国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第10卷第3期 1988年9月 Vol.10 No.3

人手操作的联体计算

古淑平
（航天技术系）

摘 要 机器人的一个重要理论问题是如何控制机械手以获得所需要的运动。本文将人手操作的基本运动，抽象为具有七个构件而有九个自由度的刚体系统，严格地分析了这些运动，并根据实际情况考虑到各构件的重力、控制力和摩擦阻力，因此能完成人手操作的多种功能。而为了便于在计算机上实施运算利用Kane方程建立了以广义坐标表达的运动微分方程，这可作为分析机械手运动的理论依据。

关键词：偏速度、偏角速度、广义速率、广义主动力、广义惯性力

1. 引 言

为了在有害于人身安全的场合，如放射物的取样、清洗、有毒物品的生产等，采用智能机器人代替人的手工操作是十分必要的，本文所建立的模型（图1）正是要完成上述的使命。为此，将人手操作的基本运动，简化为七个刚体而有九个自由度的刚体系统。在简化过程中，本来手掌与手腕的联接一般应作三个自由度，但考虑到需要用一定的力量去提取重物等动作，所以简化为图1的模型。对于人体下肢的运动，采用自动车代替。但为了更巧妙地完成各种动作，也规定了若干种运动，如自动车可前进与后退，上身可以旋转，人手可长可短。这样，不但可提取重物，还能作拧紧与松动等动作。本文除考虑到各构件的重力，相互间的摩擦阻力，也规定了若干种控制力，严格而精确地分析了各构件的角速度、角加速度及各质心的速度和加速度。也考虑到容易在计算机上实施运算，并与工程技术人员结合，采用Kane方法建立以广义坐标表达的精确的运动微分方程。虽然本文只列出四个运动微分方程，但其它五个运动微分方程也很容易列出。当然，就整个运算过程的复杂性而言，是由问题的复杂性带来的，而不在方法本身。

1. 模型与规定

1.1 简化模型

1.2 联接情况与自由度数

将人手与上身的联接简化如图1(a)，并将各部分均视为刚体，其中

B_1（自动车）与固定基座B_0的联接视为一个自由度的滑移铰；B_2与B_1、B_5与B_4均为

1987年11月1日收到

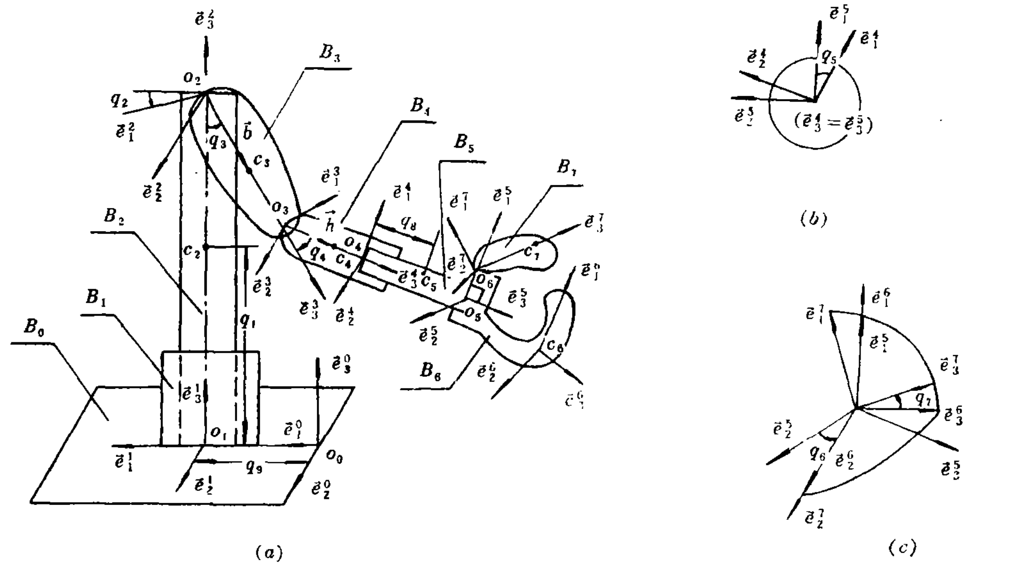

图 1　联体简化模型

二自由度的滑移柱铰；B_3与B_2，B_4与B_3，B_6与B_5，B_7与B_6均为一个自由度的柱铰。

因此刚体数为$B_i(j=1,2,\cdots\cdots 7)$个，自由度数共为9个。

1.3 铰链的序号与联体基矢标号的规定

联体基矢$\vec{e}^{\,i}_j$($j=1,2,3$为各坐标轴，i表示刚体的序号)。将B_2的中心轴线与固定平面B_0的交点作为O_1铰，装上与B_1固连的连体基矢$[O_1\vec{e}^{\,1}_1\vec{e}^{\,1}_2\vec{e}^{\,1}_3]$，而$B_3$与$B_2$，$B_4$与$B_3$的联接铰规定为$O_2$、$O_3$铰，$B_5$的中心轴线与$B_4$的交点为$Q_4$铰，$B_6$与$B_5$，$B_7$与$B_6$之间的铰规定为$O_5$、$O_6$铰，并装上相应的联体基矢$[O_2\vec{e}^{\,2}_1\vec{e}^{\,2}_2\vec{e}^{\,2}_3]$等等。

1.4 广义坐标的规定

令B_1（设作直线平移）相对于基座o_0的坐标为q_9，B_2的质心c_2相对o_1的距离为q_1，而B_2、B_3、B_4、B_5、B_6、B_7分别对其前置刚体B_1、B_2、B_3、B_4、B_5、B_6的转角规定为q_2、q_3、q_4、q_5、q_6、q_7，B_5的质心c_5相对o_4的距离为q_8，总共有九个广义坐标与九个自由度一一对应，因此是一个完整系统。

有了上述规定，就可建立运动学关系，然后利用Kane方程建立动力学关系。

1.5 选广义速率$u_r(r=1,2,\cdots 9)$

$u_1=\dot{q}_1$，$u_2=\dot{q}_2$，$u_3=\dot{q}_3$，$u_4=\dot{q}_3+\dot{q}_4$，$u_s=\dot{q}_s(s=5,6\cdots 9)$，虽然也可取$u_4=\dot{q}_4$，但这样会使运算复杂化，因为应用Kane方程对广义速率的选取是有技巧的。

2. 运动学与动力学计算

2.1 求偏速度和偏角速度

先将各刚体的绝对角速度及各刚体的质心绝对速度表成上述所规定的广义速率u_r的函数。以$\vec{\Omega}_i$、$\vec{\omega}_i$分别表示刚体B_i的相对角速度与绝对角速度。先确定偏角速度：

相对角速度　　　　**绝对角速度**

$\vec{\Omega}_1=0$ $\qquad\qquad$ $\vec{\omega}_1=0$

$\vec{\Omega}_2=\vec{e}\,_3^2\dot{q}_2=\vec{e}\,_3^2u_2$ $\qquad\qquad$ $\vec{\omega}_2=\vec{\Omega}_2=\vec{e}\,_3^2u_2$

$\vec{\Omega}_3=\vec{e}\,_2^2\dot{q}_3=\vec{e}\,_2^4u_3$ $\qquad\qquad$ $\vec{\omega}_3=\vec{\omega}_2+\vec{\Omega}_3=\vec{e}\,_3^2u_2+\vec{e}\,_2^4u_3$

$\vec{\Omega}_4=\vec{e}\,_2^3\dot{q}_4=\vec{e}\,_2^4\dot{q}_4$ $\qquad\qquad$ $\vec{\omega}_4=\vec{\Omega}_2+\vec{\Omega}_3+\vec{\Omega}_4=\vec{e}\,_3^2u_2+\vec{e}\,_2^4u_4$

$\vec{\Omega}_5=\vec{e}\,_3^5\dot{q}_5=\vec{e}\,_3^5u_5$ $\qquad\qquad$ $\vec{\omega}_5=\vec{e}\,_3^2u_2+\vec{e}\,_2^4u_4+\vec{e}\,_3^5u_5$

$\vec{\Omega}_6=\vec{e}\,_1^5\dot{q}_6=\vec{e}\,_1^5u_6$ $\qquad\qquad$ $\vec{\omega}_6=\vec{e}\,_3^2u_2+\vec{e}\,_2^4u_4+\vec{e}\,_3^5u_5+\vec{e}\,_1^5u_6$

$\vec{\Omega}_7=\vec{e}\,_2^6\dot{q}_7=\vec{e}\,_2^6u_7$ $\qquad\qquad$ $\vec{\omega}_7=\vec{e}\,_3^2u_2+\vec{e}\,_2^4u_4+\vec{e}\,_3^5u_5+\vec{e}\,_1^5u_6+\vec{e}\,_2^6u_7$

以上是将各绝对角速度在联体基矢上进行表达，当然也可以转换到固定基矢上。本文将先不进行转换，待需要时再转换到所需要的基矢上去。根据绝对角速度中广义速率u_r前的系数便是相应的偏角速度，将求得的偏角速度列表 1 如下：

表 1

r	$\vec{\omega}_1^{(r)}$	$\vec{\omega}_2^{(r)}$	$\vec{\omega}_3^{(r)}$	$\vec{\omega}_4^{(r)}$	$\vec{\omega}_5^{(r)}$	$\vec{\omega}_6^{(r)}$	$\vec{\omega}_7^{(r)}$
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	$\vec{e}\,_3^2$	$\vec{e}\,_3^2$	$\vec{e}\,_3^2$	$\vec{e}\,_3^2$	$\vec{e}\,_3^2$	$\vec{e}\,_3^2$
3	0	0	$\vec{e}\,_2^4$	0	0	0	0
4	0	0	0	$\vec{e}\,_2^4$	$\vec{e}\,_2^4$	$\vec{e}\,_2^4$	$\vec{e}\,_2^4$
5	0	0	0	0	$\vec{e}\,_3^5$	$\vec{e}\,_3^5$	$\vec{e}\,_3^5$
6	0	0	0	0	0	$\vec{e}\,_1^5$	$\vec{e}\,_1^5$
7	0	0	0	0	0	0	$\vec{e}\,_2^6$
8	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0

再确定偏速度：

令$\vec{b}=\overrightarrow{o_2c_3}$，$\vec{l}_1=\overrightarrow{o_2o_3}$，$\vec{h}=\overrightarrow{o_3c_4}$，$\vec{l}_2=\overrightarrow{o_3o_4}$，$\vec{l}_3=\overrightarrow{c_5o_5}$，$\vec{k}=\overrightarrow{o_5c_6}$，$\vec{l}=\overrightarrow{o_6c_7}$，首先也是把各点的绝对速度表成广义速率$u_r$的函数，并在以后的表达式中将$\cos q$，$\sin q$ 简写成 cq，sq.

$\vec{v}_1=\vec{v}_{o_1}=\vec{e}\,_1^1u_9$

$\vec{v}_2=\vec{v}_{c_2}=\vec{e}\,_1^1u_9+\vec{e}\,_3^1u_1$

$\vec{v}_3=\vec{v}_{c_3}=\vec{v}_{o_2}+\vec{\omega}_3\times\vec{b}=\vec{e}\,_1^1u_9+\vec{e}\,_3^1u_1-bSq_3\vec{e}\,_2^3u_2+b\vec{e}\,_1^3u_3$

$\vec{v}_4=\vec{v}_{c_4}=\vec{e}\,_1^1u_9+\vec{e}\,_3^1u_1-S_1^{24}\vec{e}\,_2^2u_2+l_1\vec{e}\,_1^3u_3+h\vec{e}\,_1^4u_4$

$\vec{v}_5=\vec{v}_{c_5}=\vec{e}\,_1^1u_9+\vec{e}\,_3^1u_1+\vec{e}\,_3^5u_3-S_2^{24}\vec{e}\,_2^2u_2+l_1\vec{e}\,_1^3u_3+y_1\vec{e}\,_1^4u_4$

其中令

$S_1^{24}=l_1Sq_3+hS(q_3+q_4)$,

$S_2^{24}=l_1Sq_3+(l_2+q_8)S(q_3+q_4)$, $y_1=l+q_8$

而$\vec{v}_6=\vec{v}_{c_6}=\vec{v}_{o_5}+\vec{\omega}_6\times\vec{k}=\vec{v}_{o_5}+(\vec{e}\,_3^2u_2+\vec{e}\,_2^3u_4+\vec{e}\,_3^5u_5+\vec{e}\,_1^5u_6)\times\vec{k}$

$\vec{v}_7=\vec{v}_{c_7}=\vec{v}_{o_6}+\vec{\omega}_7\times\vec{l}=\vec{v}_{o_6}+\vec{\omega}_7\times\vec{l}$

在计算$\vec{v}_6$、$\vec{v}_7$时，其几何关系不会像前面一样一目了然，这时需要用矩阵表示，并

在矩阵运算中注意到$\vec{k}$和$\vec{l}$分别是刚体B_6、B_7上的联体矢量，而矩阵的简单表示采用在字母下带横线表示，则$\vec{k}=\vec{e}^{6}_{3}k=\underline{\vec{e}}^{6}\underline{k}$，而$\underline{k}=\begin{bmatrix}0\\0\\k\end{bmatrix}$，$\vec{l}=\vec{e}^{7}_{3}l=\underline{\vec{e}}^{7}\underline{l}$，而$\underline{l}=\begin{bmatrix}0\\0\\l\end{bmatrix}$。所以$k$、$l$为在矩阵中的不变元素，只要根据简化模型中的几何关系，容易写出如下的方向余弦矩阵：

$$\underline{A}^{02}=\underline{A}^{12}=\begin{bmatrix}Cq_2 & -Sq_2 & 0\\ Sq_2 & Cq_2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad \underline{A}^{23}=\begin{bmatrix}-Cq_3 & 0 & -Sq_3\\ 0 & 1 & 0\\ Sq_3 & 0 & -Cq_3\end{bmatrix},\quad \underline{A}^{34}=\begin{bmatrix}Cq_4 & 0 & Sq_4\\ 0 & 1 & 0\\ -Sq_4 & 0 & Cq_4\end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{45}=\begin{bmatrix}Cq_5 & -Sq_5 & 0\\ Sq_5 & Cq_5 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad \underline{A}^{56}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & Cq_6 & -Sq_6\\ 0 & Sq_6 & Cq_6\end{bmatrix},\quad \underline{A}^{67}=\begin{bmatrix}Cq_7 & 0 & Sq_7\\ 0 & 1 & 0\\ -Sq_7 & 0 & Cq_7\end{bmatrix}$$

再根据$\underline{\vec{e}}^{j}=\underline{\vec{e}}^{i}\underline{A}^{ij}$及矩阵乘法规则，并在运算中注意到可以相互利用的关系，就会显得简单方便，且可直接与动力学方程取得联系，由计算机直接执行，最后算得

$$\vec{V}_6=\vec{e}^{1}_{3}u_1+(kS^{26}_{3}\vec{e}^{2}_{1}-S^{26}_{4}\vec{e}^{2}_{2})u_2+l_1\vec{e}^{3}_{1}u_3+(S^{46}_{5}\vec{e}^{4}_{1}-kS^{56}_{6}\vec{e}^{4}_{3})u_4+kSq_6\vec{e}^{5}_{1}u_5$$
$$-k\vec{e}^{6}_{2}u_6+\vec{e}^{5}_{3}u_8+\vec{e}^{1}_{1}u_9$$

$$\vec{V}_7=\vec{e}^{1}_{3}u_1-(lS^{27}_{7}\vec{e}^{2}_{1}+S^{27}_{8}\vec{e}^{2}_{2})u_2+l_1\vec{e}^{3}_{1}u_3+S^{47}_{9}\vec{e}^{4}_{1}-lS^{47}_{10}\vec{e}^{4}_{3})u_4$$
$$+(lS^{57}_{11}\vec{e}^{5}_{1}+lSq_7\vec{e}^{5}_{2})u_5-lCq_7\vec{e}^{6}_{2}u_6+l\vec{e}^{7}_{1}u_7+\vec{e}^{5}_{3}u_8+\vec{e}^{1}_{3}u_9$$

其中令

$$S^{26}_{3}=Cq_5Sq_6,\quad S^{26}_{4}=[l_1Sq_3+(l_2+l_3+q_8)S(q_3+q_4)+kS(q_3+q_4)Cq_6],$$
$$S^{46}_{5}=l_2+l_3+q_8+kCq_6,\quad S^{56}_{6}=Sq_5Sq_6,\quad S^{27}_{7}=Sq_5Sq_7-Cq_5Sq_6Sq_7,$$
$$S^{27}_{8}=l_1Sq_3+(l_2+l_3+q_8)S(q_3+q_4)+lC(q_3+q_4)Cq_5Cq_7-lC(q_3+q_4)Sq_5Sq_6Sq_7$$
$$-lC(q_3+q_4)Sq_5Sq_6Sq_7-lS(q_3+q_4)Cq_6Cq_7$$
$$S^{47}_{9}=l_2+l_3+q_8+lCq_6Cq_7,\quad S^{47}_{10}=Cq_5Sq_7+Sq_5Sq_6Cq_7,\quad S^{57}_{11}=Sq_6Cq_7$$

根据广义速率u_r前的系数就是相应的偏速度，现将各质心对应的偏速度列表2如下：

表　2

r	$\vec{V}^{(r)}_{1}$	$\vec{V}^{(r)}_{2}$	$\vec{V}^{(r)}_{3}$	$\vec{V}^{(r)}_{4}$	$\vec{V}^{(r)}_{5}$	$\vec{V}^{(r)}_{6}$	$\vec{V}^{(r)}_{7}$
1	0	$\vec{e}^{1}_{3}$	$\vec{e}^{1}_{3}$	$\vec{e}^{1}_{3}$	$\vec{e}^{1}_{3}$	$\vec{e}^{1}_{3}$	$\vec{e}^{1}_{3}$
2	0	0	$-bSq_3\vec{e}^{3}_{2}$	$-S^{24}_{1}\vec{e}^{2}_{2}$	$-S^{24}_{2}\vec{e}^{2}_{2}$	$kS^{26}_{3}\vec{e}^{2}_{1}-S^{26}_{4}\vec{e}^{2}_{2}$	$-(lS^{27}_{7}\vec{e}^{2}_{1}+S^{27}_{8}\vec{s}^{2}_{2})$
3	0	0	$b\vec{e}^{3}_{1}$	$l_1\vec{e}^{3}_{1}$	$l_1\vec{e}^{3}_{1}$	$l_1\vec{e}^{3}_{1}$	$l_1\vec{e}^{3}_{1}$
4	0	0	0	$h\vec{e}^{4}_{1}$	$y_1\vec{e}^{4}_{1}$	$S^{46}_{5}\vec{e}^{4}_{1}-kS^{56}_{6}\vec{e}^{4}_{3}$	$S^{47}_{9}\vec{e}^{4}_{1}-lS^{47}_{10}\vec{e}^{4}_{3}$
5	0	0	0	0	0	$kS^{56}_{6}\vec{e}^{5}_{1}$	$lS^{57}_{11}\vec{e}^{5}_{1}+lSq_7\vec{e}^{5}_{2}$
6	0	0	0	0	0	$-k\vec{e}^{6}_{2}$	$-lCq_7\vec{e}^{6}_{2}$
7	0	0	0	0	0	0	$l\vec{e}^{7}_{1}$
8	0	0	0	0	$\vec{e}^{5}_{3}$	$\vec{e}^{5}_{3}$	$\vec{e}^{5}_{3}$
9	$\vec{e}^{1}_{1}$	$\vec{e}^{1}_{1}$	$\vec{e}^{1}_{1}$	$\vec{e}^{1}_{1}$	$\vec{e}^{1}_{1}$	$\vec{e}^{1}_{1}$	$\vec{e}^{1}_{1}$

由表1、表2中看出，虽然偏速度和偏角速度的实质都是矢量基。然而，对于复杂的问题，它们不一定能表成你所选用的坐标的简单基矢。

2.2 求角加速度和加速度

角加速度：

$$\dot{\vec{\omega}}_1=0,\quad \dot{\vec{\omega}}_2=\vec{e}\,_3^2\dot{u}_2,\quad \dot{\vec{\omega}}_3=\vec{e}\,_3^2\dot{u}_2+\vec{e}\,_2^2\dot{u}_3-u_2u_3\vec{e}\,_1^2,$$

$$\dot{\vec{\omega}}_4=\vec{e}\,_3^2\dot{u}_2+\vec{e}\,_2^4\dot{u}_4-u_2u_4\vec{e}\,_1^2,\quad \dot{\vec{\omega}}_5=\dot{u}_2\vec{e}\,_3^2+(\dot{u}_4-u_{S1}^{25})\vec{e}\,_2^2-u_2u_4\vec{e}\,_1^2+u_4u_5\vec{e}\,_1^4+\dot{u}_5\vec{e}\,_3^5,$$

$$\dot{\vec{\omega}}_6=\dot{u}_2\vec{e}\,_3^2+(\dot{u}_4-u_{S1}^{25}-u_{S2}^{25})\vec{e}\,_2^2-(u_2u_4+u_{S3}^{25})\vec{e}\,_1^2+u_4u_5\vec{e}\,_1^4-u_{S4}^{45}\vec{e}\,_3^4+\dot{u}_6\vec{e}\,_1^5+\dot{u}_5\vec{e}\,_3^5,$$

$$\dot{\vec{\omega}}_7=\dot{u}_2\vec{e}\,_3^2-u_{S5}^{26}\vec{e}\,_1^2+(\dot{u}_4-u_{S6}^{26})\vec{e}\,_2^2+(u_{S7}^{46}-u_{S8}^{46})\vec{e}\,_3^4+(\dot{u}_6-u_{S9}^{56})\vec{e}\,_1^5$$
$$+\dot{u}_5\vec{e}\,_3^5+\dot{u}_7\vec{e}\,_2^6+u_6u_7\vec{e}\,_3^6$$

其中令：$u_{S1}^{25}=u_2u_5S(q_3+q_4)$，$u_{S2}^{25}=u_2u_6C(q_3+q_4)Cq_5$，

$u_{S3}^{25}=u_2u_6Sq_5$，$u_{S4}^{45}=u_4u_6Cq_5$，$u_{S5}^{26}=u_2u_4+u_2u_6Sq_5+u_2u_7Cq_2Cq_6$，

$u_{S6}^{26}=u_2u_5S(q_3+q_4)-u_2u_6C(q_3+q_4)Cq_5+u_2u_7Sq_5Cq_6C(q_3+q_4)$

$-u_2u_7Sq_6S(q_3+q_4)$，　$u_{S7}^{46}=u_4u_5+u_4u_7Sq_6$，

$u_{S8}^{46}=u_4u_6Cq_5+u_4u_7Sq_5Cq_6$，$u_{S9}^{56}=u_5u_7Cq_6$.

在计算$\dot{\vec{\omega}}_5$、$\dot{\vec{\omega}}_6$、$\dot{\vec{\omega}}_7$时，只要利用方向余弦矩阵算出单位矢量对时间的导数$\dfrac{d\vec{e}\,_3^5}{dt}=\vec{\omega}_5\times\vec{e}\,_3^5$.

$\dfrac{d\vec{e}\,_1^5}{dt}=\vec{\omega}_5\times\vec{e}\,_1^5$，$\dfrac{d\vec{e}\,_2^6}{dt}=\vec{\omega}_6\times\vec{e}\,_2^6$.就容易得出上述结果.

加速度：

$$\vec{a}_1=\dot{\vec{V}}_1=\dot{u}_9\vec{e}\,_1^1,\quad \vec{a}_2=\dot{\vec{V}}_{c2}=\dot{u}_9\vec{e}\,_1^1+\dot{u}_1\vec{e}\,_3^1,$$

$$\vec{a}_3=\dot{\vec{V}}_{c3}=\dot{u}_9\vec{e}\,_1^1+\dot{u}_1\vec{e}\,_3^1+bu_2^2Sq_3\vec{e}\,_1^2-b\dot{X}_1\vec{e}\,_2^2+b\dot{u}_3\vec{e}\,_1^3-bu_3^2\vec{e}\,_3^3$$

$$\vec{a}_4=\dot{\vec{V}}_{c4}=\dot{u}_9\vec{e}\,_1^1+\dot{u}_1\vec{e}\,_3^1+S_1^{24}u_2^2\vec{e}\,_1^2-\dot{X}_2\vec{e}\,_2^2+l_1\dot{u}_3\vec{e}\,_1^3-l_1u_3^2\vec{e}\,_3^3+h\dot{u}_4\vec{e}\,_1^4-hu_4^2\vec{e}\,_3^4$$

$$\vec{a}_5=\dot{\vec{V}}_{c5}=\dot{u}_9\vec{e}\,_1^1+\dot{u}_1\vec{e}\,_3^1+S_2^{24}u_2^2\vec{e}\,_1^2-\dot{X}_3\vec{e}\,_2^2+l_1\dot{u}_3\vec{e}\,_1^3-l_1u_3^2\vec{e}\,_3^3+\dot{X}_4\vec{e}\,_1^4-y_1u_4^2\vec{e}\,_3^4+\dot{u}_3\vec{e}\,_3^5$$

$$\vec{a}_6=\dot{\vec{V}}_{c6}=\dot{u}_9\vec{e}\,_1^1+\dot{u}_1\vec{e}\,_3^1+\dot{X}_5\vec{e}\,_1^2+\dot{X}_6\vec{e}\,_2^2+l_1\dot{u}_3\vec{e}\,_1^3-u_{S10}^{24}\vec{e}\,_2^3-l_1u_3^2\vec{e}\,_3^3+\dot{X}_7\vec{e}\,_1^4-\dot{X}_8\vec{e}\,_3^4$$
$$+\dot{X}_9\vec{e}\,_1^5+u_{S11}^{45}\vec{e}\,_2^5+\dot{u}_8\vec{e}\,_3^5-k\dot{u}_6\vec{e}\,_2^6+u_2u_6\vec{e}\,_3^6$$

$$\vec{a}_7=\dot{\vec{V}}_{c7}=\dot{u}_9\vec{e}\,_1^1+\dot{u}_1\vec{e}\,_3^1-\dot{X}_{10}\vec{e}\,_1^2-\dot{X}_{11}\vec{e}\,_2^2+l_1\dot{u}_3\vec{e}\,_1^3-u_{S12}^{24}\vec{e}\,_2^3-l_1u_3^2\vec{e}\,_3^3+\dot{X}_{12}\vec{e}\,_1^4+u_{S13}^{25}\vec{e}\,_2^4$$
$$-\dot{X}_{13}\vec{e}\,_3^4+\dot{X}_{14}\vec{e}\,_1^5+\dot{X}_{15}\vec{e}\,_2^5+\dot{X}_{16}\vec{e}\,_3^5-lu_7^2Sq_7\vec{e}\,_1^6-\dot{X}_{17}\vec{e}\,_2^6-u_{S14}^{67}\vec{e}\,_3^6+l\dot{u}_7\vec{e}\,_1^7$$

其中令：$u_{s10}^{24}=S_5^{46}u_2u_4C(q_3+q_4)$，$u_{s11}^{45}=ku_5^2Sq_6$，$u_{s12}^{24}=S_9^{47}u_2u_4C(q_3+q_4)$，

$u_{s13}^{25}=lu_2u_5Sq_5Sq_7C(q_3+q_4)$，$u_{s14}^{67}=lu_6^2Cq_7+lu_7^2Cq_7$

而$\dot{X}_1$，$\dot{X}_2\cdots\dot{X}_7$也是在计算加速度时综合在其对应的单位向量前的变量系数，如$\dot{X}_1=2u_2u_3Cq_3+\dot{u}_2Sq_3$乃是在计算$\dot{\vec{V}}_3$中后两项求导的综合，在计算时关键又在算出单位向量对时间的导数，利用方向余弦进行矩阵变换是方便的，可以编成通用程序进行计算整理得出上述表达式。当然，求$\dot{\vec{\omega}}_i$和$\vec{a}_i$是用Kane方法工作量最大之处，但只要将这些量值求出，那么求惯性力的主矢与主矩就变得轻而易举了，而代入Kane方程时也就简单易行。另一方面也可看出，这种运算，虽然用手算是繁琐而费力，而采用计算机却是另一回事，往往一个量所计算的中间过程就是另一个量的结果，而且都是代数运算，容易用计算机进行符号推导去计算其结果。

2.3 动力学计算

由Kane 方程：$F^{(r)}+F^{*(r)}=0$(本文$r=1.2.\cdots9$)，即广义主动力与广义惯性力之和为零。

现设刚体B_i的质量为$m_i(i=1,2,\cdots7)$，对质心轴的主转动惯量为J_i，则每个刚体的惯性力主矢$\vec{F}_i^*$及相对于质心C_i的惯性力主矩$\vec{M}_i^*$为：

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_i^*&=-m_i\dot{\vec{V}}_i\\ \vec{M}_i^*&=-J_i\dot{\vec{\omega}}_i\end{aligned}\right.\qquad(i=1,2,\cdots7)$$

根据定义，对于第 i 个刚体的广义惯性力为

$$F_i^{*(r)}=\vec{F}_i^*\cdot\vec{V}_i^{(r)}+\vec{M}_i^*\cdot\vec{\omega}_i^{(r)}\qquad(r=1,2,\cdots9)$$

系统的广义惯性力为

$$F^{*(r)}=\sum_{i=1}^{7}\vec{F}_i^*\cdot\vec{V}_i^{(r)}+\vec{M}_i^*\cdot\vec{\omega}_i^{(r)}\qquad(r=1,2,\cdots9)\qquad(2.1)$$

而在计算广义主动力时，设B_2作用于B_1的控制力向O_1点简化的主矢和主 矩分别为：

$$\vec{F}_1^c=F_{11}^c\vec{e}_1^1+F_{12}^c\vec{e}_2^1+F_{13}^c\vec{e}_3^1=F_{13}^c\vec{e}_3^1$$

$$\vec{M}_1^c=M_{13}^c\vec{e}_3^1$$

其中主矢及主矩的下标表示承受控制力的刚体的标号，在分量中的下标与该刚体对应，而第二个下标则与联体基矢的分矢量相对应，因此，B_3作用于B_2、B_4 作用 于 B_3的控制力的主矢及主矩分别为

$$\vec{F}_2^c=0,\quad\vec{M}_2^c=M_{22}\vec{e}_2^2$$

$$\vec{F}_3^c=0,\quad\vec{M}_3^c=M_{32}^c\vec{e}_2^3$$

而B_5作用于B_4的控制力向O_4点简化的主矢及主矩则为　$\vec{F}_4^c=F_{43}^c\vec{e}_3^4$，$\vec{M}_4^c=M_{43}\vec{e}_3^4$

同理B_6作用于B_5、B_7作用于B_6的控制力主矢及主矩分别为

$$\vec{F}_5^c=0,\quad\vec{M}_5^c=M_{51}^c\vec{e}_1^5$$

$$\vec{F}_6^c=0,\quad\vec{M}_6^c=M_{62}^c\vec{e}_2^6$$

重力及摩擦阻力：

将每个刚体的重力及刚体B_1滑动时的阻力向铰点O_1进行简化，则

B_1的重力及滑动阻力的主矢及主矩为：

$$\vec{F}_1^G=F_{11}^G\vec{e}_1^1+F_{13}^G\vec{e}_3^1,\quad\vec{M}_1^G=0$$

B_2、B_3、B_4、B_5、B_6、B_7的重力的主矢及主矩为：

$$\vec{F}_j^G=F_{j3}^G\vec{e}_3^1\qquad(j=2,3,\cdots7)$$

$$\vec{M}_2^G=0,\quad\vec{M}_3^G=M_{32}^G\vec{e}_3^2,\quad\vec{M}_4^G=M_{42}\vec{e}_2^2,\quad\vec{M}_5^G=M_{52}^G\vec{e}_2^2,$$

$$\vec{M}_6^G=M_{61}^G\vec{e}_1^2+M_{62}^G\vec{e}_2^2,\quad\vec{M}_7^G=M_{71}^G\vec{e}_1^2+M_{72}^G\vec{e}_2^2$$

系统的广义主动力亦为每个刚体的广义主动力的简单叠加，不过要注意控制力与控制力矩只与相对滑移的偏速度及相对转动的偏角速度有关。

因为内接铰O_1相对于外接铰O_2的滑移速度为：$\vec{V}_{01}-\vec{V}_{02}=-u_1\vec{e}_3^1$，所以相对滑移的偏速度为：　$\vec{V}_{01}^{(1)}-\vec{V}_{02}^{(r)}=-\vec{e}_3^1$

同理，因为O_4相对于O_5的滑移速度为：

$$\vec{V}_{04}-\vec{V}_{05}=-u_8\vec{e}_3^5$$

所以相对滑移的偏速度为：$\vec{V}_{04}^{(8)}-\vec{V}_{05}^{(8)}=-\vec{e}_3^5$·而其它没有相对滑移，只有相对转动，所以，其它相对滑移的偏速度均为零。至于与控制力主矩有关的相对偏角速度$\vec{\omega}_i^{(r)}-\vec{\omega}_{i+1}^{(r)}$可直接在表 1 中取得，这样系统的广义主动力综合写成：

$$
\begin{aligned}
F^{(r)}=\sum_{i=1}^{7}F_i^{(r)}=&\sum_{i=1}^{6}[\vec{F}_i^c\cdot(\vec{V}_{0i}-\vec{V}_{0i+1})+\vec{M}_i^c\cdot(\vec{\omega}_i^{(r)}-\vec{\omega}_{i+1}^{(r)})\\
&+\sum_{i=1}^{7}(\vec{F}_i^G\cdot\vec{V}_i^{(r)}+\vec{M}_i^G\cdot\vec{\omega}_i^{(r)})\qquad(r=1,2,\cdots 9)
\end{aligned}\tag{2.2}
$$

将前面所求得的$\vec{a}_i$、$\vec{\omega}_i$以及表1和表 2 中的$\vec{V}_i^{(r)}$及$\vec{\omega}_i^{(r)}$代入(2.1)式中，而将相对偏速度及相对偏角速度及表 1 和表2中的$\vec{V}_i^{(r)}$、$\vec{\omega}_i^{(r)}$代入(2.2)式中，并在运算中求不同基矢量的标积时，定义$A_{IJ}^{ij}=\vec{e}_I^i\cdot\vec{e}_J^j$表示第 I 个刚体的联体基矢的第 J 个方向与第 i 个刚体的联体基矢的第 j 个方向的关系，利用方向余弦容易得到转换关系，例如$\vec{e}_2^5\cdot\vec{e}_3^1=\vec{e}_2^5\cdot\vec{e}_3^2=A_{52}^{23}$表示第五个刚体联体基矢的第二轴与第二个刚体的第三轴的转换关系，只要将$\vec{e}_2^5$变换到$\underline{\vec{e}}^2$上就可得出在第三轴上的量值，即$\vec{e}_2^5=\underline{\vec{e}}^5\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\underline{\vec{e}}^2\underline{A}^{25}\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\underline{\vec{e}}^2\underline{A}^{23}\underline{A}^{34}\underline{A}^{45}\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$

$=\underline{\vec{e}}^2\begin{bmatrix}C(q_3+q_4)Sq_5\\Cq_5\\-S(q_3+q_4)Sq_5\end{bmatrix}$；得出$\vec{e}_3^2\cdot\vec{e}_2^5=-S(q_3+q_4)Sq_5=A_{52}^{13}$，当然这种运算完全可由计算机执行。算出对应的标积，得出$F^{*(r)}$、$F^{(r)}$代入Kane方程就可得出结果：

当$r=1$时，由$F^{*(1)}+F^{(1)}=0$，得

$$
\begin{aligned}
&m_A\dot{u}_1+(m_3b+m_Bl_1)(\dot{u}_3Sq_3+u_3^2Cq_3)+(m_4h\dot{u}_4+m_5\dot{X}_4+m_6\dot{X}_7+m_7\dot{X}_{12})\cdot S(q_3+q_4)\\
&\quad+[m_4hu_4^2+m_5y_1u_4^2+(m_5+m_6)\dot{u}_8+m_6\dot{X}_8+m_7(\dot{X}_{13}-\dot{X}_{16})]C(q_3+q_4)\\
&\quad+m_6(\dot{X}_1A_{51}^{13}+u_{s11}^{45}A_{52}^{13}-k\dot{u}_6A_{62}^{13}+u_2u_6A_{63}^{13})+m_7(X_{14}A_{51}^{13}+\dot{X}_{15}A_{52}^{13}-\dot{X}_{17}A_{62}^{13})\\
&-u_{s14}^{67}A_{63}^{13}-lu_7^2Sq_7A_{51}^{13}+l\dot{u}_7A_{71}^{13})=\sum_{i=1}^{7}F_{i3}^G-F_{13}^c
\end{aligned}\tag{2.3}
$$

其中$m_A=\sum_{i=2}^{7}m_i$，$m_B=\sum_{i=4}^{7}m_i$

当$r=2$时，由$F^{*(2)}+F^{(2)}=0$得

$$
\begin{aligned}
&m_3(\dot{u}_9Sq_2+b\dot{X}_1)bSq_3+m_4(\dot{u}_9Sq_2+\dot{X}_2)S_1^{24}+m_5(\dot{u}_9Sq_2+\dot{X}_3)S_2^{24}\\
&\quad+m_6[\dot{u}_9(kS_3^{26}Cq_2+S_4^{26}Sq_2)+kS_3^{26}\dot{X}_5-S_4^{26}\dot{X}_6-kl_1\dot{u}_3S_3^{26}Cq_3+S_3^{26}u_{s10}^{24}\\
&\quad+kl_1S_3^{26}u_3^2Sq_3-kS_3^{26}\dot{X}_7C(q_3+q_4)+kS_3^{26}\dot{X}_8S(q_3+q_4)+kS_3^{26}\dot{X}_9A_{61}^{21}\\
&\quad+u_{s11}^{45}(kS_3^{26}A_{52}^{21}-S_4^{26}Cq_5)-kS_3^{26}\dot{u}_8S(q_3+q_4)-k\dot{u}_6(kS_3^{26}A_{62}^{21}-S_4^{26}A_{62}^{22})\\
&\quad+u_2u_6(kS_3^{26}A_{63}^{21}+S_3^{26}S_4^{26})]+m_7[-\dot{u}_9(lS_7^{27}Cq_2+S_8^{27}Sq_2)-\dot{X}_{10}lS_7^{27}-\dot{X}_{11}S_8^{27}\\
&\quad-lS_7^{27}l_1\dot{u}_3Cq_3+u_{s12}^{24}S_8^{27}+lS_7^{27}l_1u_5^2Sq_3-\dot{X}_{12}lS_7^{27}C(q_3+q_4)-S_8^{27}u_{s13}^{25}\\
&\quad-lS_7^{27}\dot{X}_{13}S(q_3+q_4)-lS_7^{27}\dot{X}_{14}A_{61}^{21}-\dot{X}_{15}(lS_7^{27}A_{52}^{21}+S_8^{27}Cq_5)+\\
&\quad\dot{X}_{16}lS_7^{27}S(q_3+q_4)+lu_7^2Sq_7(lS_7^{27}A_{61}^{21}+S_8^{27}Sq_5)+\dot{X}_{17}(lS_7^{27}A_{62}^{21}+S_8^{27}A_{62}^{22})\\
&\quad+u_{s14}^{67}(lS_7^{27}A_{63}^{21}-S_8^{27}S_3^{26})-l\dot{u}_7(lS_7^{27}A_{62}^{23}+S_8^{27}A_{71}^{22})]+J_A\dot{u}_2\\
&\quad+(J_5+J_6)[u_4u_5S(q_3+q_4)-\dot{u}_5C(q_3+q_4)]+J_6[u_{s4}^{45}C(q_3+q_4)+\dot{u}_6A_{62}^{23}]\\
&\quad+J_7[u_{s7}^{46}S(q_3+q_4)+u_{s8}^{46}C(q_3+q_4)+(\dot{u}_6-u_{s10}^{24})A_{62}^{23}-\dot{u}_5C(q_3+q_4)\\
&\quad+\dot{u}_7A_{62}^{23}+u_6u_7A_{61}^{21}]+M_{13}^c+M_{62}A_{62}^{23}=0
\end{aligned}\tag{2.4}
$$

其中 $J_A=\sum\limits_{i=2}^{7}J_i$

当$r=3$时，由$F^{*(3)}+F^{(3)}=0$得

$$
\begin{aligned}
&(m_3b+m_Bl_1)(\dot{u}_1S_{q3}-\dot{u}_9Cq_2Cq_3)+m_3b^2(\dot{u}_3-u_2^2Sq_3Cq_3)\\
&\quad+m_4l_1(l_1\dot{u}_3-S_1^{24}u_2^2Cq_3+h\dot{u}_4Cq_4-hu_4^2Sq_4)\\
&\quad+m_5l_1(l_1\dot{u}_3-S_2^{24}u_2^2Cq_3+\dot{X}_4Cq_4-y_1u_4^2Sq_4+\dot{u}_3Sq_4)\\
&\quad+m_6l_1(l_1\dot{u}_3-\dot{X}_4Cq_3+\dot{X}_7Cq_4-\dot{X}_8Sq_4+\dot{X}_9Cq_4Cq_5\\
&\quad-u_{s\,11}^{4\,5}Cq_4Sq_5+\dot{u}_8Sq_4-k\dot{u}_6A_{6\,2}^{3\,1}+u_2u_6A_{6\,3}^{3\,1})\\
&\quad+m_7l_1(l_1\dot{u}_3+\dot{X}_{10}Cq_3+\dot{X}_{12}Cq_4-\dot{X}_{13}Sq_4-\dot{X}_{13}Cq_4Sq_5+\dot{X}_{14}Cq_4Cq_5\\
&\quad+\dot{X}_{16}Sq_4-lu_7^2Cq_4Cq_5Sq_7-\dot{X}_{17}A_{6\,2}^{3\,1}-u_{s\,14}^{6\,7}A_{6\,3}^{3\,1}+l\dot{u}_7A_{7\,1}^{3\,1})+J_3\dot{u}_3\\
&\quad=-M_{2\,2}^{c}+M_{3\,2}^{G}+F_{3\,3}^{G}bSq_3+F_{4\,3}^{G}l_1Sq_3+F_{5\,3}^{G}l_1Sq_3+F_{6\,3}^{G}l_1Sq_3\\
&\quad-F_{7\,3}^{G}l_1Sq_3+M_{3\,2}^{G}
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

其余六个运动微分方程亦容易得出，而且只要其所对应的偏速度和偏角速度的零项更多，则越容易求得，形式也会更简单，以$r=7$为例，

系统的广义惯性力

$$F^{*(7)}=\sum_{i=1}^{7}\vec{F}_i^*\cdot\vec{V}_i^{(7)}+\vec{M}_i^*\cdot\vec{\omega}_i^{(7)}$$

而

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{7}\vec{F}_i^*\cdot\vec{V}_i^{(7)}&=\vec{F}_7^*\cdot\vec{V}_7^{(7)}=(-m_7\dot{\vec{V}}_7)\cdot(l\vec{e}_1^{\,7})=-m_7(\dot{u}_9\vec{e}_1^{\,1}+\dot{u}_1\vec{e}_3^{\,1}-\dot{X}_{10}\vec{e}_1^{\,2}-\dot{X}_{11}\vec{e}_2^{\,2}\\
&+l_1\dot{u}_3\vec{e}_1^{\,3}-u_{s\,12}^{2\,4}\vec{e}_2^{\,3}-l_1u_3^2\vec{e}_3^{\,3}+\dot{X}_{12}\vec{e}_1^{\,4}+u_{s\,13}^{2\,5}\vec{e}_2^{\,4}-\dot{X}_{13}\vec{e}_3^{\,4}+\dot{X}_{14}\vec{e}_1^{\,5}+\dot{X}_{15}\vec{e}_2^{\,5}+\dot{X}_{16}\vec{e}_3^{\,5}\\
&-lu_7^2Sq_7\vec{e}_1^{\,6}-\dot{X}_{17}\vec{e}_2^{\,6}-u_{s\,14}^{6\,7}\vec{e}_3^{\,6}+l\dot{u}_7\vec{e}_1^{\,7})\cdot(l\vec{e}_1^{\,7})=-m_7l(\dot{u}_9A_{7\,1}^{1\,1}+\dot{u}_1A_{7\,1}^{1\,3}-\dot{X}_{10}A_{7\,1}^{2\,1}\\
&-\dot{X}_{11}A_{7\,1}^{2\,2}+l_1\dot{u}_3A_{7\,1}^{3\,1}-u_{s\,12}^{2\,4}A_{7\,1}^{3\,2}-l_1u_3^2A_{7\,1}^{3\,3}+\dot{X}_{12}A_{7\,1}^{4\,1}+u_{s\,13}^{2\,5}A_{7\,1}^{4\,2}-\dot{X}_{13}A_{7\,1}^{4\,3}\\
&+\dot{X}_{14}A_{7\,1}^{5\,1}+\dot{X}_{15}A_{7\,1}^{5\,2}+\dot{X}_{16}A_{7\,1}^{5\,3}-lu_7^2Sq_7A_{7\,1}^{6\,1}-\dot{X}_{17}A_{7\,1}^{6\,2}-u_{s\,14}^{6\,7}A_{7\,1}^{6\,3}+l\dot{u}_7)
\end{aligned}
$$

如其中$A_{7\,1}^{1\,1}=\vec{e}_1^{\,1}\cdot\vec{e}_1^{\,7}=\underline{A}^{17}\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\underline{A}^{12}\underline{A}^{23}\underline{A}^{34}\underline{A}^{45}\underline{A}^{56}\underline{A}^{67}\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$等等，而$\sum\limits_{i=1}^{7}\vec{M}_i^*\cdot\vec{\omega}_i^{(7)}=$

$$\vec{M}_7^*\cdot\vec{\omega}_7^{(7)}=-J_7[\dot{u}_2A_{6\,2}^{2\,3}-u_{s\,5}^{2\,6}A_{6\,2}^{2\,1}+(\dot{u}_4-u_{s\,6}^{2\,6})A_{6\,2}^{2\,2}+(u_{s\,7}^{4\,6}-u_{s\,8}^{4\,6})Sq_6+\dot{u}_5Sq_6+\dot{u}_7]$$

系统的广义主动力

$$
\begin{aligned}
F^{(7)}&=\sum_{i=1}^{6}(\vec{F}_i^c\cdot\vec{V}_{0i}^{(7)}-\vec{V}_{0i+1}^{(7)})+\vec{M}_i^c\cdot(\vec{\omega}_i^{(7)}-\vec{\omega}_{i+1}^{(7)})+\sum_{i=1}^{7}\vec{F}_i^{(G)}\cdot\vec{V}_i^{(7)}+\vec{M}_i^G\cdot\vec{\omega}_i^{(7)}\\
&=\vec{M}_6^c\cdot(\vec{\omega}_6^{(7)}-\vec{\omega}_7^{(7)})+\vec{F}_7^G\cdot\vec{V}_7^{(7)}+\vec{M}_7^G\cdot\vec{\omega}_7^{(7)}\\
&=-M_{6\,2}^{c}+F_{7\,3}^{G}lA_{7\,1}^{1\,3}+M_{7\,1}^{G}A_{6\,2}^{2\,1}+M_{7\,2}^{G}A_{6\,2}^{2\,2}
\end{aligned}
$$

$\therefore r=7$时，由$F^{*(7)}+F^{(7)}=0$求得

$$
\begin{aligned}
&-m_7l(\dot{u}_9A_{7\,1}^{1\,1}+\dot{u}_1A_{7\,1}^{1\,3}-\dot{X}_{10}A_{7\,1}^{2\,1}-\dot{X}_{11}A_{7\,1}^{2\,2}+l_1\dot{u}_3A_{7\,1}^{3\,1}-u_{s\,12}^{2\,4}A_{7\,1}^{3\,2}\\
&\quad-l_1u_3^2A_{7\,1}^{3\,3}+\dot{X}_{12}A_{7\,1}^{4\,1}+u_{s\,13}^{2\,5}A_{7\,1}^{4\,2}-\dot{X}_{13}A_{7\,1}^{4\,3}+\dot{X}_{14}A_{7\,1}^{5\,1}\\
&\quad+\dot{X}_{15}A_{7\,1}^{5\,2}+\dot{X}_{16}A_{7\,1}^{5\,3}-lu_7^2Sq_7A_{7\,1}^{6\,1}-\dot{X}_{17}A_{7\,1}^{6\,2}-u_{s\,14}^{6\,7}A_{7\,1}^{6\,3}+l\dot{u}_7)\\
&\quad-J_7[\dot{u}_2A_{6\,2}^{2\,3}-u_{s\,5}^{2\,6}A_{6\,2}^{2\,1}+(\dot{u}_4-u_{s\,6}^{2\,6})A_{6\,2}^{2\,2}+(u_{s\,7}^{4\,6}-u_{s\,8}^{4\,6})Sq_6+\dot{u}_6Sq_6]\\
&\quad=-M_{6\,2}^{c}+F_{7\,3}^{G}lA_{7\,1}^{1\,3}+M_{7\,1}^{G}A_{6\,2}^{2\,1}+M_{7\,2}^{G}A_{6\,2}^{2\,2}
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

从而看出，代入 Kane 方程时都是简单的代数运算，这种运算很容易编成 程序由计算机执行。所以，利用此方程求解多刚体系统动力学具有很大的优点。当然，如果运动

规律是已知的，单求受力问题，则用我在一九八四年于湖南、江西两省力学学会上发表的《适用于自控的多刚体动力学的一种方法》，会显得更简捷。

参 考 文 献

[1] 刘延柱等．多刚体系统动力学．上海交通大学

[2] 周起剑．多刚体系统动力学．北京大学

两足步行机器人的研制成功填补了国内空白

据《解放军报》二月二十七日报道 我国第一台能象人一样两足步行的机器人KD——1号，龙年春节期间在国防科技大学诞生。它的研制成功，填补了我国在研究两足步行机器人领域的空白。

这个机器人重16公斤、高75厘米，外形象人的两腿，有胯、膝、脚腕等关节。它由谐波减速器、直流电机、同步齿行带、传感器等4大部分组成。其零部件全部由我国自己生产和制造。它的“两腿”能象人的腿一样自由伸屈和行走，装上“手”和“眼睛”后，不仅能胜任人所能做的某些工作，还能完成人力所不能及的危险任务。

人类目前的交通工具主要是轮式或履带式车辆，这种交通工具受到路面一定限制，人能到达的许多地方，车辆却不能到达。因此，人类长期以来幻想能有象人或动物那样用脚行走的运输工具，所以世界各国学者都非常重视两足步行机器人的研究。80年代初，日本在实验室进行了两足步行机器人的实验研究，并在1985年展览会上演示；美国1987年也研制成功两足步行机器人。目前步行机器人（包括两足、4足6足）国际上都正处于实验室研究阶段，离实际应用还有较大距离。

国防科技大学研制的KD——1号两足步行机器人，是在著名控制论专家、国防科技大学校长张良起教授主持下研制成功的，从设计、加工到调试，只用了不到一年的时间。它具有步幅均匀，腿关节协调、行走时“身体”稳定等特点。国内许多著名的有关专家认为：这项成果具有80年代国际先进水平。它的研制成功，标志着我国机器人研制技术跨入了世界先进行列。

（庆祥　望星）

Conneeting Body Calculation Operated By The Hand of The Robot

Gu Langping

Abstract

An important theoretical problem of the robot is how to gain necessary movement by controling mechanical hand. This paper describes the basic movement of the manual operation as the system of a rigid body whicb is made up of seven parts withe nive degrees of freedom. Thise movements are anlysed strictly and exactly with the gravity, control and friction of the seven parts into consideration. Various functions can be cleverly performed by the robot. In order to facilitate calculation on the computer, movement differential equations are created in terms of kane equation. These differantial equations are expressed by generaliced coordinates, which can be regarded as theoretical proof of analysing the movement mechenical hand.

Key words Partial velocity, Partial angular velocity, general velocity, general active force, General inertial force

The General Expression for the lateral Vibration Frequency Equations of Beams

Zhuo Shujun Ge Yujun

Abstract

The general expression for the flexural vibration frequency lquations of beams is derived in this paper, Seventeen lateral frequency vibration equations under various supporting conditions are all its special cases.

Key words Beams, Vibration, Structural vibration, Equation of frequency