

高速核在高温热平衡等离子体中的 非平衡弛豫过程对热核反应率参数的影响*

岳宗五 沈永平 王尚武 况蕙孙

(应用物理系)

摘要 高速核入射到高温热平衡等离子体背景中, 由于入射核动能远大于背景等离子体中带电粒子之平均动能, 入射核在与背景等离子体达到热平衡之前, 会存在一段逐渐损失能量的非平衡弛豫过程。本文以高速氦核入射到高温氟化锂等离子体为例, 在计及氦核的这种非平衡弛豫过程时, 给出了一种计算热核反应 $D(t, n)^4\text{He}$ 之反应率参数的方法。氦核在弛豫过程中的能量损失考虑了氦核与各种带电粒子的库仑散射过程, 其能量损失率采用快速带电粒子的慢化理论来计算; 氦与背景等离子体中的原子核发生的核反应过程, 考虑了非平衡状态下束靶机制的 $D(t, n)^4\text{He}$ 反应和热平衡状态下的 $D(t, n)^4\text{He}$ 反应。在暂未考虑核散射的情况下, 计算结果表明, 当等离子体温度在 $7.5\text{KeV} \sim 20\text{KeV}$ 范围内变化时, 氦核的非平衡弛豫过程对热平衡状态下 $D(t, n)^4\text{He}$ 反应率参数的修正因子大致在 $1.0062 \sim 1.0943$ 范围内变动, 且温度越高, 修正因子越小。计算还表明, 当温度一定时, 修正因子随等离子体中粒子的数密度变化不明显。

关键词 高速核, 高温热平衡等离子体, 非平衡弛豫过程, 热核反应率参数

分类号 O532.26

1 问题的提出

一般认为, 对一个热核聚变系统来说, 其所需的动力温度必须达到 10^8K 数量级^[1]。系统内主要的释能途径为^[1~3]:



核反应 (1.2) 产生的是动能为 2.74MeV 的快氦, 这种快氦与氦核发生聚变反应 (1.1) 的热核反应率参数显然不同于氦核与氦核处于热平衡状态时的反应率参数。由于热核反应率参数是聚变装置设计中计算系统释能率的一个重要参数, 其正确计算有重要意义。

2 物理模型

核反应 (1.2) 产生的氦属高速带电粒子, 它与高温 LiD 等离子体处于非平衡状态,

* 1993年2月24日收稿

因而氦核在与背景等离子体达到热平衡之前, 会有一段弛豫过程, 弛豫时间约为 10^{-12} 秒量级^[4]。在弛豫过程中, 导致氦之动能损失及氦消失的主要途径有: 氦核与电子、氦离子及锂离子之库仑散射过程; 氦核与锂核和氖核的核散射过程 (包括库仑散射与核散射的干涉项贡献); 氦核与锂核及氖核的核反应过程。本文在计算时, 暂未考虑核散射过程, 由氦核引起的核反应过程, 也只考虑 $D(t, n)^4\text{He}$ 反应。

氦核在 LiD 等离子体中输运时, 与氦核发生聚变反应有两种不同的机制。一是氦核有可能与背景等离子体相互作用损失能量并于达到热平衡之前与氦核发生束靶机制的热核反应, 其反应率参数为 $\langle \sigma_c v \rangle_b$; 二是氦在背景等离子体中慢化, 在达到与背景等离子体处于热平衡状态之前, 仅损失能量而不与氦核发生核反应, 最终在热平衡状态下, 以反应率参数 $\langle \sigma_c v \rangle_{th}$ 与氦核发生热核反应。以上两种机制发生热核反应的概率依赖于氦的能量、等离子体的温度以及各组元粒子之数密度。

3 数学处理

3.1 $D(t, n)^4\text{He}$ 反应总截面

记 $\sigma_c(E_a)$ 为入射氦核动能为 E_a 时, 热核反应 $D(t, n)^4\text{He}$ 的总截面, 它可用以下 Duane 公式^[5]来计算:

$$\sigma_c(E_a) = \frac{a_5 + a_2 / [(a_3 E_a - a_4)^2 + 1.0]}{E_a [\exp(a_1 / \sqrt{E_a}) - 1.0]} \quad (3.1)$$

这里, E_a 的单位是 KeV, σ_c 的单位是 barn. $a_1 \sim a_5$ 为 Duane 系数, 其值分别为 $a_1 = 56.231$, $a_2 = 7.5177 \times 10^4$, $a_3 = 0.9135 \times 10^{-2}$, $a_4 = 1.076$, $a_5 = 6.125 \times 10^2$.

3.2 束靶反应机制下的热核反应率参数

设入射氦核速度为 \vec{v}_1 , 质量为 m_1 , 高温氦化锂等离子体中氦核处于温度为 T_0 的热平衡状态, 其速度 \vec{v}_2 服从 Maxwell 分布律, 质量为 m_2 . 不难导出^[6], 束靶反应机制下 $D(t, n)^4\text{He}$ 热核反应率参数 $\langle \sigma_c v \rangle_b$ 的计算公式为:

$$\langle \sigma_c v \rangle_b = \frac{\beta}{\sqrt{\pi} v_a} \int_0^\infty v^2 \sigma_c(v) [e^{-\beta^2(v_1 - v)^2} - e^{-\beta^2(v_1 + v)^2}] dv \quad (3.2)$$

这里, $v = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|$, $\beta^2 = m_2 / (2kT_0)$, k 为玻耳兹曼常数。

3.3 计及高速氦核在高温氦化锂等离子体中非平衡弛豫过程后, 热核反应 $D(t, n)^4\text{He}$ 的反应率参数

设 n_D 为氦化锂等离子体中氦核之数密度; $\left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)_{in}$ 为氦核在等离子体中输运时单位时间内的能量变化; 再令

$P(E_{th}) \equiv$ 氦核从初能 E_a 慢化至热能 E_{th} 的过程中没有与等离子体中的氦核发生束靶机制的热核反应, 最终在热平衡状态下与氦核发生热核反应 $D(t, n)^4\text{He}$ 的几率。

$dP(E) \equiv$ 氦核由 E_a 动能出发, 慢化到能量为 E 时不与氦核反应, 而在能量间隔 $E \rightarrow E + dE$ ($dE < 0$) 内与氦核发生束靶机制的热核反应之几率。则显然有^[7]:

$$P(E_{th}) = \exp \left\{ - \int_{E_a}^{E_{th}} n_D \cdot \sigma_c(E) \cdot \frac{V}{\left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)_{in}} \cdot dE \right\} \quad (3.3)$$

$$dP(E) = \exp \left\{ - \int_{E_a}^E n_D \cdot \sigma_c(E') \cdot \frac{V'}{\left(\frac{\partial E'}{\partial t}\right)_{tot}} \cdot dE' \right\} \cdot n_D \cdot \sigma_c(E) \cdot \frac{V}{\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)_{tot}} \cdot dE \quad (3.4)$$

这里, $V = \left(\frac{2E}{m_a}\right)^{1/2}$ 为氟核运动之速率。容易证明:

$$\int_{E_a}^{E_{th}} dP(E) + P(E_{th}) = 1 \quad (3.5)$$

根据 $P(E_{th})$ 和 $dP(E)$ 的物理意义可知, 计及氟核在高温热平衡等离子体中的非平衡弛豫过程时, 热核反应 $D(t, n)^4He$ 之反应率参数为

$$\langle \sigma_c v \rangle_{NE} = \langle \sigma_c v \rangle_{Th} \cdot P(E_{th}) + \int_{E_a}^{E_{th}} \langle \sigma_c v \rangle_b dP(E) \quad (3.6)$$

这里, $\langle \sigma_c v \rangle_{Th}$ 是氟核与背景等离子体处于热平衡状态时热核反应 $D(t, n)^4He$ 的反应率参数, 有计算此参数的解析表达式。只要知道了单位时间内氟核在背景等离子体中输运时的能量损失, 由 (3.6) 便可计算出等离子体处于任意温度和压力下考虑了氟核的非平衡弛豫过程后的热核反应率参数 $\langle \sigma_c v \rangle_{NE}$, 从而得出对热平衡状态下热核反应率参数 $\langle \sigma_c v \rangle_{Th}$ 的修正因子 r .

$$r \equiv \langle \sigma_c v \rangle_{NE} / \langle \sigma_c v \rangle_{Th} \quad (3.7)$$

3.4 高速带电粒子在热平衡等离子体中非平衡输运过程中的能量损失率 $-\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)_{tot}$

在暂未考虑氟核与等离子体中的原子核间的核散射的情况下, Choi 等人^[8]提出了计算高速带电粒子穿过处于 Maxwell 分布, 具有多组元, 任意电荷状态和任意背景温度的等离子体时的能量损失率的统一理论。此理论给出:

$$-\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)_{tot} = \sum_{s=1}^N \frac{8 \sqrt{\pi} n_s q_s^2}{m_s v_s} \left[\frac{erf(v/v_s)}{(v/v_s)} - \frac{2m_s}{\sqrt{\pi} u_s} e^{-v^2/v_s^2} \right] \cdot \left\{ \ln \left[(u_s T_s^{3/2}) / (2.934 \sqrt{\pi} m_s \sqrt{n_s |qq_s^2|}) \right] + h_s \right\} \quad (3.8)$$

其中, E, v, q, m 分别为入射带电粒子的能量, 速率, 电荷量, 质量; $n_s, T_s, q_s, m_s, v_s, u_s$ 分别为热平衡等离子体中第 s 种组元之数密度, 温度, 电荷量, 质量, 速率以及折合质量 ($u_s = m \cdot m_s / (m + m_s)$); h_s ($s=e$, 指电子组元, $s=i$ 指离子组元) 由下列各式给出

(i) 当 $v \gg v_{eo}$ 时, $h_e = 3 \ln(v/v_{eo}) + 0.5$; $h_i = 2 \ln(v/v_{io})$

(ii) 当 $v_{io} \ll v \ll v_{eo}$ 时, $h_e = \ln 2 - 0.577$; $h_i = 2 \ln(v/v_{io})$

(iii) 当 $v \ll v_{io}$ 时, $h_e = \ln 2 - 0.577$; $h_i = \ln \left[2 \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \right] - 0.577$

其中, $v_s = (2T_s/m_s)^{1/2}$, $v_{so} = (T_s/m_s)^{1/2}$

在实际计算中, 我们认为各组元的温度 T_s 均相等, 即不考虑背景等离子体处于热平衡时各组元的温度差别, 并取 $T_s = T_0$ (标准等离子体温度); 再令 n_{s0} 为标准状态下第 s 种

组元的粒子数密度, δ 为任意温度和压力下等离子体的压缩因子, 则在任意温度和压力下第 s 种组元粒子之数为 $n_s = \delta \cdot n_{s0}$.

4 计算结果与分析

作为例子, 我们取入射氦核的动能为 3MeV , 在一系列温度 T_0 和压缩因子 δ 下, 计算出了热核反应 $D(t, n)^4\text{He}$ 之反应率参数 $\langle\sigma_c v\rangle_{NE}$ 及其修正因子 r . 用数值方法作积分时, 收敛精度取 10^{-4} .

表 1 $E_0=3\text{MeV}$, $T_0=10\text{keV}$ 时, 计算结果随 δ 的变化

δ	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
$\langle\sigma_c v\rangle_{NE}$	1.1365	1.1369	1.1372	1.1374	1.1375	1.1376	1.1377
r	1.0440	1.0443	1.0446	1.0448	1.0450	1.0451	1.0451
$P(E_{th})$	0.993559	0.993514	0.993470	0.993443	0.993424	0.993409	0.993397

表 2 $E_0=3\text{MeV}$, $\delta=5$ 时, 计算结果随 T_0 的变化

$T_0(\text{KeV})$	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	15.0	20.0
$\langle\sigma_c v\rangle_{TA}$	0.49111	0.59391	0.70576	0.82598	0.95385	1.0886	2.6542	4.2434
$\langle\sigma_c v\rangle_{NE}$	0.53741	0.64126	0.75389	0.87466	1.0028	1.1376	2.6962	4.2699
r	1.0943	1.0797	1.0682	1.0589	1.0514	1.0451	1.0158	1.0062

*) 单位是 $10^{-16}\text{cm}^3/\text{sec}$, $T_0=10\text{keV}$ 时, $\langle\sigma_c v\rangle_{TA}=1.0886$.

从表 1 可看出, 当 E_0 和 T_0 均固定时, 随等离子体压缩因子 δ 增大, 即随等离子体中各组元的粒子数密度 n_s 增大, 氦核由初能 E_0 出发在达到与等离子体处于热平衡之前不发生束靶机制的 $D(t, n)^4\text{He}$ 聚变反应的几率 $P(E_{th})$ 缓慢变小, 因而修正因子略有增大趋势; 还可看出, 修正因子 r 此时随 δ 的变化并不显著, 这是因为, δ 增大, 氦核密度亦增大, 有利于发生束靶机制的热核反应使修正因子 r 变大, 可是, δ 增大, 氦核与等离子体中各组元粒子的碰撞加剧, 氦核的动能损失率增大使氦核与背景等离子体容易达到热平衡而不利发生束靶机制的热核反应。以上两种因素相互制约, 使 r 随 δ 变化并不显著。

从表 2 可以看出, 当 E_0 和 δ 均固定时, T_0 在 $7.5\text{keV} \sim 20\text{keV}$ 之间变化, 修正因子 r 则在 $1.0062 \sim 1.0943$ 范围内变化, 即氦核的非平衡弛豫过程的计及对于热平衡下热核反应率参数的修正不超过 10%。还可看出, 等离子体温度 T_0 越高, 修正因子 r 越小。这是因为, 在氦核动能 $E_0 \gg T_0$ 的情况下, T_0 越高, 氦核与等离子体达到热平衡的弛豫时间越短, 非平衡输运效应不很显著, 修正因子 r 也就越小。

参 考 文 献

- 1 R M E Diamant, Atomic Energy. Ann Arbor Science Publishers, 1982. 445~449.
- 2 The Encyclopedia America, International Edition, 14, 654
- 3 卢希庭. 原子核物理. 原子能出版社, 1981, 333
- 4 C K Choi, et al. Nucl. Tech. /Fusion. 1983, 3; 277 .
- 5 B H Duane, Fusion Cross Section Theory, BNWL-1685, 1972; G H Miley, et al. Univ. of Illinois, Nucl. Eng.

The Effect of Non-equilibrium Relaxation Process of High-speed Nucleus in High Temperature Thermal Equilibrium Plasma on Fusion Reaction Rate Parameter

Yue Zhongwu Shen Yongping
Wang Shangwu Kuang Huisun
(Department of Applied Physics)

Abstract

When high-speed nucleus comes into high temperature thermal equilibrium plasma, there exists a non-equilibrium relaxation process before the incident nucleus reaches a thermal equilibrium state with plasma if kinetic energy is far greater than the average kinetic energy of charged particles in background plasma. In the relaxation process, the kinetic energy of incident nucleus will be lost individually because of its interaction with background plasma. In this paper, we take high speed Tritium of 3MeV energy incident into high temperature LiD Plasma as an example, The reaction rate parameter of $D(t, n)^4\text{He}$ reaction in consideration of the non-equilibrium relaxation process of Tritium in the plasma is calculated. In the calculation, the energy losses of Tritium in plasma, caused by Coulomb Scattering Processes of electrons and various ions is considered, and the fast-ion unified slowing down theory in plasma proposed by C. K. Choi et al. is used to calculate the energy loss rate of Tritium. Both the $D(t, n)^4\text{He}$ reaction of beam-target mechanism in non-equilibrium state and the $D(t, n)^4\text{He}$ reaction in thermal equilibrium state are considered. Neglecting nuclear scattering and the interference between nuclear scattering and coulomb scattering, the calculated results show that, when the temperature of plasma varies in the range of 7.5KeV~20KeV, the correction factor to reaction rate parameter of $D(t, n)^4\text{He}$ in thermal equilibrium state caused by the non-equilibrium relaxation process of Tritium in Plasma is in the range of 1.0062~1.0943, and the higher the temperature of plasma is, the smaller the correction factor is. The results also show that, when the temperature of plasma is fixed, the correction factor slightly increases as the particle number density of plasma increases, but the change is not prominent.

Key words high speed nucleus, high temperature thermal equilibrium plasma, non-equilibrium relaxation process, reaction rate parameter