

一种新型手腕驱动机构及其运动分析*

刘宪锋 杨昂岳 潘存云 罗 昆 陈国锋

(国防科技大学机械电子工程与仪器系 长沙 410073)

摘 要 以基于球形齿轮传动的柔性手腕为研究对象,提出了一种新型手腕驱动机构,并对此机构进行运动分析,建立了它的运动模型,推导出了运动方程的解。分析结果证明了该机构运动的确定性、传动的准确性。

关键词 手腕, 驱动机构, 运动分析

分类号 TH113.22

A New Type Drive Mechanism on Wrist Actuator and Its Kinematic Analysis

Liu Xianfeng Yang Angyue Pan Cunyun Luo Kun Chen Guofeng

(Department of Mechatronics Engineering and Instrumentation, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract Based on the research of the wrist actuator transmitted by spherical gear, this paper presents a new wrist drive mechanism. First its kinematic problem is analyzed and the kinematic model is developed. Then its solution of kinematic equation is presented. Finally, the result of the analysis verifies the definition and accuracy of the drive mechanism.

Key words wrist actuator, drive mechanism, kinematic analysis

1 手腕驱动机构设计方案

1.1 设计思路

为了适应各种复杂的作业(如焊接、喷漆等)环境,机器人的手腕至少要具备三个自由度,方能满足机器人手部在一定空间区域内任意方向上把握住工具的使用要求。

* 国家自然科学基金资助项目
1996年1月18日收稿

基于球形齿轮传动的柔性手腕是一个三自由度的 RPY 手腕，如图 1 所示。它由四个耦合在一起的十字节（万向联轴器）框架组成，三对球形齿轮把输出轴运动从一个框架传到另一个框架，即框架 1 的俯仰、偏摆、滚转动作用能够被传递并放大到手腕末端。因此，设计驱动机构的任务就等效于设计一个机构，使之能驱动框架 1 作三自由度的全方位运动。为此采用了两个电机驱动两个推拉杆，从而推拉框架 1 绕十字节两轴线旋转，以实现俯仰和偏摆动作；用另一电机直接带动整个十字节框架旋转。为使推拉运动与旋转运动互不干涉，在十字节框架上装一个推力环，框架外缘与推力环之间用滚珠填充。

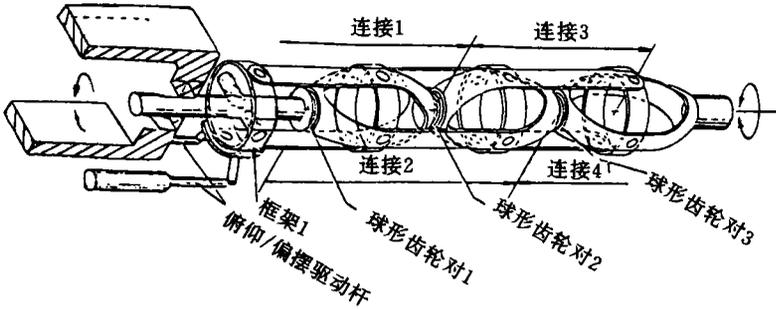


图 1 基于球形齿轮传动的柔性手腕

驱动机构的形式确定以后，下一步需要确定运动副的类型及数目。确定的原则为机构的运动具有确定性、灵活性、运动范围满足手腕驱动要求。

1.2 手腕驱动机构传动原理

图 2 为从手腕中分离出来的驱动机构主要构件的示意图。首先建立的坐标系，图中推拉杆 1、2（原动件）通过两端的球铰（在推力环上成 60° 夹角分布）分别将滑块和推力环连接起来，1、2 推拉推力环带动框架 1 绕 x 轴和 y 轴转动，从而实现从动件 4 任意方向上作偏摆运动（由于结构的限制，只能达到有限的空间域，但手腕具有逐级放大的作用，已能满足手腕的驱动条件）。为了便于分析，我们假定有一个与框架固联的从动件 4，实际上当原动件 3 不动时，它与原动件 3 为球销副联接。原动件 3 旋转驱动十字节框架和从动件 4 作 $0 \sim 360^\circ$ 的双向回转。因此电机输出轴通过传动链驱动杆件 1、2、3，使杆件 4 作三自由度的空间全方位运动。把它装配在机器人手腕中，手部在空间呈任意姿态。

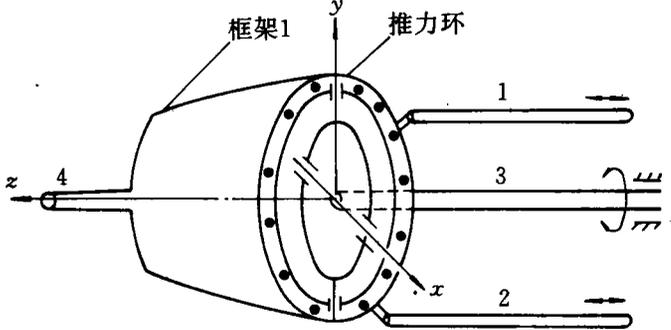


图 2 手腕驱动机构示意图

把它装配在机器人手腕中，手部在空间呈任意姿态。

2 手腕驱动机构运动方程

图 3 为手腕驱动机构示意图，1、2 为移动副，3、4、5、6 为球面副，7 为球销副，构

件 g_1 、 g_2 、 g_3 、 g_4 、 g_5 。从上面的分析知推拉运动决定手腕末端的位置，旋转运动决定它的姿态。下面我们分别推导这两种运动的方程。

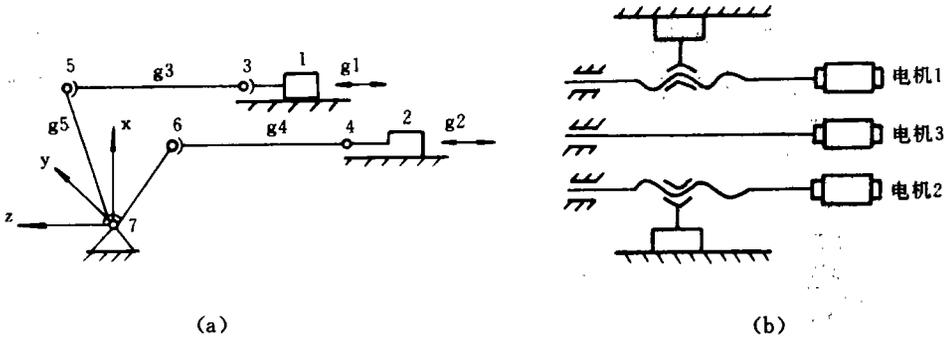


图3 运动分析示意图

2.1 推拉运动分析

电机 1、电机 2 的旋转运动通过两个螺旋副转化为直线运动，并传递给两移动滑块 g_1 、 g_2 。

从机构示意图中可以看出，该机构原动件为 g_1 、 g_2 ，由 4 个球面副、2 个移动副、1 个球销副组成，自由度数为

$$F' = 6n - 2P_v - 4P_s - P_N$$

$$= 6 \times 5 - 2 \times 5 - 4 \times 3 - 1 \times 4 = 4 \quad (1)$$

其中构件 g_3 、 g_4 各存在一个局部自由度(构件 g_1 、 g_2 绕本身轴线的转动对整个机构的运动没有影响)，整个机构的实际自由度应为

$$F = F' - 2 = 2 \quad (2)$$

可见自由度数与原动件数目相等，满足机构具有确定运动的条件。

2.1.1 正解

图 4 为该机构运动分析图。本文采用矢量法来分析运动过程，为分析简便起见，用逆推法求解运动方程。考虑到推杆 1 和推杆 2 具有同样的运动分析过程，省略了推杆 2 的运动分析图。

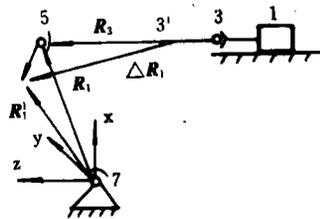


图4 运动分析图

因为 7 为球销副，构件 g_5 只能绕 x 轴和 y 轴作旋转运动，等效为绕 xy 平面上任一矢量(设为 \bar{K})旋转， \bar{K} 为过原点且与 x 轴夹角为 β 的单位矢量，即

$$\bar{K} = \{\cos\beta, \sin\beta, 0\}^T \quad (3)$$

设构件绕矢量 \bar{K} 旋转 α 角度， \bar{R}_1 、 \bar{R}_2 为构件 g_5 上夹角为 60° 的两矢量，矢径等于圆半径 r ，即

$$\bar{R}_1 = \left\{ r \cos \frac{\pi}{6}, -r \sin \frac{\pi}{6}, 0 \right\}^T, \quad \bar{R}_2 = \left\{ r \cos \frac{\pi}{6}, r \sin \frac{\pi}{6}, 0 \right\}^T \quad (4)$$

已知绕 \bar{K} 轴旋转 α 角度的旋转矩阵为

$$Rot = \begin{bmatrix} \cos^2\beta(1 - \cos\alpha) + \cos\alpha & \sin\beta\cos\beta(1 - \cos\alpha) & \sin\beta\sin\alpha \\ \sin\beta\cos\beta(1 + \cos\alpha) & \sin^2\beta(1 - \cos\alpha) + \cos\alpha & -\cos\beta\sin\alpha \\ -\sin\beta\sin\alpha & \cos\beta\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

\bar{R}_1, \bar{R}_2 绕 \bar{K} 轴旋转 α 度角后得矢量 \bar{R}_1, \bar{R}_2 :

$$\bar{R}_1 = Rot\bar{R}_1 \quad (6)$$

$$\bar{R}_2 = Rot\bar{R}_2 \quad (7)$$

同样, Z 轴上的单位矢量 $\bar{n} = \{0, 0, 1\}^T$ 绕 \bar{K} 轴旋转 α 角度后得矢量 \bar{n}' :

$$\bar{n}' = Rot\bar{n} = \{\sin\beta\sin\alpha, -\cos\beta\cos\alpha, \cos\alpha\} \quad (8)$$

若 \bar{n}' 与 z 轴的夹角为 θ , 在 xoy 平面的投影与 x 轴的夹角为 φ , 则

$$\cos\theta = -\cos\beta\sin\alpha, \quad \text{tg}\varphi = -\text{ctg}\beta$$

即

$$\beta = \varphi + 90^\circ$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{\cos\theta}{\sin\varphi}\right) \quad (9)$$

设图 3(a) 中 3 点、4 点初始位置的坐标分别为 $\{X_1, Y_1, Z_1\}$ 、 $\{X_2, Y_2, Z_2\}$ (即 $x=0$ 、 $y=0$ 时的位置), 因 g_3, g_4 是定长为 L 的杆件。假设原动件 1、2 在 z 方向的位移为 d_0 、 d_1 , 则矢量 $\bar{R}_3 = \{0, 0, L-d_0\}$, 矢量 $\bar{R}_4 = \{0, 0, L-d_1\}$, 即可得矢量 $\Delta\bar{R}_1, \Delta\bar{R}_2$:

$$\Delta\bar{R}_1 = \bar{R}_1 - \bar{R}_1 + \bar{R}_3 \quad (10)$$

$$\Delta\bar{R}_2 = \bar{R}_2 - \bar{R}_2 + \bar{R}_4 \quad (11)$$

已知推杆的长度为定长 L , 故 $\Delta\bar{R}_1, \Delta\bar{R}_2$ 的模为 L , 即

$$\Delta\bar{R}_1\Delta\bar{R}_1 = L^2 \quad (12)$$

$$\Delta\bar{R}_2\Delta\bar{R}_2 = L^2 \quad (13)$$

解(12)、(13)两式, 去掉 $|d_0| > L, |d_1| > L$ 的一组解, 可以得出方程的解析解如下:

$$\begin{aligned} d_0 &= L + r\cos\beta\sin\alpha/2 - \sqrt{3}r\sin\alpha\sin\beta/2 - \sqrt{\lambda_1} \\ d_1 &= L - r\cos\beta\sin\alpha/2 - \sqrt{3}r\sin\alpha\sin\beta/2 - \sqrt{\lambda_2} \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= L^2 - r^2\sin^4(\alpha/2)\sin^2\beta(\cos\beta - \sqrt{3}\sin\beta)^2 \\ &\quad - r^2\cos^2\beta\sin^4(\alpha/2)(-\cos\beta + \sqrt{3}\sin\beta)^2 \\ \lambda_2 &= L^2 - r^2\sin^4(\alpha/2)\cos^2\beta(\cos\beta + \sqrt{3}\sin\beta)^2 \\ &\quad - r^2\sin^2\beta\sin^4(\alpha/2)(\cos\beta + \sqrt{3}\sin\beta)^2 \end{aligned} \quad (15)$$

由(9)、(14)、(15)三式可知: 已知从动件 4 在空间的姿态, 可通过解析式求出两推杆的位移。

2.1.2 逆解

当推杆位移已知, 要求出从动件 4 在空间的姿态时, 不能得到解析解。从式(14)知: 由 d_0, d_1 求 α, β , 相当于解以下二元非线性方程组

$$\begin{cases} f_1(\alpha, \beta) = L - d_0 + r\cos\beta\sin\alpha/2 - \sqrt{3}r\sin\alpha\sin\beta/2 - \sqrt{\lambda_1} = 0 \\ f_2(\alpha, \beta) = L - d_1 - r\cos\beta\sin\alpha/2 - \sqrt{3}r\sin\alpha\sin\beta/2 - \sqrt{\lambda_2} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

对此,可采用牛顿—拉斐森方法。

记 $\Gamma = (\alpha, \beta)$, 对 $f_i(\Gamma)$, $i=1, 2$, 在 Γ 的邻域作泰勒展开, 略去二次和二次以上的项得

$$f_i(\Gamma^{(0)} + \delta\Gamma^{(0)}) \approx f_i(\Gamma^{(0)}) + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} \delta\alpha^{(0)} + \frac{\partial f_i}{\partial \beta} \delta\beta^{(0)} \quad (17)$$

记 $A \equiv [a_{ij}]_{2 \times 2}$, $B \equiv (b_1, b_2)^T$, $a_{11} = \partial f_1 / \partial \alpha$, $a_{12} = \partial f_1 / \partial \beta$, $b_i = -f_i$
若 $\det A \neq 0$, 则得迭代公式

$$\begin{aligned} \alpha^{\text{new}} &= \alpha^{\text{old}} - \delta\alpha \\ \beta^{\text{new}} &= \beta^{\text{old}} - \delta\beta \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $(\delta\alpha, \delta\beta)^T \equiv \delta\Gamma$ 为线性代数方程组 $A\delta\Gamma = B$ 的解。

表 1 数值解及其误差

$\alpha^{(0)}$	$\beta^{(0)}$	$d_0(\text{cm})$	$d_1(\text{cm})$	$\alpha'(^{\circ})$	$\beta'(^{\circ})$	$(\alpha' - \alpha) / \alpha (100\%)$	$(\beta' - \beta) / \beta (100\%)$
10	0	0.694664	-0.694552	10.000220	0.000592	2.2×10^{-3}	—
10	30	0	-1.202857	9.999998	29.999991	-2×10^{-5}	-3×10^{-5}
10	60	-0.694552	-1.388901	9.99997	60.000529	-3×10^{-5}	8.8×10^{-4}
10	90	-1.202857	-1.202857	10.000146	90.0014118	1.46×10^{-3}	1.6×10^{-3}
20	10	0.936346	-1.756921	20.000001	10.000001	5×10^{-6}	1×10^{-5}
20	20	0.475264	-2.093394	19.999875	20.000317	6.13×10^{-4}	1.58×10^{-3}
20	40	-0.474994	-2.567197	20.000005	39.999931	2.5×10^{-5}	-1.7×10^{-4}
20	80	-2.093393	-2.567198	20.000048	80.000324	2.4×10^{-4}	4.05×10^{-4}
40	25	0.448693	-4.167083	40.000017	24.999934	4.25×10^{-5}	-2.64×10^{-4}
40	45	-1.326412	-4.904151	40.000000	44.999988	0	-2.67×10^{-5}
40	75	-3.602451	-4.904151	39.999979	74.999932	-5.25×10^{-5}	-9.07×10^{-5}

按照上述方法求得的方程组数值解具有很高的精度。分析(14)、(15)式知, 若有 $\{\alpha, \beta\}$, $0 < \alpha < 90^{\circ}$, $0 < \beta < 90^{\circ}$ 对应一组 $\{d_0, d_1\}$, 则 $\{\alpha, 180^{\circ} - \beta\}$ 对应 $\{d_1, d_0\}$, 因此只须求出 $0 < \beta < 90^{\circ}$ 区间的 $\{d_0, d_1\}$ 值即可。在迭代次数最大为 20 的情况下, 表 1 列出了部分数值解及其误差。

2.2 旋转运动分析

回转运动实际上是十字节的主动轴传递到从动轴的运动。柔性手腕的十字节框架如图 5(a) 所示, 手腕向某一方向偏转一定角度之后, 每一个十字节框架相当于图 5(b) 所

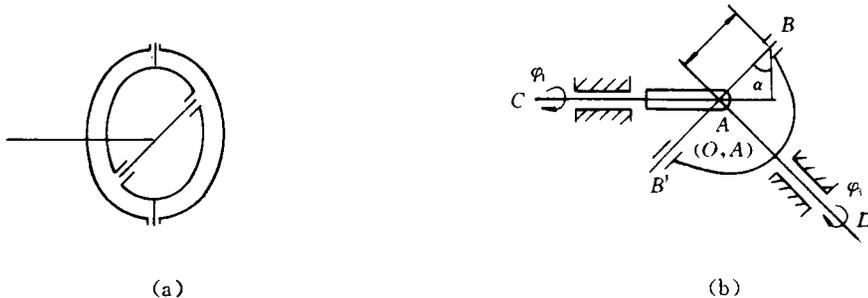


图 5 十字节框架及其运动分析图

示的万向联轴器, 主动轴与从动轴的夹角为 α , 若初始状态时, 主动轴叉头上 AA' 处于 OC 和 OD 所成平面 COD , 则输入转角 φ_1 和输出转角 φ_2 具有下述关系^[5]:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \operatorname{tg}\varphi_2 \cos\alpha \quad \text{或} \quad \operatorname{tg}\varphi_2 = \operatorname{tg}\varphi_1 / \cos\alpha \quad (19)$$

若初始时, OB 与平面 COD 的夹角为 ξ_1 , 即相当于主动轴的初始转角为 $\varphi_1 = \xi_1$, 则从动轴的初始转角 φ_2 由 (19) 式可得

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \operatorname{tg}\varphi_1 / \cos\alpha \quad (20)$$

在此基础上若主动轴再转过 φ_1 角, 此时从动轴转过 φ_2 角, 则 φ_1 与 φ_2 的关系为

$$\operatorname{tg}(\varphi_1 + \varphi_0) = \operatorname{tg}(\varphi_2 + \varphi_0) \cos\alpha$$

即

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_1 + \operatorname{tg}\varphi_0}{1 - \operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\varphi_0} = \frac{\operatorname{tg}\varphi_2 + \operatorname{tg}\varphi_0}{1 - \operatorname{tg}\varphi_2 \operatorname{tg}\varphi_0} \cos\alpha \quad (21)$$

将式 (20) 代入上式得

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{(\cos^2\alpha + \operatorname{tg}^2\varphi_0)\operatorname{tg}\varphi_2}{(1 + \operatorname{tg}^2\varphi_0)\cos\alpha - (1 - \cos^2\alpha)\operatorname{tg}\varphi_2 \operatorname{tg}\varphi_0} \equiv f_1(\operatorname{tg}\varphi_2, \operatorname{tg}\varphi_0, \cos\alpha) \quad (22)$$

或

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\varphi_0)\operatorname{tg}\varphi_1 \cos\alpha}{\cos^2\alpha(1 - \operatorname{tg}\varphi_0 \operatorname{tg}\varphi_1) \operatorname{tg}\varphi_0 (\operatorname{tg}\varphi_0 + \operatorname{tg}\varphi_1)} \equiv f_2(\operatorname{tg}\varphi_1, \operatorname{tg}\varphi_0, \cos\alpha) \quad (23)$$

式 (22)、(23) 即为回转运动的正逆解。

3 结论

从分析结果可以得出以下结论:

(1) 该机构的运动是确定的, 对于给定的一组输入位移 d_0 、 d_1 , 有唯一的一组输出角位移 θ 、 φ 。

(2) 该机构可实现三自由度的全方位运动, 装配于球形齿轮传动的柔性手腕中, 能驱动手腕完成各种姿态。

参 考 文 献

- 1 熊有伦. 机器人学. 北京: 机械工业出版社, 1993
- 2 潘存云. 球形齿轮传动原理探讨. 见: 黄志建主编. 机械科技的未来—国家自然科学基金机械科技青年科学家论坛. 北京: 机械工业出版社, 1994
- 3 Mark E Rosheim. Robot Wrist Actuator, A Wiley-Interscience Publication. 1988
- 4 潘存云. 一种工业机器人柔性手腕的设计与分析. 国防科技大学学报, 1987(4)
- 5 施高义. 联轴器. 北京: 机械工业出版社, 1988

(责任编辑 卢天贶)