

二维抛板极限速度的相似性 与古尼公式的采用

吕洪生 蒋伯诚 凌科良

(应用物理系)

摘要 本文分析影响被炸药驱动下抛板极限速度的重要因素, 讨论了一些经验公式的适用范围; 提出了根据二维抛板的数值计算得到的两个重要规律: ①在炸药与抛板的质量比相同的情况下, 抛板的极限速度之间具有一定的相似关系; ②修正的古尼公式可用来计算二维抛板的极限速度。

关键词 质量比, 热绝指数, 极限速度, 相似关系, 古尼公式

分类号 O382.1

炸药驱动下二维抛板的极限速度是一个非常重要的物理量, 要想准确地得到它必须进行复杂的二维数值计算。而实际应用中, 特别是在工程上, 迫切要求有个简单、准确、普适的计算公式。现存许多经验公式^[1]中, 最常用的公式有

$$v_e = 1.2D \left(\sqrt{1 + \frac{32}{27} R_b} - 1 \right) / \left(\sqrt{1 + \frac{32}{27} R_b} + 1 \right) \quad (1)$$

$$v_e = D \left(\sqrt{1 + \frac{32}{27} R_b} - 1 \right) / \left(\sqrt{1 + \frac{32}{27} R_b} + 1 \right) \quad (2)$$

技术报告 1988年9月29日收稿

A Simplified Model of Two-Dimensional Projected Plate in Air

Lü Hongsheng Ling Keliang

(Department of Applied Physics)

Abstract

In this paper, a simplified handling scheme with more general significance for the theoretical model of two-dimensional projected plate in air driven by explosive has been proposed.

Key words: shock wave, model, projected plate, corner, turn angle

式中, v_0 为经验公式的极限速度、 R_0 为炸药与抛板的质量比、 D 为爆速。然而这些公式都是一维抛掷公式或者是它们的修正, 有相当大的局限性。当把它们用于二维问题时其严重缺陷在于: 没有考虑爆轰产物气体的绝热指数的变化和质量比 R_0 的限定范围。本文按 Дерибас 的二维抛板模型做了大量计算^[2], 由数值结果得出了抛板极限速度的相似性和代替数值计算的适用公式。

1 影响抛板极限速度的因素

为了说明爆轰产物的绝热指数对抛板极限速度的重大影响, 先简析极限速度依赖的参量。

按 Дерибас 的二维抛板模型, 在随稳定爆轰波阵面运动的坐标系 oxy 中(如图1), 被抛板的任一段微元 Q (视作一个质点) 的运动轨迹, 因在动坐标系整个运动是定常的, 所以其运动轨迹即板形曲线 $y=f(x)$, 满足:

$$\begin{cases} -\frac{d^2y}{dx^2} / \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} = P / (\rho_* L_* D^2) \\ \frac{dy}{dx} = v_* / u_* \\ u_*^2 + v_*^2 = D^2 \end{cases} \quad (3)$$

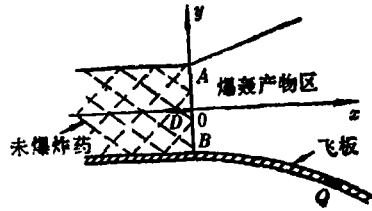


图 1

式中, u_* 和 v_* 分别为板元质点 Q 在 oxy 坐标系中的 x 向和 y 向的速度分量; ρ_* 为抛板密度; L_* 为抛板厚度; P 为爆轰产物对板的压力。

质点 Q 在不动坐标系中的速度 v_P 为:

$$v_P = \sqrt{(u_* - D)^2 + v_*^2} \quad (4)$$

由方程(3)和(4)式看出, v_P 依赖于 D 、 P 、 $M = L_* \rho_*$ 和 x ; 而 P 又依赖 D 、 M 、 x 、 y 、爆轰产物的绝热指数 K 以及炸药的密度 ρ_0 和厚度 L_0 。根据量纲分析中的 π 定理, 并考虑到 $x \rightarrow \infty$ 时情况, v_P 的极限值 v_L 为如下的函数形式:

$$v_L / D = f(R_0, K) \quad (5)$$

由上式可知, 以 D 为尺度的无量纲极限速度 v_L 只依赖于参量 R_0 和 K 。在以下讨论中约定: v_L 代表按 Дерибас 数值计算的结果, 即作为“精确”的极限速度。

然而在一些经验公式中却忽略了这一重大因素, 通过数值计算表明(1)式适用于 $K=2.7$ 左右的炸药; 而式(2)只适用于 $K=3$ 左右的炸药。为了说明 K 对 v_L 的重大影响, 作者按 Дерибас 模型对不同 K 值计算的 v_L 值列在表 1 中。从表中看出 v_L 随 K 值变化非常显著, 如在表中所取的 R_0 值范围内 $K=2.5$ 的 v_L 与 $K=3.0$ 的 v_L 之相对差为 23%, 如果 K 的取值更小, 其相对差 η 就更大了。所以在使用象(1)和(2)式那样的经验公式时必须注意炸药 K 值的取值范围。

表 1

R_b	$K=2.5$		$K=3.0$		$K=3.5$	
	v_L/D	η	v_L/D	η	v_L/D	η
1	0.2369	23.4%	0.1942	0.0%	0.1642	-15.4%
3	0.4314	23.7%	0.3488	0.0%	0.2928	-16.0%
6	0.5388	23.3%	0.4370	0.0%	0.3679	-15.8%
10	0.6042	23.1%	0.4893	0.0%	0.4126	-15.7%

表中,
$$\eta = \frac{v_L(R_b, K) - v_L(R_b, 3)}{v_L(R_b, 3)}$$

使用经验公式要注意的另一问题是 R_b 的取值范围, 因大多数的经验公式都是建立在一维抛掷的基础上, 如(1)和(2)式。要使一维抛掷与二维的类似只有在 R_b 较小(重板)时才可能(见[2]中的表4)。当 R_b 较大时, 如 $R_b=10$ 、 $K=3$, 按数值计算的 v_L 与按公式(2)计算的 v_e 相对差为15%。

2 抛板极限速度之间的相似关系

Aziz等^[3]在计算一维抛体的极限速度 v_a 时, 发现无量纲量 $v_a/\sqrt{E_0}$ 对于 K 值的变化是不敏感的, 有关系式:

$$\sqrt{E_0} = \sqrt{\frac{D^2}{2(K^2 - 1)}} \quad (6)$$

为了说明这一点, 作者将所求得的 v_L 均除以 $\sqrt{E_0}$ 列于表2。

表 2

R_b	$K=2.5$			$K=3.0$			$K=3.5$		
	v_L/D	$v_L/\sqrt{E_0}$	μ	v_L/D	$v_L/\sqrt{E_0}$	μ	v_L/D	$v_L/\sqrt{E_0}$	μ
1	0.2396	0.7746	+0.28%	0.1942	0.7768	-0.00%	0.1642	0.7789	-0.27%
3	0.4314	1.3979	-0.28%	0.3488	1.3952	-0.00%	0.2928	1.3889	+0.37%
6	0.5388	1.7459	+0.02%	0.4370	1.7480	-0.00%	0.3679	1.7451	+0.07%
10	0.6042	1.9520	+0.17%	0.4893	1.9570	-0.00%	0.4126	1.9570	-0.09%

表中, μ 为在同一 R_b 值下, 各 K 值所对应的 $v_L/\sqrt{E_0}$ 值算术平均 $(\overline{v_L/\sqrt{E_0}})$ 与某个 K 值所对应的 $v_L/\sqrt{E_0}$ 的相对差值, 即:

$$\mu = \frac{[\overline{(v_L/\sqrt{E_0})}] - (v_L/\sqrt{E_0})}{(v_L/\sqrt{E_0})}$$

$$(\overline{v_L/\sqrt{E_0}}) = \frac{1}{3} [(v_L/\sqrt{E_0})|_{K=2.5} + (v_L/\sqrt{E_0})|_{K=3.0} + (v_L/\sqrt{E_0})|_{K=3.5}]$$

从表2看出, 在同样 R_b 值下不同 K 值所对应的 $v_L/\sqrt{E_0}$ 几乎相等, 即 $\mu \approx 0$ 。文[4]中结果也完全符合这种规律, 即在同一个 R_b 值下不同 K 值所对应的 v_L 之间具有一定的相似关系, 其相似系数为 $\sqrt{E_0}$ 。

根据上面的分析, 可把二维抛板的极限速度 v_L 写成“分离参量”形式, 即相当于:

$$v_L \approx \sqrt{E_0} \cdot f_*(R_b) \quad (7)$$

式中, $f_*(R_b)$ 为参量 R_b 的未定函数。

上述的相似性对理论计算, 还是对实验测量都具有很大的意义。在求得一种炸药的 v_L 与 R_b 的关系后, 对于其他炸药, 只要 D 和 K 已知, 则完全可利用相似系数 $\sqrt{E_0}$ 进行变换。

3 修正的古尼公式的利用

因一般的经验公式都有局限性, 要求得任何 R_b 、 K 值下的二维抛板的极限速度, 势必要进行复杂的二维数值计算, 可是唯独古尼(Gurney)公式稍加修正后情形例外。

古尼在解决炸弹、炮弹等破片的一维飞散时给出了求飞片极限速度 v_g 的公式(简称古尼公式):

$$v_g/\sqrt{E} = \sqrt{\frac{6R_b^2}{R_b^2 + 5R_b + 4}} \quad (8)$$

式中, E 称作古尼能, 它由实验确定。

现将(8)式中的 \sqrt{E} 改成(6)式给出的 $\sqrt{E_0}$, 于是得到了修正的古尼公式:

$$v_g/\sqrt{E_0} = \sqrt{\frac{6R_b^2}{R_b^2 + 5R_b + 4}} \quad (9)$$

将修正的古尼公式(9)仍用于一维, 结果令人失望^[5]。若将它用于求二维抛板的极限速度(即把 v_g 当作抛板极限速度), 竟得到意想不到的结果。按(9)式给出的 v_g 与按

表 3 对于质量比 R_b 较小的情形($K=3.0$)

R_b	0.262	0.330	0.525	0.857	1.054	1.318	1.714	2.00	2.241	2.505	2.637
v_L/D	0.071	0.085	0.124	0.175	0.199	0.230	0.264	0.284	0.307	0.316	0.324
v_g/D	0.069	0.084	0.122	0.175	0.200	0.230	0.267	0.289	0.305	0.321	0.329
ϵ	2.82%	1.18%	1.60%	0.00%	-0.50%	-0.00%	-1.14%	-1.76%	0.65%	-1.58%	-1.54%

表 4 对于质量比 R_b 较大的情形

R_b	$K=2.5$			$K=3.0$			$K=3.5$		
	v_L/D	v_g/D	ϵ	v_L/D	v_g/D	ϵ	v_L/D	v_g/D	ϵ
1	0.2396	0.2390	-0.3%	0.1940	0.1936	-0.3%	0.1642	0.1633	-0.6%
3	0.4314	0.4286	-0.7%	0.3488	0.3472	-0.5%	0.2928	0.2928	0.0%
6	0.5388	0.5421	0.6%	0.4370	0.4392	0.5%	0.3679	0.3703	0.6%
10	0.6024	0.6091	1.1%	0.4893	0.4935	0.9%	0.4126	0.4160	0.8%

Дерибас模型计算的 v_L 非常接近，不但对 R_b 取值较小时如此（见表3）；对 R_b 取值较大时也 同样，见表4和表5。表3， $\varepsilon = (v_L - v_D)/v_L$ 。

据以上讨论研究，本文得出结果：修正后的古尼公式(9)，可以代替二维数值计算来求抛板的极限速度。但绝不是说二维数值计算可以避免。

本研究工作是在朱兆祥教授建议下进行的，特向他表示深深的感谢。

表5 对于质量比 R_b 更大的情形

R_b	K	v_L/D	v_D/D	ε
13	3.0	0.5085	0.5160	1.5%
16	3.5	0.4421	0.4481	1.3%
50	2.5	0.7281	0.7202	-1.1%
100	2.5	0.7560	0.7376	-2.5%

参 考 文 献

- [1] 郑哲敏等. 爆炸加工. 国防工业出版社, 1982: 336
- [2] 吕洪生. 国防科技大学学报, 1982; (1)
- [3] Aziz A K et al. Physics of Fluids, 1961, (4): 380
- [4] Дерибас А. А. Физика Упрочения и Сварки Взрывом, Новосибирск Наука, 1980: 20
- [5] 吕洪生. K 值对抛体速度的重大影响与不同 K 值下抛体极限速度间的关系. 国防科技大学, 1983

A Similarity of the Limit Speed of Two-Dimensional Projected Plate and Adoption of the Gurney Formula

Li Hongsheng Jiang Bocheng Ling Keliang

(Department of Applied Physics)

Abstract

The important factors to affect the limit speed of a projected plate driven by explosive are first analysed in this paper. This analysis is combined with a discussion about the range of application of the empirical formulae. Then two important laws, which are summarized from the results of the numerical computations to two-dimensional projected plate, are formulated. ① When mass ratios of explosive and projected plate are the same, there is a certainly similar relation among limit speeds of two-dimensional projected plate; ② The revised Gurney Formula may be used to calculate the limit speed of two-dimensional projected plate.

Key words: mass ratio, adiabatic exponent, limit speed, similar relation, Gurney Formula