

磁悬挂天平五自由度位置传感器的数学分析^{*}

余龙华 杨泉林 尹力明

(国防科学技术大学自动控制系 长沙 410073)

摘要 磁悬挂天平的位置传感器具有一定的特殊性,它需要同时获取被悬挂的飞行器模型的多自由度位置分量。本文对这一问题进行了研究,并讨论了其工程实现问题。

关键词 磁悬挂天平,位置传感器,硅光电池,坐标变换

分类号 TP211

Five Freedom-degree Position Sensor of the Magnetic Suspension and Balance System

She Longhua Yang Quanling Yin Liming

(Department of Automatic Control, NUDT, Chang, Sha, 410073)

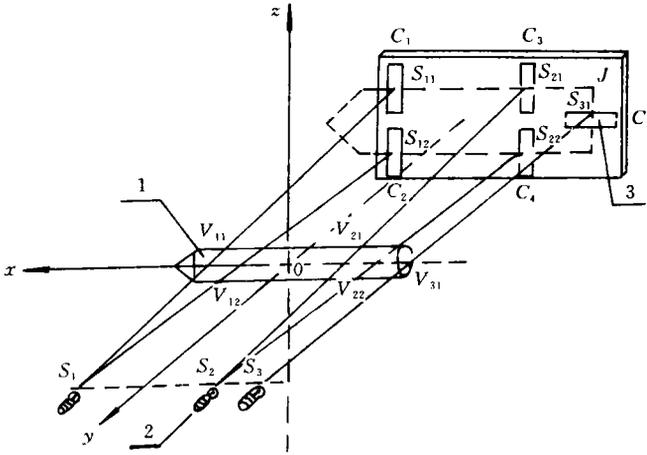
Abstract The speciality of the position sensor of the magnetic suspension and balance system is that it needs to acquire multi-freedom-degree position components. This paper deals with this problem carefully, and discusses its project solution.

Key words magnetic suspension and balance system, position sensor, silicon cell, coordinate transition

要完全确定一个自由刚体需要质心坐标和姿态角6个量,即 x_c 、 y_c 、 z_c 和 ψ 、 θ 、 φ 。在我们研制的15cm×15cm磁悬挂天平中,对飞行器模型实施五自由度主动控制,对横滚自由度实施被动自稳定,因此,需要检测除横滚角 φ 以外的其它五个自由度的位置信号。这五路信号将同时传递给控制系统和气动测量系统,这5路信号的品质将影响到控制系统的稳定性和气动测量系统的精度与准度。此外,应用于磁悬挂天平的位置传感器必须是非机械接触式的,并且具有不受磁场影响的能力。综合以上考虑,设计了如图1所示的五自由度光电位置传感器方案。在图1中, $o-xyz$ 为惯性直角坐标系, ox 轴与风洞中心轴重合, oy 轴在水平面内, oz 轴在铅垂面内,且符合右手法则; S_1 、 S_2 和 S_3 为理想点

* 1996年1月11日收稿

光源, 互不影响; $C_i (i=1, \dots, 5)$ 为线形硅光电池, 它们可以实现光信号和电信号之间的线性变换; 不妨碍一般性研究, 被悬挂的飞行器模型取为圆柱形。由图 1 可知, 在 S_1 、 S_2 和 S_3 的照射作用下, 飞行器模型的投影轮廓线将与 $C_i (i=1, \dots, 5)$ 产生五个交点 S_{11} 、 S_{12} 、 S_{21} 、 S_{22} 和 S_{31} , 根据这五个交点的位置变化, 就有可能推导出飞行器模型在风洞测试段内的位置和姿态。下面给出这一过程的数学推导, 从理论上证明解的存在性, 并给出具有工程意义的线性化结果。



1—模型 2—灯泡 3—硅光电池

图 1 五自由度光电位置传感器原理图

1 数学推导

设 $C_i (i=1, \dots, 5)$ 均位于平面 $y=-l$ 内, 它们可解析表示为

$$\begin{aligned}
 C_1: x = d & \quad y = -l & \quad L_c > z > 0 \\
 C_2: x = d & \quad y = -l & \quad 0 > z > -L_c \\
 C_3: x = -d & \quad y = -l & \quad L_c > z > 0 \\
 C_4: x = -d & \quad y = -l & \quad 0 > z > -L_c \\
 C_5: y = -l & \quad z = 0 & \quad -d > x > -d - L_c
 \end{aligned}$$

理想点光源 S_1 、 S_2 和 S_3 可解析表示为

$$\begin{aligned}
 S_1(d, l, 0) \\
 S_2(-d, l, 0) \\
 S_3(-d - \delta, l, 0)
 \end{aligned}$$

设随飞行器模型平动的坐标系为 $o''-x''y''z''$, 与飞行器模型固连的坐标系为 $o'-x'y'z'$, 且当此两坐标系与惯性直角坐标系 $o-xyz$ 重合时, 飞行器模型的位置为其零位, 飞行器模型的质心位于原点。再假定在不致于造成混淆的情况下, 用 S_{11} 、 S_{12} 、 S_{21} 、 S_{22} 和 S_{31} 分别表示它们自己在 $o-xyz$ 坐标系里的 z 坐标值。下面推导, 当飞行器模型从其零位有一较小的运动量 $(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta)$ 之后, S_{11} 、 S_{12} 、 S_{21} 、 S_{22} 和 S_{31} 同这种较小的运动量之间

的数学关系。

在 $o' - x' y' z'$ 坐标系中, 飞行器模型柱面上任意一点 P 可表示为

$$\begin{aligned} x'_p &= u_p & -d - \delta \leq u_p < +\infty \\ y'_p &= r \cos v_p & 0 \leq v_p \leq 2\pi \\ z'_p &= r \sin v_p & r \text{ 为圆柱半径} \end{aligned}$$

根据坐标变换原理

$$\begin{bmatrix} x''_p \\ y''_p \\ z''_p \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x'_p \\ y'_p \\ z'_p \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} u_p \\ r \cos v_p \\ r \sin v_p \end{bmatrix}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi & \cos \psi \sin \theta \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi & \sin \psi \sin \theta \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

又

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x''_p \\ y''_p \\ z''_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}$$

从而得到

$$\begin{cases} x_p = u_p \cos \psi \cos \theta - r \sin \psi \cos v_p + r \cos \psi \sin \theta \sin v_p + x_c \\ y_p = u_p \sin \psi \cos \theta + r \cos \psi \cos v_p + r \sin \psi \sin \theta \sin v_p + y_c \\ z_p = -u_p \sin \theta + r \cos \theta \sin v_p + z_c \end{cases} \quad (1)$$

$S_1 C_1 C_2$ 所在平面方程为: $x=d$, $S_2 C_3 C_4$ 所在的平面方程为: $x=-d$, 为方便见, 将这两个平面合记为:

$$x = D (D = \pm d) \quad (2)$$

式(1)与(2)的交线方程为

$$\begin{cases} x = D \\ y = D \tan \psi + r \tan \psi \sin \psi \cos \psi - x_c \tan \psi + r \cos \psi \cos \theta + y_c = y(v) \\ z = -D \sec \psi \tan \theta - r \tan \psi \tan \theta \cos v + r \tan \theta \sin \theta \sin v + x_c \sec \psi \tan \theta + r \cos \theta \sin v + z_c = z(v) \\ (0 \leq v \leq 2\pi) \end{cases} \quad (3)$$

从 S_1 或 S_2 向交线(3)引切线, 此切线方程为

$$\begin{cases} x = D \\ \frac{y - y(v_0)}{y'(v_0)} = \frac{z - z(v_0)}{z'(v_0)} \end{cases} \quad (4)$$

切线(4)显然经过已知点 $(D, l, 0)$, 将此已知点代入(4)得

$$\frac{l - y(v_0)}{y'(v_0)} = \frac{-z(v_0)}{z'(v_0)} \quad (5)$$

解式(5)求出 v_0 , 然后将 v_0 代入式(3)可得四个切点的坐标如下

$$V_{11}(d, y_{11}, z_{11}) \quad V_{12}(d, y_{12}, z_{12})$$

$$V_{21}(-d, y_{21}, z_{21}) \quad V_{22}(-d, y_{22}, z_{22})$$

显见, S_1V_{11} 与 C_1 的交点即为 S_{11} , S_1V_{12} 与 C_2 的交点即为 S_{12} , S_2V_{21} 与 C_3 的交点即为 S_{21} , S_2V_{22} 与 C_4 的交点即为 S_{22} 。由这四个交点可确定四个方程, 但是, 这四个方程将包含 x_c , y_c , z_c , ψ 和 θ 五个未知量, 系统无定解。因此, 还要寻找另外一个方程, 这个方程将由 C_5 上投影边界点 S_{31} 所确定。

将 $u_p = -d - \delta$ 代入式(1)即得到飞行器模型尾部端面边界曲线在经 $(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta)$ 之后的方程

$$\begin{cases} x = -(d + \delta)\cos\psi\cos\theta - r\sin\psi\cos v + r\cos\psi\sin\theta\sin v + x_c \\ y = -(d + \delta)\sin\psi\cos\theta + r\cos\psi\cos v + r\sin\psi\sin\theta\sin v + y_c \\ z = (d + \delta)\sin\theta + r\cos\theta\sin v + z_c \\ (0 \leq v < 2\pi) \end{cases} \quad (6)$$

S_3C_5 所在的平面方程为

$$z = 0 \quad (7)$$

式(6)和式(7)的交点显然有两个, 取其 x 坐标的绝对值较大的那一个交点为 $V_{31}(x_{31}, y_{31}, 0)$, 那么 S_3V_{31} 与 C_5 的交点即为 S_{31} , 从而可以由 S_{31} 确定第五个方程。五个方程可表示为

$$\begin{aligned} S_{11} &= f_{11}(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta) \\ S_{12} &= f_{12}(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta) \\ S_{21} &= f_{21}(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta) \\ S_{22} &= f_{22}(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta) \\ S_{31} &= f_{31}(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)是一超越方程组, 直接根据式(8)用模拟运算电路或计算机求解 x_c , y_c , z_c , ψ 和 θ 是一件困难的事情, 为此, 我们必须获得简化结果。

前面已经假设 $(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta)$ 为飞行器模型相对于其零位的较小变化量, 故可对它们的方程进行一阶 Taylor 展开。将式(3)和式(6)一阶 Taylor 展开并重复以上推导过程得到如下的一组方程

$$\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{21} \\ S_{22} \\ S_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1\psi \\ K_2\theta \\ K_3y_c \\ K_4z_c \\ K_5x_c \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(9)有解的充分必要条件是其系数矩阵满秩, 这一条件显然成立。从而得到

$$\begin{bmatrix} K_1\psi \\ K_2\theta \\ K_3y_c \\ K_4z_c \\ K_5x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{21} \\ S_{22} \\ S_{31} \end{bmatrix} \quad (10)$$

通过式(10)可以得到模型的较小运动量 $(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta)$, 并以电信号取出, 再送入控制回

路,同时提供给气动测量系统。

2 工程实现问题

通过理论分析,已经得到 $(x_c, y_c, z_c, \psi, \theta)$ 与 $(S_{11}, S_{12}, S_{21}, S_{22}, S_{31})$ 之间的函数关系,但在工程实现时,还存在一些问题有待进一步研究。除了必须保证光源和硅光电池的精确定位安装以外,还务必在后续处理电路上克服由于硅光电池特性不一致而造成的耦合问题和光路自身的耦合问题,这是因为五自由度位置信号的耦合将给控制器设计增加难度。另一方面,由图(1)可知,如果飞行器模型的攻角稍大,将超出传感器的工作范围;并且,前面的分析都是基于飞行器模型作较小运动,那么,如何在这样的前提条件下能够实施对飞行器模型的大攻角控制呢?本文提出了一种新的方法:把 $S_i (i=1, \dots, 5)$ 和 $C_i (i=1, \dots, 5)$ 安装在同一固连体上,该固连体可绕 o_y 轴转动,因此,可以通过改变该固连体的攻角来实现飞行器模型的较大攻角。显然,为了使飞行器模型能无静差地跟随固连体的攻角变化,控制器应具有积分能力。

3 结 论

该传感器系统解决了同时摄取飞行器模型五自由度位置分量问题,在工程实现上采用一种新方法,从而可以对飞行器模型实施大攻角控制,它已成功地应用于我们研制的 $15\text{cm} \times 15\text{cm}$ 磁悬挂天平系统中,使控制系统实现了一级无差,校准和气动测量系统的精度、准度较好。

参 考 文 献

- 1 Hideo Sawada, Hiroshi Kanda, Hisashi Suenaga. The $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ Magnetic Suspension and Balance System at the National Aerospace Laboratory. AIAA 91-0397
- 2 田兰俊, 杨泉林, 常文森. 用于风洞试验的磁悬挂技术研究. 航空学报, 1993, 14(12): 631~635
- 3 Boom R W. MSBS Advanced Study. NASA CR-3937, 1988, 11~38
- 4 Richmond. A Review of Magnetic Suspension and Balance Systems. A88-37917

(责任编辑 张 静)