

## 利用改进迁移近似方程和与之配套的多群常数计算快中子在氘化锂球中的产氙率\*

王尚武 沈永平 况蕙孙

(应用物理系)

**摘要** 本文试图通过对快中子在氘化锂球中产氙率的计算来验证自行制作的18群常数的合理性和正确性。利用改进迁移近似方程和与之配套的18群中子群常数对两种模型中快中子的产氙率的计算表明,本文的计算结果在3%的精度内与其他研究者用不同的中子输运方程和不同的群常数对同样模型中的中子产氙率的计算结果符合。这说明改进迁移近似方程可以较好地描述快中子在轻材料中的输运行为,我们制作的与之配套的18群中子群常数是合理的,可信的。

**关键词** 改进迁移近似, 18群常数, 产氙率

**分类号** O571.5

我们在改进中子迁移近似下,利用UCRL-50400<sup>[1]</sup>提供的一些反应道的175群精细中子群截面和ENDF/B-IV<sup>[2]</sup>核数据库提供的有关数据,利用核反应和输运理论的有关知识,在满足守恒关系的前提下,计算出了一些特殊反应道的175群中子群截面和175×175精细群间转移截面。再利用这些精细群常数,通过PBN方法<sup>[3,4]</sup>计算出了中子的权重谱,通过缩并得到了18群中子群常数。这些群常数是否合理和正确,必须经过有关的检验计算来作出判断。利用改进迁移近似方程和与之配套的18群中子群常数来计算快中子在氘化锂球中的产氙率是一种有效的检验手段。通过此计算,一方面可以检验改进迁移近似方程描写中子与轻材料相互作用的合理性和准确程度;另一方面,也可以检验我们制作的18群中子群常数的合理性。通过对两种模型中中子产氙率的计算,将计算结果与其他研究者(利用不同的中子输运方程和不同的16群常数)对同样模型的计算结果相比表明,改进迁移近似方程和与之配套的18群中子群常数可以较好地描述快中子在轻材料中的输运行为。我们制作的18群中子群常数是合理的、可信的。

\* 1991年8月31日收稿

# 1 改进迁移近似方程及其多群形式<sup>[5]</sup>

中子输运满足的一般玻耳兹曼方程为

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \hat{\Omega} \cdot \nabla \varphi + \Sigma_i(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \\ = \int d\hat{\Omega}' \int dE' \Sigma(\vec{r}, E') f(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, E' \rightarrow E) \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t) + q \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $q \equiv q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$  包括了裂变源和独立外源, 各符号有一般公认的物理意义。而

$$\Sigma(\vec{r}, E') f(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, E' \rightarrow E) = \sum_{x(\text{反应道})} \Sigma^x(\vec{r}, E') f^x(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, E' \rightarrow E) \quad (2)$$

若把式(1)右边第一项中的  $f(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, E' \rightarrow E)$  和  $\varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t)$  分别作 Legendre 展开, 取前两项 (其余各项不动), 则有

$$f(\hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, E' \rightarrow E) = \frac{1}{4\pi} (f_0(E' \rightarrow E) + 3f_1(E' \rightarrow E) \hat{\Omega}' \cdot \hat{\Omega}) \quad (3)$$

$$\varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t) = \frac{1}{4\pi} (\phi_0(\vec{r}, E', t) + 3\hat{\Omega}' \cdot \vec{\phi}_1) \quad (4)$$

代入式(1)中作适当化简, 便得到全输运近似方程

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \hat{\Omega} \cdot \nabla \varphi + \Sigma_i(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \\ = \frac{1}{4\pi} \int dE' \int d\hat{\Omega}' \Sigma(\vec{r}, E') (f_0(E' \rightarrow E) - f_1(E' \rightarrow E)) \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t) \\ + \int dE' \Sigma(\vec{r}, E') f_1(E' \rightarrow E) \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}, t) + q \end{aligned} \quad (5)$$

在式(5)中, 再假设

$$\int dE' \Sigma(\vec{r}, E') f_1(E' \rightarrow E) \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}, t) \approx \int dE' \Sigma(\vec{r}, E) f_1(E \rightarrow E') \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \quad (6)$$

并引入记号  $\bar{\mu}(E) = \int dE' f_1(E \rightarrow E')$ ;  $\Sigma_{tr}(E) = \Sigma_i(E) - \bar{\mu}(E) \Sigma(E)$   
 $\Sigma_{tr}(E' \rightarrow E) = \Sigma(E') f_0(E' \rightarrow E) - \delta(E' - E) \bar{\mu}(E') \Sigma(E')$

$$\Phi(\vec{r}, E', t) = \frac{1}{4\pi} \int d\hat{\Omega}' \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t)$$

就得到改进输运近似方程

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \hat{\Omega} \cdot \nabla \varphi + \Sigma_r(E) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \\ = \int dE' \Sigma_{tr}(E' \rightarrow E) \Phi(\vec{r}, E', t) + q \end{aligned} \quad (7)$$

其多群形式是:  $\frac{1}{v_g} \frac{\partial \varphi_g}{\partial t} + \hat{\Omega} \cdot \nabla \varphi_g + \Sigma_{r,g} \varphi_g(\vec{r}, \hat{\Omega}, t) = \sum_{g'=1}^g \Sigma_{tr}^{g' \rightarrow g} \Phi_{g'} + q_g \quad (8)$

此处,  $\frac{1}{v_g}$  以及  $\Sigma_{r,g}$  和  $\Sigma_{tr}^{g' \rightarrow g}$  相对应的微观量  $\sigma_{r,g}$ ,  $\sigma_{tr}^{g' \rightarrow g}$  是多群常数。我们制作了这样一套 18 群常数, 下面通过计算下述两种模型下快中子在氘化锂球中的产氚率来检验所制作的这

套 18 群常数的正确性。

## 2 计算模型<sup>[6]</sup>

**模型 1** 外半径为 30cm 的浓缩氘化锂中，<sup>6</sup>Li 占锂含量的 90.5%，<sup>7</sup>Li 占 9.5%，氘化锂的质量密度为 0.792g/cm<sup>3</sup>。在体积为 1cm<sup>3</sup> 的中心小球中置单位时间放出一个第 1 群中子的中子源，求每个中子在系统中的产氘几率  $P_T$ 。

**模型 2** 密度为 0.8164g/cm<sup>3</sup> 的天然氘化锂球，外半径为 30cm，在体积为 1cm<sup>3</sup> 的中心小球中含单位时间放出一个第 1 群中子的中子源，求一个中子在系统中的产氘几率  $P_T$ 。

## 3 产氘率的计算方法

上述两模型属于一维球对称模型。因球心处有中子不断地放出，所以系统中中子通量实际上是稳定分布的。故我们只需求解定态一维球对称几何下的改进迁移近似方程。

在定态一维球对称几何下，守恒形式的改进迁移近似方程为

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \varphi_g) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mu}[(1 - \mu^2) \varphi_g] + \Sigma_g^g \varphi_g(r, \mu) \\ = \sum_{g'=1}^g \Sigma_{g'r}^{g'-g} \Phi_{g'}(r) + q_g \end{aligned} \quad (9)$$

式中， $r = |\vec{r}|$ ;  $\mu = \hat{\Omega} \cdot \hat{e}_r$  ( $\hat{e}_r$  系  $\vec{r}$  方向的单位矢量);  $q_g$  为外加独立中子源。

$$\Phi_{g'}(r) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu' \varphi_{g'}(r, \mu') \quad (10)$$

因产氘率是一个中子在氘化锂球中输运时单位时间内的造氘概率。设产氘反应



的微观群截面为  $\sigma_g^g$ ，对应的宏观截面为  $\Sigma_g^g$ ，则有

$$P_T = \sum_{g=1}^G \iint d\vec{r} d\Omega \Sigma_g^g \varphi_g(\vec{r}, \Omega)$$

在一维球对称几何下，有

$$P_T = 16\pi^2 \sum_{g=1}^G \Sigma_g^g \int_0^R r^2 dr \Phi_g(r) \quad (11)$$

因此，只要解方程(9)求得了角通量  $\varphi_g(r, \mu)$ ，进而计算出  $\Phi_g(r)$ ，就可计算出  $P_T$ 。

方程(9)只能用数值方法求解。我们采用离散  $S_N$  方法<sup>[5]</sup>来解它。其基本思想是：

(1) 将  $r \in [0, R]$  用一系列离散点  $r_{k+1/2}$  ( $k=0, 1, 2, \dots, K$ ) 离散化为  $K$  个小区间，第  $k$  个小区间记为  $\Delta_k$ ，即  $\Delta_k \equiv [r_{k-1/2}, r_{k+1/2}]$

$\Delta_k$  的中点坐标为  $r_k$  ( $k=1, 2, \dots, K$ )；再将  $\mu \in [-1, 1]$  用一系列离散点  $\mu_{n+1/2}$  ( $n=0, 1, 2, \dots, N$ ) 离散化为  $N$  个小区间，这样在  $r-\mu$  组成的平面上就形成了  $K \times N$  个网格。

(2) 将方程(9)在某一角度、空间网格  $\Delta_{kn}$  上作积分，可以得到该网格边界和中心处角通量  $\varphi_{gn}^+$ ， $\varphi_{gn}^{\pm 1/2}$ ， $\varphi_{gn\pm 1/2}^-$  所满足的一组离散方程组。此处

$$\varphi_{gn}^+ \equiv \varphi_g(r = r_k, \mu = \mu_n)$$

(3) 在  $\mu = -1$  上也可以建立起  $\varphi_{g1/2}^+$ ， $\varphi_{g1/2}^{\pm 1/2}$  所满足的离散方程。

(4) 引入菱形关系，即在  $\Delta_{kn}$  上，设有

$$\varphi_{gn}^t = \frac{1}{2}(\varphi_{gn}^{t+1/2} + \varphi_{gn}^{t-1/2}); \quad \varphi_{gn}^t = \frac{1}{2}(\varphi_{g,n+1/2}^t + \varphi_{g,n-1/2}^t)$$

(5) 边界条件取为

$$\varphi_{gn}^{t+1/2} = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N/2); \quad \varphi_{gn}^{t/2} = \varphi_{g,N-n+1}^{t/2} \quad (n = 1, 2, \dots, N/2)$$

由上述五步骤, 就得到了一组可以定解的离散方程组, 依次解  $\mu = -1$ ,  $\mu < 0$  ( $\mu \neq -1$ ) 和  $\mu > 0$  时的离散方程, 就可以得到各网格中心点处的角通量  $\varphi_{gn}^t$ , 进而得到

$$\Phi_g^t = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \omega_n \varphi_{gn}^t$$

$\{\mu_n, \omega_n\}$  是高斯求积集。再定义角度空间积分通量

$$\Phi_g \equiv \frac{1}{4\pi} \iint d\vec{r} d\Omega \varphi_g(\vec{r}, \Omega) = 4\pi \sum_{k=1}^K V_k \Phi_g^k \quad (12)$$

式中

$$V_k = \frac{1}{3} (r_{k+1/2}^3 - r_{k-1/2}^3)$$

则有

$$P_T = 4\pi \sum_{g=1}^G \sum_c^c \Phi_g \quad (13)$$

在实际计算中, 我们用前后两次内迭代后  $\Phi_g$  的相对误差

$$\varepsilon = \frac{|\Phi_g^{(i+1)} - \Phi_g^{(i)}|}{\Phi_g^{(i)}} \quad (i \text{ 为迭代次数})$$

来判断迭代计算时第  $g$  群通量是否收敛。若

$$\varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (\varepsilon_0 \text{ 为一预先给定的精度})$$

则认为第  $g$  群通量已收敛, 然后转入第  $g+1$  群群内通量计算(我们取  $\varepsilon_0 = 10^{-6}$ )。

由于系统内不存在裂变源以及向上散射, 故求解离散方程时只需群内迭代而无需外源迭代。因此, 从  $g=1$  开始, 可逐群计算出  $\Phi_g$ , 然后用式(13)计算产氙率  $P_T$ 。

## 4 计算结果及分析

取空间步长  $\Delta r = 0.02 \text{cm}$ ,  $\varepsilon_0 = 10^{-6}$ , 计算结果列于下表 1。

表 1 产氙率  $P_T$  计算结果比较

模 型	$S_4$ (16 群)计算	改进扩散(16 群)计算		改进输运(18 群)计算**	
	$P_T$	$P_T$	相对误差(%)*	$P_T$	相对误差(%)*
1	0.7593	0.7507	-1.1	0.7656	+0.8
2	0.4766	0.4219	-11.5	0.4618	-3.1

\* ——与  $S_4$ (16 群)计算结果的相对误差; \*\* ——本文计算结果, 采用  $S_4$  方法计算; a ——结果取自文献[6]

由上表可以看出, 本文计算结果与刘成安等人<sup>[6]</sup>用  $S_4$ (16 群)计算结果相比, 两种模型下  $P_T$  的相对误差分别为 0.8% 和 3.1%。这表明改进迁移近似方程和与之配套的 18 群中子群常数可以较好地描述中子在轻材料中的输运行为。我们制作的 18 群中子群参数是可信的, 可用来进行快中子在轻材料中的输运计算。

为了检验计算结果是否稳定, 我们研究了两种模型下中子产氙率  $P_T$  与  $r$  方向空间网格数  $K$  的变化关系(见图 1、图 2)。由图 1、图 2 可以看出, 随  $K$  增大,  $P_T$  逐渐收敛于

某一固定值，表明计算是稳定的，结果是可靠的。

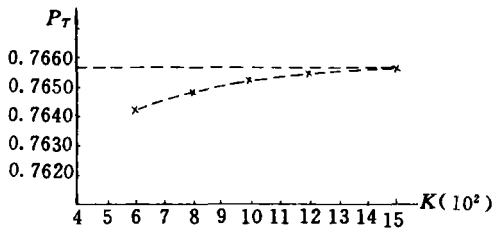


图 1 模型 1 中产氚率  $P_T$  随径向网格数  $K$  的变化

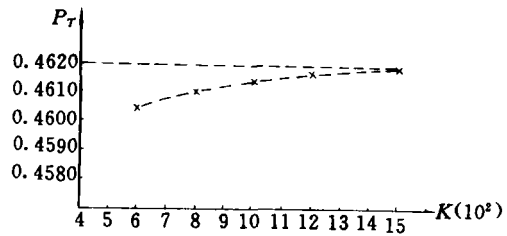


图 2 模型 2 中产氚率  $P_T$  随径向网格数  $K$  的变化

我们还画出了模型 1 中球内微分中子能谱  $F_g = \Phi_g / \Delta E_g$  ( $\Delta E_g$  为第  $g$  群的能量间隔) 随能群  $g$  变化的直方图，如图 3 所示。由图可知，系统内有大量的中子分布在低能群 ( $g > 15$ ) 内，而第 2~6 群内的中子相对较少，第 1 群内的中子较多。这是因为有第 1 群中子不断地在球中心放出，轻材料氘化锂慢化能力较强的缘故。从图 3 还可明显地看出，微分能谱图在  $g=14$  处有一凹处，这是因为  $^6\text{Li}$  的产氚截面  $\sigma_g^t$  在  $g=14$  处有一较大峰值，大量中子在该能群内被产氚反应所消耗的缘故。

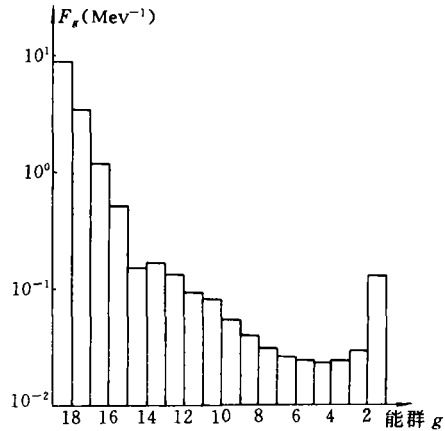


图 3 中子微分能谱直方图 (模型 1)

### 参 考 文 献

- 1 Plechaty F, et al. Tabular and Graphical Presentation of 175 Neutron Group Constants Derived from the LLL ENDL. UCRL-50400, Lawrence Livermore National Laboratory, 1975, 16
- 2 Stewart L et al. ENDF/B-1v Evaluated Nuclear Data File. National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, 1974
- 3 王友琴等. 计算中子能谱的 PBN 近似方法. 第四次核数据会议文献, 1983
- 4 Ligon J, Slepianck J. Nuclear Science and Engineering. 1974, 53: 255
- 5 杜书华等. 输运问题的计算机模拟. 湖南科技出版社, 1989
- 6 刘成安等. 改进中子扩散理论的应用研究. 核科学与工程. 1983, 3 (3): 221

## Using the Modified Transport Approximation Equation and Its Matched Neutron Group Constants to Calculate the Tritium Production Rate of Fast Neutrons in LID Spheres

Wang Shangwu Shen Yongpin Kuang Huisun

(Department of Applied Physics)

(下转第 59 页)

## 参 考 文 献

- 1 DeDiana I, et al. Courseware Engineering: Towards a Discipline. 第三届全国计算机辅助教育学术年会论文集, 广州, 1988
- 2 汪浩. 软科学理论方法及其应用. 国防科技大学出版社. 1991
- 3 Greg Kearsley. Authoring System in Computer Based Education. Comm. ACM, 1982, 25 (7)
- 4 谭东风, 张帆, 苏建志. 课件写作语言 AUTHOR 及其支持环境. 见第三届全国计算机辅助教育学术年会论文集. 广州: 1988
- 5 谭东风. 一个高效的 CAI 课件执行系统的设计与实现. 国防科技大学 TR-87-7055, 1987

## The Specification and Structural Design of a Courseware Authoring System

Tan Dongfeng Su Jianzhi

(Department of System Engineering and Applied Mathematics)

### Abstract

The specification and structural design of a courseware authoring system, Auto-CAI, have been discussed according to "Courseware Engineering". The development phases and design strategy of the system have also been presented.

**Key words** software engineering, computer assisted instruction (CAI), program

---

(上接第 81 页)

### Abstract

Using the modified transport approximation, the authors calculated and obtained 18-group neutron constants. In this paper, the authors try to examine the validity of these 18-group neutron constants by calculating the Tritium production rate of fast neutron in LID spheres. The modified transport approximation equation and its matched 18-group neutron constants are used to calculate the Tritium production rate of fast neutrons in two different models. The results are in good agreement with those obtained by other authors using different transport equation and group constants, the relative errors are within 3%. The calculated results and the comparison show that the modified transport approximation equation and its matched 18-group neutron constants can be used to describe the transport behavior of fast neutrons in light material, and the 18-group neutron constants obtained by the authors are reliable and rational.

**Key words** modified transport approximation, multi-group constants, Tritium production rate