子在核内的级联过程,但是没有考虑核表面处的折射和由于级联所引起的核耗。

本工作试图在下述两点上改进这类计算:(1)用费米型的非均匀核子密度分布进行计算,因此得到的核势是个非均匀势,合成的核子动量分布是高斯型的(这与许多实验结果相符^[6]);(2)考虑了粒子在核表面处的折射和反射效应(类似于由光密媒质向光疏媒质传播的光线的全反射)。

方 法

Hofstadter^[5]十分成功地把中等核到重核的电子散射数据与如下形式的核电荷分布拟合了起来:

$$\rho(r) = \frac{\rho_1}{e^{(r-c)/z_1} + 1}$$

式中 c 是核电荷密度为其中心值之半时的半径; $t = 4.40z_1$ 是壳层参数(密度为中心值的 10% 和 90% 时的半径之差)。他假定 c 随质量数 A 的变化规律为 $r_1 A^{1/3}$, 发现在一个广阔的核范围内, t 和 r_1 近似地保持不变: $t \approx 2.4$ 费米, $r_1 \approx 1.08$ 费米。在目前的计算中, 取 $r_1 = 1.08$ 费米, $t = 2.4$ 费米, 所以 $z_1 = 0.545$ 费米; 并且假定中子分布的区域边界与质子的相同, 且处处保持相同的中质比, 因而

$$\rho_1 \approx \frac{A}{\frac{4\pi}{3}(c^3 + \pi^2 c z_1^2)}$$

假定中子和质子在每一点处都具有零温费米动量分布, 也即动量分布密度函数为

$$f(P) \propto P^2$$

$$\int_0^{P_f} f(P) dP = \text{该处中子 (或质子) 的密度}$$

其中 P_f 是相应于费米能量的动量。这一能量依赖于核子密度, 对于不同的区域不同的核子类型都是不同的, 因而对整个核的合成动量分布不是零温费米分布。

自由核子——核子碰撞的截面数据来源于[7—10](转引自[4]), 并且取 $n-n$ 截面等于 $p-p$ 截面, 因为由库仑力引起的散射仅使粒子稍偏离其原方向。计算中限定入射核子的能量低于 350 Mev, 即 π 介子不大可能产生的能量范围。采用的单位制是 $\hbar = C = M = 1$ 的自然单位制, 这里 \hbar 是普郎克常数, C 是光速, M 是质子质量, 并且忽略中子与质子间的质量差别。

计算过程简述如下:

1. 入射粒子平行于 z 轴进入核, 并且在核的整个投影面上是均匀分布的。每个入射粒子和随后的碰撞产物的碰撞历史用 Monte-Carlo 技术跟踪。

2. 当入射粒子由核外运动到核内和然后由一个区域运动到另一区域时, 每个区域中的势能被加到它的动能(相对于核外量度的)上, 以给出这时粒子的动能。方向的偏折由角动量守恒关系确定。

3. 在裴鹿成、张孝泽的书中叙述了确定碰撞点的抽样方法^[11], 这里列出这一方法的要点, 后面将给出抽样的详细框图。

为了确定可能迁移长度, 首先计算最大宏观截面。令 P 表示靶粒子的初始动量, E 为总能量(包括静止能量), 并把随靶粒子一起运动的坐标系称为 N 系, 然后选取一个虚截面 σ_k^m , 使

$$|\vec{j}| \sigma_k^m \rho_k(r) \geq |\vec{j}'| \sigma_k(E'_k) \rho'_k(r) = |\vec{j}'| \sigma_k(E'_k) \frac{\rho_k(r)}{E}$$

对任何可能的 \vec{P} 均成立。这里 \vec{j} 是实验室坐标系 (L 系) 中的入射粒子流, \vec{j}' 是 N 系中的同一量; $\sigma_k(E'_k)$ 是第 k 种反应的微观截面, E'_k 是 N 系中量度的入射粒子动能; $\rho_k(r)$ 是 L 系中发生这种反应的靶粒子密度, $\rho'_k(r)$ 是 N 系中的同一量。令 $\Sigma_k^m = \sigma_k^m \rho_k(r)$, 则最大宏观截面为

$$\Sigma^m = \sum_k \Sigma_k^m$$

利用最大宏观截面, 可以确定可能迁移长度 τ :

$$\tau = \frac{-1}{\Sigma^m} \ln \xi$$

其中符号 ξ 表示随机数。迁移长度为 τ 时, 不一定发生真实的碰撞, 还要考虑到:

(1) 由于选用的是最大宏观截面, 因此碰撞的可能性被人为地加大了, 使得碰撞点可能是虚构的。

(2) 碰撞后的两个核子, 在 L 系中的总能量不一定都大于费米能量, 根据 Pauli 不相容原理, 此时的碰撞点是虚构的。

根据可能迁移长度 τ , 可以确定出可能碰撞位置。由于各点的核子密度和费米能量不同, 粒子在飞行过程中其能量和飞行方向将连续地改变, 因而其轨迹是一条平面曲线, 我们采用折线近似逐段进行计算, 其要点是:

折线第一段的起点位置 r_0 和动量 \vec{P}_0 就是某次碰撞后粒子的位置和动量, 这是前面计算中已确定了的。若折线第 i 段的起点位置 r_{i-1} 和动量 \vec{P}_{i-1} 已经确定, 则该段终点的位置由下式确定:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{i-1} + \frac{\vec{P}_{i-1}}{P_{i-1}} \Delta\tau$$

其中 $\Delta\tau$ 表示折线段的长度。该段终点的动量 \vec{P}_i , 其方向 \vec{P}_i/P_i 由角动量守恒关系式

$$\vec{P}_i \times \vec{r}_i = \vec{P}_{i-1} \times \vec{r}_{i-1}$$

得到; 动量 P_i 由下式确定

$$P_i^2 = E_i^2 - 1$$

其中:

$$E_i = E_{i-1} + E_f(r_i) - E_f(r_{i-1})$$

$$E_{i-1}^2 = P_{i-1}^2 + 1$$

E_i 是粒子的总能量, E_f 是费米能量。

关于各折线段的长度 $\Delta\tau$, 我们按等动量改变的原则来决定 (即各折线段中粒子动量的改变量是个常数)。对于向心飞行的粒子, 距核心最短距离的那一点也作为折线段的分界点。

确定碰撞点的具体计算方法表示在图 1 中。

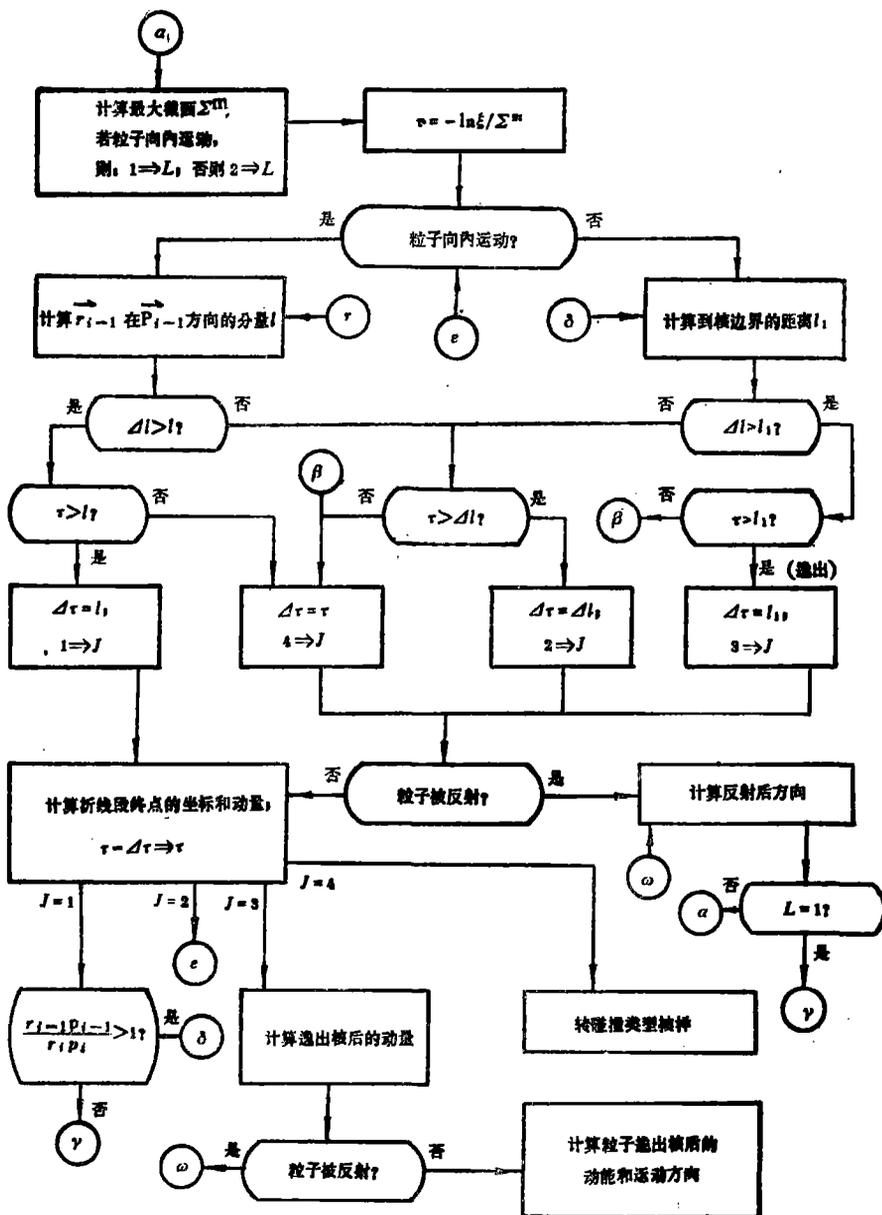
4. 与靶粒子发生第 k 种反应的概率是 Σ_k^m/Σ^m , 靶粒子动量由零温费米分布抽样, 运动方向假设在 L 系中是各向同性的。在得到这些量的抽样值之后, 就可以算出第

k 种反应的截面 Σ_k 。如果

$$\xi > \Sigma_k / \Sigma_k^m$$

则碰撞点是虚构的；若这一条件不满足，则认为碰撞可能是允许的。

5. 计算碰撞后二粒子的能量和运动方向。因为是三维计算，并且靶粒子不是静止的，所以对两个碰撞粒子的动量和能量要进行两次 Lorentz 变换 (L 系 \rightarrow 质心系和质心系 $\rightarrow L$ 系)，其中质心系内的散射角由微分散射截面抽样，散射方位角由 $[0, 2\pi]$ 上的均



注: Δl 是按等动量差决定的核展长度。

图 1 确定碰撞点的框图

匀分布抽样。

在确定了两个碰撞产物的能量和动量以后，一个碰撞产物的参数被暂时存贮起来，由碰撞点开始重复另一碰撞产物的过程，它发生碰撞并产生另外的碰撞产物。如此，级联向前发展，对所有的碰撞产物都重复这一过程。

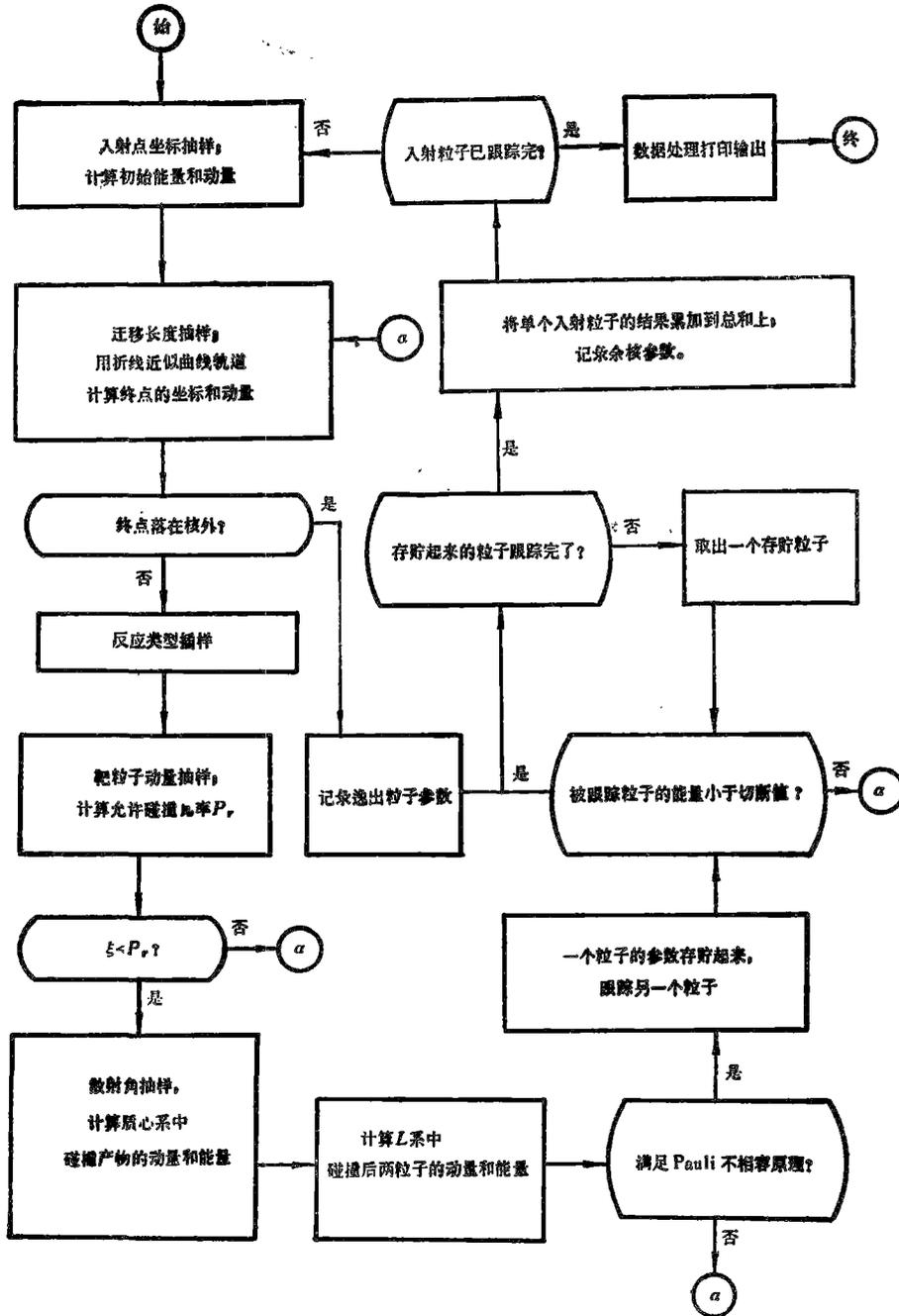


图 2 计算过程总框图

以如下方法考虑了 Pauli 不相容原理: 检验碰撞后的每一核子的能量, 看其是否大于该处的费米能量, 如果有一个不大于, 碰撞就被“禁止”, 碰撞粒子的历史就好象没发生这次碰撞那样地被继续跟踪。

6. 当相对于核外量度的碰撞产物能量低于某一切断能量时, 就终止该粒子的历史。对所有粒子, 所取的切断能量都是相同的, 它是核表面处库仑势的一半。似乎更为合适的是取表面处整个库仑势作为对质子的切断能量, 而取零作为对中子的切断能量。没有这样做是因为, 能量小于库仑势的质子有可能与中子碰撞而把其能量的大部或全部给予中子, 随后中子可能逃逸或继续有级联碰撞, 在这种情况下, 把整个库仑势用作切断能量将会过早地停止对它的跟踪。所以, 选取库仑势的一半作为折衷方案。

7. 随着计算的进行, 如果粒子由核逸出, 则记录其类型、能量和方向余弦等参数, 以便最后对数据进行统计处理。

综上所述, 下面把计算的总框图表示在图 2 中, 其中最左一列第二框的具体内容已表示在图 1 中。

初步计算结果

计算的结果数据包括:

1. 总的非弹性截面、 (p, pn) 反应截面和透明度。这里非弹性截面定义为:

$$\sigma_{in} = \frac{\text{进入核后发生了碰撞的入射粒子数目}}{\text{入射粒子总数}} \times \pi R_0^2$$

(p, pn) 反应截面定义为:

$$\sigma_{pn} = \frac{\text{发生}(p, pn)\text{反应的入射粒子数目}}{\text{入射粒子总数}} \times \pi R_0^2$$

式中 πR_0^2 是核的几何截面 (R_0 表示核半径)。透明度定义为:

$$P = \frac{\text{进入核后未与核子发生碰撞的入射粒子数目}}{\text{入射粒子总数}}$$

所以,

$$P = 1 - \frac{\sigma_{in}}{\pi R_0^2};$$

2. 级联粒子倍增系数(产额), 即相对于每个入射粒子来讲, 逸出核的质子数 N_p 、中子数 N_n 和核子数 N_i ;

3. 余核的平均激发能 E_x ;

4. 级联粒子能谱和角分布, 包括逸出核的核子的能谱角分布和逸出核的质子的能谱角分布;

5. 各种剩余核所占的分数(按核电荷和质量数的分布)。

由于所用的电子计算机(441B III型)计算速度低, 我们暂时只对很少几种元素和入射质子能量进行了计算, 并且每种情况只跟踪了 100 个入射粒子。由于跟踪的粒子数少, 得到的数据中 4、5 两项统计误差很大, 所以下面只把 1→3 项的结果数据列在表 1

和表 2 中。

非弹性截面、(p, pn)截面和余核激发能

表 1

		σ_{in} (mb)	σ_{pn} (mb)	E_x (Mev)	P
185Mev 的质子轰击 $_{82}\text{Pb}^{208}$	目前计算值*	1596±59	326.5	85.49	0.120
	实验值**	1550±155			
	Bertini 计算值[4]	1625±26			
185Mev 的质子轰击 $_{92}\text{U}^{238}$	目前计算值	1800±53	371.8	91.14 88±18*** 95****	0.080
	实验值	1900±190			
	Bertini 计算值	1825±38			
305Mev 的质子轰击 $_{92}\text{U}^{238}$	目前计算值	1728±81	326.1	111.7	0.117
	实验值	1600±160			
	Bertini 计算值	1754±28			

註: * 这里所表示的误差的置信水平为 0.6827 (与[4]一样)

** 除非特别註明, 实验数据来自[12]

*** 入射质子能量为 190Mev, 数据来自[13]

**** 入射质子能量为 190Mev

级联粒子产额

表 2

靶	入射质子能量(Mev)	N_p	N_n	N_t
$_{82}\text{Pb}^{208}$	185	0.70	0.63	1.33±0.085
$_{92}\text{U}^{238}$	185	0.66	0.66	1.32±0.089
	305	0.75	1.00	1.75±0.137

由表 1 看到, 理论计算值与实验值符合得很好, 因而, 用这一模型进行计算看来是可行的。还可以看到, 在所计算的能量范围内, 非弹性截面对入射能量是相当不敏感的, 这可能是由于两种互相补偿的效应: 较高能量时泡利不相容原理在拒绝碰撞上的重要性较小, 这导致入射粒子的平均自由程的减小; 另一方面, 截面随能量增加而减小, 这导致平均自由程的增大。

从理论上讲, 对于重核(中子过剩)似乎逸出的中子应当多一些, 因为在这一能量区域 $n-p$ 碰撞截面比 $p-p$ 和 $n-n$ 的截面大, 这意味着重核内中子平均自由程比质子平均自由程大。表 2 中列出的计算结果反映不出这一点, 这可能是由于跟踪的粒子数太少的缘故。另外, 由于重核内中子的费米能量高于质子的费米能量, 因而核内量度的切断能量对中子和质子并不相同, 对中子切断能量要高一些, 这可能也影响到逸出粒子的中子/质子比。

参 考 文 献

- [1] R.Serber, Phys.Rev. **72** 1114 (1947).
- [2] M.L.Goldberger, Phys.Rev. **74** 1268 (1948).
- [3] N.Metropolis et al., Phys.Rev. **110** 185 (1958).
- [4] H.W.Bertini, ORNL-3383 (1963).
- [5] R.Hofstadter, Revs. Modern Phys. **28** 214 (1956).
- [6] L.S.Azhgirey et al., Nucl. Phys. **13** 258 (1959).
- J.D.Dowell et al., Pt.1, Proc. Phys. Soc. **75** 24(1960).
- [7] F.F.Chen et al., phys. Rev. **103** 211(1956).
- [8] L.Beretta et al., Nuovo Cimento **12** S499(1954).
- [9] D.J.Hughes et al., BNL-325 (1958).
- [10] W.N.Hess, Revs. Modern Phys. **30** 368 (1958).
- [11] 裴鹿成、张孝泽, 蒙特卡罗方法及其在粒子输运问题中的应用, 科学出版社 (1980), §11.4
- [12] G.P.Millburn et al., phys. Rev. **95** 1268 (1954).
- [13] E.Gross, UCRL-3337 (1956).

Monte Carlo Calculation on Intranuclear Cascades Induced by Proton in Heavy Nucleus

Zhang Shu-fa

Abstract

Simulation calculation were performed by using a more realistic nuclear model (a Fermi-type distribution of the nucleon density). In the calculations, a broken line was used for approximate treatment instead of the curve trajectory of the particle motion, the refraction and reflection of the particles at the nuclear surface also were considered. The free nucleon cross section were used in determining the collisions within the nucleus, and the statistical sampling techniques were used throughout. The energy level of the incident particles was restricted to the limit below 350 Mev, i.e., the energy range in which pion can't be likely produced. The elementary calculative results were compared with experimental data.