

大型柔性空间结构的多级分散化振动控制

林西强 李东旭

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

摘要 文中直接以结构的动力学变量作为系统状态,从理论上推导出了反馈和状态变量的解析表达式。基于该表达式,对一空间站模型进行了仿真。结果表明,该方法具有计算量小、稳定性好的优点,便于在线控制。

关键词 空间结构, 振动, 分散化, 多级控制

分类号 0327, V214.5

Decentralized Multilevel Vibration Control of Large Flexible Space Structures

Lin Xiqiang Li Dongxu

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract Using multilevel control method, we studied the coupling active control of the large flexible structures in this article. Taking the dynamic variables of structure as the system states directly; the feedback gains of this vibration system have been developed. According to the theory presented in this article, one space station model has been taken as an illustrated example. The computer simulation has been carried out and the satisfactory results have been gotten. Theoretical and numerical results show that the method presented in this article is of many special advantages to the vibration system of large flexible structures.

Key words space structure, vibration, decentralization, multilevel control

大型结构尤其是大型柔性空间结构 (Large Flexible Space Structures, 简写 LFSS), 如卫星太阳能帆板、空间站等, 它们形体大、刚度低、阻尼弱, 一旦受到外界扰动, 整个结构就会发生剧烈而持久的振动, 严重影响航天器正常工作。因此, 对 LFSS 的振动控

制, 越来越受到人们的重视。

以结构振动的模态坐标为状态变量, 利用自适应控制、最优控制、极点配置等集中控制方法进行振动的主动控制已取得了一定的进展, 但也存在一些缺点, 主要是:

(1) 模态坐标不是实际的物理量, 无法直接测量, 必然给实时控制带来困难, 并会增加在线计算量, 引入计算误差;

(2) 以模态坐标为状态变量, 仅将某些主模态纳入状态变量, 由于截断模态的影响, 不能保证控制的精度;

(3) 自适应控制、最优控制等集中控制方法。在具体求解反馈控制律时, 往往包含了矩阵求逆、特征值求解和 Raccati 方程求解等运算。对于大型结构, 系统维数很高, 使得这些运算难于进行。

因此, 有必要寻求新的控制方法。本文将现代控制理论中的大系统分散控制理论^[1]用于未解耦的大型振动系统, 直接以结构动力学变量作为系统的状态变量, 用多级分散控制的方法设计控制器, 取得了较好的结果, 从而为大型结构的振动控制提供了一条新的有效途径。

1 基本理论

1.1 多级分散理论

设一个大系统有 n 个子系统, 可用输入分散形式表达成

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + b_i u_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n G_{ij} x_j(t), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中全体向量和矩阵都具有合理的维数, 矩阵对 (A_i, b_i) 是可控的。设分散多级控制为

$$u_i(t) = u_i^l(t) + u_i^g(t) \quad (2)$$

这里第 i 个局部控制 $u_i^l(t)$ 和全局控制 $u_i^g(t)$ 选用下列反馈形式:

$$\begin{cases} u_i^l(t) = -k_i^T x_i(t) \\ u_i^g(t) = -\sum_{j=1, j \neq i}^n k_{ij}^T x_j(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中 k_i 和 k_{ij} 分别是 n_i 和 n_j 维常数向量, 将(3)式代入(1)式, 得到闭环系统

$$\dot{x}_i(t) = (A_i - b_i k_i^T) x_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n (G_{ij} - b_i k_{ij}^T) x_j(t), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

因为 (A_i, b_i) 可控, 所以 $(A_i - b_i k_i^T)$ 的特征值可任意配置^[2]。

1.2 振动系统的状态方程

振动系统的一般方程为

$$M\delta'' + C\delta' + K\delta = Du \quad (5)$$

其中 $\delta^{n \times 1}$ 是位移向量, $u^{m \times 1}$ 是控制力向量, $M^{n \times n}$ 是质量矩阵, $C^{n \times n}$ 是阻尼矩阵, $K^{n \times n}$ 是刚度矩阵, $D^{n \times m}$ 是载荷分配矩阵。

记 $x_1 = \delta$, $x_2 = \delta'$, 由(5)式可得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}D \end{bmatrix} u \quad (6)$$

记

$$A^{2n \times 2n} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad \nu^{n \times 1} = M^{-1}Du, \quad B^{2n \times n} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

可得状态方程为

$$\dot{x} = Ax + B\nu \quad (7)$$

令

$$T^{2n \times 2n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

由 $T^*T^T = I^{2n \times 2n}$ 知 T 可逆, 且 $T^{-1} = T^T$.

$$\text{记 } \bar{A} = TAT^T, \quad \bar{B} = TB, \quad R = -M^{-1}K = (r_{ij}), \quad S = -M^{-1}C = (s_{ij}) \quad (9)$$

则

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{13} & \cdots & \bar{A}_{1n} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_2 & \bar{A}_{23} & \cdots & \bar{A}_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \bar{A}_{n1} & \bar{A}_{n2} & \bar{A}_{n3} & \cdots & \bar{A}_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & b_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ r_{ii} & s_{ii} \end{bmatrix}, \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (12)$$

$$\bar{A}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_{ij} & s_{ij} \end{bmatrix}, \quad (i, j = 1, 2, \cdots, n; i \neq j) \quad (13)$$

$$b_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (14)$$

作变量替换, 令

$$z = Tx \quad (15)$$

将式(8)~(11)、(15)代入(7)式得

$$\dot{z} = \bar{A}z + \bar{B}\nu \quad (16)$$

写成输入分散形式是为

$$\dot{z}_i = \bar{A}_i z_i(t) + b_i \nu_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{A}_{ij} z_j(t), \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (17)$$

显然 (\bar{A}, \bar{b}_i) 是可控标准形。这里

$$z_i = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \dot{\delta}_i \end{Bmatrix} \quad (18)$$

1.3 反馈控制律

设

$$v_i(t) = v_i'(t) + v_i''(t) \quad (19)$$

由 1.1, 1.2 得

$$\dot{z}_i(t) = (\bar{A}_i - b_i k_i^T) z_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n (\bar{A}_{ij} - b_i k_{ij}^T) z_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

对振动系统(16), 为了使(20)右边第二项为 0, 我们取

$$k_{ij}^T = (r_{ij} \quad s_{ij}) \quad (21)$$

则

$$b_i k_{ij}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_{ij} & s_{ij} \end{bmatrix} = \bar{A}_{ij}$$

(20)成为

$$\dot{z}_i(t) = (\bar{A}_i - b_i k_i^T) z_i(t), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

这是 n 个独立的二阶可控反馈系统, 对大型系统的控制变成了对二阶系统的控制。

根据控制理论, 对于(22)表示的第 i 个闭环系统, 可以确定其反馈增益, 使其具有任意指定的极点 $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}$ 。由于分散子系统是一个二阶系统, 故容易利用特征值的性质计算 k_i^T 。

因为

$$\bar{A}_i - b_i k_i^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ r_{ii} - k_{i1} & s_{ii} - k_{i2} \end{bmatrix}$$

故

$$\begin{cases} \lambda_{i1} + \lambda_{i2} = 0 + (s_{ii} - k_{i2}) \\ \lambda_{i1} \cdot \lambda_{i2} = -1 \cdot (r_{ii} - k_{i1}) \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} k_{i1} = r_{ii} + \lambda_{i1} \cdot \lambda_{i2} \\ k_{i2} = s_{ii} - \lambda_{i1} - \lambda_{i2} \end{cases}$$

即

$$k_i^T = (r_{ii} + \lambda_{i1} \cdot \lambda_{i2} \quad s_{ii} - \lambda_{i1} - \lambda_{i2})$$

故得振动系统的多级反馈解析表达式为

$$v_i(t) = (r_{ii} + \lambda_{i1} \cdot \lambda_{i2}, \quad s_{ii} - \lambda_{i1} - \lambda_{i2}) z_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n (r_{ij} \quad s_{ij}) z_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

式(22)表示的 n 个二阶系统, 通过模态变换很容易求出响应 $z_i(t)$, 设 $z_i(t)$ 的初值为 z_{i0} , 当第 i 个子系统闭环的极点 $\lambda_{i1}, \lambda_{i2} (\lambda_{i1} \neq \lambda_{i2})$ 为负实数时, 可解得

$$\begin{cases} z_{i1}(t) = \frac{1}{\lambda_{i2} - \lambda_{i1}} [(\lambda_{i2} z_{i10} - z_{i20}) e^{\lambda_{i1} t} + (z_{i20} - \lambda_{i1} z_{i10}) e^{\lambda_{i2} t}] \\ z_{i2}(t) = \frac{1}{\lambda_{i2} - \lambda_{i1}} [\lambda_{i1} (\lambda_{i2} z_{i10} - z_{i20}) e^{\lambda_{i1} t} + \lambda_{i2} (z_{i20} - \lambda_{i1} z_{i10}) e^{\lambda_{i2} t}] \end{cases} \quad (25)$$

由响应的表达式可以确定出振动系统动态品质与子系统极点的关系,当求出反馈 ν 后,再利用 $M^{-1}D$ 的广义逆,解出

$$u = (D^T M^{-T} M^{-1} D)^{-1} D^T M^{-T} \nu \quad (26)$$

由于(24)中 r_{ij} , s_{ij} 是离线计算, z_i 直接测量得到, λ_i 可根据实际要求高速迭代出,故 ν 可以快速求出,而(26)中 $(D^T M^{-T} M^{-1} D)^{-1} D^T M^{-T}$ 也是离线计算,故 u 可高速在线求出。因此,大型振动系统可以利用上述方法方便地进行在线控制。

2 LFSS 多级控制仿真

2.1 仿真对象

一种对称型两板空间站的结构及六自由度有限元模型如图 1 所示

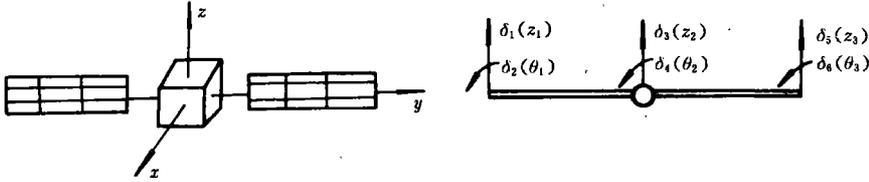


图 1 对称型两板空间站模型

结构参数为: $EI=9.48 \times 10^6$ 磅英尺², $L=230$ 英尺, $\rho=0.541$ 斯/英尺
空间站各动力学变量的初始偏差是

$$\begin{aligned} z_1 &= -3.699\text{ft}, & z_2 &= 0.342\text{ft}, & z_3 &= 4.071\text{ft} \\ \dot{z}_1 &= -0.877\text{ft/s}, & \dot{z}_2 &= 0.035\text{ft/s}, & \dot{z}_3 &= 1.045\text{ft/s} \\ \theta_1 &= 0.869^\circ, & \theta_2 &= 0.937^\circ, & \theta_3 &= 0.732^\circ \\ \dot{\theta}_1 &= 0.366^\circ/\text{s}, & \dot{\theta}_2 &= 0.037^\circ/\text{s}, & \dot{\theta}_3 &= 0.387^\circ/\text{s} \end{aligned}$$

设控制力配置在空间站中心舱和左右太阳能帆板顶端,要求在 10 秒内振动收敛到 5%。

2.2 仿真结果

根据要求由(25)迭代出子系统的闭环极点,依次是

$$\begin{aligned} &(-0.3599, -1.0798) && (-0.3494, -1.0482) \\ &(-0.3670, -1.1099) && (-0.3494, -1.0315) \\ &(-0.3599, -1.0798) && (-0.3494, -1.0482) \end{aligned}$$

由(23)计算出各局部反馈增益分别是

$$\begin{aligned} k_1^T &= (-49.69 \quad -1.44), & k_2^T &= (314.68 \quad -1.48) \\ k_3^T &= (16.78 \quad -1.40), & k_4^T &= (183.38 \quad -1.38) \\ k_5^T &= (-49.69 \quad -1.44), & k_6^T &= (314.68 \quad -1.48) \end{aligned}$$

图 2~5 表示了空间站四个动力学变量 $z_1, z_2, \theta_1, \theta_2$ 在该控制下的衰减情况, z_3, θ_3 和 z_1, θ_1 相似, 故略去。

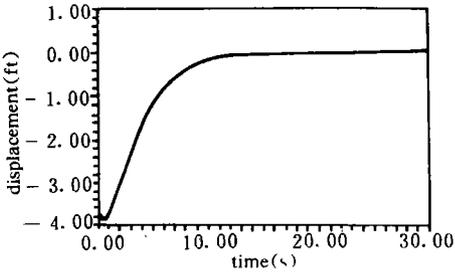


图 2 z_1 的响应曲线

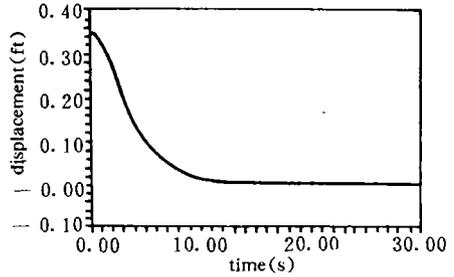


图 3 z_2 的响应曲线

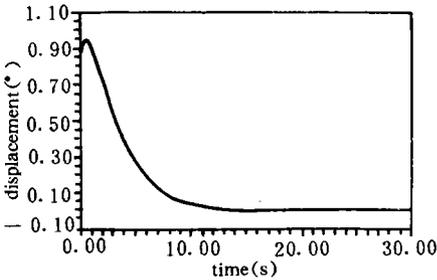


图 4 θ_1 的响应曲线

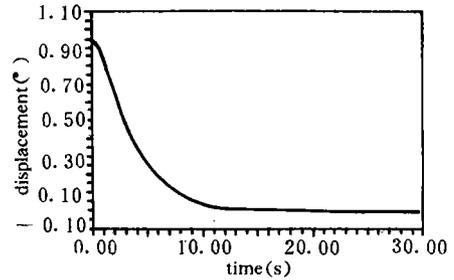


图 5 θ_2 的响应曲线

由图可见, 六个动力学变量都可以 10 秒内衰减到 5% 的误差带内, 而且无颤振, 无超调, 动态品质良好。

3 结 论

以上研究表明, 多级分散稳定化方法, 对于结构模型无解耦要求, 算法简便, 计算量少, 可靠性高, 有利于在线实现, 能保证系统具有良好的动态特性, 克服了传统方法的缺点, 为大型复杂结构振动控制提供了一个有效的解决方法。

参 考 文 献

- 1 Jamshidi M 著; 陈中基, 黄昌熙译. 大系统建模与控制. 北京: 科学出版社, 1986
- 2 戴忠达. 自动控制理论基础. 北京: 清华大学出版社, 1991
- 3 Che-Hang Charles Ih, Shyh Jong Wang. Application of adaptive control to space stations. AIAA-85-1970; 709-724
- 4 李东旭. 大型柔性结构的分散化振动控制: [学位论文]. 长沙: 国防科大航天技术系, 1993
- 5 周军, 陈新海. 大型柔性空间结构的极点配置变结构主动控制. 宇航学报, 1991, (4)

(责任编辑 卢天贶)