

落点测量误差对于再入飞行器的 精度鉴定、估计及发射数的影响分析

张 金 槐

摘 要 本文论述落点测量误差对于再入飞行器的精度评估及发射次数的影响。文中给出了测量误差对于统计鉴定的 OC 函数的影响分析,同时讨论了在犯两种错误的概率不变的前提下,测量误差对于发射数的影响。分析表明,为了补偿犯两种错误的概率(不增大),将使发射数增加。对于 Bayes 决策(Bayes 假设检验),也有类似情况。至于统计估值,在保持相同的置信区间之下,测量误差的存在将使置信概率下降。

一、前 言

在经典统计推断问题中,子样的获得常常不去考虑观测误差这种因素。但是,对于再入飞行器的试验,特别是海上试验,由于落点测量误差的存在,直接影响着精度鉴定、估计以及试射的发数。因此,在实践中提出了下列问题:

1. 在给定假设及固定犯两种错误概率的情况下,分析测量误差对于试验次数的影响;
2. 分析测量误差对于检验的 OC 函数的影响;
3. 分析测量误差对于估值及其精度的影响。

我们先讨论经典的假设检验问题,然后讨论统计决策方法中的 Bayes 检验问题。最后对于精度的估计进行必要的分析。

二、经典假设检验中考虑落点测量误差时的特性分析

首先注意经典假设检验中密集度的假设与试验数 n 以及 OC 函数之间的关系。设 X 为落点随机变量, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。此处 μ 与 σ^2 均为未知,统计假设为

$$\mathcal{H}_0: \sigma = \sigma_0,$$

$$\mathcal{H}_1: \sigma = \sigma_1 = \lambda \sigma_0, \lambda > 1.$$

当 μ 为未知时, 最优检验的临界区域可选作

$$\mathcal{D} = \left\{ (X_1, \dots, X_n), \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \geq A \right\}$$

其中 (X_1, \dots, X_n) 为样本点, \bar{X} 为样本均值。对于容量为 n 的子样 (X_1, \dots, X_n) , 如果它落在临界区域 \mathcal{D} 内, 则拒绝假设 \mathcal{H}_0 , 否则采纳 \mathcal{H}_0 。对于上述假设检验, 我们总是要求犯第一种错误的概率不超过 α , 而犯第二种错误的概率不超过 β , 即是说,

$$P \left\{ \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \geq A \mid \sigma = \sigma_0 \right\} \leq \alpha,$$

$$P \left\{ \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 < A \mid \sigma = \sigma_1 \right\} \leq \beta.$$

注意到 $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sigma^2 \chi_{n-1}^2$, 这里 χ_{n-1}^2 是自由度为 $n-1$ 的 χ^2 -变量。在实际检验过程中, 我们就取犯两种错误的概率为 α , β , 且使满足

$$\int_0^{A/\sigma_0^2} k_{n-1}(\chi^2) d\chi^2 = 1 - \alpha \quad (1)$$

$$\int_0^{A/\sigma_1^2} k_{n-1}(\chi^2) d\chi^2 = \beta \quad (2)$$

其中 $k_{n-1}(\chi^2)$ 为 χ_{n-1}^2 的概率密度函数。在 α , β 给定之下, 我们有

$$A/\sigma_0^2 = \chi_{n-1, 1-\alpha}^2, \quad (3)$$

$$A/\sigma_1^2 = \chi_{n-1, \beta}^2. \quad (4)$$

其中 $\chi_{n-1, 1-\alpha}^2$ 为 χ_{n-1}^2 的上侧 α 分位点。因此

$$\chi_{n-1, 1-\alpha}^2 / \chi_{n-1, \beta}^2 = (\sigma_1 / \sigma_0)^2 \quad (5)$$

上述表示了 α , β , σ_0 , σ_1 和试验数 n 的关系。在 α , β 给定之下,

$$n = n(\sigma_1 / \sigma_0) = n(\lambda)$$

同样地, 在 σ_0 , σ_1 给定之下, $n = n(\alpha, \beta)$ 。例如, 当 $\lambda = 1.5$ 时, 给定 $\alpha = \beta = 0.1$, 此时的 $n = 21$; 当给定 $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.25$ 时, $n = 12$ 。

对于 OC 函数, 有

$$L(\sigma) = P\{\text{采纳 } \mathcal{H}_0 \mid \sigma\} = \beta(\sigma)$$

于是, 在给定了 α , σ_0 以后, $L(\sigma)$ 只与 σ/σ_0 有关, 且对任一 β , 相应的 σ 满足

$$(\sigma/\sigma_0)^2 = \chi_{n-1, 1-\alpha}^2 / \chi_{n-1, \beta}^2. \quad (6)$$

因此, 在 α , σ_0 以及 n 取定之下, 对于给定的 σ 可以计算得 $\beta = \beta(\sigma)$ 。

当落点引入测量误差以后, 我们所获得的是 $Z = X + V$ 的样本。这里 V 是测量误差随机变量, 假定它与 X 是独立的, 且是正态的。此时, 用 Z 的样本进行检验时, 实际上检验的是下列统计假设:

$$\mathcal{H}_0: \sigma = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_V^2}$$

$$\mathcal{H}_1: \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_V^2}, \quad \sigma_1 = \lambda \sigma_0, \quad \lambda > 1.$$

于是对应于 (1), (2), 有

$$\int_0^{A/(\sigma_0^2 + \sigma_V^2)} k_{n-1}(\chi^2) d\chi^2 = 1 - \alpha, \quad (7)$$

$$\int_0^{A/(\sigma_1^2 + \sigma_V^2)} k_{n-1}(X^2) dX^2 = \beta \quad (8)$$

因此, 在考虑测量误差的情况下,

$$(X_{n-1,1-a}^2/X_{n-1,\beta}^2)_V = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_V^2}{\sigma_0^2 + \sigma_V^2} \quad (9)$$

上式中 $(\cdot)_V$ 表示考虑测量误差时的取值。为了分析测量误差对于假设检验的影响, 记落点 X 的标准偏差为 $\sigma = \sigma^*$ (即不考虑测量误差时的落点的标准偏差), 且令

$$\lambda_V = \sigma_V / \sigma^*$$

λ_V 表示了测量误差的标准偏差对于落点随机变量 X 的标准偏差之比。如果 λ_V 越小, 则测量越精密。当 $\lambda_V = 0$ 时, 就表示不考虑测量误差的情形。记

$$\lambda_0 = \sigma_0 / \sigma^*, \quad \lambda_1 = \sigma_1 / \sigma^*$$

则

$$\begin{aligned} (X_{n-1,1-a}^2/X_{n-1,\beta}^2)_V &= \frac{\lambda_1^2 + \lambda_V^2}{\lambda_0^2 + \lambda_V^2} = \frac{1 + (\lambda_1/\lambda_V)^2}{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2} \\ &= \frac{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_V}\right)^2}{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2} + \frac{1}{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2} \\ &= \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 \frac{[1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2] - 1}{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2} + \frac{1}{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2} \\ &= \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{(\lambda_1/\lambda_0)^2 - 1}{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

上式表示了当考虑测量误差时, n , α , β , λ_0 , λ_1 , λ_V 之间的关系。由此可知:

1) 在相同的 \mathcal{X}_0 , \mathcal{X}_1 之下, 当考虑测量误差时, 为了保持同样的 α , β , 必须使试验数增加。即是说, 在 $\lambda_V > 0$ 的场合, 当固定 \mathcal{X}_0 , \mathcal{X}_1 , α , β 时, 必有

$$\Delta n = n_V - n > 0,$$

或者 $n_V > n$ 。此处 n_V 表示考虑测量误差时的发射数。

事实上, 这是由于

$$(X_{n-1,1-a}^2/X_{n-1,\beta}^2)_V < (X_{n-1,1-a}^2/X_{n-1,\beta}^2)_{V=0} \quad (11)$$

$$\text{或者} \quad X_{n_V-1,1-a}^2/X_{n_V-1,\beta}^2 < X_{n-1,1-a}^2/X_{n-1,\beta}^2 \quad (11')$$

的缘故。

对于不同的 α , β 以及 λ_0 , λ_1 的取值, 作出 λ_V 与 n 之间的关系曲线是有意义的。

2) 考虑 n 和 λ_V 的变化关系时, 当其他参数保持不变时, n 为 λ_V 的递增函数。

事实上, 由于 $(X_{n-1,1-a}^2/X_{n-1,\beta}^2)_V$ 是 n 的递减函数, 而它又是 λ_V 的递减函数, 因此, 当 λ_V 增加时, 使 $(X_{n-1,1-a}^2/X_{n-1,\beta}^2)_V$ 减少, 从而使试验数 n 增加。

关于OC函数, 当考虑测量误差时的变化关系, 类似于(6)式。当 $\lambda_V > 0$ 时, $\beta = \beta(\sigma)$ 满足下列关系:

$$(\chi_{n-1,1-\alpha}^2/\chi_{n-1,\beta}^2)_V = \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 - \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 - 1\right] \frac{1}{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2} \quad (12)$$

其中 $\lambda_0 = \sigma_0/\sigma^*$, $\lambda = \sigma/\sigma^*$, $\lambda_V = \sigma_V/\sigma^*$.

三、统计决策中的 Bayes 检验

当考虑落点测量误差时的影响分析

当不考虑落点测量误差时, 我们的统计假设为

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0: \sigma &= \sigma_0 \\ \mathcal{H}_1: \sigma &= \lambda\sigma_0 = \sigma_1, \lambda > 1 \end{aligned}$$

如果考虑测量误差, 则假设成为

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'_0: \sigma &= \sigma_{(0)} = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_V^2} \\ \mathcal{H}'_1: \sigma &= \sigma_{(1)} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_V^2}, \sigma_1 = \lambda\sigma_0, \lambda > 1 \end{aligned}$$

此时, 检验的 Bayes 风险为

$$\mathcal{R} = \sum_{i,j=0,1} C_{ij} P_{\mathcal{H}'_j} \int_{\mathcal{Z}_j} P(Z|\mathcal{H}'_j) dZ$$

其中

$$\mathbf{Z} = (z_1 \cdots z_n)^T, z_i = X_i + V_i \quad (i=1, \dots, n)$$

$V_i \sim N(\mu_V, \sigma_V^2)$, 且 X_i, V_i 独立, $X_i \sim N(\mu_X, \sigma^2), i=1, \dots, n$. $\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_0 = \Omega$, \mathcal{Z}_i 为采纳 \mathcal{H}'_i 的域。 Ω 为决策空间, C'_{ij} 为当 \mathcal{H}'_j 为真而采纳 \mathcal{H}'_i 时造成的损失, $i, j=0, 1$ 。使 $B = \min$ 的最优决策不等式为

$$\mathcal{L}(\mathbf{Z}) = \frac{p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}'_1)}{p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}'_0)} \leq \frac{\text{acc.}_{\mathcal{H}'_0} C'_{10} - C'_{00}}{\text{acc.}_{\mathcal{H}'_1} C'_{01} - C'_{11}} \frac{P_{\mathcal{H}'_0}}{P_{\mathcal{H}'_1}} \triangleq \Gamma$$

其中

$$p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}'_i) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_{(i)})^n} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{(i)}^2} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_X)^2\right\} \quad (i=0, 1)$$

经过整理, 可知似然比为

$$\mathcal{L}(\mathbf{Z}) = \left(\frac{\sigma_{(0)}^2}{\sigma_{(1)}^2}\right)^{n/2} \exp\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{(0)}^2} - \frac{1}{\sigma_{(1)}^2}\right) \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_X)^2\right\}.$$

仍记

$$\lambda_0 = \sigma_0/\sigma^*, \lambda_1 = \sigma_1/\sigma^*, \lambda_V = \sigma_V/\sigma^*$$

则

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{(0)}^2}{\sigma_{(1)}^2} &= \frac{\sigma_0^2 + \sigma_V^2}{\sigma_1^2 + \sigma_V^2} = \frac{1 + (\lambda_0/\lambda_V)^2}{1 + (\lambda_1/\lambda_V)^2} \\ &= \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)^2 - \left[\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)^2 - 1\right] \frac{1}{1 + (\lambda_1/\lambda_V)^2} \end{aligned}$$

而

$$\frac{1}{\sigma_{(1)}^2} - \frac{1}{\sigma_{(0)}^2} = \frac{1}{\sigma^{*2}(\lambda_0^2 + \lambda_{\nu}^2)(\lambda_1^2 + \lambda_{\nu}^2)} \quad (\lambda_1 > \lambda_0)$$

决策不等式可写为

$$\frac{n}{2} \log\left(\frac{\sigma_{(0)}^2}{\sigma_{(1)}^2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{(0)}^2} - \frac{1}{\sigma_{(1)}^2}\right) \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_z)^2 \underset{\text{acc. } \mathcal{F}'_1}{\overset{\text{acc. } \mathcal{F}'_0}{\geq}} \log \Gamma$$

或者

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_z)^2 \underset{\text{acc. } \mathcal{F}'_1}{\overset{\text{acc. } \mathcal{F}'_0}{\geq}} \frac{2}{\frac{1}{\sigma_{(0)}^2} - \frac{1}{\sigma_{(1)}^2}} \left[\log \Gamma - \frac{n}{2} \log\left(\frac{\sigma_{(0)}^2}{\sigma_{(1)}^2}\right) \right] \\ = \frac{2}{\frac{1}{\sigma_{(0)}^2} - \frac{1}{\sigma_{(1)}^2}} \log \left[\frac{\Gamma}{(\sigma_{(0)}^2/\sigma_{(1)}^2)^{n/2}} \right] \\ \triangleq \mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}} \end{aligned} \quad (13)$$

将 μ_z 以 \bar{z} 代替, 此时有如下决策不等式:

$$\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \underset{\text{acc. } \mathcal{F}'_1}{\overset{\text{acc. } \mathcal{F}'_0}{\geq}} \mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}} \quad (14)$$

对于前面定义的损失函数 C'_{ij} , 此时的 Bayes 风险为

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\nu) &= C'_{01} P_{\mathcal{F}'_1} \int_0^{\mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}}} \frac{1}{\sigma_{(1)}^2} k_{n-1}(x^2/\sigma_{(1)}^2) dx^2 \\ &\quad + C'_{10} P_{\mathcal{F}'_0} \int_{\mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}}}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_{(0)}^2} k_{n-1}(x^2/\sigma_{(0)}^2) dx^2 \\ &= C'_{01} P_{\mathcal{F}'_1} \beta' + C'_{10} P_{\mathcal{F}'_0} \alpha' \end{aligned} \quad (15)$$

其中 α' , β' 分别为考虑落点测量误差时犯两种错误的概率。

为讨论测量误差对 $\mathcal{B}(\nu)$ 的影响, 必须讨论对于决策限 $\mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}}$ 的影响。将 $\mathcal{B}(\nu)$ 写成如下形式

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(\nu) &= C'_{01} P_{\mathcal{F}'_1} \int_0^{\mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}}/\sigma_{(1)}^2} k_{n-1}(x^2) dx^2 \\ &\quad + C'_{10} P_{\mathcal{F}'_0} \int_{\mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}}/\sigma_{(0)}^2}^{+\infty} k_{n-1}(x^2) dx^2 \end{aligned} \quad (16)$$

且我们可以得到如下的表达式

$$\mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}}/\sigma_{(1)}^2 = 2 \frac{\lambda_0^2 + \lambda_{\nu}^2}{\lambda_1^2 - \lambda_0^2} \log \frac{\Gamma}{\{(\lambda_0/\lambda_1)^2 + [1 - (\lambda_0/\lambda_1)^2] / [1 + (\lambda_1/\lambda_{\nu})^2]\}^{n/2}} \quad (17)$$

$$\mathcal{F}_{\Gamma, n_{\nu}}/\sigma_{(0)}^2 = 2 \frac{\lambda_1^2 + \lambda_{\nu}^2}{\lambda_1^2 - \lambda_0^2} \log \frac{\Gamma}{\{(\lambda_0/\lambda_1)^2 + [1 - (\lambda_0/\lambda_1)^2] / [1 + (\lambda_1/\lambda_{\nu})^2]\}^{n/2}} \quad (18)$$

注意到 $\lambda_1/\lambda_V = \sigma_1/\sigma_V$, 可认为 $\sigma_V < \sigma_1$, 于是 $\lambda_1/\lambda_V > 1$ 。因此

$$\frac{\partial(\mathcal{F}_{\Gamma, n_V}/\sigma_{\zeta_i}^2)}{\partial\lambda_V} > 0, \quad i=0,1$$

因此, 当 λ_V 增加时, $\mathcal{F}_{\Gamma, n_V}/\sigma_{\zeta_i}^2$ 均增加。由此可知, 当考虑落点测量误差时, 将使犯第一种错误的概率减小(与不考虑测量误差时的情况相比较), 而犯第二种错误的概率将增加。这和人们的常识是相符的, 因为决策限的增大使假设 \mathcal{H}_0 容易被采纳而不易弃真。但却使采伪概率增加了。

测量误差对于Bayes风险的影响可以从(15)或(16)式看出。首先注意 $P_{\mathcal{H}_0}$, $P_{\mathcal{H}_1}$ 以及损失函数 C_{10} , C_{01} 。当考虑测量误差时, 落点数据中含有 V , 此时 $\mathcal{H}_0': \sigma_z^2 = \sigma_0^2 + \sigma_V^2$, 它对应于 $\mathcal{H}_0: \sigma_x^2 = \sigma_0^2$, 而 $\sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_V^2$ 。我们认为, $P_{\mathcal{H}_0'} = P_{\mathcal{H}_0}$ 。对于 C_{10} 及 C_{01} , 要一般地去考虑测量误差对于它们的影响比较复杂, 但如果认为, σ_V^2 的存在不致使损失函数有明显的改变, 于是 $C'_{10} \cong C_{10}$, $C'_{01} \cong C_{01}$ 。再注意到(3.3)式, 为了使 λ_V 的存在而又能使 $\mathcal{B}_{(V)}$ 达到不增加的目的, 只要增大试验数 n , 而使

$$\alpha' = \int_{\mathcal{F}_{\Gamma, n_V}/\sigma_{\zeta_0}^2}^{+\infty} k_{n-1}(X^2) dX^2 \leq \alpha$$

$$\beta' = \int_0^{\mathcal{F}_{\Gamma, n_V}/\sigma_{\zeta_1}^2} k_{n-1}(X^2) dX^2 \leq \beta$$

或者

$$\mathcal{F}_{\Gamma, n_V}/\sigma_{\zeta_0}^2 \leq \chi_{n-1, 1-\alpha}^2 \quad (19)$$

$$\mathcal{F}_{\Gamma, n_V}/\sigma_{\zeta_1}^2 \leq \chi_{n-1, \beta}^2$$

在这样的场合, 测量误差对于试验数的影响分析同于经典假设检验的情况。

四、落点测量误差对于 σ 的估计的影响分析

记落点测量值所对应的随机变量为

$$Z = X + V,$$

其中 V 为测量误差, 它与纵向(或横向)落点变量 X 独立, 且 X 与 V 均为正态变量。设 (z_1, \dots, z_n) 为落点的子样, 记

$$S_Z^2 = 1/[n-1] \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \quad (20)$$

$$\text{作} \quad S_X^2 = S_Z^2 - \sigma_V^2 \quad (21)$$

$$\text{则} \quad E[S_X^2] = \sigma_Z^2 - \sigma_V^2 = \sigma_X^2$$

因此, 将 S_X^2 作为 σ_X^2 的估计时, 它是无偏的。且我们可以算得

$$D[S_Z^2] = 2\sigma_Z^4/(n-1) = [2/(n-1)](\sigma_X^2 + \sigma_V^2)^2 \quad (22)$$

$$\text{仍记} \quad \lambda_V = \sigma_V/\sigma_X.$$

$$\text{则} \quad D[S_Z^2] = [2\sigma_X^4/(n-1)](1 + \lambda_V^2)^2 > D[S_X^2] = 2\sigma_X^4/[n-1] \quad (23)$$

只有当 $\lambda_V = 0$ 时,

$$S_z^2 = S_x^2, D[S_z^2] = D[S_x^2]$$

因此，在考虑测量误差的情况下，所获得的 $S_z^2 = S_x^2 + \sigma_v^2$ 并不是 σ_x^2 的估计，而是将 σ_x^2 估大了，且 $D[S_z^2] > D[S_x^2]$ 。也就是说，如果用 $D[S_z^2]$ 作为衡量 σ_x^2 的估计精度时，它偏大了。这是经典估计的情况。再看置信估计。

注意到

$$\begin{aligned} \frac{S_x^2}{\sigma_x^2} &= \frac{S_z^2}{\sigma_z^2} \cdot \frac{\sigma_z^2}{\sigma_x^2} - \frac{\sigma_v^2}{\sigma_x^2} \\ &= \frac{\sigma_z^2}{\sigma_x^2} \cdot \frac{1}{n-1} \chi_{n-1}^2 - \lambda_v^2 \\ &= \frac{\sigma_x^2 + \sigma_v^2}{\sigma_x^2} \cdot \frac{\chi_{n-1}^2}{n-1} - \lambda_v^2 \\ &= (1 + \lambda_v^2) \frac{\chi_{n-1}^2}{n-1} - \lambda_v^2 \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} &P\{1 - \delta' \leq S_x^2 / \sigma_x^2 \leq 1 + \delta\} \\ &= P\{\sqrt{1 - \delta'} \leq S_x / \sigma_x \leq \sqrt{1 + \delta}\} \\ &= P\{1 - \delta' \leq (1 + \lambda_v^2) \chi_{n-1}^2 / (n-1) - \lambda_v^2 \leq 1 + \delta\} \\ &= P\{(n-1)(1 + \lambda_v^2 - \delta') / (1 + \lambda_v^2) \leq \chi_{n-1}^2 \leq (n-1)(1 + \lambda_v^2 + \delta) / (1 + \lambda_v^2)\} \\ &= K_{n-1} \left[(n-1) \left(1 + \frac{\delta}{(1 + \lambda_v^2)} \right) \right] - K_{n-1} \left[(n-1) \left(1 - \frac{\delta'}{(1 + \lambda_v^2)} \right) \right] \quad (24) \end{aligned}$$

由于 $\partial P / \partial \lambda_v > 0$ ，故当测量误差增加时，将使置信概率降低。因此，在考虑落点测量误差的情形下，为了不使置信概率降低，就必须以增加试射数来补偿。

当 δ, δ' 给定时，对于不同的试射数 n ，可以作出 P 与 λ_v 的关系曲线，图 1 给出了

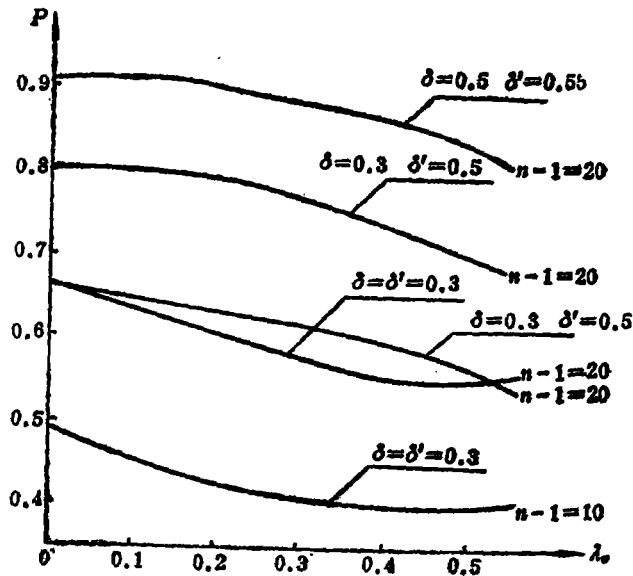


图 1 P 随 λ_v 的变化关系图示

若干种 P 与 λ_v 之间的这种关系曲线。

当 δ, δ' 给定时, 对于不同的 λ_v , 可以作出 P 与试射数 n 的关系曲线。图 2 给出了若干种这种曲线。从图中可以看出, 如果取 $\delta=0.3, \delta'=0.5$, 且 $P=80\%$, 此时, 当不考虑测量误差时, 试射发数为 21 发。如果 $\lambda_v=1/4$, 保持 $P=80\%$ 不变, 那末此时的试射发射为 22 发, 即是说, 必须增加一次发射以补偿由于测量误差而引起的置信概率的降低。如果 λ_v 越大, 那末需要增加的发射数将越多。

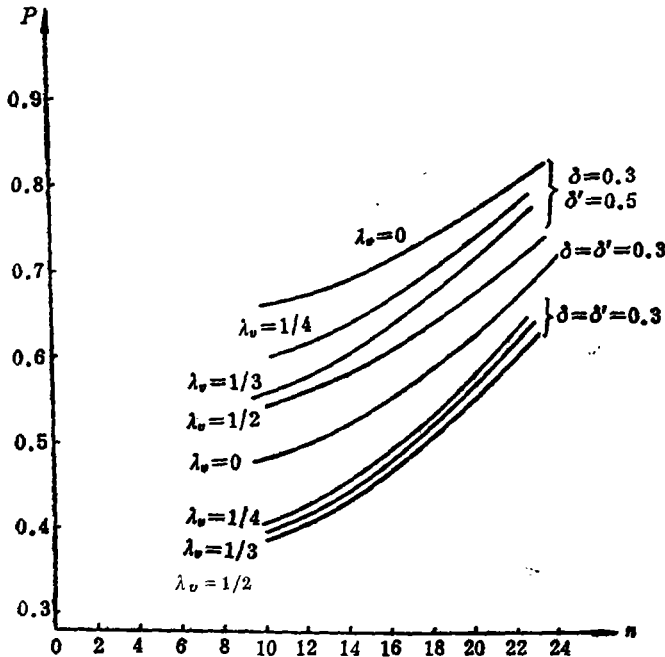


图 2 P 随 n 的变化关系

参 考 文 献

- [1] 张金槐等编, 飞行器试验统计学(上册)(讲义), 国防科技大学, 1982年。
- [2] 张金槐, 落点精度及系统误差的评估, 1985年研究报告第二部份。
- [3] J.O.Berger, Statistical Decision Theory, Foundations, Concepts and Methods, Springer-Verlag New York Inc., 1980.

An Analysis of the Influence of the Measurement Errors of Point of Impact (MEPI) on the Dispersion Assessment and Estimation and the Number of Launches of Reentry Vehicles

Zhang Jinhuai

Abstract

In this paper, the influence of MEPI is studied. The OC—function of testing statistical hypothesis and the numbers of launches of reentry vehicles are given. It shows that when one tries to compensate the risk of the dispersion assessment caused by MEPI, the numbers of launches will be increased. As for statistical estimation, the existence of MEPI will reduce the confidence probability when confidence interval is maintained.