

KDM 智能车的数学模型研究*

舒兆根 唐修俊 胡惠道 周浩贤 徐 明

(自动控制系)

摘 要 本文确定了对载车数学模型构造方法,并试图以 KDM-1 移动机器人作为实例,用非完整系统力学当作分析工具,通过实验获得模型数据,并由实车行驶进行检验,几个重要参数由仿真试验校核。数学模型的仿真与室内的行车试验相对比的结果比较一致。对同类载车数学模型的建立提供了有效的方法。

关键词 动力学,数学模型,移动载车,仿真试验,非完整系统

分类号 TP24

不管是遥控的或是自主的移动车辆,如果让载车行驶在要求的路径上,作路径规划或道路跟踪,都需要对移动车辆进行导航系统的设计。由于载体的速度变化,尤其在高速机动的情况下,都会产生动力学效应,因此,在驾驶控制中必须包含有动力学的补偿项。

利用载车的数学模型,采用计算机仿真计算的办,可以初步地确定载车在要求的路径上运动时的动力学影响,但是载车的数学模型是与车辆的速度及路面条件有关,因此欲一般地精确地建立车辆的动力学模型极其复杂而困难。

六十年代国外为了车辆高速转弯及公路行驶时前后车避碰的自动控制上的需要,给出了一些载车模型。这些模型的代表虽较简明,但为确定模型中的某些参数进行了大量的实验。进一步又可看到,这些参数在工作范围中变化很大,从而使简单的定常数学模型为之失效。因此还不如直接采用所需非线性因素的非定常的数学模型,对载车的动力学效应进行研究。这样,虽然在对模型的计算及推导上是麻烦的,但对车辆动态响应的表达上更加逼真。

在数学模型已定的条件下,关键是确定模型中的主要参数。一般情况下,模型中涉及体积重量等的参数可以精确地量度,但与道路环境有关的动力学参数,只有通过载车动态行驶中作实验测定。作者提供的非线性变系数载车数学模型参数,是利用载车在特定条件之下,进行动态实测得到的,对固定的载车及一定的环境,参数的可信度极大。这已由本文的仿真结果得以证实。对于模型正确性的评价,则是通过实车与仿真二者的试验比较得到。

上述方法是作者在对 KDM 智能车实验研究中综合出来的,具有一定的局限性,但对

* 1992年5月11日收稿
部委级科技进步二等奖

于一般车辆数学模型的研究，必定会有所启示和借鉴。尤其是数学推导中存在的不确定性，可以通过实车的实验结果进行弥补的思想，在实际中是极有意义的。作者在模型形式的处理上已充分地利用了这点。

1 车的外形及模型结构

KDM 智能车的外形见图 1，它是由两个后轮分别独立地驱动，前轮安装在前叉上称为被动导向轮。通过控制电路分别地操纵两个后轮的转速及转速比控制载车的行驶速度及驶向。

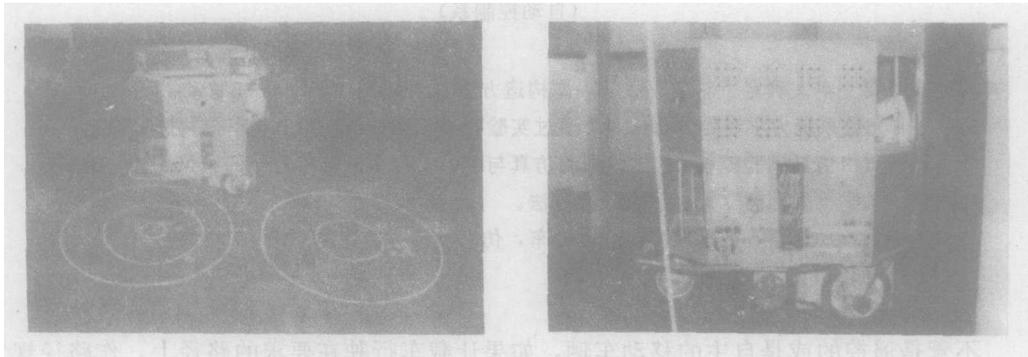


图 1 KDM 智能车外形及行驶的轨迹

为分析及计算方便，KDM 智能车可简化成图 2 所示的模型结构。

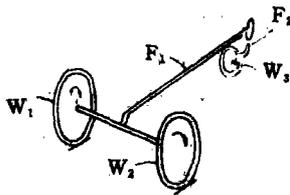


图 2 KDM 模型结构

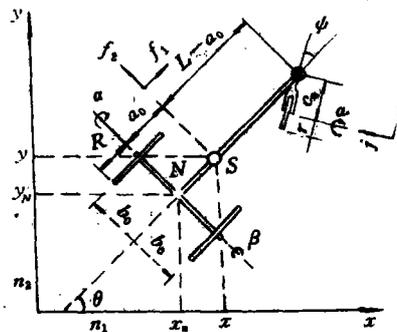


图 3 KDM 智能车的坐标系

图 2 中 w_1 , w_2 为驱动轮， w_3 为导向轮， F_1 , F_2 相应为车身及前叉。

2 坐标系

KDM 智能车的坐标由图 3 表示。

从图 3 看出，小车在平面上的状态可由驱动轮 w_1 和 w_2 的转角 α 和 β ；导向轮 w_3 的转角 φ ；前叉 F_2 相对车架的转角 ψ ；质心 S 的坐标 x 和 y 及载车的方位角 θ ，共计七个参数完全确定。

小车可视作由质心在 S 处的车体 F_1 ，两个驱动轮 w_1 , w_2 及一个导向轮 w_3 的四个刚性组合体。并设左右驱动轮结构相同，其质量为 m_1 ，导向轮质量为 m_2 ；它们相对于垂直

轮面的转轴的转动惯量分别为 J_1 及 J_2 ；通过轮心且在轮面内的轴的转动惯量分别为 J'_1 及 J'_2 载车自身重量为 m_3 ，并设质心 S 在它的中心线上，它围绕质心且垂直于路面的轴的转动惯量为 J_3 。

3 Bopoheu 方程

小车三个轮子与地面接触点的速度方向不能任意，受到车轮滚动方向的约束，因此，小车的动力学数学模型应按非完整系统的力学进行表示。

1901 年俄国学者 Bopoheu 推得了一阶线性非完整约束条件系统的运动微分方程，即 Bopoheu 方程：

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \dot{q}_\sigma} - \frac{\partial \tilde{T}}{\partial q_\sigma} = Q_\sigma + \sum_{\beta=1}^g \frac{\partial T}{\partial q_{\epsilon+\beta}} \left(\sum_{\gamma=1}^{\epsilon} A_{\sigma\gamma}^{\epsilon+\beta} \dot{q}_\gamma + A_\sigma^{\epsilon+\beta} \right) \\ + \sum_{\beta=1}^g \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial q_{\epsilon+\beta}} + Q_{\epsilon+\beta} \right) B_{\epsilon+\beta, \sigma} \end{aligned} \quad (1)$$

$$(\beta = 1, 2, \dots, g; \epsilon = n-g; \sigma = 1, 2, \dots, \epsilon; \gamma = 1, 2, \dots, \epsilon)$$

其中 Q_σ 为广义力， T 为系统动能， \tilde{T} 为由独立的广义速度即 \dot{q}_σ ($\sigma=1, 2, \dots, \epsilon$) 所表示的动能，即

$$\tilde{T} = \tilde{T}(q_1, q_2, \dots, q_n; \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_\epsilon, t) \quad (2)$$

方程 (1) 中系数为

$$\begin{aligned} A_{\sigma\gamma}^{\epsilon+\beta} &\equiv \left(\frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \sigma}}{\partial q_\gamma} + \sum_{\lambda=1}^g B_{\epsilon+\lambda, \gamma} \frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \sigma}}{\partial q_{\epsilon+\lambda}} \right) - \left(\frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \gamma}}{\partial q_\sigma} + \sum_{\lambda=1}^g B_{\epsilon+\lambda, \sigma} \frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \gamma}}{\partial q_{\epsilon+\lambda}} \right) \\ A_\sigma^{\epsilon+\beta} &\equiv \left(\frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \sigma}}{\partial t} + \sum_{\gamma=1}^g \frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \sigma}}{\partial q_{\epsilon+\gamma}} B_{\epsilon+\gamma, \sigma} \right) - \left(\frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \sigma}}{\partial q_\sigma} + \sum_{\gamma=1}^g B_{\epsilon+\gamma, \sigma} \frac{\partial B_{\epsilon+\beta, \sigma}}{\partial q_{\epsilon+\gamma}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

对于齐次非时变系统约束，方程 (1) 变为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \dot{q}_\sigma} - \frac{\partial \tilde{T}}{\partial q_\sigma} = Q_\sigma + \sum_{\beta=1}^g \frac{\partial T}{\partial q_{\epsilon+\beta}} \sum_{\gamma=1}^{\epsilon} A_{\sigma\gamma}^{\epsilon+\beta} \dot{q}_\gamma + \sum_{\beta=1}^g \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial q_{\epsilon+\beta}} + Q_{\epsilon+\beta} \right) B_{\epsilon+\beta, \sigma} \end{aligned} \quad (1a)$$

$$(\beta = 1, 2, \dots, g; \epsilon = n-g; \sigma = 1, 2, \dots, \epsilon; \gamma = 1, 2, \dots, \epsilon)$$

其中 n 为广义速度个数， g 为线性相关广义速度个数， ϵ 为线性不相关广义速度个数。

4 运动约束

对粗糙路面上行驶的车辆，若车轮由橡胶制成，在正常情况下，车轮与地面之间不产生滑动，因此，假设轮子在地面作纯滚动是合理的。于是小车三个轮子与地面接触点的速度应该满足

$$v^{w_1} = v^{w_2} = v^{w_3} = 0 \quad (4)$$

这就是智能车的非完整约束条件。

设广义速度为

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = \theta = \omega, \dot{q}_2 = v = x \cos \theta + y \sin \theta, \dot{q}_3 = \dot{a} \\ \dot{q}_4 = \beta, \dot{q}_5 = \dot{\phi}, \dot{q}_6 = \dot{\psi} \\ \dot{q}_7 = v_n = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad (5)$$

其中 ω 为旋转角速度, v 为纵向速度, 方向与车身 F_1 的中心线一致。 v_n 为侧向速度, 方向与 v 的方向正交。

可以推得以广义速度表示的非完整约束微分方程组, 即

$$\begin{cases} \dot{q}_3 = -\frac{b_0}{R}\dot{q}_1 + \frac{1}{R}\dot{q}_2; & \dot{q}_4 = \frac{b_0}{R}\dot{q}_1 + \frac{1}{R}\dot{q}_2 \\ \dot{q}_5 = \frac{L}{r}\sin q_6 \dot{q}_1 + \frac{1}{r}\cos q_6 \cdot \dot{q}_2 \\ \dot{q}_6 = \left(\frac{L}{C_0}\cos q_6 - 1\right)\dot{q}_1 - \frac{1}{C_0}\sin q_6 \cdot \dot{q}_2; & \dot{q}_7 = \alpha_0 \dot{q}_1 \end{cases} \quad (6)$$

易知 $n=7$, $g=5$, $\epsilon=2$ 。

5 能量及广义力

若运动刚体的坐标轴通过惯性主轴, 则刚体的动能可表示成

$$T = T_d + T_r$$

其中 $T_d = \frac{m}{2}V_c \cdot V_c$, $T_r = \frac{1}{2}(I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2 + I_3\omega_3^2)$

相应为平动及转动的动能, V_c 为刚体质心的速度, I_1 , I_2 及 I_3 为主轴的转动惯量。

分别计算 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 及 F_1 的动能 T_i ($i=1, 2, 3, 4$), 最后相加得车的总动能

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \\ &= T(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_7, q_6) \end{aligned} \quad (7)$$

将方程 (6) 代入上式, 消去相关项, 即得

$$\begin{aligned} \tilde{T} &= \tilde{T}(\dot{q}_1, \dot{q}_2, q_6) \\ &= \frac{1}{2}\alpha_{11}(q_6)\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\alpha_{22}(q_6)\dot{q}_2^2 + \alpha_{12}(q_6)\dot{q}_1\dot{q}_2 \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$\begin{cases} \alpha_{11}(q_6) = \mu_1 + \mu_3 L^2 \sin^2 q_6 + \mu_4 L^2 \cos^2 q_6 \\ \alpha_{22}(q_6) = \mu_2 + \mu_3 \cos^2 q_6 + \mu_4 \sin^2 q_6 \\ \alpha_{12}(q_6) = \frac{1}{2}\mu_5 L \sin 2q_6 \end{cases}$$

其中 μ_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$) 为结构参数。

下面考虑广义力。轮子与地面接触而引起的约束反力其元功为零。故广义力仅包括电动机的电磁转矩, 轴间摩擦力及空气阻力等主动力。若小车行驶速度 v 及转弯速度均很小, 则风阻及轴间摩擦力可忽略不计, 即有

$$Q_1 = Q_2 = Q_5 = Q_6 = Q_7 = 0$$

而 Q_3, Q_4 为驱动轮 ω_1, ω_2 的电机转矩及阻尼力矩, 设左右轮结构包括控制电路完全相同, 可以写出其线性模型为

$$Q_3 = K_1 U_\alpha - K_2 \dot{q}_3; \quad Q_4 = K_1 U_\beta - K_2 \dot{q}_4 \quad (9)$$

式 (9) 中的 U_α, U_β 为左右轮相应的控制电压, K_1, K_2 为与载车结构及道路条件有关的结构参数, 可以通过实验测得。

6 动力学方程

根据 Bopoheu 方程 (1) 式, 考虑 (6)、(8) 和 (9) 式可以写出 KDM-1 智能车的动力学方程:

$$\begin{cases} \alpha_{11}(q_6)\ddot{q}_1 + \alpha_{12}(q_6)\ddot{q}_2 + \alpha_{13}(q_6)\dot{q}_1^2 + \alpha_{14}(q_6)\dot{q}_2^2 + \alpha_{15}(q_6)\dot{q}_1\dot{q}_2 + \alpha_{16}\dot{q}_1 = K_{11}(u_\beta - u_\alpha) \\ \alpha_{21}(q_6)\ddot{q}_1 + \alpha_{22}(q_6)\ddot{q}_2 + \alpha_{23}(q_6)\dot{q}_1^2 + \alpha_{24}(q_6)\dot{q}_2^2 + \alpha_{25}(q_6)\dot{q}_1\dot{q}_2 + \alpha_{26}\dot{q}_2 = K_{21}(u_\beta - u_\alpha) \end{cases} \quad (1b)$$

或者写成

$$\begin{cases} \alpha_{11}(\psi)\dot{\omega} + \alpha_{12}(\psi)\dot{\nu} + \alpha_{13}(\psi)\omega^2 + \alpha_{14}(\psi)\nu^2 + \alpha_{15}(\psi)\omega\nu + \alpha_{16}\omega = K_{11}(u_\beta - u_\alpha) \\ \alpha_{21}(\psi)\dot{\omega} + \alpha_{22}(\psi)\dot{\nu} + \alpha_{23}(\psi)\omega^2 + \alpha_{24}(\psi)\nu^2 + \alpha_{25}(\psi)\omega\nu + \alpha_{26}\nu = K_{21}(u_\beta - u_\alpha) \end{cases} \quad (1c)$$

其中系数 α_{ij} ($i=1, 2; j=1, 2, \dots, 6$) 均为前叉转角 ψ 的函数:

$$\begin{aligned} \alpha_{11}(\psi) &= \mu_1 + \mu_3 L^2 \sin^2 \psi + \mu_4 L^2 \cos^2 \psi \\ \alpha_{22}(\psi) &= \mu_2 + \mu_3 \cos^2 \psi + \mu_4 \sin^2 \psi \\ \alpha_{12}(\psi) &= \alpha_{21} = \frac{1}{2} \mu_5 L \sin 2\psi \\ \alpha_{13}(\psi) &= \frac{1}{2} \mu_5 L^2 \sin 2\psi (L \cos \psi / c_0 - 1) \\ \alpha_{14}(\psi) &= -\mu_5 L \sin \psi \cos 2\psi / c_0 + \frac{1}{2} \mu_5 \sin 2\psi (L \cos \psi / c_0 - 1) + f_2(\psi) \\ \alpha_{15}(\psi) &= 2\mu_5 L \cos 2\psi (L \cos \psi / c_0 - 1) - \mu_5 L^2 \sin \psi \sin 2\psi / c_0 - f_1(\psi) \\ \alpha_{16} &= 2K_2 b_0^2 / R^2 \\ \alpha_{23}(\psi) &= \mu_5 L \cos 2\psi (L \cos \psi / c_0 - 1) + \frac{1}{2} \mu_5 L^2 \sin \psi \sin 2\psi / c_0 + f_1(\psi) \\ \alpha_{24}(\psi) &= \frac{1}{2} \mu_5 \sin \psi \sin 2\psi / c_0 \\ \alpha_{25}(\psi) &= -\mu_5 \sin 2\psi (L \cos \psi / c_0 - 1) - 2\mu_5 L \sin \psi \cos 2\psi / c_0 - f_2(\psi) \\ \alpha_{26} &= 2K_2 / R^2; K_{11} = b_0 K_1 / R; K_{21} = K_1 / R \\ f_1(\psi) &= \frac{J_2 L^2}{C_0^3} (1 - C_0 \cos \psi / L) \cos \psi - \frac{J_2 L}{r^2} \sin^2 \psi \\ f_2(\psi) &= \frac{J_2 L}{C_0^3} (1 - C_0 \cos \psi / L) \sin \psi + \frac{J_2}{r^2} \cos \psi \sin \psi \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 2m_1 b_0^2 + m_3 a_0^2 + 2J_1 b_0^2 / R^2 + J_3 + 2J_1 \\ \mu_2 &= 2m_1 + m_3 + 2J_1 / R^2; \mu_3 = m_2 + J_2 / r^2 \\ \mu_4 &= J_2' / C_0^3; \mu_5 = \mu_3 - \mu_4 \\ K_1 &= (\mu_2 + \mu_3) R V_a / 2T_v U_c; K_2 = (\mu_2 + \mu_3) R^2 / 2T_v \end{aligned}$$

7 模型参数的确定

动力学方程 (1c) 为 ω 、 ν 的一阶变系数非线性定常微分方程组, 它包含了小车运动

之间的各种关系。对小车运动精确描述的关键是合理的确定方程中的系数。

在(1c)方程的系数中,有一部分参数是由小车的几何及物理特性决定,如 $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ 及 μ_5, J_1, J_2 及 J_3 等。它通过对KDM智能车的实车量度和计算即可得到(见表1)。而另一部分参数不仅与驱动回路有关,还与小车行驶的路面条件有关,如 K_1, K_2 等。这部分参数只有通过实车在具体路面上行驶的过程中进行实测得到。

下面介绍参数对 (K_1, K_2) 的测定方法。

考虑小车直线行驶时, $\psi=0, \omega=0$,方程(1c)蜕化为

$$\begin{cases} K_{11}(u_\beta - u_\alpha) = 0 \\ a_{22}(0)\dot{v} + a_{26}V = K_{21}(u_\beta + u_\alpha) \end{cases} \quad (10)$$

可以看出,当小车作直线行进时,两个驱动轮的控制电压是相等的,即: $u_\alpha = u_\beta = u_c$ 并且小车由简单的一阶定常微分方程来描述。图4所示为其阶跃响应曲线。图中时间常数 T_v 及给定控制电压 u_c 对应速度的最终稳定值 V_a 为

$$T_v = \frac{a_{22}(0)}{a_{26}} \quad (11)$$

$$V_a = K_u U_c \quad (12)$$

将 K_1, K_2 用 T_v 及 K_u 来表示可得

$$K_2 = \frac{(\mu_2 + \mu_3)R^2}{2T_v} \quad (13)$$

$$K_1 = \frac{(\mu_2 + \mu_3)RV_a}{2T_v U_c} = \frac{(\mu_2 + \mu_3)RK_u}{2T_v} \quad (14)$$

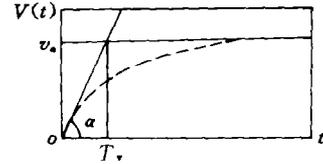


图4 小车的阶跃响应

可见只要实际测得小车在不同路面条件下直线行驶时速度的阶跃响应曲线,确定 T_v 和 K_u ,即可得到对应该路面的参数对 (K_1, K_2) 。KDM-1智能车在不同路面条件下由实验获得的动力学参数对见表2。

表1 实测参数

序号	名称	符号	数量	单位
1	驱动轮质量	m_1	1.725	kg
2	导向轮质量	m_2	0.975	kg
3	车身质量	m_3	75.20	kg
4	驱动轮转动惯量	J_1^1	0.01	kg·m ²
		J_1^2	0.0052	
5	被动轮转动惯量	J_2^1	0.0038	kg·m ²
		J_2^2	0.0020	
6	车身转动惯量	J_3	6.467	kg·m ²
7	驱动轮半径	R	0.0975	m
8	导向轮半径	r	0.0775	m
9	驱动轮厚度	h_1	0.034	m
10	导向轮厚度	h_2	0.033	m
11	导向轮臂长	C_0	0.065	m
12	后轮至前叉距	L	0.446	m
13	两后轮间距	$2b_0$	0.335	m
14	车身高	l	0.668	m
15	车身宽	w	0.555	m
16	车质心至后轮轴距离	a_0	0.15	m

表 2(a) 测试记录

次序	路面条件	测试距离 [m]	行驶时间 [sec]	V_a [m/s]	T_a [sec]	$K_{\mu\alpha}$ [m/set, V]	$K_{\mu\beta}$ [m/set, V]
1	室内平滑水泥地	5.1	14.15	0.36	0.42	0.16	0.13
2	室外粗糙路面	5.0	14.0	0.357	0.503	0.16	0.129
3	室外潮湿不平泥地	4.0	13.1	0.305	0.896	0.139	0.111
4	室外篮球场	5.0	14.0	0.357	0.466	0.17	0.129

表 2(b)

次序	路面条件	K_1 [$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}^2 \text{V}}$]	K_2 [$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}}$]
1	室内平滑水泥地	0.9327	1.3885
2	室外粗糙路面	0.9057	1.3263
3	室外潮湿不平泥地	0.4569	0.5677
4	室外篮球场	0.9361	1.4211

表内的 K_1, K_2 为两次测试值的平均。

8 仿真结果

仿真试验(1): $U_a = U_\beta (K_{U_a} U_a = K_{U_\beta} U_\beta)$ 小车作直线运动

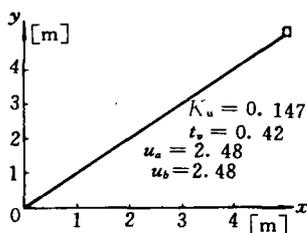


图 5 小车直线行驶仿真曲线

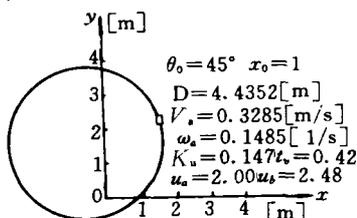


图 6 小车圆周行驶仿真曲线

仿真试验(2): $\Delta U_c = U_\beta - U_a$ 小车作圆周运动。

相应于仿真试验(1)的小车速度的过渡过程见图 7。

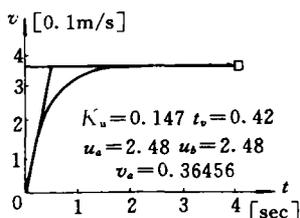


图 7 小车速度过渡曲线(直线行驶)

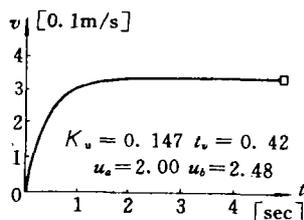


图 8 小车速度过渡曲线(圆周行驶)

相应于仿真试验(2)的小车速度及角速度过渡过程见图 8 及图 9。

实验验证：(实车行驶试验)

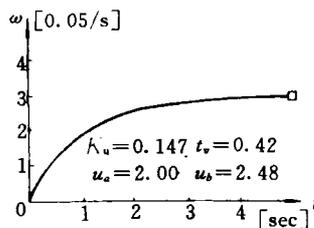
道路条件：室内平滑水泥地， $K_1=0.93, K_2=1.39$.

实验记录：

给定电压(η_α, η_β 为电压比例系数)：

$$U_\alpha = \eta_\beta \cdot U_a = 0.887 \times 2.0 = 1.774v$$

$$U_\beta = \eta_\beta \cdot U_b = 1.1129 \times 2.48 = 2.76v$$



行驶情况：小车行驶在 $D=4.84$ [m] 的圆周上，图9 小车角速度过渡曲线(圆周行驶)

23.4[sec]行驶 7.6026[m]，平均速度 $V_a \approx 0.325$ [m/s].

比 较：行车试验与仿真试验(见图9)比较，误差小于 10%.

9 结 论

KDM 智能车的数学模型是根据小的非完整性约束特点，以非完整系统力学进行推导，是相当复杂而麻烦的，得到的数学模型形式是完整的，即前进与转弯的相互关联量全部考虑在内。模型中某些不确定的量通过实验的方法获得，提高了数学模型的可信度。本文提供的方法，即以简单合理的实验确定了与路面条件有关的参数对(K_1, K_2)，实际上是把车内动力系统及控制回路、路面及运动状态的不确定性，全部包含在(K_1, K_2)的数值中，因此，对于已定的车辆及运行环境条件，采用的方法是巧妙的，给出的模型是合理的。

仿真结果与行车实验的符合程度令人满意。提供的模型形式是由三轮结构得到，对其它形式的车辆有参考意义。

参 考 文 献

- 1 徐明. 国防科技大学硕士论文, 1990
- 2 梅凤翔. 非完整系统力学基础. 北京工业学院出版社, 1985
- 3 Shu Zhaogen, Xu Ming. The Experimental Research of the Model for Mobot KDM-1. Prepr. SY-ROCO'91, 1991, 4

The Research of Mathematical Model for Mobile Robot KDM-1

Shu Zhaogen Tang Xiujun Hu Huidao

Zhou Haoxian Xu Min

(Department of Automatic Control)

Abstract

The method of mathematical model construction for mobile vehicle has been created in this paper. The dynamic model of Mobile Robot KDM-1 as the special case has been deduced in detail, and the au- (下转第 96 页)

- 3 Lions P L., Ann I H Anal Nonli., 1984, (1):109-145, 223-283
 4 Guedda M, Veron L. Nonli Anal TMA, 1989, 13(8):897-902
 5 Cao D M. Act Math Sci, 1990, 10(2): 201-216

The Existence of Positive Solutions of a Quasilinear Elliptic Equation on \mathbb{R}^N of Critical Increasing with Positive ϵ -perturbation

Zhou Haiyin

(Department of Systems Engineering and Applied Mathematics)

Abstract

This paper is concerned with the existence of positive solutions for the following problem: $-\operatorname{div}(|Du|^{p-2}Du) + k(x)u^{p-1} = K(x)u^{p-1} + g(x, u)$, $u \in W^{1,p}(\mathbb{R}^N)$, $4 \leq p \leq N$, $p = NP/N - p$, where $g(x, u)$ is a lower-order perturbation of u^{p-1} . It is the continuation of the zero-perturbation case

Key words elliptic differential equations, positive solution, critical increasing, positive-perturbation, embedding, weak-convergent

(上接第 104 页)

thors try to use the dynamical mechanics of nonholonomic systems as the analytical instruments. The data of the model are obtained by experiment and checked by real vehicle driving, and several parameters are inspected by simulation testing. It is revealed that the satisfactory result of simulation with dynamic model consists with that of driving experiments of vehicle inside the room. The paper has presented a useful way for other vehicle carrying mobile robot to build up the mathematical model.

Key words dynamics, mathematical model, mobile vehicle simulation testing, incomplete system