

磁悬浮列车模型的实验研究

杨 泉 林

(自动控制系)

摘要 本文主要研究磁悬浮列车模型的控制问题。在分析列车数学模型的基础上,利用信号变换技巧,实现了系统的解耦。对解耦系统根据性能指标要求配置了闭环系统的极点;通过状态反馈给出了反馈阵 P ;设计了控制器。研究了磁悬浮列车控制系统的具体实现问题。

关键词 列车模型;磁悬浮;实验

磁悬浮列车模型的构成和工作过程如下:由两个带有铁芯的线圈组成的感应式传感器检测列车相对水平基准面的位移,控制系统将位移信号变换成驱动电磁铁所必须的电流,电磁铁产生的电磁吸力将列车悬浮起来。电磁铁铁心制成U形状,这种U型磁铁与两根轨道的倒U型结构在列车模型横向受到外干扰时具有一定的自稳定能力。图1表示列车模型的局部剖视图。

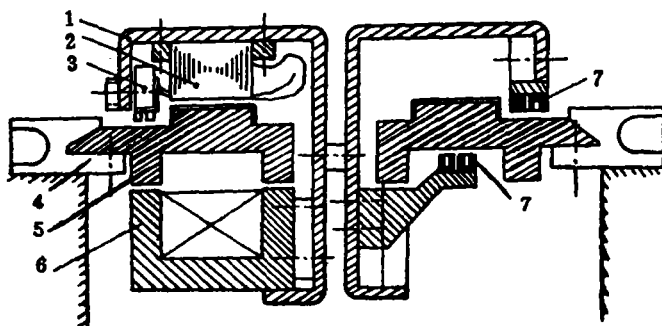


图1 磁悬浮列车模型示意图

1—车身; 2—驱动电机; 3—保护轮; 4—轨道支架; 5—铁轨; 6—电磁铁; 7—位移传感器

1. 数学模型

由四个支承磁铁控制的列车模型的运动状态如图2。分别表示车身的上下、滚动、俯仰和扭转运动。运动方程式由下面一组方程给出^[1]。

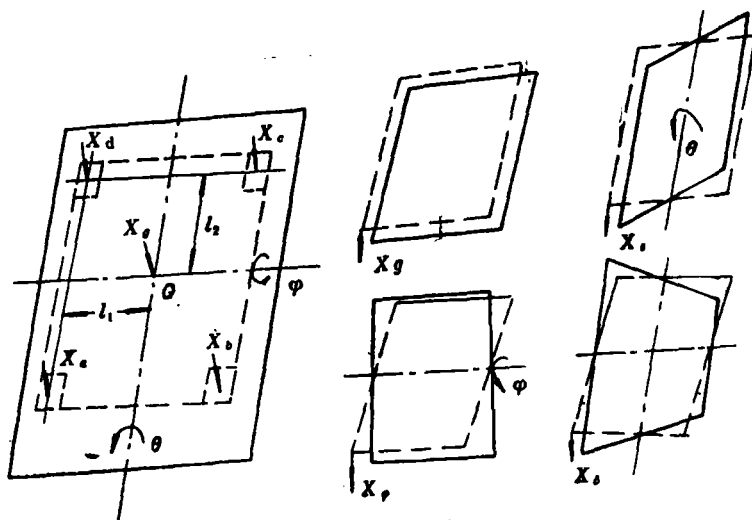


图 2 列车模型运动状态示意图

$$M_g \ddot{x}_g = -(p_a + p_b + p_c + p_d) + p_{xg} \quad (1)$$

$$J_\theta \ddot{\theta} = -(p_a - p_b + p_c - p_d)l_1 + M_{x\theta} \quad (2)$$

$$J_\varphi \ddot{\varphi} = -(p_a + p_b - p_c - p_d)l_2 + M_{x\varphi} \quad (3)$$

$$M_\delta \ddot{x}_\delta + C_\delta \dot{x}_\delta + k_\delta x_\delta = -(p_a - p_b - p_c + p_d) + p_{x\delta} \quad (4)$$

令 $\frac{J_g}{l_1^2} = M_g; \frac{M_{x\theta}}{l_1} = p_{x\theta}; l_1 \theta = x_\theta$

$$\frac{J_\varphi}{l_2^2} = M_\varphi; \frac{M_{x\varphi}}{l_2} = p_{x\varphi}; l_2 \varphi = x_\varphi$$

方程(2)、(3)变成

$$M_\theta \ddot{x}_\theta = -(p_a - p_b + p_c - p_d) + p_{x\theta} \quad (5)$$

$$M_\varphi \ddot{x}_\varphi = -(p_a + p_b - p_c - p_d) + p_{x\varphi} \quad (6)$$

这里, $M_i (i=g, \theta, \varphi, \delta)$ 为各运动状态的等效质量; $p_j (j=a, b, c, d)$ 为电磁力; p_{x_i} 为外干扰力(包括驱动电机的电磁力) x_i 为车身四种运动状态产生的位移; c_δ 为摩擦系数; k_δ 为弹性变形系数。

每个电磁铁模型可以用一组非线性方程描述^[2]。

$$p = \frac{\mu_0 A N^2}{4} \left(\frac{I}{x} \right)^2 \quad (7)$$

$$u = \frac{\mu_0 A N^2}{2} \left(\frac{\dot{I}}{x} \right) - \frac{\mu_0 A N^2}{2} \left(\frac{I}{x^2} \right) \dot{x} + R I \quad (8)$$

式中 p —电磁力; A —一个磁极的面积; N —电磁铁绕组匝数; I —电磁铁绕组中的电流; x —磁极表面与轨道间的距离; u —电磁铁绕组的端电压; R —绕组电阻; $\mu_0 (4\pi \times 10^{-7}$ 亨利/米)

方程式(7)、(8)在悬浮平衡位置附近线性化后的线性化方程为

$$\Delta p = p_I \Delta I - p_x \Delta x \quad (9)$$

$$\Delta u = L_0 \Delta \dot{I} - L_x \Delta \dot{x} + R \Delta I \quad (10)$$

式中

$$L_0 = \frac{\mu_0 A N^2}{2x_0}; \quad L_x = \frac{\mu_0 A N^2}{2x_0^2} I_0$$

$$p_I = \frac{\mu_0 A N^2}{2x_0^2} I_0; \quad p_x = \frac{\mu_0 A N^2}{2x_0^3} I_0^2$$

其中

$$I_0 = x_0 \left[\frac{4p_0}{\mu_0 A N^2} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad p_0 = \frac{1}{4} Mg$$

2. 控制系统设计

1) 关于解耦方式

根据图2, 传感器检测到的车身位移 x_j 与在各运动坐标系内的位移 x_i 之间的关系为

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_\theta \\ x_\phi \\ x_\varphi \\ x_\delta \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

根据列车动力学方程(1)、(5)、(6)、(4)式

$$\begin{bmatrix} p_\theta \\ p_\phi \\ p_\varphi \\ p_\delta \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} p_a \\ p_b \\ p_c \\ p_d \end{bmatrix} \quad (13)$$

则可以得到(11)式的逆变换为:

$$\begin{bmatrix} x_\theta \\ x_\phi \\ x_\varphi \\ x_\delta \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \end{bmatrix} = \frac{1}{4} T \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \\ x_d \end{bmatrix} \quad (14)$$

由(9)、(13)式

$$p_i = T p_j = T (p_I I_j - p_x x_j) = 4p_I (T^{-1} I_j) - 4p_x (T^{-1} x_j) \quad (15)$$

令 $I_i = T^{-1} I_j$, 则(15)式变为

$$p_i = 4p_I I_i - 4p_x \cdot x_i \quad (16)$$

将(10)式两边乘以 T^{-1} , 令 $(T^{-1} u_j = u_i)$, 则

$$u_i = L_0 \dot{I}_i - L_x \dot{x}_i + R I_i \quad (17)$$

由此看出, 如果将传感器检测的位移信号 x_j 分别去控制电磁铁, 由于 x_j 包含各运动状态产生的位移, 控制系统是耦合系统。但由于列车模型的四种运动状态是相互独立的, 因此如果将 x_j 按照 (14) 的矩阵变换为各运动坐标系中的位移信号 x_i , 在各运动坐标系内进行系统设计, 然后将控制系统产生的控制电压 u_i 变换为控制电磁铁的实际电压 u_j , 则磁悬浮列车模型控制系统各通道之间实现了解耦, 可以按照单通道控制系统的设计方法设计磁悬浮列车模型的控制系統。

2) 控制器设计

仅以 g 通道为例, 并假设电流驱动器和电磁铁特性得到改善, 使之在控制系统频段内, 可以忽略它的时间常数。当系统参数为 $M=42\text{kg}$, $p_l=107.5\text{N/A}$, $p_x=3.58 \times 10^4\text{N/m}$, 电流驱动器增益 $K_i=87.5$, 等效电阻 $R_i=32\Omega$ 时, 选取状态变量 $X=[x \ \dot{x}]^T$, 系统的状态方程为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{4p_x}{M} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-4p_l K_i}{M R_i} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{p_{ex}}{M} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3410 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -28 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{p_{ex}}{M} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

$$Y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

(1) 性能指标问题

对于磁悬浮列车, 除要求提供稳定可靠的悬浮系统外, 控制系统的低频刚度要大, 使得列车在上坡、下坡或载荷变化时, 保证列车和轨道间的间隙变化小; 另外系统的带宽要狭窄, 在列车高速行驶时, 当铁轨出现不规则性时不致引起列车的剧烈振动, 从而保证乘客有舒适之感。

(2) 控制规律

分析表明, 系统 (18) 是能控的。采用状态到输入的反馈, 可以使系统的闭环极点处于指定的位置上, 因而也就决定了系统的瞬态特性。根据上述性能指标要求, 如果将载荷的变化或轨道的不规则性等都看作阶跃干扰, 只要控制输入中包含有正比于误差的积分项, 就可获得理想的稳态精度。此时, 控制作用应包含 $q(t)$

$$q(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau = \int_0^t (y(\tau) - y_0) d\tau \quad (19)$$

又因 $q(t)$ 在 $q(0)=0$ 时满足微分方程

$$\dot{q}(t) = e(t) = CX - X_0 \quad (20)$$

这样, 可以把系统 (18) 增广为^[3]:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} d \\ -x_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$Y = [C \quad 0] \begin{bmatrix} X \\ q \end{bmatrix}$$

对系统(21)采用状态反馈控制规律:

$$u(t) = [K_1 \quad K_2] \begin{bmatrix} X \\ q \end{bmatrix} \quad (22)$$

求得的闭环系统为

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + bK_1 & bK_2 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ -x_0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$Y = [C \quad 0] \begin{bmatrix} X \\ q \end{bmatrix}$$

其中第一项 $K_1 X$ 是原系统的一般的状态反馈, 第二项 $K_2 q$ 是为改善稳态精度而加的积分控制作用。

(3) 闭环极点配置:

根据上述要求, 增广系统(23)的三个极点分别设为: $S_1 = -10, S_2 = -100, S_3 = -240$, 闭环特征方程为

$$D(S) = S^3 + \beta_2 S^2 + \beta_1 S + \beta_0 \quad (24)$$

式中 $\beta_2 = 350, \beta_1 = 27400, \beta_0 = 240000$.

(4) 反馈阵 F .

系统(21)的开环特征方程为:

$$\left\{ SI - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3410 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} = S^3 + \alpha_2 S^2 + \alpha_1 S + \alpha_0 \quad (25)$$

式中 $\alpha_2 = 0, \alpha_1 = -3410, \alpha_0 = 0$

使系统(23)在反馈控制规律

$$u = [f_1 \quad f_2 \quad f_3] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ q \end{bmatrix} \quad (26)$$

控制下具有闭环特征方程(24)的反馈阵 F 应满足

$$F = [f_1 \quad f_2 \quad f_3] = [(\alpha_2 - \beta_2), (\alpha_1 - \beta_1), (\alpha_0 - \beta_0)] \alpha^{-1} V^{-1} \quad (27)$$

式中

$$\alpha^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_2 & \alpha_1 \\ 0 & 1 & \alpha_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3410 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3410 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

可控阵 V 为

$$V = \begin{bmatrix} 0 & -28 & 0 \\ -28 & 0 & -95480 \\ 0 & 0 & -28 \end{bmatrix}$$

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{28} & 121.8 \\ -\frac{1}{28} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{28} \end{bmatrix}$$

则

$$F = [f_1 \ f_2 \ f_3] = [1100.36, 12.5, 8571.43] \quad (28)$$

因此

$$u = 1100.36x + 12.5\dot{x} + 8571.43q \quad (29)$$

3. 控制系统实现问题

磁悬浮列车模型控制系统由变换放大器、变换网络、模拟控制器、磁铁驱动器和电磁铁等主要部分组成,如图3。

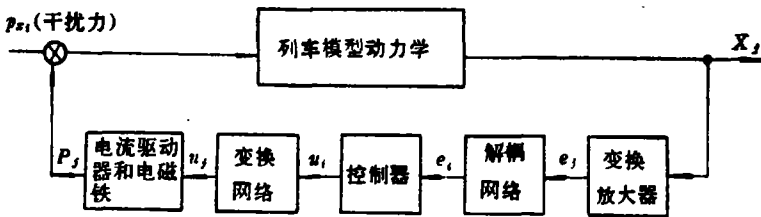


图3 列车模型控制系统方块图

1) 变换放大器

变换放大器包括感应式传感器、前置放大器、带通滤波器、解调器和滤波网络等部分。

感应式传感器接成差动方式,由32千赫电流源驱动,检测的位移信号经前置放大器、带通滤波器、解调器和滤波网络变换成直流脉动电压 e_j 。变换放大器增益约为600V/m。

2) 变换网络

变换网络由4个比例放大器完成矩阵 T 的变换,将电压信号 e_j 变换为运动坐标系内所需的电压 e_i 。

3) 控制器

来自变换网络的电压 e_i ,分别加给各个通道的补偿器。补偿器的输出 u_i 再经过由4个比例放大器组成的变换网络将信号重新组合成每个磁铁的控制电压 u_j 。补偿器采用的形式如图4^[4]。当 $R_D \gg R_2, R \gg R_1$ 时,可得到补偿器的传递函数为

$$W(S) = \frac{u_i(S)}{e_i(S)} = K_p \frac{\left\{ \tau_I \tau_D S^2 + \left[\left(1 + \frac{R_D}{R} \right) \tau_I + \tau_D \right] S + 1 \right\}}{[\tau_I S (1 + T_2 S)]} \quad (30)$$

$$\text{式中 } R = \frac{R_I(R_3 + R_4 + R_5)}{R_I + R_3 + R_4 + R_5}; \quad K_p = \frac{R_4 + R_5}{R_5} \left(1 + \frac{R_3}{R_4 + R_5} \right);$$

$$\tau_D = R_D C_D, \quad \tau_I = R C_I, \quad T_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} R_D C_D.$$

当 $R \gg R_D, \tau_I \gg \tau_D$ 时, 传递函数为

$$W_F(S) = K_p \frac{1 + \tau_I S + \tau_I \tau_D S^2}{\tau_I S (1 + T_2 S)} \quad (31)$$

式中 $\frac{1}{1 + T_2 S}$ 是为了抑制高频噪声而设置的。

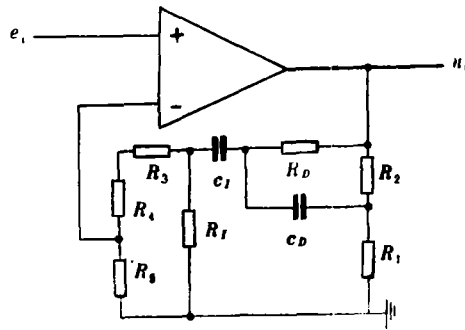


图4 补偿器电原理图

根据设计要求: $K_p = 4.4, \tau_I = 0.128, \tau_D = 0.01136$, 选择 $T_2 = 0.00025$, 得到的一组参数为: $R_1 = 0.5\text{K}\Omega, R_2 = 22\text{K}\Omega, C_D = 0.05\mu\text{f}, R_D = 220\text{K}\Omega, R_4 = 330\text{K}\Omega, R_5 = 160\text{K}\Omega, R_3 = 200\text{K}\Omega, C_I = 1\mu\text{f}, R_I = 150\text{K}\Omega$ 。

4) 电流驱动器

电流驱动器将变换网络的输出电压 u_j 进行功率放大, 变换成驱动电磁铁所必须的电流 I_j 。在电流驱动器中引入电流反馈和有源网络, 目的在于减小电流驱动器的时间常数, 使它满足理论上分析设计的要求, 如图5。

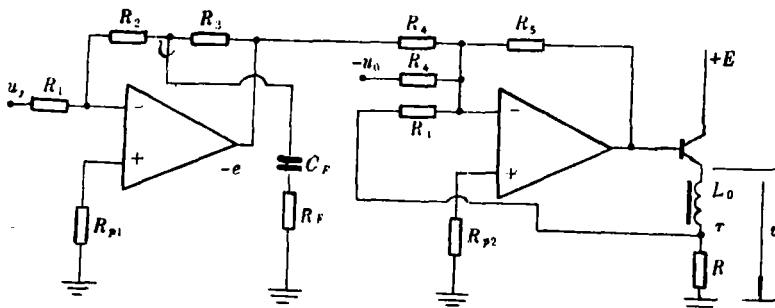


图5 电流驱动器电路图

图中 $R_1 = 100\text{K}\Omega, R_2 = 100\text{K}\Omega, R_3 = 75\text{K}\Omega, R_F = 1\text{K}\Omega, C_F = 0.22\mu\text{f}, R_4 = 15\text{K}\Omega,$

$$R_5 = 750K\Omega, R = 1\Omega, K_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1}, K_2 = \frac{R_5}{R_4}.$$

$$\text{由(10)式知} \quad u = L_0 \dot{I}_j - L_x \dot{x}_j + (R+r)I_j \quad (32)$$

引入电流反馈后, 根据图5, 当列车模型处于平衡位置附近时可得:

$$L_0 \dot{I}_j + [(K_2 + 1)R + r]I_j = L_x \dot{x}_j + K_2 e \quad (33)$$

(33)式进行拉氏变换后变成

$$I_j(s) = \frac{L_x s}{L_0 s + (K_2 + 1)R + r} x_j(s) + \frac{K_2}{L_0 s + (K_2 + 1)R + r} e(s) \quad (34)$$

$$\text{令} \quad e(s) = K_1(\tau s + 1)u_j(s) \quad (35)$$

$$\text{式中} \quad \tau = \frac{L_0}{(K_2 + 1)R + r}$$

将(35)式代入(34)式:

$$I_j(s) = \frac{L_x s}{L_0 s + (K_2 + 1)R + r} x_j(s) + \frac{K_1 K_2}{(K_2 + 1)R + r} u_j(s) \quad (36)$$

在控制系统的工作频率范围内

$$\frac{L_x s}{L_0 s + (K_2 + 1)R + r} \approx \frac{L_x}{L_0}$$

$$\text{因此} \quad I_j \approx \frac{L_x}{L_0} x_j + \frac{K_1 K_2}{(K_2 + 1)R + r} u_j \quad (37)$$

电流驱动器和电磁铁特性, 经过上述简化后满足了理论上分析设计的要求。

5) 电磁铁

磁悬浮列车模型车身上安装有4个支承磁铁, 每边两个。磁铁的磁极面积 $A = 18 \text{ cm}^2$, 绕组匝数 $N = 1250$, 内阻 $r = 6.5\Omega$, 当电流 I_0 为1A, x_0 为3mm时, 每个磁铁产生的电磁吸力为10kg。

磁悬浮列车模型的实验研究仅仅是初步的。目前控制系统达到的主要指标有支承刚度50kg/mm, 总承载能力50kg, 消耗功率为80W。由于支承磁铁和轨道都用价格低廉的软铁代替了价格较贵的磁性材料, 而且加工方便, 就为进一步开展这方面的研究工作打下了基础。

参 考 文 献

- [1] 山村、大西、正田: 吸引力形常电道磁气浮上台车の制御系理论, 电气学会论文志 B99, 752 (昭54-11).
- [2] E. GOTTZEIN and B. LANGE: Magnetic Suspension Control Systems for the MBB High Speed Train, Automatica, Vol. 11, pp271-284, 1975.
- [3] T.E. Fortmann, K.L. Hitz, An Introduction to Linear Control Systems 1977.

[4] 李清泉、黄昌宁：集成运算放大器原理与应用，科学出版社，1984。

Experimental Investigation of the Magnetic Suspension Vehicle Model

Yang QuanLin

Abstract

The control problem of the magnetic suspension vehicle model is investigated mainly In this paper On the basis of analysing vehicle mathematical model, using signal transformation technique, decoupled control system is realized. The poles of the closed loop system are assigned from the specification requirements for decoupled control system. The feedback matrix F is given by state feedback, the controller is designed. The problem of the practical realization of the magnetic suspension vehicle control system is investigated.

Key words: Vehicle model; Magnetic suspension; Experimentation