国 防 科 技 大 学 学 报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第10卷第2期　1988年6月　Vol.10.No.2

一种循环队列的判定定理

陈立杰　杨学军
（计算机科学系）

摘　要　首尾相接的循环队列是一种动态的数据结构。本文给出了在并发进程环境下，使用循环队列的判定定理，本定理已在银河机软件实现中得到应用。

关键词　循环队列

1.　构造循环队列

设有一个并发进程的软件环境，操作系统提供了进程的互斥和同步机构。进程P_1，P_2，…，P_n在活跃期登记队列项或注销队列项。为此，设计如下的动态数据结构，称之为循环队列。

循环队列：

令Q为一数据结构，具有N项，记以：q_1，q_2，…，q_N

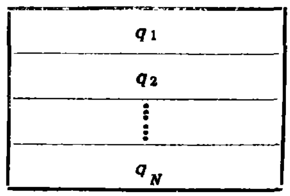
一般表示为：

$$\{q_i|1\leqslant i\leqslant N\}，N为正整数$$

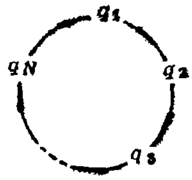
其中，q_i（$i=1\sim N$）可用于进程P_K（$K=1\sim m$）做登记或注销操作。Q循环队列内存图示（如图1(a)）。

Q队列是顺序登记和顺序注销的，其顺序如图1(b)。

如此，Q构成了可无限循环使用的队列。



(a)



(b)

图1

定义1　登记操作LG：

令LG表示Q的登记指针（LG为正整数），$1\leqslant LG\leqslant N$，LG的初值为1，指向Q的第一项q_1，当进程P_K要占用Q的一项时，按LG指针登记，登记后，$LG=(LG+1)\cdot \bmod N$。

本文1987年8月收到

定义 2 注销操作CA：

CA表示Q的注销指针（CA为正整数），$1\leqslant CA\leqslant N$，CA的初值为1，指向Q的第一项，当进程P_K要注销Q的一项时，按CA指针注销，注销后，$CA=(CA+1)\bmod N$.

LG与CA的操作关系是：当Q的某项q_i为空白项（即未被登记项，换言之，已被CA注销）时，可进行LG操作；当Q的某项q_i为已登记项（即已做过LG操作且还未做CA操作）时，可进行CA操作。因此，从初值环境出发，LG操作优先于CA操作，亦即，CA操作动态地追赶LG操作。

定义 3 Q的状态F：

F是一布尔变量（初值是0），定义为：

$$\begin{cases} F\Leftarrow\bar{F} & \text{当}LG\Leftarrow N\text{时} \\ F\Leftarrow\bar{F} & \text{当}CA\Leftarrow N\text{时} \end{cases}$$

（$\Leftarrow$表示变量的赋值操作）

2. Q队列的判定定理

进程P_K在什么条件下可在Q中登记一项（即，占用某个q_i）？在什么条件下可在Q中注销一项（即，释放某个q_i）？下面给出判定定理。

定理 1（登记判定定理）

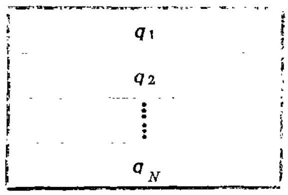
若$LG\neq CA$，则可按LG登记队列项；

若$LG=CA$，且$F=0$，则可按LG登记队列项；

若$LG=CA$，且$F=1$，则不能登记队列项。

为了证明定理1，首先引入几个概念。

定义 假设$G=\{q_1,\cdots,q_N\}$是由q_i（$1\leqslant i\leqslant N$）所构成的集合，我们称排列q_Nq_1 q_{N-1}为G的混洗队列，记作Q。



那么，广义地看一个循环队列：就可以看作为Q的一个无穷重复序列：

$$Q^1Q^2\cdots Q^i\cdots$$

其中 $Q^1=q_1\cdots q_{N-1}$，$Q^i=Q(i>1)$.

引理 当$F=0$时，LG、CA指向同一个Q^i的某两个元素（这两个元素可以相同）。当$F=1$时，LG指向Q^{i+1}中的某一个元素，CA指向Q^i中的另一个元素。

证明 $ST(F)$是一个自然数，用以标记对F变量的赋值次数（赋初值除外）。

当$ST(F)=0$时，$F=0$，显然此时LG、CA同时指向Q_1，即引理成立，

假设$ST(F)=n$时，引理成立。下面让我们证明当$ST(F)=n+1$时，引理也成立。

分两种情况：

(1) $ST(F)=n$时，$F=0$. 此时LG、CA指向同一个Q^i（由归纳假设），对F的下一赋值，即第$n+1$次赋值应该由$LG\Leftarrow n$这一操作引起，否则CA将超前LG、这是不会出现的。所以，当$ST(F)=n+1$时，$F=1$，且LG指向Q^{i+1}，CA指向Q^i.

(2) $ST(F)=n$时，$F=1$. 这时的证明类似于情况(1).

归纳以上两种情况，当$ST(F)=n+1$时，引理也成立。引理得证。

有了以上的引理，我们就可以证明定理 1 了。

证明　当$LG\neq CA$时，队列不满，显然可按LG登记队列。

当$LG=CA$，且$F=0$时，由引理可知LG、CA指向同一个Q^i，如图所示：

$$q_N\ \overbrace{q_1\cdots \underset{\substack{\nearrow\nwarrow\\ LG\ CA}}{q_i}\cdots q_{N-1}}^{Q^i}$$

所以队列为空，可以按LG登记队列项。

当$LG=CA$，且$F=1$时，由引理知LG指向Q^{i+1}，CA指向Q^i，如图所示：

$$\overbrace{q_N\ q_1\cdots \underset{\substack{\uparrow\\ CA}}{q_i}\cdots q_{N-1}}^{Q^i}\ \ \overbrace{q_N\ q_1\cdots \underset{\substack{\uparrow\\ LG}}{q_i}\cdots q_{N-1}}^{Q^{i+1}}$$

此时队列为满，不能按LG登记队列项。定理证毕。

定理 2（注銷判定定理）

若$LG\neq CA$，则可按CA注销队列项；

若$LG=CA$，且$F=0$，则不可注销队列项；

若$LG=CA$，且$F=1$，则可按CA注销队列项。

证明　参考定理 1．

3. 判定定理的应用

在并发进程共享循环队列的软件中，由于各进程在动态的行为下登记和注销队列项，所以，要解决两个问题，一是访问循环队列的互斥；二是循环队列是否可用。第一个问题由操作系统保证，不在本文讨论范围。第二个问题，用定理 1 和定理 2 判定。

下面给出定理应用的算法（用类并发PASCAL给出）：

```
Type of Monifor: Circle Queve
              :
              :
   Var
      Buffer: array[1:n] of Real;
      LG, CA: INTEGER;
      F: Boolean;
 Procedure Insert (s:real)
   Begin
      if LG=CA then
         if F then
         "Wait Until another process remore a item from the queue."
```

```
            end if
        end if
            Buffer [LG]:=s;
            LG:=(LG+1);
            if LG=n then
            F: =7F;
            end if;
            if FG=n+1 then
            LG:=1;
            end if
end
Procedure Remove (s:real)
    Begin
        if LG=CA then
            if 7F then
            "Wait Until another process insert a item into the queue".
end if
end if
    s:=Buffer[CA];
    CA:=CA+1;
    if CA=n then
        F:=7F;
    end if;
    if CA=n+1 then
      CA=1;
    end if
end
    Begin
      CA:=1;
      IG:=1;
       F:=false;
    end
```

The Theorem about a Type of the Circle Queue

Chen Lijie　Yang Xuejun

Abstract

The circle queue is a type of dynamic data structure. This paper gines a theorem to use the queue Under the environment of multiprocess. The theorem has been useol in the practical supercomputer software.

KEY WORDS Circle queue