国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第15卷第4期 1993年12月 Vol. 15 No. 4

一类带扰动时变系统的运动稳定性*

裘兆泰
（系统工程与数学系）

摘 要 本文引进矩阵测度概念，讨论了一类带扰动的线性与非线性时变系统的运动稳定性，所得到的渐近稳定性条件改进了文[1]的结果，并去掉了文[4]中要求系统的线性部分为李雅普诺夫可化组的限制条件。

关键词 矩阵测度，时变系统，稳定性
分类号 O175.13

1 引 言

文献[3]讨论了一类时变系统的稳定性。该文表明利用分解理论和线性大系统稳定性分解的方法，通过构造二次型的 Ляпунов 函数，可以证明当对称矩阵 $A^H(t)=\frac{1}{2}[A(t)+A^T(t)]$的所有特征根 $\lambda_i(t)\leqslant-\delta(t)<0(i=1,2,\cdots,n)$ 且 $\int_{t_0}^{\infty}\delta(t)dt=+\infty$ 时（以下简称为条件(A)），系统

$$\frac{dx}{dt}=A(t)x \tag{1.1}$$

的零解是渐近稳定的。但是我们未能见到作者的具体证明。

应该指出文献[3]所给出的仅是时变系统(1.1)零解渐近稳定的一个充分条件，考虑如下的二阶系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-x_1+\left(4+\dfrac{\sin t}{t}\right)x_2\\ \dot{x}_2=-x_2\end{cases} \tag{1.2}$$

则有
$$A^H(t)=\begin{pmatrix}-1 & 2+\dfrac{\sin t}{2t}\\ 2+\dfrac{\sin t}{2t} & -1\end{pmatrix}$$

易知 $A^H(t)$有一个特征值 $\lambda(t)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\sin t}{2t}\right)>0$，从而文献[3]中提供的判定准则此时失

* 1993年1月5日收稿

效。

本文引进矩阵测度的概念，首先对文献[3]中的基本定理给出一个十分简洁的证明，并改进和推广了文献[3]的结果。本文所建立的稳定性判定准则容易证明系统(1.2)零解的渐近稳定性，同时去掉了文献[4]中要求系统的线性部分为可化组的限制条件。

2 预备定理

先引进矩阵测度的定义。

定义 2.1 设 $A(t)$ 为 $R^{n\times n}$ 上连续的矩阵，$\|A(t)\|_2$ 是相应的矩阵范数，定义矩阵测度 $\mu(A(t))\in C(R^{n\times n},R)$ 为

$$\mu(A(t))=\lim_{\varepsilon\to 0^+}\frac{\|I+\varepsilon A(t)\|_2-1}{\varepsilon}=\max_i\lambda_i\left[\frac{A^T(t)+A(t)}{2}\right]\tag{2.1}$$

易知矩阵测度有下列性质：

(i) 对任意 $A(t)\in C(R^{n\times n})$，有

$$-\|A(t)\|_2\leqslant-\mu(-A(t))\leqslant\mathrm{Re}\lambda(A(t))\leqslant\mu(A(t))\leqslant\|A(t)\|_2\tag{2.2}$$

(ii) 对任意 $A(t)\in C(R^{n\times n})$，有

$$\mu(\alpha A(t))=\alpha\mu(A(t))\qquad(\alpha>0)\tag{2.3}$$

(iii) $\mu(\cdot)$ 是 $R^{n\times n}$ 上的凸函数。

引理 2.1 系统(1.1)零解 $x=0$ 在 R_+ 上一致渐近稳定的充分必要条件是：存在常数 m、$\lambda>0$，使当 $t\geqslant t_0$ 时，有

$$\|\Phi(t,t_0)\|_2\leqslant me^{-\lambda(t-t_0)}\qquad(t_0\geqslant 0)\tag{2.4}$$

其中 $\Phi(\cdot,\cdot)$ 是系统(1.1)中 $A(t)$ 的状态转移矩阵。

证明见文献[2]。

引理 2.2 考虑线性时变系统(1.1)，令 $\|\cdot\|$ 是 R^n 上的向量范数，$\|A(t)\|$ 与 $\mu(A(t))$ 分别是 $R^{n\times n}$ 上对应的矩阵范数和矩阵测度，则对任意 $t\geqslant t_0\geqslant 0$，成立不等式

$$\|x(t_0)\|\exp\left\{\int_{t_0}^t-\mu[-A(\tau)]d\tau\right\}\leqslant\|x(t)\|\leqslant\|x(t_0)\|\exp\left\{\int_{t_0}^t\mu[A(\tau)]d\tau\right\}\tag{2.5}$$

事实上，对充分小的 $\Delta>0$ 有

$$\begin{aligned}\frac{dt}{dt}\|x(t)\|&=\lim_{\Delta\to 0^+}\frac{\|x(t+\Delta)\|-\|x(t)\|}{\Delta}\\&\leqslant\lim_{\Delta\to 0^+}\frac{\|I+\Delta A(t)\|-1}{\Delta}\|x(t)\|+\lim_{\Delta\to 0^+}\frac{\|o(\Delta)\|}{\Delta}\\&=\mu[A(t)]\|x(t)\|\end{aligned}$$

两边同时从 t_0 到 t 积分，即得到(2.5)右端的不等式。

类似可证明(2.5)左端的不等式也成立。

引理 2.3 若系统(1.1)满足条件(A)，则其零解 $x=0$ 是渐近稳定的。

此即[3]中的基本定理，这里用矩阵测度给出一个简洁的证明。

证明 由引理 2.2，对任意 $t\geqslant t_0\geqslant 0$ 有

$$\|x(t)\| \leqslant x(t_0)\|\exp\left\{\int_{t_0}^{t}\mu[A(\tau)d\tau]\right\} = \|x(t_0)\|\exp\left\{\int_{t_0}^{t}\max_i\lambda_i\left[\frac{A^T(t)A(t)}{2}\right]d\tau\right\}$$

$$\leqslant \|x(t_0)\|\exp\left\{-\int_{t_0}^{t}\delta(\tau)d\tau\right\}$$

现 $\delta(t)>0$，故 $\exp\left\{-\int_{t_0}^{t}\delta(\tau)d\tau\right\}$ 有界，不妨设上界为 $M>0$. 对任给 $\varepsilon>0$，只要取 $\|x(t_0)\|<\frac{\varepsilon}{M}$，即可知(1.1)的零解 $x=0$ 稳定。

又由条件 $\int_{t_0}^{t}\delta(t)dt=+\infty$，故对任给 $\varepsilon>0$，总存在 $T(\varepsilon)>0$，使当 $t>t_0+T(\varepsilon)$ 时有 $\exp\left\{-\int_{t_0}^{t}\delta(\tau)d\tau\right\}<\frac{\varepsilon}{\|x(t_0)\|}$，从而系统(1.1)的零解 $x=0$ 为渐近稳定。

推论 若对称矩阵 $A^H(t)$的所有特征根 $\lambda_i(t)\leqslant-\delta<0(i=1,2,\cdots,n)$（以下简称为条件($A_0$)），则系统(1.1)的零解 $x=0$ 是全局一致渐近稳定的。

引理 2.4 设系统(1.1)满足条件(A_0)，$\sup_t\|A(t)\|_2=K<+\infty$，$\Phi(\cdot,\cdot)$是 $A(t)$ 的状态转移矩阵，定义矩阵函数 $p(t)=\int_t^\infty\Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)d\tau(t\geqslant0)$，则 $p(t)$对一切 $t\geqslant 0$ 对称正定，且存在正常数 α、β，使对一切 $x\in R^n$ 有

$$\alpha x^Tx\leqslant x^Tp(t)x\leqslant\beta x^Tx\quad(t\geqslant0)\tag{2.6}$$

证明 1°由条件可知系统(1.1)的零解 $x=0$ 为一致渐近稳定，又由引理 2.1 可知存在正常数 m、λ，使 $\|\Phi(\tau,t)\|_2\leqslant me^{-\lambda(\tau-t)}(\tau\geqslant t)$。于是

$$\|p(t)\|_2\leqslant\int_t^\infty\|\Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)\|_2d\tau\leqslant\int_t^\infty m^2e^{-2\lambda(\tau-t)}d\tau<+\infty$$

从而 $p(t)$在 R_+上有定义，且由 $p(t)$的表示式可知 $p(t)$是对称、正定的。

2°对任意 $x\in R^n$，我们有

$$x^Tp(t)x=\int_t^\infty x^T\Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)xd\tau=\int_t^\infty X^T(\tau;t,x)X(\tau;t,x)d\tau$$

$$=\int_t^\infty\|X(\tau;t,x)\|_2^2d\tau\tag{2.7}$$

其中 $X(\tau;t,x)\triangleq\Phi(\tau,t)x$，在时刻 τ 的取值对应于初值为 $x(t)$的系统(1.1)的解。

利用引理 2.2 及矩阵测度性质，便有

$$\|X(\tau;t,x)\|_2\geqslant\|x(t)\|\exp\left\{-\int_t^\tau\mu[-A(\theta)]d\theta\geqslant\|x(t)\|\exp\{-k(\tau-t)\}\right\}$$

代入(2.7)即得

$$x^Tp(t)x\geqslant\int_t^\infty\|x(t)\|^2e^{-2k(\tau-t)}d\tau=\frac{1}{2k}x^Tx\triangleq\alpha x^Tx\tag{2.8}$$

另一方面我们又有

$$\|X(\tau;t,x)\|_2\leqslant\|x(t)\|\exp\left\{\int_t^\tau\mu[A(\theta)]d\theta\right\}$$

$$=\|x(t)\|\exp\left\{\int_t^\tau\max_i\lambda_i\left[\frac{A(\theta)+A^T(\theta)}{2}\right]d\theta\right\}$$

$$\leqslant\|x(t)\|e^{-\delta(\tau-t)}$$

从而 $$x^T p(t) x \leqslant \int_t^{\infty} \| x(t) \|^2 e^{-2\delta(\tau-t)} d\tau = \frac{1}{2\delta} x^T x \triangleq \beta x^T x \tag{2.9}$$

综合(2.8)、(2.9)即证明了引理。

引理 2.5 设矩阵 $A(t)$有界，则系统(1.1)的零解 $x=0$ 为一致渐近稳定的充分必要条件是：存在唯一对称正定的矩阵 $p(t)$，满足(2.6)并且使得

$$\dot{p}(t) + A^T(t)p(t) + p(t)A(t) = -I \tag{2.10}$$

证明 1°先证充分性：作 $v(t,x)=x^T p(t)x$，则

$$\begin{aligned}\dot{v}(t,x)|_{(1.1)} &= x^T \dot{p}(t)x + \dot{x}^T p(t)x + x^T p(t)\dot{x} \\ &= x^T(\dot{p}(t) + A^T(t)p(t) + p(t)A(t))x = -x^T x\end{aligned}$$

现 $v(t,x)$为正定无限大且具有无穷小上界，而 $\dot{v}(t,x)$负定，故系统(1.1)的零解 $x=0$ 是全局一致渐近稳定的。

2°再证必要性，设 $\Phi(\cdot,\cdot)$是 $A(t)$的状态转移矩阵，令 $p(t) = \int_t^{\infty} \Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)d\tau(t \geqslant 0)$，由引理 2.4 可知 $p(t)$对一切 $t \geqslant 0$ 对称正定，且对一切 $x \in R^n$ 有

$$\alpha x^T x \leqslant x^T p(t) x \leqslant \beta x^T x$$

往证上述定义的矩阵函数 $p(t)$满足条件(2.10)。首先我们有

$$\begin{aligned}\dot{p}(t) &= \int_t^{\infty} [\Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)]_t' d\tau - \Phi^T(t,t)\Phi(t,t) \\ &= \int_t^{\infty} [\dot{\Phi}^T(\tau,t)\Phi(\tau,t) + \Phi^T(\tau,t)\dot{\Phi}(\tau,t)]d\tau - I\end{aligned} \tag{2.11}$$

因为 $$\int_t^{\infty} \Phi^T(\tau,t)\dot{\Phi}(\tau,t)d\tau = \int_t^{\infty} \Phi^T(\tau,t)[\dot{\Phi}(\tau,t) + \Phi(\tau,t)A(t)]d\tau - p(t)A(t) \tag{2.12}$$

而 $$\begin{aligned}\dot{\Phi}(\tau,t) + \Phi(\tau,t)A(t) &= [\dot{\Phi}(\tau,t)\Phi(t,\tau) + \Phi(\tau,t)A(t)\Phi(t,\tau)]\Phi^{-1}(t,\tau) \\ &= [\dot{\Phi}(\tau,t)\Phi(t,\tau) + \Phi(\tau,t)\dot{\Phi}(t,\tau)]\Phi^{-1}(t,\tau) \\ &= \frac{\partial}{\partial t}[\Phi(\tau,t)\Phi(t,\tau)]\Phi^{-1}(t,\tau) = \frac{\partial I}{\partial t}\Phi^{-1}(t,\tau) \equiv 0\end{aligned}$$

从而由(2.12)式得出 $\int_t^{\infty} \Phi^T(\tau,t)\dot{\Phi}(\tau,t)d\tau = -p(t)A(t)$ 以及 $\int_t^{\infty} \dot{\Phi}^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)d\tau = -A^T(t)p(t)$ 代入 (2.11) 式即得 $\dot{p}(t) = -A^T(t)p(t) - p(t)A(t) - I$.

3°最后证明唯一性，仍假设 $\Phi(\cdot,\cdot)$为系统(1.1)中 $A(t)$的状态转移矩阵，由(2.10)式有

$$\Phi^T(\tau,t)[A^T(t)p(t) + p(t)A(t) + \dot{p}(t)]\Phi(\tau,t) = -\Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)$$

上式左端可写为

$$\begin{aligned}&\dot{\Phi}^T(\tau,t)p(t)\Phi(\tau,t) + \Phi^T(\tau,t)p(t)\dot{\Phi}(\tau,t) + \Phi^T(\tau,t)\dot{p}(t)\Phi(\tau,t) \\ &= \frac{\partial}{\partial t}[\Phi^T(\tau,t)p(t)\Phi(\tau,t)]\end{aligned}$$

代回前一式且同时积分，就有

$$\int_t^{\infty} \frac{\partial}{\partial t}[\Phi^T(\tau,t)p(t)\Phi(\tau,t)]d\tau = -\int_t^{\infty} \Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)d\tau$$

或即

$$\Phi^T(\tau,t)p(t)\Phi(\tau,t)\Bigg|_{\tau=t}^{\tau=\infty} = -\int_t^\infty \Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)d\tau$$

因当系统(1.1)的零解 $x=0$ 为一致渐近稳定时，应有 $\lim\limits_{t\to\infty}\Phi(t,\tau)=0$，从而有

$$-p(t) = -\int_t^\infty \Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)d\tau \quad \text{也即} \quad p(t) = \int_t^\infty \Phi^T(\tau,t)\Phi(\tau,t)d\tau$$

3 主要结果

考虑带扰动的线性时变系统

$$\frac{dx}{dt} = (A(t)+B(t))x \tag{3.1}$$

其中 $x\in R^n$. (3.1)的非扰动部分表示为(1.1)。这里 $A(t)$、$B(t)$都是在 $J=[t_0,+\infty)$上连续的 $n\times n$ 矩阵函数。

定理 3.1 设矩阵 $A(t)$有界且满足条件(A_0)，若

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{1}{t-t_0t}\int_{t_0}^t \|B(\tau)\|_2 d\tau < \frac{\alpha}{2\beta^2} \tag{3.2}$$

则系统(3.1)的零解 $x=0$ 是渐近稳定的。这里 α、β 由(2.6)决定。

证明 由条件可知线性系统(1.1)的零解是一致渐近稳定的，从而由引理 2.5 可知必定唯一存在对称正定矩阵 $p(t)$，满足(2.10)。

作系统的 Ляпунов 函数为 $v(t,x)=x^Tp(t)x$，则由引理 2.4 可知存在正常数 α、β，使对一切 $x\in R^n$ 有

$$\alpha x^Tx \leqslant v(t,x) \leqslant \beta x^Tx \qquad (t\geqslant 0)$$

计算 $v(t,x)$沿系统(3.1)的全导数

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}v(t,x)\Big|_{(3.1)} &= \dot{x}^Tp(t)x + x^Tp(t)\dot{x} + x^T\dot{p}(t)x \\
&= x^T[(\dot{p}(t) + A^T(t)p(t) + p(t)A(t)) + (B^T(t)p(t) + p(t)B(t))]x \\
&= -x^Tx + x^T[B^T(t)p(t) + p(t)B(t)]x \\
&= -\|x\|_2^2 + 2x^Tp(t)B(t)x
\end{aligned} \tag{3.3}$$

(3.3)的后一项可改写为

$$\begin{aligned}
x^Tp(t)B(t)x = (p(t)B(t)x,x) &\leqslant \|p(t)B(t)x\|_2\|x\|_2 \\
&\leqslant \|p(t)\|_2\|B(t)\|_2\|x\|_2^2
\end{aligned}$$

再由(3.3)即可得到

$$\frac{d}{dt}v(t,x)\Big|_{(3.1)} \leqslant \left(-\frac{1}{\beta}+\frac{2\beta}{\alpha}\|B(t)\|_2\right)v(t,x)$$

于是有 $v(t,x)\leqslant v(t_0,x_0)\exp\left[\left(-\frac{1}{\beta}+\frac{2\beta}{\alpha(t-t_0)}\int_{t_0}^t\|B(\tau)\|_2d\tau\right)(t-t_0)\right]$

利用条件(3.2)可知上式右端方括号内部分当 $t\to+\infty$时为负，从而有 $\lim\limits_{t\to+\infty}v(t,x)=0$. 而 $v(t,x)$是定正的，故又有 $\lim\limits_{t\to+\infty}x(t)=0$.

由(3.2)还可推知必定存在 $t_1\geqslant t_0$，使当 $t\geqslant t_1$ 时

$$-\frac{1}{\beta}+\frac{2\beta}{\alpha(t-t_0)}\int_{t_0}^{t}\|B(\tau)\|_2 d\tau<0$$

此时显然有 $v(t,x)\leqslant v(t_0,x_0)$。

记 $\|x\|=\sum_{i=1}^{n}|x_i|$，因 $\|x\|_2\leqslant\|x\|\leqslant\sqrt{n}\|x\|_2$，可得到当 $t\geqslant t_1$ 时有

$$\|x\|\leqslant\sqrt{n}\|x\|_2\leqslant\left\{\sqrt{\frac{n}{\alpha}}v(t,x)\right\}^{\frac{1}{2}}\leqslant\left\{\sqrt{\frac{n}{\alpha}}v(t_0,x_0)\right\}^{\frac{1}{2}}\leqslant\left(\frac{n\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}\|x_0\|_2$$

于是，对任给 $\varepsilon>0$，只要取 $\delta=\frac{1}{2}\left(\frac{n\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}\varepsilon>0$，则当 $\|x_0\|_2<\delta$ 时就有 $\|x(t)\|<\varepsilon(t\geqslant t_1\geqslant t_0)$。从而系统(3.1)的零解 $x=0$ 是渐近稳定的。

推论 1　定理中条件(3.2)可改为"$\lim\limits_{t\to+\infty}\|B(t)\|_2<\frac{\alpha}{2\beta^2}$"其余不变，结论仍然成立；若条件(3.2)改为"$\|B(t)\|_2<\frac{1}{2\beta}$"，则系统(3.1)的零解 $x=0$ 为一致渐近稳定。

从上述定理的证明中可以看出，条件(A_0)首先是为了保证系统(1.1)的零解一致渐近稳定，同时对 $p(t)$ 给出一个确切的界限，从而可作出估计式(3.2)。实际上只要系统(1.1)的零解一致渐近稳定，由引理 2.1 可知必存在常数 m、λ，使得

$$\|p(t)\|_2\leqslant\int_t^{\infty}\|\Phi^T(\tau,t)\|\,\|\Phi(\tau,t)\|d\tau\leqslant\int_t^{\infty}m^2e^{-2\lambda(\tau-t)}d\tau\triangleq\beta_0<+\infty$$

从而此时 $\|p(t)\|_2$ 是有界的。因此，若取 $\|B(t)\|_2$ 为适当小，定理的结论仍然成立。于是又得到下面的推论。

推论 2　设矩阵 $A(t)$ 有界，系统(1.1)的零解 $x=0$ 为一致渐近稳定且 $\lim\limits_{t\to+\infty}\|B(t)\|_2<\frac{\alpha}{2\beta_0^2}$，则系统(3.1)的零解 $x=0$ 是渐近稳定的。

下面考虑带扰动的非线性时变系统

$$\frac{dx}{dt}=(A(t)+B(t))x+g(t,x)\tag{3.4}$$

其中 $A(t)$、$B(t)$ 都是在 $J=[t_0,+\infty)$ 上连续的 $n\times n$ 矩阵函数，$x\in R^n$，$g(t,x)\in(J\times R^n,R)$ 且 $g(t,0)\equiv0$.

定理 3.2　设矩阵 $A(t)$ 有界且满足条件(A_0)，若存在 J 上的非负连续函数 $\phi(t)$，使得 $\|g(t,x)\|_2\leqslant\phi(t)\|x\|_2$，且有

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}(\|B(\tau)\|_2+\phi(\tau))d\tau<\frac{\alpha}{2\beta^2}\tag{3.5}$$

则系统(3.4)的零解 $x=0$ 是渐近稳定的。

证明　作系统的 Ляпунов 函数 $v(t,x)$，计算 $v(t,x)$ 沿系统(3.4)的全导数

$$\left.\frac{d}{dt}v(t,x)\right|_{(3.4)}=-x^Tx+2x^Tp(t)B(t)x+2x^Tp(t)g(t,x)\tag{3.6}$$

(3.6)右端的最后一项可改写为

$$x^Tp(t)g(t)\leqslant\|g(t,x)\|_2\|p(t)\|_2\|x\|_2\leqslant\beta\phi(t)\|x\|_2^2$$

$$\Rightarrow\quad\left.\frac{d}{dt}v(t,x)\right|_{(3.4)}\leqslant\left(-\frac{1}{\beta}+\frac{2\beta}{\alpha}\|B(t)\|_2\right)v(t,x)+\frac{2\beta}{\alpha}\phi(t)v(t,x)$$

$$\Rightarrow \ v(t,x) \leqslant v(t_0,x_0)\exp\left[\left(-\frac{1}{\beta}+\frac{2\beta}{\alpha(t-t_0)}\int_{t_0}^{t}(\|B(\tau)\|_2+\phi(\tau))d\tau\right)(t-t_0)\right]$$

以下证明与定理 3.1 相同。

与此相似，进一步可讨论具有多个非线性项的扰动系统

$$\frac{dx}{dx}=(A(t)+B(t))x+g(t,x)+\sum_{k=1}^{N}h_k(t,x) \qquad (3.7)$$

的稳定性，一般地，我们能得到下面的结果。

定理 3.3 设 $A(t)$、$B(t)$、$g(t,x)$满足定理 3.2 的条件，$h_k(t,x)\in C^1(J\times B(r),R)$，$h_k(t,0)\equiv 0$，且对一切 $t\geqslant t_0$ 一致地有

$$\|h_k(t,x)\| \leqslant \varepsilon_k\|x\|_2 \qquad (k=1,2,\cdots,N)$$

其中 $0<\varepsilon_k\leqslant\frac{1}{2M}(\sup\limits_t\|p(t)\|\leqslant M)$，则系统(3.7)的零解 $x=0$ 是渐近稳定的。

为节省篇幅计，本文略去了所有的应用实例。

参 考 文 献

1 秦元勋，王慕秋，王联．运动稳定性理论与应用．科学出版社，1981

2 M Vidyasagar. Nonlinear Systems Analysis, New Jersey, 1978

3 徐道义．一类时变系统的稳定性．科学通报，1984，28(3)

4 辜建德．一类变系数动力系统的运动稳定性．厦门大学常微分方程论文选，厦门大学，1983

On the Stability of Some Perturbed Systems with Variable Coefficients

Qu Zautai

(Department of System Engineering and Mathematics)

Abstract

In this paper, the concept of matrix measure is introduced. then, the stability of some perturbed linear and nonlinear systems with variable coefficients is discussed. The conditions for the asymptotic stability given in [1] are improved. And the restricted condition given in [4] that the linear part of system is reducible in Liapunov's meaning annihilated.

Key words stability, matrix measure, system with variable coefficients