

非共轴光学系统的光路计算与象质评价*

王永仲 刘小青

(应用物理系)

摘要 针对非共轴光学系统提出新式光线抽样;运用切比雪夫数值积分建立崭新的质量函数;以最小二乘法法和0.618法实现最佳象面快速自动优选;简化了坐标变换和数据输入。

关键词 非共轴光学系统,坐标变换,最佳象面,切比雪夫数值积分,新型质量函数

分类号 O435.2

随着光学仪器应用的发展,非共轴光学系统的实用不断增多。使系统失去共轴特性的,不仅在光学面的平移和倾斜,还由于各种新形面的引入。这时,经典的共轴光学理论已不适用,相应的计算机程序自然失效。发展适于非共轴系统的微机程序成为这方面的重要课题。基此,本文讨论别的文献尚未涉及的几个问题

1 虚设面和坐标变换

基准坐标系如图1。OXY在纸面内,OX轴水平。在非共轴系统表面顶点建右手直角坐标系 $O_iX_iY_iZ_i$ 。对第*i*面的离轴状态,用 O_i 的平移和 $O_iX_iY_iZ_i$ 相对OXYZ的旋转来描述:

- (1) 平移($\Delta Y, \Delta Z$);
- (2) 绕 O_iX_i 和 O_iZ_i 的旋转(θ, η)。

符号:沿坐标轴正向平移为正;迎着转轴看,逆时针旋转时转角为正。反之为负。方向余弦和点的坐标经变换后分别是

$$(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)^T = A(\alpha, \beta, \gamma)^T \quad (1)$$

$$(X_i, Y_i, Z_i)^T = A(X, Y - \Delta Y, Z - \Delta Z)^T \quad (2)$$

式中矩阵

$$A = \begin{pmatrix} \cos\eta & \cos\theta\sin\eta & \sin\theta\sin\eta \\ -\sin\eta & \cos\theta\cos\eta & \sin\theta\cos\eta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

经过变换,即可援引共轴系统的向量公式对第*i*面做光路计算。若要将结果还原到基准坐标系中,则可反向平移和用 A^{-1} 做逆变换,且

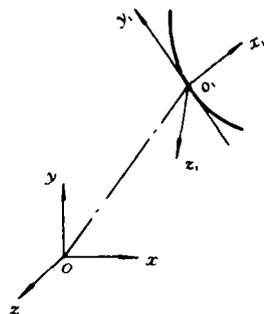


图1 坐标系

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\eta & -\sin\eta & 0 \\ \cos\theta\sin\eta & \cos\theta\cos\eta & -\sin\theta \\ \sin\theta\sin\eta & \sin\theta\cos\eta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (4)$$

可以证明, 纷杂繁复的不共轴情况, 都可直接或经过虚设面的过渡用 $(\Delta Y, \Delta Z)$ 、 (θ, η) 来描述。这便于程序设计和数据输入。所谓虚设面, 是本不存在、仅为实际需要而假拟的空气平面。这里用以弥补上述简易坐标变换可能带来的不足。如, 有资料归纳了这样的倾斜, 即: 先绕 OY 偏转 φ 角成 $OX'Y'Z'$; 再绕 OZ' 转 η 成 $OX''Y''Z''$ 。我们可分步表达它:

(1) 令 $\theta=90^\circ$, $\eta_1=-\varphi$, 则变换矩阵各是

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad T_2 = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

坐标系成 $OX'Y'Z'$ 。

(2) 在 O 点加一个绕 OX' 转 $\theta_1=-90^\circ$ 的虚面, 转后坐标系为 $OX_1Y_1Z_1$ 。变换矩阵为

$$T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(3) 令 $OX_1Y_1Z_1$ 绕 OZ_1 转 η , 则

$$T_4 = \begin{pmatrix} \cos\eta & \sin\eta & 0 \\ -\sin\eta & \cos\eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

整个变换过程矩阵为

$$T = T_4 T_3 T_2 T_1 = \begin{pmatrix} \cos\eta\cos\varphi & \sin\eta & -\cos\eta\sin\varphi \\ -\sin\eta\cos\varphi & \cos\eta & \sin\eta\sin\varphi \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

若照一般文献, 直接描述这种状态就还要定义绕 Y 轴的偏转 φ , 其变换矩阵为

$$T'_1 = \begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

全过程的变换矩阵为

$$T' = \begin{pmatrix} \cos\eta & \sin\eta & 0 \\ -\sin\eta & \cos\eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

显然有 $T'=T$ 。可见, 我们没有规定绕 Y 轴的偏转, 也可借助虚设面来过渡。

2 切比雪夫数值积分的应用

一般文献在讨论非共轴系统时, 都只用基于大量光线(通常是每个视场点取几百条)追迹的点列图来评定其象质。这对只做光路计算的程序还可行, 但要用于自动设计

过程则不相宜。因为完成一个系统的自动优化，其结构参数往往要经历几十甚至几百次的迭代更新，每次更新后都要做光路计算。如此之大的光线追迹计算量，对一般微机和小型机是巨大的压力。我们认为这是此类光学系统自动设计所面临的一大难题。为解决它，我们设置了两类质量函数：一是光线弥散尺寸；二是切比雪夫积分函数，只做少量光线抽样。前者无须多说，我们重点阐述后者。具体做法是：

(1) 对视场角 ω (或物高 Y_0) 按 0, 0.324, 0.53, 0.884 等系数抽样，各对应视场序号 1, 2, 3, 4.

(2) 对序号为 i 的视场点，在入瞳子午直径(其量为 $2H_T$)上按 0, ± 0.324 , ± 0.53 , ± 0.884 取点；做光线追迹得各自的垂轴象差 F_{Tij} ($j=1, 2, \dots, 7$):

$$F_{Tij} = (\delta Y_{Tij}^2 + \delta Z_{Tij}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

(3) 按切比雪夫数值积分公式得曲线面积：

$$A'_{Ti} = \frac{2}{7} \sum_{j=1}^7 F_{Tij} \quad (6)$$

(4) 以起始面积为 1 做归一化处理得：

$$A_{Ti} = A'_{Ti} / A'_{Ti \text{ 起始值}} \quad (7)$$

(5) 类似地，在入瞳弧矢直径 (其量为 $2H_S$) 按 0, ± 0.324 , ± 0.53 , ± 0.884 比例取点，得

$$F_{Sij} = (\delta Y'_{Sij}^2 + \delta Z'_{Sij}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$$A'_{Si} = \frac{2}{7} \sum_{j=1}^7 F_{Sij} \quad (9)$$

同样归一化得 A_{Si} .

(6) 取
$$A_i = 0.5(A_{Ti} + A_{Si}) \quad (10)$$

此即第 i 视场的切氏积分函数，用以描述该视场的自动优化质量。

(7) 为方便，再定义综合切氏质量函数为：

$$A = (2\sqrt{2}A_1 + 2A_2 + \sqrt{2}A_3 + A_4) / (2\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} + 1) \quad (11)$$

它从整体上表达系统的优化质量。

下面补充说明几点：

(1) 上述 $A_1 \sim A_4$ 及 A 等五个质量函数都可供用户选用。但须注意，它们之中只有四个是独立的，故不可一次同时控制这五个量。

(2) 对复色光情况，可针对辅助波长建造类似的质量函数。但其垂轴象差的计算系以主波长的光线落点重心为准。

(3) 切氏质量函数以极少的光线抽样比较准确地反映了系统的质量，主要用于自动设计过程。当优化完成或进行最后精确校正时，仍可引用基于大量光线追迹的点列图弥散尺寸。这样，我们就解决了此类复杂系统自动设计中的一大难题，并便于微机应用。

(4) 计算切氏质量函数系基于垂轴象差。若用户指定了象面位置，则垂轴象差在指定的象面上计算；否则，在系统最佳象面上计算。

3 最佳象面的计算机优选

由于非共轴系统的结构特性，确定最佳象面成为关键环节。它使我们可在结构参数

既定的条件下, 取得最好的成象质量。依据最小二乘法和 0.618 优化法编程, 可实现最佳象面的快速自动优选。程序设计思路是:

(1) 确定起始象位: 自 $O\omega$ 点追迹物空间二条子午光线, 在象方找到离此两光线距离最近的点 $P_T(X_T, Y_T, Z_T)$, 则 $l'_T = X_T$ 是起始象位的第一种选择。类似地追迹两条弧矢光线, 求相应的点 $P_S(X_S, Y_S, Z_S)$ 。 $l'_S = X_S$ 是第二种选择。 $l' = 0.5(X_T + X_S)$ 是第三种选择。选定后以 l'_0 表起始象位。

(2) 用最小二乘法初步优化象面位置: 若令初始象面沿 X 轴平移 ΔX , 则 $O\omega$ 的第 j 条光线 (方向余弦是 $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$; 原垂轴象差为 $\delta Y_j, \delta Z_j$) 的垂轴象差将成为:

$$\begin{cases} \delta Y_j^* = \delta Y_j + \beta_j \Delta X / \alpha_j, \\ \delta Z_j^* = \delta Z_j + \gamma_j \Delta X / \alpha_j, \end{cases} \quad (12)$$

令 $\varphi = [\delta Y_1^*, \delta Z_1^*; \delta Y_2^*, \delta Z_2^*; \dots; \delta Y_n^*, \delta Z_n^*]^T$; $\Delta F = [\delta Y_1^*, \delta Z_1^*; \delta Y_2^*, \delta Z_2^*; \dots; \delta Y_n^*, \delta Z_n^*]^T$; $B = [\beta_1/\alpha_1, \gamma_1/\alpha_1; \beta_2/\alpha_2, \gamma_2/\alpha_2; \dots; \beta_n/\alpha_n, \gamma_n/\alpha_n]^T$, (n 是 $O\omega$ 通过全系统的光线总数)

由(12)式得矩阵方程: $\varphi = \Delta F + B\Delta X$

于是, 各光线垂轴象差的平方和为: $\Phi = \varphi^T \varphi$

令 $d\Phi/d(\Delta X) = 0$, 得

$$\Delta X^* = - \left[\sum_1^n (\beta_j \delta Y_j + \gamma_j \delta Z_j) / \alpha_j \right] / \left[\sum_1^n (\beta_j^2 + \gamma_j^2) / \alpha_j^2 \right] \quad (13)$$

使 $O\omega$ 视场各光线垂轴象差平方和取最小值的象面位置在 l'_0^* , 且

$$l'_0^* = l'_0 + \Delta X^* \quad (14)$$

这个用最小二乘法一次计算得到的象面位置, 对 $O\omega$ 视场来说是最优的位置。下面在综合考虑全视场优选象面位置时, 以它作起点。

(3) 大步搜索最佳象面所处区间: 以各视场弥散半径的加权平均值 $\bar{\rho}$ 为质量函数, 试取

$$\Delta X' = 1.01 \Delta X^*$$

计算其相应的 $\bar{\rho}$ 。将 $\bar{\rho}'$ 与 $\bar{\rho}$ 比较, 即可判定 $\bar{\rho}$ 的极小值 $\bar{\rho}_{\min}$ 在 $\bar{\rho}$ 的哪一侧。

若 $\bar{\rho}_{\min}$ 在 $\bar{\rho}$ 之左, 则取

$$l'_1 = 0.707 l'_0^*$$

计算其对应的 $\bar{\rho}_1$ 。如果 $\bar{\rho}_1 > \bar{\rho}$, 则令

$$a = l'_1 \quad b = l'_0^*$$

若 $\bar{\rho}_1 < \bar{\rho}$, 再取: $l'_2 = 0.5 l'_0^*$

如此以 0.707 的比例不断缩小, 直至取 l'_i 时, 有: $\bar{\rho}_i \geq \bar{\rho}_{i-1}$

于是令: $a = l'_i \quad b = l'_{i-2}$

如果 $\bar{\rho}_{\min}$ 在 $\bar{\rho}$ 之右, 则令象面右移。每次移动的比例是 1.414。仿照以上过程定 $[a, b]$ 。

(4) 0.618 法优选最佳象面位置: 因为前面确定了区间 $[a, b]$, 再用 0.618 法可迅速准确找到最佳象位^[1]。

(5) 实例: 图 2 是一包含圆锥面的光学系统。

物高: $Y_0 = 282.84$; 物距: $L = -597$; 入瞳半径: $h = 101.5$

程序算出初始象距为： $l_0 = -285.543$

以 0.2 的网格比对各视场分点做实际光线追迹，计算各自的平均弥散半径，继而按以上步骤优选象面位置，最后得最佳象距为： $l^* = -297.234$

表 1 列出了优选象面前后弥散半径的对比。由表可见，优选象面使各视场光线平均弥散量大约减小了一个数量级。效果是显著的。

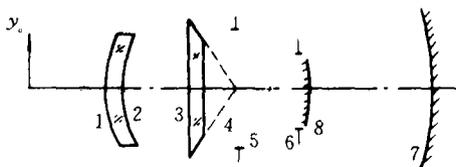


图 2 光学系统

表 1 弥散量对比

l	$\bar{\rho}$	$Y\%$					
			0	0.5	0.707	0.85	1
-285.543			6.4447	6.0339	5.5327	5.1896	4.6656
-297.234			0.01337	0.3664	0.5134	0.6038	0.7325

应当指出，在非共轴光学系统中，优选象面位置是十分重要的。它使我们能在不改变其它结构参数的前提下，争取尽可能好的实用效果。

参 考 文 献

- 1 南京大学. 最优化方法. 科学出版社, 北京, 1978. 54

The Ray-tracing in Non-collinear Optical Systems and Their Image Quality Assessment

Wang Yongzhong Liu Xiaoqing
(Department of Applied Physics)

Abstract

The paper discusses the simple coordinate transformation in non-collinear optical systems and their image quality assessment. It describes how to use the least square method and 0.618 optimization method to quickly choose the best image plane. It also presents how to apply the Chebyshev numerical integration method to form new image quality indexes used in optical automatic design of the systems.

Key words coordinate transformation, non-collinear optical system, the best image plane, chebyshev numerical integration, quality indexes