国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第14卷第2期 1992年6月 Vol. 14 No. 2

运用速度增益制导实现对目标卫星的拦截

贾沛然 汤国建

（自动控制系）

摘 要 本文对运用速度增益制导实现对目标卫星的拦截方法进行了研究。其特点是在拦截器运动参数初值及目标轨道参数给定的条件下，首先确定考虑地球扁率 J_2 项影响下的拦截目标的预测命中点，然后采用 Lambert 方法确定给定碰撞时间下拦截器的需要速度，最后实现对目标的拦截。用该方法可保证向未制导转换时有较高精度的转换条件。

关键词 拦截，弹道，速度增益制导

分类号 TJ861

本文试图将速度增益制导方法用于拦截器对目标卫星的拦截，重点讨论了考虑地球扁率 J_2 项影响后的预测命中点的确定以及制导方法实现中应考虑的几个问题。

设在以射击方位角 A_0、地理纬度 B_0 确定的发射惯性坐标系中，于 t_1 时刻拦截器在空间 D 点具有的运动参数为

$$\vec{\rho}_D(t_1) = [x_D(t_1) \quad y_D(t_1) \quad z_D(t_1)]^T \tag{1}$$

$$\vec{v}_D(t_1) = [v_{Dx}(t_1) \quad v_{Dy}(t_1) \quad v_{Dz}(t_1)]^T \tag{2}$$

要求经过时间 T 与通过轨道计算给出的目标在 t_1+T 时刻所在的空间位置 M 点

$$\vec{\rho}_M(t_1+T) = [x_M(t_1+T) \quad y_M(t_1+T) \quad z_M(t_1+T)]^T \tag{3}$$

相遭遇。相应地，在 t_1 时刻和 t_1+T 时刻拦截器位置的地心点经分别为

$$\vec{r}_D(t_1) = [x_D(t_1)+R_{0x} \quad y_D(t_1)+R_{0y} \quad z_D(t_1)+R_{0z}]^T \tag{4}$$

$$\vec{r}_M(t_1+T) = [x_M(t_l+T)+R_{0x} \quad y_M(t_1+T)+R_{oy} \quad z_M(t_1+T)+R_{0z}]^T \tag{5}$$

式中，$\vec{R}_0 = [R_{0x}\ R_{0y}\ R_{0z}]^T$ 为发射点的地心矢径。

1 预测命中点的确定

根据椭圆理论，对空间两点可在飞行时间给定的约束下确定出一条椭圆弹道，并可确定出在起点所需要的速度。实际上，拦截器并非在平方反比引力场中飞行，经过给定的飞行时间并不能碰撞目标，从而影响向未制导段转换时的转换条件。为减小地球扁率

• 1991年5月2日收稿

造成的误差，考虑采用预测命中点的方法：我们将遭遇点经过扁率影响修正后的那点称为预测命中点。在考虑到 J_2 项的引力场中，若拦截器具有根据预测命中点确定的需要速度，那么经过飞行“正好”到达原要求的遭遇点。

首先不考虑 J_2 项的影响，根据 $\vec{r}_D$、$\vec{r}_M$ 和飞行时间 T 确定出一条椭圆弹道及瞬时需要速度 $\vec{v}_R$（包括速度大小 v_R，速度倾角 Θ_R 和椭圆弹道平面的方位角 A_R）。同时可以得到 $\vec{r}_D$ 点与 $\vec{r}_M$ 点所对应的地心纬度 φ_D 和 φ_M 以及这两点之间的径差 λ_{DM}、地心角 $\tilde{\beta}_M$. 然后以此为标准弹道采用摄动理论[1]求出 J_2 项对遭遇点的影响和对飞行时间的影响，即可导得拦截器到达遭遇点 $\vec{r}_M$ 所决定的球壳上与遭遇点相距的等高射程角偏差 $\Delta_r\beta_M$、等高侧向偏差角 ζ_M 以及到达球壳上的时间偏差 Δ_rT。将 $\Delta_r\beta_M$、ζ_M 换算成以 D 点星下点射向为 X 轴的右手惯性坐标系的 $\vec{r}_M$ 点的线性偏差量为

$$\begin{bmatrix}\Delta x_M\\ \Delta y_M\\ \Delta z_M\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_M\cos\tilde{\beta}_M\Delta_r\beta_M\\ -r_M\sin\tilde{\beta}_M\Delta_r\beta_M\\ r_M\zeta_M\end{bmatrix}\tag{6}$$

它在 D 点星下点的北天东坐标系中各偏差量为

$$\begin{bmatrix}\Delta x_\varphi\\ \Delta y_r\\ \Delta z_\lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos A_R & 0 & -\sin A_R\\ 0 & 1 & 0\\ \sin A_R & 0 & \cos A_R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta x_M\\ \Delta y_M\\ \Delta z_M\end{bmatrix}\tag{7}$$

再将其转换成发射惯性坐标系中的偏差量为

$$\begin{bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\\ \Delta z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_{11}/\cos\varphi_D & r^0_{Dx} & f_{31}/\cos\varphi_D\\ f_{12}/\cos\varphi_D & r^0_{Dy} & f_{32}/\cos\varphi_D\\ f_{13}/\cos\varphi_D & r^0_{Dz} & f_{33}/\cos\varphi_D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta x_\varphi\\ \Delta y_r\\ \Delta z_\lambda\end{bmatrix}\tag{8}$$

式中，

$$\begin{cases}f_{11}=\Omega^0_x-\sin\varphi_D r^0_{Dx}\\ f_{12}=\Omega^0_y-\sin\varphi_D r^0_{Dy}\\ f_{13}=\Omega^0_z-\sin\varphi_D r^0_{Dz}\\ f_{31}=\Omega^0_y r^0_{Dz}-\Omega^0_z r^0_{Dy}\\ f_{32}=\Omega^0_z r^0_{Dx}-\Omega^0_x r^0_{Dz}\\ f_{33}=\Omega^0_x r^0_{Dy}-\Omega^0_y r^0_{Dx}\end{cases}\tag{9}$$

$$\begin{bmatrix}r^0_{Dx}\\ r^0_{Dy}\\ r^0_{Dz}\end{bmatrix}=\frac{1}{r_D}\begin{bmatrix}R_{0x}+x_D\\ R_{0y}+y_D\\ R_{0z}+z_D\end{bmatrix}\tag{10}$$

$$\begin{bmatrix}\Omega^0_x\\ \Omega^0_y\\ \Omega^0_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos B_0\cos A_0\\ \sin B_0\\ -\cos B_0\sin A_0\end{bmatrix}\tag{11}$$

最后将遭遇点 $\vec{r}_M$ 减去扁率引起的偏差量，即可得到预测命中点位置参数 $\vec{r}^*_M$ 为

$$\vec{r}^*_M=[\vec{r}^*_{Mx}\quad \vec{r}^*_{My}\quad \vec{r}^*_{Mz}]^T=[R_{0x}+x^*_M\quad R_{0y}+y^*_M\quad R_{0z}+z^*_M]^T\tag{12}$$

式中，

$$\begin{bmatrix} x_M^* \\ y_M^* \\ z_M^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_M - \Delta x \\ y_M - \Delta y \\ z_M - \Delta z \end{bmatrix} \tag{13}$$

由于在非平方反比引力场中拦截器飞行至遭遇点的时间有偏差 $\Delta_r T$，故也应进行修正，即要求拦截器在 $T^* = T - \Delta_r T$ 时间内，在平方反比引力场中飞抵 $\vec{r}_M^*$.

2 固定拦截时间的需要速度的确定

现在的问题是根据拦截器的实时位置 $\vec{r}_D$ 及预测命中点位置 $\vec{r}_M^*$ 来确定在 T^* 时间间隔内，拦截器在平方反比引力场中去碰撞预测命中点时所需要的速度 $\vec{v}_R^*$. 这一点可利用 Lambert 方法[3]来获得。同时由地心矢径 $\vec{r}_D$ 和 $\vec{r}_M^*$ 可以得到地心纬度 φ_D、φ_M^* 和两点之间的经度差 λ_{DM}^*。由 $\vec{r}_D$ 和 $\vec{r}_M^*$ 所构成的椭圆轨道平面的大圆弧方位角 A_R^* 的正弦和余弦值为

$$\begin{cases} \sin A_R^* = \cos\varphi_M^* \sin\lambda_{DM}^* / \sin\beta_M^* \\ \cos A_R^* = (\cos\varphi_M^* - \cos\beta_M^* \sin\varphi_D)/(\sin\beta_M^* \cos\varphi_D) \\ \beta_M^* = \arccos[\vec{r}_D \cdot \vec{r}_M^* / (r_D r_M^*)] \end{cases} \tag{14}$$

这样，需要速度 $\vec{v}_R^*$ 在发射惯性坐标系中的投影为

$$\begin{bmatrix} v_{Rx}^* \\ v_{Ry}^* \\ v_{Rz}^* \end{bmatrix} = v_R^* \begin{bmatrix} f_{11}/\cos\varphi_D & r_{Dx}^0 & f_{31}/\cos\varphi_D \\ f_{12}/\cos\varphi_D & r_{Dy}^0 & f_{32}/\cos\varphi_D \\ f_{13}/\cos\varphi_D & r_{Dz}^0 & f_{33}/\cos\varphi_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Theta_R^* \cos A_R^* \\ \sin\Theta_R^* \\ \cos\Theta_R^* \sin A_R^* \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中，Θ_R^* 为需要速度 $\vec{v}_R^*$ 的倾角。

3 速度增益制导方法的实现

一般我们称拦截器的瞬时需要速度 $\vec{v}_R^*$ 与其实时速度 $\vec{v}_D$ 之差

$$\vec{v}_g = \vec{v}_R^* - \vec{v}_D \tag{16}$$

式中，$\vec{v}_g$ 为增益速度。

原则上，将拦截器推力加速度方向与增益速度方向一致，在发动机工作时间 τ 后，拦截器测量装置又提供新时刻的速度和位置参数，再重复上述步骤继续进行制导。需要指出的是若从制导起点规定的拦截器飞抵遭遇点的时间为 T，那么重复 n 次就在 T 中扣除 n 个 τ.

除上述基本思想外，在具体工程中可考虑下列几个问题。

3.1 关机点需要速度的预估及增益速度的改进

为节省燃料及使拦截器在关机点附近本身姿态比较平稳，故考虑在制导时用预估关机点需要速度 $\vec{v}_{R,k}^*$来代替瞬时需要速度 $\vec{v}_R^*$.

将增益速度 $\vec{v}_g$、需要速度 $\vec{v}_R^*$ 在现时刻 t_i 处进行级数展开，近似取

$$\vec{v}_{g,k} = \vec{v}_g(t_k) = \vec{v}_g(t_i) + \dot{\vec{v}}_g(t_i)(t_k - t_i) \tag{17}$$

$$\vec{v}_{R,k}^* = \vec{v}_R^*(t_k) = \vec{v}_R^*(t_i) + \dot{\vec{v}}_R^*(t_i)(t_k - t_i) \tag{18}$$

式中，

$$\dot{\vec{v}}_g(t_i) \approx [\vec{v}_g(t_i) - \vec{v}_g(t_{i-1})]/\tau$$

$$\dot{\vec{v}}_R^*(t_i) \approx [\vec{v}_R^*(t_i) - \vec{v}_R^*(t_{i-1})]/\tau$$

$$\tau = t_i - t_{i-1}$$

又知道当 $t_i \to t_k$ 时，$|\vec{v}_{g,k}| \to 0$，因此由(17)式可知

$$t_k - t_i = -[\vec{v}_g(t_i) \cdot \dot{\vec{v}}_g(t_i)]/|\dot{\vec{v}}_g(t_i)|^2 \tag{19}$$

$$\vec{v}_{R,k}^* = \vec{v}_R^*(t_i) - \frac{1}{\tau}[\vec{v}_R^*(t_i) - \vec{v}_R^*(t_{i-1})][\vec{v}_g(t_i) \cdot \dot{\vec{v}}_g(t_i)]/|\dot{\vec{v}}_g(t_i)|^2 \tag{20}$$

式(20)即为对关机点需要速度进行预估的矢量方程。

考虑到 t_i 至 t_k 时间间隔内引力的影响，并将该时间内引力加速度视为 t_i 时刻之值 $\vec{g}_D(t_i)$，则拦截器的改进增益速度可表达为

$$\begin{aligned}\vec{v}_g' &= \vec{v}_{R,k}^* - \vec{v}_D(t_i) - \vec{g}_D(t_i)(t_k - t_i) \\ &= \vec{v}_R^*(t_i) - \vec{v}_D(t_i) - \left[\frac{\vec{v}_R^*(t_i) - \vec{v}_R^*(t_{i-1})}{\tau} - \vec{g}_D(t_i)\right][\vec{v}_g(t_i) \cdot \dot{\vec{v}}_g(t_i)]/|\dot{\vec{v}}_g(t_i)|^2\end{aligned} \tag{21}$$

3.2 拦截器姿态的确定

设拦截器的推力装置是由垂直于拦截器主轴 o_1x_1 在其质心周围十字型安装在 o_1y_1 轴和 o_1z_1 轴上的四台常值小推力发动机组成的。在利用 $\vec{v}_g'$ 方向进行推力矢定向时，拦截器的姿态控制方案是多样的。如根据姿态角变化最小原则，由 $\vec{v}_g'$ 矢量方向来确定选用单一的 o_1y_1 轴和 o_1z_1 轴方向的发动机提供推力，或按使 o_1y_1 轴与 o_1z_1 轴的合成推力同 $\vec{v}_g'$ 共面同时启动两台发动机工作实现制导控制等。一个简单的方案就是用 o_1y_1 轴上产生的正推力与 $\vec{v}_g'$ 方向一致来进行制导。若假设制导起始点拦截器体坐标系与平台坐标系重合，则拦截器的姿态控制角为

$$\begin{cases}\varphi = \mathrm{arctg}(v_{gy}'/v_{gx}') - \mathrm{sign}(v_{gx}' \cdot \frac{\pi}{2}), -\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi \\ \psi \equiv 0 \\ \gamma = \mathrm{arctg}(v_{gz}'/\sqrt{v_{gx}' + v_{gy}'}), -\frac{\pi}{2} \leqslant \gamma \leqslant \frac{\pi}{2}\end{cases} \tag{22}$$

3.3 关机点的控制

拦截器上计算机在进行关机条件计算时有延时误差。设计算步长为 τ，则关机时间的误差可在 τ 与 2τ 之间。为减小关机点的控制误差，可考虑采取下列两条措施以提高制导精度。

(1) 对关机时间进行线性预报，并判别何时转入制导方程的简化计算

在关机点附近 t 时刻的 $\vec{v}_g'$ 可看成是时间的线性函数，则可由式(19)确定出由 t 到关机点时刻 t_k 的时间间隔 $(t_k - t)$。考虑到未转入小步长 τ' 之前，拦截器上计算的延时误差为原计算步长 τ，故选择转入制导方程简化计算的时刻为第一次满足

$$t_k - t \leqslant 2\tau + 2\tau' \tag{23}$$

的 t 时刻。

(2) 关机点附近进入小步长计算的制导方程的简化公式

在满足(23)式的时刻 t 确定后，实际上拦截器上的发动机已工作了一个步长 τ，记 t_T

$=t+\tau$，因此从 t_T 才开始转入小步长计算。一般来说，此后发动机还需工作的时间不会超过 $\tau+2\tau'$，这是很短的时间，因此可简化计算一般性的制导方程。若以 t 时刻参数为基础，则可得到拦截器实时速度 $\vec{v}_D$、需要速度 $\vec{v}_R^*$ 以及瞬时增益速度 $\vec{v}_g$ 的外推值为

$$\vec{v}_D(t_T+n\tau')=\vec{v}_D(t)+\frac{1}{\tau}[\vec{v}_D(t)-\vec{v}(t-\tau)](\tau+n\tau') \tag{24}$$

$$\vec{v}_R^*(t_T+n\tau')=\vec{v}_R^*(t)+\frac{1}{\tau}[\vec{v}_R^*(t)-\vec{v}_R^*(t-\tau)](\tau+n\tau') \tag{25}$$

$$\vec{v}_g(t_T+n\tau')=\vec{v}_R^*(t_T+n\tau')-\vec{v}_D(t_T+n\tau') \tag{26}$$

式中，$n=1,2,\cdots$为转入小步长后的重复计算次数。这样可按(19)式算出$(t_k-t_T-n\tau')$值。注意，在关机点附近很短的时间内不必对拦截器进行导引，此时的姿态即为最后一个大步长时的姿态，原因是在很短的时间内拦截器姿态的微小变化对其质心运动没有多大影响。另外把变化缓慢的 g_D 取成常值。考虑到计算“时延”和关机时间线性预报的精度及预报的可实现性，把第一次出现

$$t_k-t_T-n\tau'\leqslant 2\tau' \tag{27}$$

作为发出线性预报的判别条件。那么当上式一经成立，关机时刻计算公式为

$$t_k=t_T+n\tau'-\left.\frac{\vec{v}_g\cdot\dot{\vec{v}}_g}{|\dot{\vec{v}}_g|^2}\right|_{t_T+n\tau'} \tag{28}$$

4 数字仿真结果及讨论

4.1 仿真结果

设每台发动机产生的常推力加速度为 $0.5g_0$，采用上述方案对某一典型拦截弹道的仿真结果是：制导工作时间为 21.196 秒，在拦截器与目标卫星相距 150km 处，即转入末制导段时，两者相对运动的视线转率为 3.096×10^{-6}/秒，完全满足末制导的初始条件。

4.2 分析和讨论

(1) 利用考虑扁率 J_2 项修正后的预测命中点进行速度增益制导，且采取预报关机时间和在关机点附近简化计算及改用小步长计算等措施，由仿真结果表明其制导的方法误差是很小的。在没有外界干扰的作用下，其制导过程中发动机仅启动一次。可见，用速度增益制导方法完成其制导任务是可行的。

(2) 在工程实现中，若采用此制导方法遇到计算机容量和速度方面的问题，则可考虑不采用修正后预测命中点的方法，而是用给定的遭遇点求出平方反比引力场中的需要速度 $\vec{v}_R$ 来进行制导，也即用多次启动发动机不断修正因制导中未顾及扁率影响而引起的误差以提高制导精度。

参 考 文 献

1 贾沛然，沈为异编．弹道导弹弹道学．国防科技大学．1980

2 Battin R H. Astronautical Guidance McGrawHill, 1964

3 任萱．人造卫星轨道力学．国防科技大学出版社，1988

4 程国采编著．弹道导弹制导方法与最优控制．国防科技大学出版社，1987

5 Frederick W, Boltz. Second－order P－Iterative Solution of the Lambert/Gauss Problem. The Journal of the Astronautical Sciences. 1984, 32(4): 475～485

6 MenonP K A and CaliseA J. Interception、Evasion. Rendezvous and Velocity－to－be－gaind Guidance for Spacecraft. AIAA Paper. 87～2318

7 贾沛然，汤国建．提高再入点精度的末助推级制导方法．国防科技大学学报，1989, 11(1): 66～72

Realization of the Target Satellite Interception with Velocity Gain Guidance

Jia Peiran Tang Guojian

(Department of Automatic Control)

Abstract

This paper is about the study of realization of the target satellite interception method with velocity gain guidance. The characteristics are the following: based on the given conditions of the interceptor's initial motion parameters and the target's trajectory parameters, firstly the predictive point of impact intercepting the target under the influence of J2 item of the earth oblatness is determined, then the interceptor's velocity required during the collision time using Lambert method is decided, at last, the target interception with velocity gain guidance method is realized. A transform condition with higher precision to the terminal guidance by using this method is guaranteed.

Key words interception, trajectory, velocity gain guidance