垂线偏差对弹道导弹命中精度的影响

贾 沛 然

提 要 本文讨论垂线偏差对弹道导弹命中精度的影响。

首先，通过导弹主动段飞行中垂线偏差影响的分析，获得关机点条件的摄动。然后，通过对脱靶系数的分析，得出结论：必须用考虑地球旋转的关机点参数来计算脱靶系数。文章导出利用不考虑地球旋转的关机点参数求取考虑地球旋转关机点参数的解析表达式。利用这个解析结果，可以计算在任意发射条件下的关机点参数，而无需去积分微分方程组，用这些关机点参数即可计算脱靶系数。

就本文提供的方法与直接积分弹道方程的计算结果而言，脱靶量的相对误差小于 2%，绝对误差约为 30 米。

最后，本文给出全程制导下计算垂线偏差的脱靶量的表达式，并对惯性制导修正脱靶量的方法进行了讨论。

前 言

在弹道导弹的主动段标准弹道计算中，通常假设地球为参考椭球体，并以过发射点的椭球表面法线作为发射坐标系的铅垂轴。由于地球的表面形状及内部结构都极为复杂，因而实际导弹在发射台竖直及陀螺系统定位所依据的过发射点的铅垂线与标准弹道所选取的铅垂轴并不重合，存在一倾角，重力测量学中将此倾角称为垂线偏差。本文即讨论垂线偏差对弹道导弹落点所产生的偏差量的计算与修正。

一般重力测量提供的垂线偏差为南北分量 ξ 和东西分量 η. 为了计算和讨论的方便，我们将垂线偏差分为在发射平面内的分量和垂直发射平面的分量，分别记为 $\delta_{/\!/}$ 及 $\delta_{\perp}$. 鉴于垂线偏差系一小干扰量，一般为 $2''$—$5''$，最大为 $50''$ 左右。[1] 因此我们在下列计算和讨论中，给定 $\delta_{/\!/}$ 和 $\delta_{\perp}$ 均为 0.0001 弧度（约 $20''$），且将 $\delta_{/\!/}$ 与 $\delta_{\perp}$ 视为两个独立的量分别进行计算。

一、基 本 思 路

在线性化基础上，计算干扰造成落点偏差的基本关系式为：

本文 1982 年 6 月 15 日收到

$$\begin{cases} \Delta L=\left[\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right]^T_{K\sim}\Delta\boldsymbol{\lambda}_K \\ Z_c=\left[\dfrac{\partial Z}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right]^T_{K\sim}\Delta\boldsymbol{\lambda}_K \end{cases} \tag{1-1}$$

其中

$$\boldsymbol{\lambda}_K=[v_K、\Theta_K、r_K、\beta_K、\omega_K、\zeta_K]^T$$

为关机点运动参数在标准关机点当地射击坐标系中所描述的状态向量。该坐标系的射向为 $\bar{v}_{K\sim}$ 与 $\bar{r}_{K\sim}$所决定的平面与当地水平面的交线，指向 $\bar{v}_{K\sim}$的正向。$\Delta\beta_K$ 为沿射击方向的地心角偏差，ω_K 为 $\bar{v}_K$ 在当地坐标系的侧向分量与射向分量之比，即 $\omega_K=\dfrac{\dot{z}_K}{v_K\cos\Theta_K}$，$\zeta_K$ 为 $z_{K/R}$. 显然，对标准弹道而言，$\beta_{\tilde{K}\sim}=\omega_{\tilde{K}\sim}=\zeta_{\tilde{K}\sim}=0$；$\Delta\boldsymbol{\lambda}_K=\boldsymbol{\lambda}_K-\boldsymbol{\lambda}_{K\sim}$，即实际关机点参数与标准关机点参数之差的向量表示式；$\left[\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right]^T_{K\sim}$、$\left[\dfrac{\partial Z}{\partial \boldsymbol{\lambda}}\right]^T_{K\sim}$分别为关于当地射击坐标系之关机点标准弹道参数的纵向、侧向偏导数。

关于公式 (1-1) 的准确值，应该是根据给定的发射点的经、纬度，解算出在主动段考虑地球旋转和扁率的条件下标准弹道，得到主动段标准关机点的参数，然后在有垂线偏差条件下解算出实际关机点的参数，求出$\Delta\boldsymbol{\lambda}_K$. 要计算出落点偏差，则根据主动段标准弹道关机点参数 $\boldsymbol{\lambda}_{K\sim}$ 求出被动段标准弹道，当再入段考虑空气动力作用时，必须用数值积分求解，然后分别给出关机点参数 $\boldsymbol{\lambda}_{K\sim}$ 有单位偏差时，再解算被动段弹道，求出落点的纵侧向偏差，而得偏导数，或者直接由标准关机点参数与有垂线偏差作用的实际弹道的关机点参数作为起始条件去积分被动段运动方程而得标准落点及实际落点，再求出纵侧向偏差。由于上述计算，主要是主动段弹道必须采用数值积分，而且积分时又必须计及地球旋转的影响，因此就必须在发射点的纬度及射击方向角确定后，方可进行计算。

为了简化发射前的准备工作，因此要找出一种较为简便的方法，用以确定出 (1-1) 式中的偏差量和偏导数，在保证一定精度的条件下能很快地得到垂线偏差所引起的落点偏差，便于修正。

文献 [2] 中对这个问题曾进行了讨论，但由于作者 Gore 在主动段中作了苛刻的假设，且被动段又根本不计地球旋转的影响，因而误差很大。这将在本文的综合结果中给予数例比较。

二、定时关机，$\delta_{/\!/}$、$\delta_{\perp}$ 引起的关机点偏差量

考虑到弹道导弹主动段弹道飞行时间不长，因此，在扁的旋转地球和球形不旋转地球条件下，弹道之间的差别不很大，故可认为垂线偏差对这两条弹道的影响是很相近的，只差一个小扰动。下面即以此作为求偏差量 $\Delta\boldsymbol{\lambda}_K$ 的基本假设条件。

为了能使垂线偏差引起的关机点参数偏差的量接近于实际情况，以便修正，我们考虑对定型弹，可在基本假设条件下，在主动段不考虑地球旋转（即$\Omega=0$）及扁率（即

$J=0$) 的影响，进行数值积分，解算出标准弹道及有垂线偏差的实际弹道，求出 $\Delta\lambda_K$ 以代替在扁的旋转球体条件下的偏差。为此，我们按下列空间弹道计算方程组进行计算[8]：

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \\ \frac{dv_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi\cos\psi & -\sin\varphi & \cos\varphi\sin\psi \\ \sin\varphi\cos\psi & \cos\varphi & \sin\varphi\sin\psi \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{w}_{x1} \\ \dot{w}_{y1} \\ \dot{w}_{z1} \end{pmatrix} \\
&\qquad + \begin{pmatrix} g_r' \frac{x+R_{ox}}{r} + g_\Omega \frac{\Omega_x}{\Omega} \\ g_r' \frac{y+R_{oy}}{r} + g_\Omega \frac{\Omega_y}{\Omega} \\ g_r' \frac{z+R_{oz}}{r} + g_\Omega \frac{\Omega_z}{\Omega} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+R_{ox} \\ y+R_{oy} \\ z+R_{oz} \end{pmatrix} \\
&\qquad - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \\
&\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \\
&\begin{pmatrix} \dot{w}_{x1} \\ \dot{w}_{y1} \\ \dot{w}_{z1} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} P_e - X\cos\alpha\cos\beta + Y\sin\alpha - Z\cos\alpha\sin\beta \\ X\sin\alpha\cos\beta + Y\cos\alpha + R'\sin\delta_\varphi \\ -X\sin\beta + Z\cos\beta - R'\sin\delta_\psi \end{pmatrix} \\
&\alpha = A_\varphi(\varphi_{pr} - \Omega_z t - \theta) \\
&\beta = A_\psi[(\Omega_x\sin\varphi - \Omega_y\cos\varphi)t - \sigma] \\
&\theta = \arcsin\frac{v_y}{\sqrt{v_x^2+v_z^2}} \\
&\sigma = -\arcsin\frac{v_z}{v} \qquad v = \sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \\
&\varphi_{pr} = \varphi_{pr}(t) \\
&\varphi = \alpha + \theta \\
&\psi = \beta + \sigma \\
&\delta_\varphi = a_0^\varphi(\varphi - \Omega_z t - \varphi_{pr}) \\
&\delta_\psi = a_0^\psi[\psi + (\Omega_y\cos\varphi - \Omega_x\sin\varphi)t] \\
&r = \sqrt{(x+R_{ox})^2 + (y+R_{oy})^2 + (z+R_{oz})^2} \\
&m = m_0 - \dot{m}t
\end{aligned}
\right. \tag{2-1}
$$

表 1 垂线偏差引起的关机点参数偏差

计算结果 类别 / 偏差项	$\delta_{/\!/}=0.0001$ 弧度					$\delta_{\perp}=0.0001$ 弧度				
	球形旋转地球			球形不旋转地球		球形旋转地球			球形不旋转地球	
	$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=81°$	$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=168°$	$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=261°$	数值积分	Gore法	$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=81°$	$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=168°$	$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=261°$	数值积分	Groe 法
Δv_K(米/秒)	−0.1807	−0.180	−0.177	−0.1794	−0.2541	0.00059	0.00054	0.000396	0	0
$\Delta\Theta_K$ (度)	5.84×10^{-3}	5.77×10^{-3}	5.65×10^{-3}	5.74×10^{-3}	6.045×10^{-3}	8.6×10^{-6}	-5.52×10^{-5}	-8.5×10^{-6}	0	0
Δr_K (米)	59.15	58.95	58.2	58.6	66.2	−0.079	−0.488	−0.09	0	0
ΔL_K (米)	−44.21	−43.03	−40.98	−42.51	0	0.0957	0.368	0.127	0	0
$\Delta\omega_K$ (度)	-1.19×10^{-5}	1.68×10^{-4}	3.0×10^{-5}	0	0	2.325×10^{-3}	2.294×10^{-3}	2.254×10^{-3}	2.285×10^{-3}	3.04×10^{-3}
Δz_K (米)	0.1144	1.6564	0.4998	0	0	33.58	33.38	33.07	33.23	53.0

在上述建立于发射坐标系的标准空间运动方程基础上，给定起始条件即可求解。当有垂线偏差 $\delta_{\parallel}$ 、$\delta_{\perp}$ 时，即相当于上述发射坐标系有一相应的 $\delta_{\parallel}$ 或 $\delta_{\perp}$ 的转动，我们只需注意各力的分量应投影在相应转动后的坐标系中即可进行数值积分，积分结果的各参数只需将其转换到发射坐标系中，即为有垂线偏差条件下在标准发射坐标系的实际值。

我们对射程约为一万公里的导弹进行了计算，在表 1 中，给出计算垂线偏差影响的三种计算结果：一是在不同方位角情况下，考虑地球旋转的数值积分结果；另一是在球形不旋转地球条件下的数值积分结果；还有就是 Gore 提供的方法算得的结果。显然，Gore 方法的误差较大。

通过数例说明：

1. 将垂线偏差分为射面内的分量 $\delta_{\parallel}$ 及垂直射面的分量 $\delta_{\perp}$ 后，其优点是：$\delta_{\parallel}$ 主要引起纵向参数偏差，$\delta_{\perp}$ 则主要造成侧向参数偏差。

2. 在球形不旋转地球条件下解得垂线偏差引起的参数偏差 $\Delta\lambda_K$，可较好地近似在球形旋转地球条件下解得的结果。

三、偏差导数的求取

由于弹道导弹被动段飞行时间长，地球旋转影响大，因此被动段考虑地球旋转的弹道与不考虑地球旋转的弹道有很大的区别，但对中近程导弹而言，主动段弹道射程较小、飞行时间不长，因而在计算偏导数时，可用主动段不考虑地球旋转影响的弹道参数作为实际主动段弹道参数，来计算被动段考虑地球旋转的偏导数。这可采用“平衡级数法”来进行运算，该方法导得的被动段考虑地球旋转的偏导数，是主动段终点运动参数 $v_{K}\sim$、$\Theta_{K}\sim$、$r_{K}\sim$ 及相应的纬度 $\varphi_{K}\sim$、方位角 $\alpha_{K}\sim$ 的解析函数，这大大方便于射击准备的需要。具体结果参阅文献[4].

对中、远程导弹，由于主动段飞行时间长，地球旋转对主动段弹道的影响，在计算偏导数时必须予以考虑。如果对一定型导弹每当选择好发射点纬度 φ_0 及射击方位角 α_0 后进行弹道计算去获得主动段考虑地球旋转的终点参数，那将是很费时间的。为了便于战斗使用，有必要利用主动段不考虑地球旋转的终点参数去近似求取主动段考虑地球旋转的终点参数。

在发射点建立发射坐标系，当不考虑地球扁率影响时，发射坐标系的 y 轴与地球半径重合，指向上方；x 轴为射击瞄准方向，z 与 x 、y 成右手坐标系。显然，当不考虑地球旋转时，此发射坐标系为绝对坐标系(以脚注 A 表示)。当考虑地球旋转时，若发射坐标系与地球固連，并随地球一道绕地轴旋转，此即为相对坐标系(以脚注 R 表示)。现再定义一平移坐标系，该坐标系原点与相对坐标系原点重合，并随地球一起运动，即作绕地轴的圆周运动，但该坐标系的三个轴则始终与绝对坐标系平行（以脚注 T 表示）。

记导弹在空间任一点距地心的矢径为 $\bar{r}$，发射点至导弹的距离为矢径 $\bar{\rho}$，地心至发射点的矢径为 $\bar{R}$，显然有：

$$\bar{r}=\bar{R}+\bar{\rho}$$

当注意到 R 与 $o_E y_R$ 重合，则由矢量微分法可得：

$$\frac{d_A^2\bar{r}}{dt^2}=\frac{d_T^2\bar{\rho}}{dt^2}+\bar{\Omega}\times(\bar{\Omega}\times\bar{R}) \tag{3-1}$$

观察上式可知，我们可考虑将在 $\Omega=0$ 时解算的弹道参数近似地看成为考虑地球旋转的平移坐标系的参数，其误差是忽略 $\bar{\Omega}\times(\bar{\Omega}\times\bar{R})$ 引起的。

注意到平移坐标系与相对坐标系原点重合，但后者相对于前者有转动，其转动角速度 $\bar{\Omega}$ 在三个轴上的分量为

$$\begin{cases}\Omega_x=\Omega\cos\varphi_0\cos\alpha_0\\ \Omega_y=\Omega\sin\varphi_0\\ \Omega_z=-\Omega\cos\varphi_0\sin\alpha_0\end{cases} \tag{3-2}$$

不难得到这两个坐标系有下列转换关系式

$$\begin{pmatrix}x_R\\ y_R\\ z_R\end{pmatrix}=\boldsymbol{C}\begin{pmatrix}x_T\\ y_T\\ z_T\end{pmatrix} \tag{3-3}$$

其中

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}c_{11} & c_{12} & c_{13}\\ c_{21} & c_{22} & c_{23}\\ c_{31} & c_{32} & c_{33}\end{pmatrix} \tag{3-4}$$

在准确到 $(\Omega t)^2$ 量级时，其中各元素为

$$\begin{cases}c_{11}=1-\frac{1}{2}(\Omega_y^2+\Omega_z^2)t^2\\ c_{12}=\Omega_z t+\frac{1}{2}\Omega_x\Omega_y t^2\\ c_{13}=-\Omega_y t+\frac{1}{2}\Omega_z\Omega_x t^2\\ c_{21}=-\Omega_z t+\frac{1}{2}\Omega_x\Omega_y t^2\\ c_{22}=1-\frac{1}{2}(\Omega_x^2+\Omega_z^2)t^2\\ c_{23}=\Omega_x t+\frac{1}{2}\Omega_y\Omega_z t^2\\ c_{31}=\Omega_y t+\frac{1}{2}\Omega_x\Omega_z t^2\\ c_{32}=-\Omega_x t+\frac{1}{2}\Omega_y\Omega_z t^2\\ c_{33}=1-\frac{1}{2}(\Omega_x^2+\Omega_y^2)t^2\end{cases} \tag{3-5}$$

将(3-3)式两边微分得：

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_R\\ \dot{y}_R\\ \dot{z}_R\end{pmatrix}=C\begin{pmatrix}\dot{x}_T\\ \dot{y}_T\\ \dot{z}_T\end{pmatrix}+\dot{C}\begin{pmatrix}x_T\\ y_T\\ z_T\end{pmatrix} \tag{3-6}$$

其中

$$\dot{C}=\begin{pmatrix}-(\Omega_y^2+\Omega_z^2)t & \Omega_z+\Omega_x\Omega_y t & -\Omega_y+\Omega_z\Omega_x t\\ -\Omega_z+\Omega_x\Omega_y t & -(\Omega_z^2+\Omega_x^2)t & \Omega_x+\Omega_z\Omega_y t\\ \Omega_y+\Omega_x\Omega_z t & -\Omega_x+\Omega_y\Omega_z t & -(\Omega_x^2+\Omega_y^2)t\end{pmatrix} \tag{3-7}$$

当考虑到(3-6)式中，含 Ω^2 项的量级均在 1 米/秒以下而略去，则可得

$$\begin{cases}\dot{x}_{RK}=\dot{x}_{TK}+\Omega_z t_K\dot{y}_{TK}-\Omega_y t_K\dot{z}_{TK}+\Omega_z y_{TK}-\Omega_y z_{TK}\\ \dot{y}_{RK}=\dot{y}_{TK}+\Omega_x t_K\dot{z}_{TK}-\Omega_z t_K\dot{x}_{TK}+\Omega_x z_{TK}-\Omega_z x_{TK}\\ \dot{z}_{RK}=\dot{z}_{TK}+\Omega_y t_K\dot{x}_{TK}-\Omega_x t_K\dot{y}_{TK}+\Omega_y x_{TK}-\Omega_x y_{TK}\end{cases} \tag{3-8}$$

细致地分析后发现，在略去 (3-1) 式中的$\overline{\Omega}\times(\overline{\Omega}\times\overline{R})$条件下，即认为在平移坐标系中引力分量为

$$\begin{cases}g_{\tilde{x}T}=-\dfrac{\mu}{r^3}x_T\\ g_{\tilde{y}T}=-\dfrac{\mu}{r^3}(R+y_T)\\ g_{\tilde{z}T}=-\dfrac{\mu}{r^3}z_T\end{cases} \tag{3-9}$$

实际上平移坐标系原点随地球转动，坐标在空间定向，而引力的计算对相对坐标系才满足上述形式，即

$$\begin{cases}g_{xR}=-\dfrac{\mu}{r^3}x_R\\ g_{yR}=-\dfrac{\mu}{r^3}(R+y_R)\\ g_{zR}=-\dfrac{\mu}{r^3}z_R\end{cases} \tag{3-10}$$

所以实际平移坐标系的分量应为

$$\begin{pmatrix}g_{xT}\\ g_{yT}\\ g_{zT}\end{pmatrix}=C^T\begin{pmatrix}g_{xR}\\ g_{yR}\\ g_{zR}\end{pmatrix} \tag{3-11}$$

其中 C^T 为矩阵 C 的转置。

逐项推导如下：

$$g_{xT}=c_{11}g_{xR}+c_{21}g_{yR}+c_{31}g_{zR}$$

将(3-10)代入得

$$g_{xT}=-\frac{\mu}{r^3}[c_{11}x_R+c_{21}(R+y_R)+c_{31}z_R)$$

利用(3-3)式，将 x_R、y_R、z_R 代以 x_T、y_T、z_T 的关系式，注意到第一次近似值之 $z_T=0$，将 c_{ij} 表达式(3-5)代入，并略去 Ω^2 项，则有

$$g_{xT}=-\frac{\mu}{r^3}x_T+\frac{\mu}{r^3}\Omega_z tR$$

同理可得

$$g_{yT}=-\frac{\mu}{r^3}(R+y_T)$$

$$g_{zT}=-\frac{\mu}{r^3}z_T-\frac{\mu}{r^3}\Omega_x tR$$

与(3-9)式比较可得修正量为

$$\begin{cases}\Delta g_{xT}=\frac{\mu}{r^3}\Omega_z tR\\ \Delta g_{yT}=0\\ \Delta g_{zT}=-\frac{\mu}{r^3}\Omega_x tR\end{cases}\tag{3-12}$$

将上式积分即作为平移坐标系的速度修正量

$$\Delta\dot{x}_{TK}=\int_0^{t_K}\frac{\mu}{r^3}\Omega_z tRdt=\int_0^{t_K}\frac{\mu}{R^3\left(1+\frac{h}{R}\right)^3}\Omega_z tRdt$$

$$\doteq\int_0^{t_K}\frac{\mu}{R^2}\left(1-3\frac{h}{R}\right)\Omega_z tdt$$

$$=\int_0^{t_K}g_0\Omega_z tdt-\int_0^{t_K}3g_0\frac{h}{R}\Omega_z tdt$$

将后一积分式中 h 变量取为 $\frac{h_K}{2}$，则

$$\Delta\dot{x}_{TK}=\frac{1}{2}g_0\Omega_z t_K^2-\frac{3}{4}g_0\Omega_z\frac{h_K}{R}t_K^2$$

同理得：

$$\Delta\dot{y}_{TK}=0\tag{3-13}$$

$$\Delta\dot{z}_{TK}=-\frac{1}{2}g_0\Omega_x t_K^2+\frac{3}{4}g_0\Omega_x t_K^2\frac{h_K}{R}$$

将 $\Delta\dot{x}_{TK}$、$\Delta\dot{y}_{TK}$、$\Delta\dot{z}_{TK}$ 对在设 $\Omega=0$ 时解得的参数进行修正后，再按(3-6)求出较精确的关机点参数。由于这些偏差量及转换关系式均是 Ω_x、Ω_y、Ω_z 的函数，故可将含纬度 φ_0 及方位角 α_0 的三角函数项抽出，而将其它与关机点参数有关的系数事先算好，这样根据发射时的发射点纬度与射击方位角作些简单计算即可，如还要进一步提高精度，可用脉冲过渡函数法求解主动段考虑地球旋转的关机点修正量。但求垂线偏差这种小干扰而言，用本文提供的办法在精度上也就可满足要求了。

表2中给出用主动段考虑地球旋转的数值积分所得关机点参数所算得的偏导数；表3中则是利用主动段不考虑地球旋转的关机点，再根据(3-13)式将速度分为含h_K及不含h_K修正的两种修正办法修正后，转换为关机点相对参数所算得的偏差导数。比较可见，采用这种修正方法可使偏导数有较好的改进，而这种方法可避免在具体发射条件确定要去花大量机时来解算主动段的数值积分弹道。

主动段考虑地球旋转的关机点参数用求差法得偏导数　　**表 2**

类别 \ 结果 \ 项目	$\frac{\partial L}{\partial v_K}$ [米/米/秒]	$\frac{\partial L}{\partial \Theta_K}$ [米/度]	$\frac{\partial L}{\partial r_K}$ [米/米]	$\frac{\partial L}{\partial L_K}$ [米/米]	$\frac{\partial Z_c}{\partial \omega_K}$ [米/度]	$\frac{\partial Z_c}{\partial Z_K}$ [米/米]
$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=81°$	9855.1	-60249.2	9.285	0.9983	88589.5	-0.7483
$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=168°$	8317.55	116612.2	7.9901	1.00035	114172.5	-0.3798
$\varphi_0=27°$ $\alpha_0=261°$	5627.2	246482.6	6.234	1.0014	107005.4	0.2006

经修正后的主动段终点参数求偏导数　　**表 3**

类别 \ 结果 \ 项目	$\frac{\partial L}{\partial v_K}$ [秒]	$\frac{\partial L}{\partial \Theta_K}$ [米/度]	$\frac{\partial L}{\partial r_K}$ [米/米]	$\frac{\partial L}{\partial L_K}$ [米/米]	$\frac{\partial Z_c}{\partial \omega_K}$ [米/度]	$\frac{\partial Z_c}{\partial Z_K}$ [米/米]
$\varphi_0=27°$，$\alpha_0=81°$ 修正(不含h_K)	9831.6	-57109.2	9.267	0.9983	89057.7	-0.742
$\varphi_0=27°$，$\alpha_0=81°$ 修正(含h_K)	9838.4	-57680.0	9.272	0.9983	88962.1	-0.743
$\varphi_0=27°$，$\alpha_0=168°$ 修正(不含h_K)	8280.0	119788.9	7.972	1.0005	114162.9	-0.3692
$\varphi_0=27°$，$\alpha_0=168°$ 修正(含h_K)	8280.8	119780.9	7.972	1.0005	114167.6	-0.3694
$\varphi_0=27°$，$\alpha_0=261°$ 修正(不含h_K)	5522.5	247751.9	6.186	1.0014	106122.6	0.219
$\varphi_0=27°$，$\alpha_0=261°$ 修正(含h_K)	5643.8	249158	6.267	1.0014	106959.6	0.203

四、定时关机，$\delta_{/\!/}$、$\delta_{\perp}$造成的落点偏差各种计算方法比较

有了$\delta_{/\!/}$、$\delta_{\perp}$造成的主动段终点参数偏差计算结果，并有关于被动段偏差导数计算公式及结果，即可综合得到$\delta_{/\!/}$、$\delta_{\perp}$所造成的落点偏差。其表达式为

$$\begin{pmatrix} \Delta L \\ Z_c \end{pmatrix} = \boldsymbol{A} \begin{pmatrix} \Delta v_K \\ \Delta \Theta_K \\ \Delta r_K \\ \Delta L_K \\ \Delta \omega_K \\ \Delta Z_K \end{pmatrix} \tag{4-1}$$

其中$\boldsymbol{A}$为2×6的矩阵，即为：

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial L}{\partial v_K} & \dfrac{\partial L}{\partial \Theta_K} & \dfrac{\partial L}{\partial r_K} & \dfrac{\partial L}{\partial L_K} & \dfrac{\partial L}{\partial \omega_K} & \dfrac{\partial L}{\partial Z_K} \\ \dfrac{\partial Z_c}{\partial v_K} & \dfrac{\partial Z_c}{\partial \Theta_K} & \dfrac{\partial Z_c}{\partial r_K} & \dfrac{\partial Z_c}{\partial L_K} & \dfrac{\partial Z_c}{\partial \omega_K} & \dfrac{\partial Z_c}{\partial Z_K} \end{pmatrix} \tag{4-2}$$

根据前面讨论的各种方法，现选几种综合方法，将结果列于表4．

综合法一：主动段考虑自转的偏差量，被动段考虑地球旋转的偏导数；

综合法二：主动段不考虑自转的偏差量，被动段由主动段不考虑地球自转的关机点参数用平衡级数法求取考虑地球自转的偏导数；

综合法三：主动段不考虑地球自转的偏差量，被动段用修正Δg后参数用求差法算偏导数（其中分为不含h_K修正项及含h_K修正项）；

综合法四（Gore 方法）：主动段不考虑地球自转的偏差量，被动段用椭圆弹道的解析关系式求偏导数。

$\delta_{/\!/}=0.0001$ 弧度引起的落点偏差　　表 4

偏差量	数值 \ 综合类别	一	二	三 不含h_K	三 含h_K	四
ΔL（米）	$\alpha_0=81°$	－1627.6	－1620.96	－1591.0	－1595.16	－545.5
	$\alpha_0=168°$	－396.33	－348.51	－372.48	－372.48	－545.5
	$\alpha_0=261°$	718.4	561.8	751.3	742.36	－545.5
Z_c（米）	$\alpha_0=81°$	－10.99	－8.12	－10.66	－10.81	0
	$\alpha_0=168°$	44.77	33.66	42.49	42.48	0
	$\alpha_0=261°$	40.78	41.02	41.35	41.66	0

$\delta_{\perp}=0.0001$ 弧度引起的落点偏差　　表 4（续）

偏差量 \ 数值 \ 综合类别		一	二	三		四
				不含h_K	含h_K	
$\varDelta L$（米）	$\alpha_0=81°$	23.96	26.06	23.56	23.58	0
	$\alpha_0=168°$	-97.01	-97.58	-96.32	-96.53	0
	$\alpha_0=261°$	-7.21	-7.27	-7.17	-7.35	0
Z_c（米）	$\alpha_0=81°$	180.84	188.06	178.83	178.57	339.4
	$\alpha_0=168°$	248.78	246.41	248.59	249.12	339.4
	$\alpha_0=261°$	247.82	243.44	249.77	251.14	339.4

从表 4 的结果比较可见，对远程导弹而言，采用 $\varDelta g$ 修正办法求偏导数算得的结果较接近准确结果，误差为 30 米左右。

五、按射程关机，$\delta_{/\!/}$、$\delta_{\perp}$造成落点偏差的计算方法

按射程关机，即以 $\varDelta L=0$ 进行射程控制。一般加速表沿着发射坐标系进行定向，由于标准弹道计算是在参考椭球体上进行，其坐标系为 $0-xyz$. 在该坐标系内，状态向量记为

$$\boldsymbol{X}=[v_x\ v_y\ v_z\ x\ y\ z]^T \tag{5-1}$$

当有垂线偏差时，发射点的实际坐标系则偏离上述标准坐标系记为 $0-x'y'z'$，在此坐标系中实际弹道的状态向量记为

$$\boldsymbol{X}'=[v_x'\ v_y'\ v_z'\ x'\ y'\ z']^T \tag{5-2}$$

将 $\boldsymbol{X}'$ 转换到标准坐标系后，实际弹道在标准坐标系内的状态向量记为$\overline{\boldsymbol{X}}$，即

$$\overline{\boldsymbol{X}}=[\bar{v}_x\ \bar{v}_y\ \bar{v}_z\ \bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}]^{\mathrm{T}} \tag{5-3}$$

我们所关心的是关机点参数，故约定对标准弹道关机时间为 $t_{K\sim}$ 及实际关机时间为 t_K 的状态向量分别以脚注$K\sim$、K表示。

由于加速表在实际发射时安装定向是依据当地垂线为准，故垂线偏差的存在使得发射点坐标系定向产生偏差，导弹起飞后加速表测得的值是有垂线偏差的实际发射坐标系的各分量，故将以 $0-x'y'z'$ 中的参数当作 $0-xyz$ 中的参数进行控制，当满足

$$\varDelta L=\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T(\boldsymbol{X}_K'-\boldsymbol{X}_{K\sim})=0 \tag{5-4}$$

时关机。

注意到 $\delta_{/\!/}$、$\delta_{\perp}$ 是小干扰，故可取

$$\boldsymbol{X}_K'=\boldsymbol{X}_{K\sim}'+\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}(t_K-t_{K\sim}) \tag{5-5}$$

其中：$\boldsymbol{X}_{K\sim}'$系存在 $\delta_{/\!/}$、$\delta_{\perp}$ 时，在 $0-x'y'z'$ 中标准关机时刻 $t_{K\sim}$的状态向量；$\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}$系标

准关机时刻标准弹道状态向量的微分，它在 $\delta_{/\!/}$ 、$\delta_{\perp}$ 这种小干扰时，与标准关机时刻 $t_{K\sim}$ 处的实际弹道在 $0-x'y'z'$ 中的状态向量微分值相差甚小。

那么(5-4)式可写为

$$\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\left[(\boldsymbol{X}'_{K\sim}-\boldsymbol{X}_{K\sim})+\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}(t_K-t_{K\sim})\right]=0 \tag{5-6}$$

上式为0，并不是说实际 $\delta_{/\!/}$ 、$\delta_{\perp}$ 不造成射程偏差。因按制导方程的原理应将(5-4)式中的 $\boldsymbol{X}'_K$ 转换为标准坐标系状态向量 $\overline{\boldsymbol{X}}_K$ 进行控制。故此时仍存在偏差

$$\Delta L=\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\left[\overline{\boldsymbol{X}}_K-\boldsymbol{X}_{K\sim}\right] \tag{5-7}$$

同理取

$$\overline{\boldsymbol{X}}_K=\overline{\boldsymbol{X}}_{K\sim}+\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}(t_K-t_{K\sim}) \tag{5-8}$$

则

$$\Delta L=\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\left[(\overline{\boldsymbol{X}}_{K\sim}-\boldsymbol{X}_{K\sim})+\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}(t_K-t_{K\sim})\right] \tag{5-9}$$

将(5-6)代入(5-9)式则得计算公式

$$\Delta L=\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\left[\overline{\boldsymbol{X}}_{K\sim}-\boldsymbol{X}'_{K\sim}\right] \tag{5-10}$$

按射程控制时侧向偏差的计算，显然

$$Z_c=\left[\frac{\partial Z_c}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\left[\overline{\boldsymbol{X}}_K-\boldsymbol{X}_{K\sim}\right] \tag{5-11}$$

注意到(5-8)式，上式即可写为

$$Z_c=\left[\frac{\partial Z_c}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\left[(\overline{\boldsymbol{X}}_{K\sim}-\boldsymbol{X}_{K\sim})+\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}(t_K-t_{K\sim})\right] \tag{5-12}$$

由(5-6)式可解得

$$t_K-t_{K\sim}=-\frac{\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T(\boldsymbol{X}'_{K\sim}-\boldsymbol{X}_{K\sim})}{\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}} \tag{5-13}$$

代入(5-12)式得

$$Z_c=\left[\frac{\partial Z_c}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\left\{(\overline{\boldsymbol{X}}_{K\sim}-\boldsymbol{X}_{K\sim})-\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}\left\{\frac{\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T(\boldsymbol{X}'_K-\boldsymbol{X}_{K\sim})}{\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K\sim}}\right]^T\cdot\dot{\boldsymbol{X}}_{K\sim}}\right\}\right\} \tag{5-14}$$

(5-10)与(5-14)两式即为按射程控制关机时，$\delta_{/\!/}$ 、$\delta_{\perp}$ 造成射程和侧向偏差的计算公式。

具体计算方法：

1. 状态向量之差的求取

用 $\delta_{/\!/}$ 、$\delta_{\perp}$ 分别计算出主动段不考虑地球扁率和旋转时标准关机时刻的状态向量 $\boldsymbol{X}'_{K\sim}$、$\overline{\boldsymbol{X}}_{K\sim}$，将它们与标准弹道关机时刻的 $\boldsymbol{X}_{K\sim}$ 之差代替考虑扁率及旋转的偏差量。

2. $\left[\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K^\sim}}\right]^{\mathrm{T}}\left[\dfrac{\partial Z_c}{\partial \boldsymbol{X}_{K^\sim}}\right]^{\mathrm{T}}$的求取

前面已讨论了如何用不考虑主动段地球旋转的参数去近似求取主动段考虑地球旋转的参数而用求差法得到偏差导数 $\left[\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{K^\sim}}\right]^T$、$\left[\dfrac{\partial Z_c}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{K^\sim}}\right]^T$，$\boldsymbol{\lambda}_{K^\sim}$ 为关机点运动参数在标准关机点当地射击坐标系中所描述的状态向量，$\boldsymbol{X}_{K^\sim}$为在发射坐标系中所描述的状态向量，显然只要找到 $\boldsymbol{\lambda}_{K^\sim}$ 与 $\boldsymbol{X}_{K^\sim}$ 之间的转换式，即可求得$\left[\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K^\sim}}\right]^T$、$\left[\dfrac{\partial Z_c}{\partial \boldsymbol{X}_{K^\sim}}\right]^T$.

设发射坐标系原点于地心处，则根据该坐标系内速度和位置分量，找到转换关系。先绕 y 轴转 γ_K 角，然后再绕侧轴 z_1 转动 β_K' 角，则得关机点的当地坐标系$0-x_1y_1z_1$，其转换关系为：

$$\begin{pmatrix} x_{1K} \\ y_{1K} \\ z_{1K} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cos\beta_K'\cos\gamma_K & -\sin\beta_K' & \cos\beta_K'\sin\gamma_K \\ \sin\beta_K'\cos\gamma_K & \cos\beta_K' & \sin\beta_K'\sin\gamma_K \\ -\sin\gamma_K & 0 & \cos\gamma_K \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_K \\ y_K+R \\ z_K \end{pmatrix} \tag{5-15}$$

其中 β_K'、r_K 由下列关系式确定：

$$\mathrm{tg}\gamma_K=\frac{z_K}{x_K} \tag{5-16}$$

$$\mathrm{tg}\beta_K'=\frac{\sqrt{x_K^2+z_K^2}}{R+y_K} \tag{5-17}$$

当然，速度分量 v_x、v_y、v_z 也可用旋转矩阵(5-15)式转换为 v_{x1K}、v_{y1K}、v_{z1K}.

显然只要再绕 y_1 轴旋转 ν_K 即可将当地坐标系的参数转换到当地的射击坐标系中去，即

$$\begin{pmatrix} L_K \\ r_K \\ Z_K \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cos\nu_K & 0 & \sin\nu_K \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\nu_K & 0 & \cos\nu_K \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{1K} \\ y_{1K} \\ z_{1K} \end{pmatrix} \tag{5-18}$$

其中 ν_K 由下式决定

$$\mathrm{tg}\,\nu_K=\frac{v_{z1K}}{v_{x1K}} \tag{5-19}$$

在当地射击坐标系中速度分量 v_{LK}、v_{rK}、v_{ZK} 可利用v_{x1K}、v_{y1K}、v_{z1K} 通过(5-18)式中的旋转矩阵而得到。

弹道倾角 Θ_K 及 v_K 的水平分量偏离关机点射击平面的角 ω_K 与射击坐标系三个速度分量的关系为：

$$\mathrm{tg}\Theta_K=\frac{v_{rK}}{\sqrt{v_{LK}^2+v_{ZK}^2}} \tag{5-20}$$

$$\mathrm{tg}\omega_K=\frac{v_{ZK}}{v_{LK}} \tag{5-21}$$

显然有

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{5-22}$$

有了上述一系列关系，则不难导得偏导数

$$\boldsymbol{B}=\frac{\partial[v_K\ \ \boldsymbol{\Theta}_K\ \ r_K\ \ L_K\ \ \omega_K\ \ Z_K]^T}{\partial[v_{xK}\ \ v_{yK}\ \ v_{zK}\ \ x_K\ \ y_K\ \ z_K]^T} \tag{5-23}$$

亦即

$$\boldsymbol{B}=\frac{\partial\boldsymbol{\lambda}_{K\sim}}{\partial\boldsymbol{X}_{K\sim}} \tag{5-24}$$

因而可得

$$\frac{\partial[L\ \ Z_c]^T}{\partial[v_{xK}\ \ v_{yK}\ \ v_{zK}\ \ x_K\ \ y_K\ \ z_K]^T}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} \tag{5-25}$$

其中矩阵 $\boldsymbol{A}$ 见(4-2)式。

六、结论与看法

1. 对于垂线偏差这种特定的小干扰，可按

$$\begin{bmatrix}\Delta L\\ Z_c\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}\cdot\Delta\boldsymbol{\lambda}_K \tag{6-1}$$

计算其造成的落点偏差，其中

$$\frac{\partial[L\ \ Z_c]^T}{\partial[v_K\ \ \boldsymbol{\Theta}_K\ \ r_K\ \ L_K\ \ \omega_K\ \ Z_K]^T}$$

$$\Delta\boldsymbol{\lambda}_K=[\Delta v_K\ \ \Delta\boldsymbol{\Theta}_K\ \ \Delta r_K\ \ \Delta L_K\ \ \omega_K\ \ Z_K]^T$$

且当垂线偏差量分解为在发射平面内的分量 $\delta_{\parallel}$ 及垂直发射平面的分量 $\delta_{\perp}$ 时，可近似认为 $\delta_{\parallel}$ 只引起纵向参数 v_K、$\boldsymbol{\Theta}_K$、r_K、L_K 的偏差，$\delta_{\perp}$ 只引起侧向参数 ω_K、Z_K 的偏差。

2. (6-1)式中之偏差量 $\Delta\boldsymbol{\lambda}_K$，可在球形不旋转地球的条件下，分别解算标准弹道及干扰弹道，用求差法求取垂线偏差引起的关机点参数偏差量，以此代替在扁的旋转地球上任意发射纬度及方位角下垂线偏差造成的关机点参数偏差量。

3. (6-1)式中偏导数 $\boldsymbol{A}$ 的求取，先解算出主动段不考虑地球扁率和旋转的关机点参数；然后根据给定的发射点纬度及方位角，用(3-8)式算得相对坐标系的关机点参数，再加上用(3-13)式算出的修正量，即可近似得到主动段考虑地球旋转的标准弹道之关机点参数。用此参数可用求差法或平衡级数法求偏导数，前者较准确，后者计算较方便。

4. 上述计算方法，排除了在发射阵地上根据发射点的纬度及确定的射击方位角去具体的求数值积分弹道，可仅仅用袖珍电子计算机作算术运算。

5. 对定型导弹而言，因已有用求差法算得的偏导数，故仅需用2中办法求出偏差量。

6. 对新型号导弹，当给出具体发射点纬度及方位角时的 $\delta_{\parallel}$、$\delta_{\perp}$ 量后，最理想的办法是在陀螺平台校准时，将 $\delta_{\parallel}$、$\delta_{\perp}$ 修正掉，即使陀螺平台按标准弹道的条件定向，

这样即可使 $\delta_{/\!/}$ 、$\delta_{\perp}$ 不再引起导弹落点的偏差。否则，可考虑将未修正 $\delta_{/\!/}$ 与 $\delta_{\perp}$ 的陀螺平台之实测参数通过转换（该转换与垂线偏差量有关）而得导弹主动段实际飞行时在标准坐标系上的参数值，仍按

$$\Delta L=\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K^{\sim}}}\right]^{T}(\overline{\boldsymbol{X}}_{K}-\boldsymbol{X}_{K^{\sim}})=0 \tag{6-2}$$

进行控制关机，该式中各状态向量的值均指标准坐标系的值。$\overline{\boldsymbol{X}}$ 为实测的有垂线偏差的 $0-x_1'y_1'z_1'$ 中的参数在 $0-xyz$ 上的投影量，$\delta_{/\!/}$ 、$\delta_{\perp}$ 是小干扰量，故可认为互相独立，则 $\overline{\boldsymbol{X}}_K$ 可取为：

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{K}=\begin{pmatrix} \dot{x}_{1K}'\cos\delta_{/\!/}-\dot{y}_{1K}'\sin\delta_{/\!/} \\ \dot{x}_{1K}'\sin\delta_{/\!/}+\dot{y}_{1K}'\cos\delta_{/\!/}\cos\delta_{\perp}-\dot{z}_{1K}'\sin\delta_{\perp} \\ \dot{z}_{1K}'\cos\delta_{\perp}+\dot{y}_{1K}'\sin\delta_{\perp} \\ x_{1K}'\cos\delta_{/\!/}-y_{1K}'\sin\delta_{/\!/} \\ x_{1K}'\sin\delta_{/\!/}+y_{1K}'\cos\delta_{/\!/}\cos\delta_{\perp}-z_{1K}'\sin\delta_{\perp} \\ z_{1K}'\cos\delta_{\perp}+y_{1K}'\sin\delta_{\perp} \end{pmatrix} \tag{6-3}$$

因 $\delta_{/\!/}$ 、$\delta_{\perp}$ 甚小，可近似取 $\cos\delta_{/\!/}=\cos\delta_{\perp}=1$，$\sin\delta_{/\!/}=\delta_{/\!/}$ 、$\sin\delta_{\perp}=\delta_{\perp}$，则(6-3)式可简化为：

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{K}=\begin{pmatrix} \dot{x}_{1K}'-\dot{y}_{1K}'\delta_{/\!/} \\ \dot{x}_{1K}'\delta_{/\!/}+\dot{y}_{1K}'-\dot{z}_{1K}'\delta_{\perp} \\ \dot{z}_{1K}'+\dot{y}_{1K}'\delta_{\perp} \\ x_{1K}'-y_{1K}'\delta_{/\!/} \\ x_{1K}'\delta_{/\!/}+y_{1K}'-z_{1K}'\delta_{\perp} \\ z_{1K}'+y_{1K}'\delta_{\perp} \end{pmatrix} \tag{6-4}$$

这样仅需在弹上将陀螺平台的测量值进行一些简单运算，就可按（6-2）式进行射程控制，而消除由于垂线偏差造成的射程偏差。此时侧向偏差仍存在，可按下式

$$Z_c=\left[\frac{\partial Z_c}{\partial \boldsymbol{X}_{K^{\sim}}}\right]^{T}\dot{\boldsymbol{X}}_{K^{\sim}}\left(\frac{\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K^{\sim}}}\right]^{T}(\overline{\boldsymbol{X}}_{K^{\sim}}-\boldsymbol{X}_{K^{\sim}})}{\left[\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{X}_{K^{\sim}}}\right]^{T}\dot{\boldsymbol{X}}_{K^{\sim}}}\right) \tag{6-5}$$

计算。

参 考 文 献

[1] 方俊，地球形状及重力测量学，科学出版社，1975 年。

[2] R.C.Gore, "The effect of geophysical and geodetic uncertainties at launch area on ballistic missile impact accuracy", AD. 602214.

[3] 贾沛然、沈为异，弹道导弹弹道学，国防科技大学出版，1980年11月版。

[4] 黄圳珪、沈为异、李菊生、贾沛然，用平衡级数法求地球旋转修正量，国防科技大学《工学学报》，1978 年第二期。

[5] 程国采，摄动与制导，国防科技大学，1981 年。

The Effect of Deflection of the Vertical on Ballistic Missile Impact Accuracy

Jia Pei-ran

Abstract

In this paper, effect of deflection of vertical on ballistic missile impact accuracy is discussed.

By analysing the effect of deflection of vertical in the powered steps of flight the perturbations of the cut-off condition are obtained. On analysing the miss coefficient we arrived at the conclusion that it is necessary to use the cut-off parameters taking in account the earths rotation for computing the miss coefficients. Analytical formulas for obtaining the cut-off parameters taking in account the earth's rotation from those without taking earth's rotation into account are derived. These formulas used to compute the cut-off parameters under any lauch conditions without the integration of the system of differential eq-uations. The cut-off parameters thus obtained can be used to compute the miss coefficients.

In comparison with the results obtained by direct integration of trajectory equations the method described in this paper gives a relation error on miss distance of less than 2% and an absolute error of about 30 meters.

Finally, this paper puts formulas for computing the miss distance due to deflection of the vertical and methods for correcting the miss distance of inertial guidance are briefly discussed.